

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.071.34

DOI: 10.22227/1997-0935.2024.9.1435-1443

Сопротивление сжатых с малым эксцентриситетом элементов с учетом фактической высоты сжатой зоны бетона

Илшат Талгатович Мирсаяпов, Георгий Татеозович Апхадзе

Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КГАСУ); г. Казань, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Несущая способность при расчете по методу предельных усилий нормальных сечений внецентренно сжатых железобетонных конструкций при малых эксцентриситетах, согласно действующим нормативным документам, определяется с учетом линейной аппроксимации нелинейной зависимости напряжений в растянутой арматуре от высоты сжатой зоны. Данный подход является в значительной степени упрощенным и приводит в некоторых случаях к необоснованному завышению несущей способности элементов. Цель исследования — аналитическим путем получить наиболее универсальную и точную зависимость для определения высоты сжатой зоны бетона, напряжений в растянутой арматуре и, как следствие, уточнить величину предельной несущей способности нормального сечения внецентренно сжатых элементов при разрушении по бетону сжатой зоны. Задачи исследования: аналитическое получение зависимости для высоты сжатой зоны бетона в сечении в предельном состоянии; сравнение получаемой несущей способности с учетом полученной зависимости с наиболее простой зависимостью, принятой в нормативных документах, а также с результатами расчетов по нелинейной деформационной модели; установление степени необоснованного завышения несущей способности внецентренно сжатых железобетонных конструкций с малыми эксцентриситетами в действующих нормативных документах.

Материалы и методы. Приняты основные методики, применяемые в современной теории прочности бетона и железобетона.

Результаты. Аналитическое выражение для высоты сжатой зоны получено на основании упрощенной трехлинейной диаграммы деформирования бетона при сжатии. Обоснованное уточнение высоты сжатой зоны позволяет достичь максимальной сходимости с результатами расчетов по нелинейной деформационной модели без применения итерационных подходов в решении задачи.

Выводы. Предлагаемые аналитические зависимости дают возможность определить фактическое напряженно-деформированное состояние в нормальных сечениях внецентренно сжатых железобетонных элементов при действии малых эксцентриситетов приложения продольного сжимающего усилия в предельном состоянии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: железобетон, железобетонные конструкции, внецентренно сжатые конструкции, нелинейная деформационная модель, диаграмма деформирования бетона

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Мирсаяпов И.Т., Апхадзе Г.Т. Сопротивление сжатых с малым эксцентриситетом элементов с учетом фактической высоты сжатой зоны бетона // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 9. С. 1435–1443. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.9.1435-1443

Автор, ответственный за переписку: Георгий Татеозович Апхадзе, georgevt@yandex.ru.

Resistance of compressed elements with small eccentricity taking into account actual height of the compressed concrete zone

Ilshat T. Mirsayapov, Georgiy T. Apkhadze

Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE); Kazan, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The load-bearing capacity of normal sections of eccentrically compressed reinforced concrete structures at small eccentricities, according to current regulatory documents, is determined taking into account the linear approximation of the nonlinear dependence of stresses in tensile reinforcement on the height of the compressed zone. This approach is largely simplified and in some cases leads to an unreasonable overestimation of the bearing capacity of elements. The aim of the study is to obtain analytically the most universal and accurate dependence for determining the height of the compressed zone of concrete, the stresses in tensile reinforcement and, as a result, to clarify the value of the maximum bearing

capacity of the normal section of eccentrically compressed elements during destruction of the compressed zone in concrete. Objectives of the research: analytical obtaining the dependence for the height of the compressed zone of concrete in the section in the limit state; comparison of the obtained load-bearing capacity, taking into account the obtained dependence, with the simplest dependence adopted in regulatory documents, as well as with the results of calculations using a nonlinear deformation model; determination of the degree of unreasonable overestimation of the bearing capacity of eccentrically compressed reinforced concrete structures with small eccentricities in current regulatory documents.

Materials and methods. The main methods used in the modern theory of concrete and reinforced concrete strength were adopted.

Results. The analytical expression for the height of the compressed zone is obtained based on the simplified three-linear diagram of the deformation of concrete under compression. Reasonable refinement of the height of the compressed zone makes it possible to achieve maximum convergence with the results of calculations using a nonlinear deformation model without the use of iterative approaches to solving the problem.

Conclusions. The proposed dependencies make it possible to determine the actual stress-strain state in normal sections of eccentrically compressed reinforced concrete elements under the action of small eccentricities of application of the longitudinal compressive force in the limit state.

KEYWORDS: reinforced concrete, reinforced concrete structures, eccentrically compressed structures, nonlinear deformation model, deformation diagram of concrete

FOR CITATION: Mirsayapov I.T., Apkhadze G.T. Resistance of compressed elements with small eccentricity taking into account actual height of the compressed concrete zone. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(9):1435-1443. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.9.1435-1443 (rus.).

Corresponding author: Georgiy T. Apkhadze, georgevt@yandex.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, расчет нормальных сечений внецентренно сжатых конструкций согласно действующим нормативным документам¹ по методу предельных усилий сводится к определению высоты сжатой зоны бетона из рассмотрения равенства проекций, действующих сжимающих и растягивающих внутренних усилий на продольную ось элемента при замене криволинейной фактической эпюры сжатой зоны бетона, эквивалентной прямоугольной. При этом, в отличие от изгибаемых конструкций, разрушение внецентренно сжатых элементов во многих случаях происходит по сжатой зоне сечения от раздробления сжатого бетона (случай малых эксцентриситетов приложения продольного усилия).

Применение подхода деформационной расчетной модели нормального сечения к внецентренно сжатым элементам впервые был предложен А.С. Залесовым и Е.А. Чистяковым [1]. Впоследствии были проведены множественные исследования по корректному использованию итерационных подходов нелинейной деформационной модели к решению задачи по определению несущей способности таких элементов [2–8]. Среди зарубежных трудов, рассматривающих деформационную модель нормального сечения, в том числе применительно к внецентренно сжатым железобетонным элементам, стоит отметить исследования [9–11].

Многие экспериментальные исследования особенностей напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатых элементов и сопротивления их нормальных сечений были выполнены и в нашей стране, среди них опытные работы [12–14]. Изучено

влияние различных параметров на несущую способность сжатых с эксцентриситетами элементов [15, 16].

Попытка применить упрощенную деформационную модель для внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами элементов предпринята Т.А. Мухамедиевым [17, 18]. Метод использования упрощенного подхода к решению деформационной постановки задач для случаев разрушения по сжатой зоне бетона с модифицированной кусочно-линейной диаграммой представлен авторами в публикациях [19, 20].

В случае малых эксцентриситетов приложения продольного усилия к железобетонному элементу напряжения в растянутой арматуре не достигают предела текучести стали, что необходимо учитывать в расчетной методике. Для этого в методе предельных усилий в действующих нормативных документах¹ принята предложенная Е.А. Чистяковым [21] линейная аппроксимация нелинейной зависимости между напряжениями в растянутой арматуре и относительной высотой сжатой зоны в интервале от ξ_R до 1,0. Данная аппроксимация представлена графически для арматуры класса А500 на рис. 1.

Линейная аппроксимация этой зависимости описывается выражением:

$$\sigma_s = R_s - \frac{\xi - \xi_R}{1 - \xi_R} (R_s + R_{sc}). \quad (1)$$

При этом выражение для определения высоты сжатой зоны бетона для случая малого эксцентриситета приложения нагрузки (при $\xi > \xi_R$) преобразуется к следующему виду:

$$x = \frac{N + A_s \frac{R_s + R_{sc} \xi_R}{1 - \xi_R} - R_{sc} A_s'}{R_b b + \frac{(R_s + R_{sc}) A_s}{h_0 (1 - \xi_R)}}. \quad (2)$$

¹ СП 63.13330.2018. СНиП 52-01-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

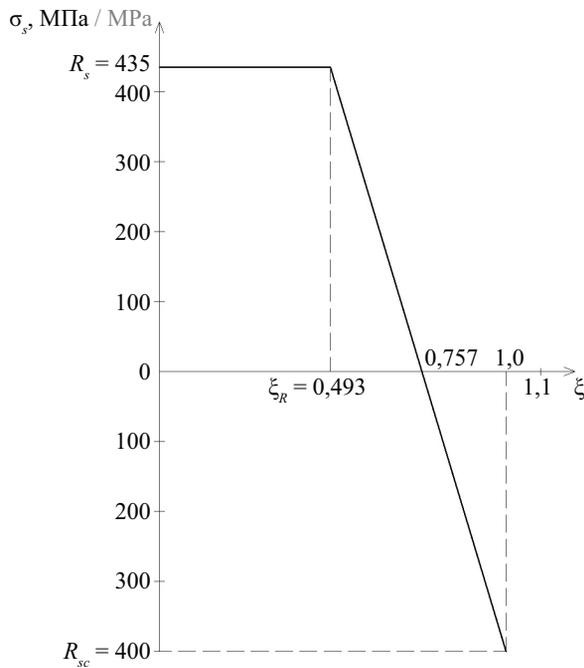


Рис. 1. Линейная аппроксимация нелинейной зависимости σ_s от ξ для арматуры класса А500

Fig. 1. Linear approximation of the nonlinear dependence of σ_s on ξ for reinforcement class of А500

Однако в нормативном документе¹ выражение (2) преобразовано к виду, при котором $R_s = R_{sc}$, что, очевидно, не всегда так с учетом того, что напряжения в сжатой арматуре ограничиваются напряжениями, соответствующими деформациям в вершине диаграммы сжатого бетона $\varepsilon_{b0} = 0,002$ (для стержневой арматуры класса А500 и выше $R_{sc} = 400$ МПа):

$$x = \frac{N + R_s A_s \frac{1 + \xi_R}{1 - \xi_R} - R_{sc} A_s'}{R_b b + \frac{2 R_s A_s}{h_0 (1 - \xi_R)}} \quad (3)$$

Сравнение значений коэффициента полноты эпюры в сжатой зоне бетона ω

Comparison of plot completeness coefficient values in the compressed concrete zone ω

Метод Method	Коэффициент полноты эпюры сжатой зоны при классе бетона Coefficient values in the compressed concrete zone								
	B10	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B50	B60
1	0,845	0,843	0,841	0,838	0,836	0,834	0,832	0,828	0,824
2	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
3	0,786	0,786	0,786	0,786	0,786	0,786	0,786	0,786	0,786
4	0,859	0,855	0,850	0,844	0,841	0,837	0,833	0,824	0,814
5	0,873	0,866	0,857	0,849	0,844	0,839	0,834	0,824	0,814

Примечание: 1 — экспериментальная зависимость² [22]; 2 — значения, приведенные в действующем нормативном документе¹; 3 — двухлинейная диаграмма деформирования бетона¹; 4 — трехлинейная диаграмма деформирования бетона¹; 5 — криволинейная диаграмма деформирования бетона (СП 63.13330.2018, прил. Г¹) [23].

Note: 1 — experimental dependence² [22]; 2 — values given in the current normative document¹; 3 — two-line diagram of concrete deformation¹; 4 — three-line diagram of concrete deformation¹; 5 — curvilinear diagram of concrete deformation (CP 63.13330.2018, appendix G¹) [23].

² СНиП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции. М. : Госстрой СССР, 1989.

При этом замена R_{sc} на R_s в выражении (2) не приводит к какому-либо значительному влиянию на изменение величины сжатой зоны бетона для прямоугольной эпюры. Поэтому в нормативных документах принята окончательная форма выражения для определения x по уравнению (3). Следует отметить, что зависимость (1) была получена на основании экспериментальных исследований на элементах из бетонов классов по прочности до В30 и арматуры классов А240–А400.

Таким образом, в действующих нормативных документах¹ приняты две основные расчетные предпосылки, позволяющие получить достаточно простую зависимость (3): замена фактической криволинейной эпюры в сжатой зоне бетона прямоугольной и линейная зависимость между напряжениями в растянутой арматуре и высотой сжатой зоны бетона за пределами граничной высоты. Каждая из указанных расчетных предпосылок приводит к погрешности вычисления фактической предельной несущей способности внецентренно сжатого железобетонного элемента в сравнении с предельной несущей способностью, получаемой по результатам расчетов на основе нелинейно-деформационной модели нормального сечения.

Для устранения данного расхождения результатов расчета основной целью ставится получение аналитического выражения для определения фактической высоты сжатой зоны бетона на основе наиболее близкой к криволинейной, трехлинейной диаграммы деформирования, представленной в СП 63.13330¹.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Основным преимуществом принятой в данной работе для дальнейшего исследования трехлинейной диаграммы является хорошее совпадение описываемой формой диаграммы величины внутренней энергии деформирования бетона в сравнении с опытными кривыми деформирования, что может быть хорошо

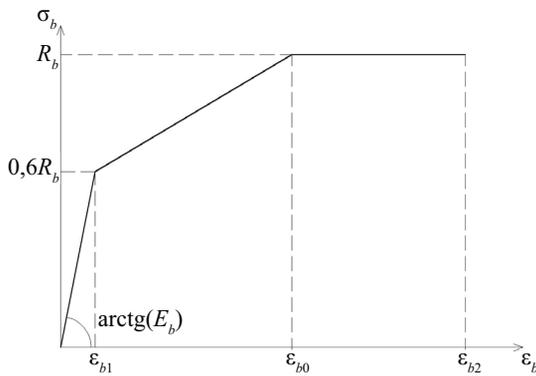


Рис. 2. Нормированная трехлинейная диаграмма деформирования сжатого бетона

Fig. 2. Three-line diagram of compressed concrete deformation

оценено сравнением площадей, ограничиваемых рассматриваемой диаграммой, или коэффициентом полноты эпюры в сжатой зоне (таблица).

Как видно из таблицы и рис. 2, среднее расхождение коэффициента полноты эпюры, а значит и значений внутренней энергии деформирования бетона, принятой далее в расчетной методике трехлинейной диаграммы деформирования (рис. 3), относительно экспериментальных данных [22] составляет менее 0,5 %. Расхождение между значениями, вычисленными по более сложной и совершенной криволинейной диаграмме деформирования, и опытными значениями [22] — 1,0 %.

Рассмотрим нормальное сечение внецентренно сжатого элемента с малым эксцентриситетом приложения продольного усилия при трехлинейной эпюре в сжатой зоне бетона (рис. 3). Очевидно, что эпюра в сжатой зоне бетона будет полностью повторять

принятую в методике диаграмму деформирования, представленную на рис. 2. В сечении при достижении максимума несущей способности неизвестными являются две величины: полная высота сжатой зоны бетона и напряжения в арматуре у растянутой грани сечения, которые связаны между собой следующим соотношением, получаемым исходя из гипотезы сохранения плоского поворота нормального сечения:

$$\sigma_s = \frac{h_0 - x}{x} E_s \epsilon_{b2}; \quad (4)$$

$$\sigma_s^I = \frac{x - a_s^I}{x} E_s \epsilon_{b2}. \quad (5)$$

Запишем уравнение равенства внешних и внутренних усилий на продольную ось элемента:

$$N - (0,3x_1 + 0,8x_2 + x_3) R_b b - \sigma_s^I A_s^I + \sigma_s A_s = 0, \quad (6)$$

где

$$x_1 = \frac{\epsilon_{b1}}{\epsilon_{b2}} x; \quad (7)$$

$$x_2 = \frac{\epsilon_{b0} - \epsilon_{b1}}{\epsilon_{b2}} x; \quad (8)$$

$$x_3 = \frac{\epsilon_{b2} - \epsilon_{b0}}{\epsilon_{b2}} x. \quad (9)$$

Уравнение (6) с учетом зависимостей (4), (5) представляет собой квадратное уравнение относительно одной неизвестной — полной высоты сжатой зоны бетона x . В совместном решении уравнения (6), уравнений (4), (5) и (7)–(9) зависимость для определения полной высоты сжатой зоны бетона запишется следующим образом:

$$x = \frac{N - E_s \epsilon_{b2} (A_s + A_s^I) + \sqrt{(N - E_s \epsilon_{b2} (A_s + A_s^I))^2 + 4 E_s R_b b (A_s h_0 + A_s^I a_s^I) (\epsilon_{b2} - 0,2 \epsilon_{b0} - 0,5 \epsilon_{b1})}}{2 R_b b \left(1 - 0,2 \frac{\epsilon_{b0}}{\epsilon_{b2}} - 0,5 \frac{\epsilon_{b1}}{\epsilon_{b2}} \right)}. \quad (10)$$

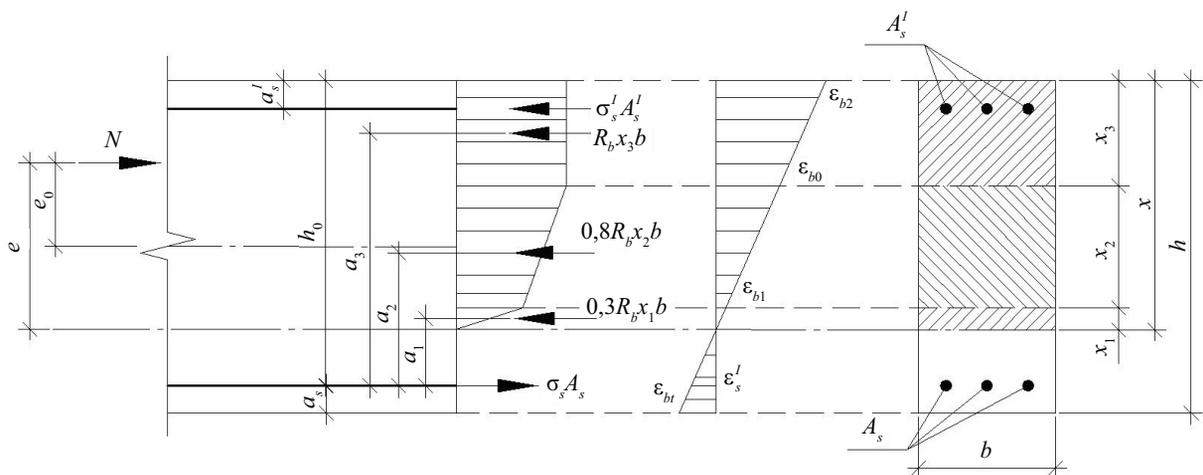


Рис. 3. Схема к определению усилий, напряжений и относительных деформаций в нормальном сечении

Fig. 3. Scheme for determining forces, stresses and relative deformations in a normal section

Упрощая выражение (10) и принимая $E_s = 2 \cdot 10^6$ МПа, $\varepsilon_{b0} = 2,0 \cdot \text{мм/м}$, $\varepsilon_{b2} = 3,5 \cdot \text{мм/м}$, $\varepsilon_{b1} = 0,6 \cdot R_b/E_b$, запишем упрощенную форму выражения для установления полной высоты сжатой зоны бетона x для предлагаемой методики:

$$x = \frac{N - 700(A_s + A'_s) + \sqrt{(N - 700(A_s + A'_s))^2 + 2800 \cdot R_b b (A_s h_0 + A'_s a'_s)(0,885 - 85 R_b/E_b)}}{2R_b b (0,885 - 85 R_b/E_b)}. \quad (11)$$

В случае симметричного армирования выражение (11) приводится к следующему упрощенному виду:

$$x = \frac{N - 1400 \cdot A_s + \sqrt{(N - 1400 \cdot A_s)^2 + 2800 \cdot R_b b A_s h (0,885 - 85 R_b/E_b)}}{2R_b b (0,885 - 85 R_b/E_b)}. \quad (12)$$

Для определения предельной несущей способности необходимо вычислить расстояния от центра тяжести растянутой арматуры до центра тяжести каждого участка эпюры в сжатой зоне a_1, a_2, a_3 (рис. 3). Однако в этом случае получаемое выражение для определения предельного момента относительно центра тяжести растянутой арматуры значительно усложняется.

С целью упрощения расчетного выражения по установлению предельного изгибающего момента, воспринимаемого сечением относительно центра тяжести растянутой арматуры, перейдем от полной высоты сжатой зоны бетона к условной высоте сжатой зоны с прямоугольной эпюрой через коэффициент полноты эпюры в сжатой зоне (таблица), который определяется из равенства площадей прямоугольной и кусочно-линейной эпюры в сжатой зоне (рис. 3). Для принятой трехлинейной диаграммы коэффициент полноты эпюры определяется выражением:

$$\omega = 1 - 0,2 \frac{\varepsilon_{b0}}{\varepsilon_{b2}} - 0,5 \frac{\varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b2}}, \quad (13)$$

где $\varepsilon_{b1} = \frac{0,6R_b}{E_b}$; $\varepsilon_{b0} = 0,002$; $\varepsilon_{b2} = 0,0035$ — фиксированные для данного класса бетона параметрические точки диаграммы деформирования сжатого бетона.

После введения значений параметрических точек трехлинейной диаграммы в формулу (13) коэффициент полноты эпюры в сжатой зоне ω с достаточной точностью окончательно будет равен:

$$\omega = 0,885 - 85 R_b/E_b. \quad (14)$$

Рассматривая расчетное сечение (рис. 3), составим упрощенное выражение для определения предельного изгибающего момента, воспринимаемого нормальным сечением с учетом замены фактической кусочно-линейной эпюры на прямоугольную для предлагаемой методики метода предельных усилий:

$$M_{ult} = R_b b \omega x (h_0 - 0,5 \omega x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'_s). \quad (15)$$

Или с учетом выражения (14) для коэффициента полноты эпюры в сжатой зоне ω :

$$M_{ult} = R_b b x (0,885 - 85 R_b/E_b) \times (h_0 - 0,5x(0,885 - 85 R_b/E_b)) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'_s). \quad (16)$$

Таким образом, условие прочности нормального сечения железобетонного элемента, сжатого с малым эксцентриситетом при $\xi > \xi_R$, представляется в следующем виде:

$$N \cdot \left(e_0 \eta + \frac{h_0 - a'_s}{2} \right) \leq \left(0,885 - 85 \frac{R_b}{E_b} \right) R_b b x \times (h_0 - 0,5 \left(0,885 - 85 \frac{R_b}{E_b} \right) x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'_s), \quad (17)$$

где полная высота сжатой зоны x определяется для симметричного армирования элемента по выражению (12), а для несимметричного армирования элемента по выражению (11).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Результаты по определению несущей способности внецентренно сжатых с малым эксцентриситетом приложения продольного усилия железобетонных элементов при разном проценте армирования, прочности бетона и эксцентриситете приложения нагрузки, получаемые по зависимостям (12), (17), в сравнении с результатами, получаемыми по формуле (3), представлены на рис. 4.

В качестве эталонных значений предельной несущей способности на рис. 4 приняты значения, получаемые по нелинейной деформационной модели с криволинейной диаграммой деформирования бетона в сжатой и растянутой зонах, которая представлена в приложении Γ^1 (черная штрихпунктирная линия). Всего было рассмотрено 50 различных вариаций безразмерного условного параметра $R_s A_s / R_b b h_0$ при трех величинах эксцентриситета приложения вертикального усилия $e = 0,2h, 0,4h$ и $0,6h$.

Горизонтальными штриховыми линиями на рис. 4 показаны средние значения отклонений получаемых результатов в сравнении с нелинейной деформационной моделью нормального сечения среди всей выборки результатов для обеих методик. Для общей рассмотренной выборки среднее значение отношения предельной продольной силы N_{ult} и предельной продольной силы, вычисленной согласно нелинейной деформационной модели, составило:

- 1,022 при среднеквадратичном отклонении 0,186 — при расчете по условной высоте сжатой зоны (3);

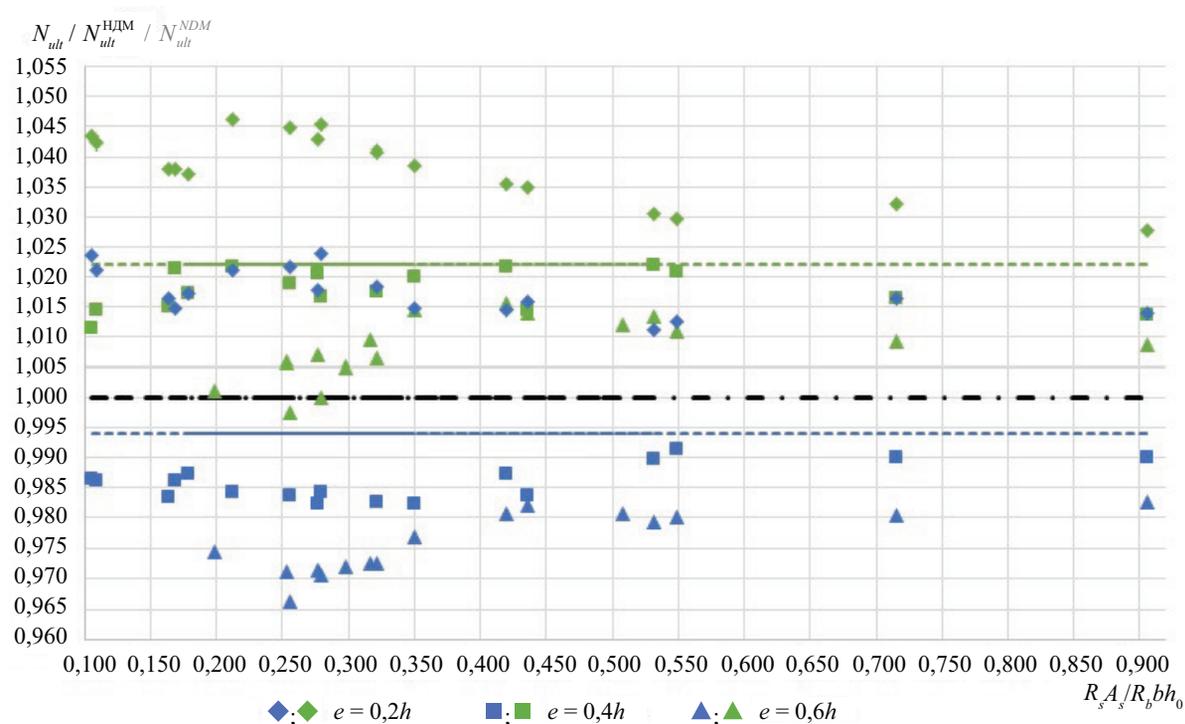


Рис. 4. Сравнение значений предельной продольной силы, вычисленной по зависимостям метода предельных усилий СП 63.13330¹ (зеленым цветом) и зависимостям (12), (17) (синим цветом), с результатами, полученными по нелинейной деформационной модели при различных малых эксцентриситетах

Fig. 4. Comparison of the values of the limiting longitudinal force calculated from the dependencies of the limiting force method CP 63.13330¹ (in green) and dependencies (12), (17) (in blue) in comparison with the results obtained from the nonlinear deformation model at various small eccentricities

• 0,994 при среднеквадратичном отклонении 0,139 — при расчете по фактической высоте сжатой зоны (12).

В целом результаты, получаемые при вычислении предельной несущей способности внецентренно сжатых с малым эксцентриситетом элементов, близки для обеих рассмотренных зависимостей. Однако использование экспериментальной зависимости (3) в некоторых случаях приводит к переоценке несущей способности элементов до 5,0 %. Применение зависимости (12) для определения полной высоты сжатой зоны и зависимости (17) для вычисления предельной несущей способности не приводит к переоценке или недооценке несущей способности внецентренно сжатого элемента более 2,5 % или более 3,5 % соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Применение аналитического выражения для определения фактической высоты сжатой зоны бетона, полученного на основе нормируемой трехлинейной диаграммы деформирования сжатого бетона, при расчете прочности нормальных сечений внецентренно сжатых элементов для случаев малых эксцентриситетов позволяет достичь максимальной сходимости с результатами расчетов по нелинейной деформационной модели без необходимости использования итерационных подходов в решении задачи.

Предлагаемая расчетная методика может быть применима в качестве замены существующего нормативного подхода метода предельных усилий применительно к внецентренно сжатым железобетонным элементам для случаев малых эксцентриситетов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Залесов А.С., Чистяков Е.А., Ларичева И.Ю. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил // Бетон и железобетон. 1996. № 5. С. 16–18. EDN XMVQDB.
2. Горбатов С.В., Смирнов С.Г. Расчет прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов

прямоугольного сечения на основе нелинейной деформационной модели // Вестник МГСУ. 2011. № 2–1. С. 72–76. EDN OUVYNH.

3. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К расчету прочности, жесткости и трещиностойкости внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением нелинейной деформацион-

ной модели // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 4 (26). С. 113–120. EDN RSTDVV.

4. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. Проектирование бетонных, железобетонных и армокаменных элементов и конструкций с применением диаграммных методов расчета. М. : Изд-во АСВ, 2023. 194 с.

5. Радайкин О.В. Развитие теории диаграммно-го метода расчета стержневых элементов из армированного бетона : дис. ... д-ра техн. наук. Казань, 2023. 471 с. EDN HGRDMK.

6. Старишко И.Н. Расчет несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов при различных значениях эксцентриситетов приложения продольных сил // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 5. С. 21–33. EDN UGJXFB.

7. Старишко И.Н. Теории и примеры расчета прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов прямоугольного сечения // Academia. Архитектура и строительство. 2019. № 4. С. 94–103. DOI: 10.22337/2077-9038-2019-4-94-103. EDN JEOZYТ.

8. Шевченко А.В., Давидюк А.А., Баглаев Н.Н. Метод итераций для расчета железобетонных элементов на основе нелинейной деформационной модели // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 3. С. 13–18. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.03.13-18. EDN PJZDHL.

9. Al-Noury S.I., Chen W.F. Behavior and design of reinforced and composite concrete sections // Journal of the Structural Division. 1982. Vol. 108. Issue 6. Pp. 1266–1284. DOI: 10.1061/jsdeag.0005965

10. Bentz E.C. Sectional analysis of reinforced concrete members : PhD thesis. Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 2000.

11. Sargin M. Stress-strain relationship for concrete and the analysis of structural concrete sections // Stud; No. 4, Solid Mechanics Oivision. University of Waterloo. Ontario, Canada, 1971.

12. Кузьмичев А.Е. Исследование влияния пластических деформаций сжатого бетона на перераспределение усилий в железобетонных рамах // Труды НИИЖБ. Вып. 17. Исследования по теории железобетона. М. : Госстройиздат, 1960.

13. Кротовский С.С. Экспериментальное исследование жесткости внецентренно сжатых железобетонных элементов // Труды НИИЖБ. Вып. 4. М. : Госстройиздат, 1959.

14. Мордовский С.С., Мурашкин В.Г. Напряженное состояние экспериментальных образцов при внецентренном нагружении // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 4. С. 137. EDN PBIQYZ.

15. Веретенников В.И., Бармотин А.А. О влиянии размеров и формы сечения элементов на диаграмму деформирования бетона при внецентренном сжатии // Бетон и железобетон. 2000. № 5. С. 27–30.

16. Маилян Д.Р. Влияние армирования и эксцентриситета сжимающего усилия на деформативность бетона и характер диаграммы сжатия // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона. Ростов н/Д : РИСИ, 1979. С. 70–82.

17. Мухамедиев Т.А., Майоров С.А. Расчет прочности внецентренно сжатых бетонных элементов с композитной полимерной арматурой // Вестник НИЦ Строительство. 2022. № 2 (33). С. 150–160. DOI: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-150-160. EDN FEVEFI.

18. Мухамедиев Т.А., Кузеванов Д.В. К вопросу расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов по СНиП 52-01 // Бетон и железобетон. 2012. № 2. С. 21–24. EDN PNDZMQ.

19. Mirsayapov I.T., Apkhadze G.T. Modified trilinear stress-strain diagram of concrete designed for calculation of beams with fiberglass rebar // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 890. Issue 1. P. 012079. DOI: 10.1088/1757-899x/890/1/012079

20. Мирсаяпов Ил.Т., Анхадзе Г.Т. Прочность нормального сечения перестроенных изгибаемых элементов с полимерной композитной арматурой с учетом нисходящей ветви диаграммы деформирования бетона // Долговечность строительных материалов, изделий и конструкций : мат. Всерос. науч.-техн. конф. 2019. С. 170–172. EDN OUDFTM.

21. Чистяков Е.А. Основы теории, методы расчета и экспериментальные исследования несущей способности сжатых железобетонных элементов при статическом нагружении : дис. ... д-ра техн. наук. М., 1968.

22. Гвоздев А.А. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций. М. : Стройиздат, 1978. 207 с.

23. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М. : Стройиздат, 1996. 416 с.

Поступила в редакцию 1 ноября 2023 г.

Принята в доработанном виде 14 июня 2024 г.

Одобрена для публикации 14 июня 2024 г.

ОБ АВТОРАХ: **Илшат Талгатович Мирсаяпов** — доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций; **Казанский государственный архитектурно-строительный уни-**

верситет (КГАСУ); 420043, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1; РИНЦ ID: 621651, Scopus: 57218826227, ResearcherID: G-7228-2019, ORCID: 0000-0003-4902-6167; mirsayapovit@mail.ru;

Георгий Татеевич Апхадзе — аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций; Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КГАСУ); 420043, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1; РИНЦ ID: 1216362, ORCID: 0009-0004-9868-3790; georgevt@yandex.ru.

Вклад авторов: авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Zalesov A.S., Chistyakov E.A., Laricheva I.Yu. Deformation calculation model of reinforced concrete elements under the action of bending moments and longitudinal forces. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1996; 5:16-18. EDN XMVQDB. (rus.).
2. Gorbatov S.V., Smirnov S.G. Design of strength eccentric compression reinforced concrete elements of rectangular section on the basis of nonlinear deformation model. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2011; 2-1:72-76. EDN OUVYNH. (rus.).
3. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaikin O.V. Calculation of strength, stiffness and crack resistance of eccentrically compressed reinforced concrete elements using non-linear deformation model. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*. 2013; 4(26):113-120. EDN RSTDVV. (rus.).
4. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaikin O.V. *Design of concrete, reinforced concrete and reinforced masonry elements and structures using diagrammatic calculation methods*. Moscow, ASV Publishing House, 2023; 194. (rus.).
5. Radaikin O.V. *Development of the theory of the diagrammatic method for calculating rod elements made of reinforced concrete : dissertation ... Doctor of Technical Sciences*. Kazan, 2023; 471. EDN HGRDMK. (rus.).
6. Starishko I.N. Analysis of carrying capacity of eccentric compressed reinforced concrete blocks under different values of eccentricities of longitudinal forces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015; 5:21-33. EDN UGJXFB. (rus.).
7. Starishko I.N. Methods for determining the strength of eccentrically compressed reinforced concrete rectangular sections. *Academia. Architecture and Construction*. 2019; 4:94-103. DOI: 10.22337/2077-9038-2019-4-94-103. EDN JEOZYT. (rus.).
8. Shevchenko A.V., Davidyuk A.A., Baglaev N.N. Iteration method for the calculation of reinforced concrete elements based on a nonlinear deformation model. *Industrial and Civil Engineering*. 2022; 3:13-18. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.03.13-18. EDN PJZDHL. (rus.).
9. Al-Noury S.I., Chen W.F. Behavior and design of reinforced and composite concrete sections. *Journal of the Structural Division*. 1982; 108(6):1266-1284. DOI: 10.1061/jsdeag.0005965
10. Bentz E.C. *Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members : PhD Thesis*. Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 2000.
11. Sargin M. Stress-Strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete section. *Stud. No. 4, Solid Mechanics Division*. University of Waterloo, Ontario, Canada, 1971.
12. Kuzmichev A.E. Study of the influence of plastic deformations of compressed concrete on the redistribution of forces in reinforced concrete frames. *Proceedings of NIIZhB. Vol. 17. Research on the theory of reinforced concrete*. Moscow, Gosstroyizdat, 1960. (rus.).
13. Krotovsky S.S. Experimental study of the rigidity of eccentrically compressed reinforced concrete elements. *Proceedings of NIIZhB. Vol. 4*. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1959. (rus.).
14. Mordovskiy S.S., Murashkin V.G. Stress state of experimental designs for loading eccentric. *Modern Problems of Science and Education*. 2012; 4:137. EDN PBIQYZ. (rus.).
15. Veretennikov V.I., Barmotin A.A. On the influence of the dimensions and cross-sectional shape of elements on the stress-strain diagram of concrete under eccentric compression. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2000; 5:27-30. (rus.).
16. Mailyan D.R. The influence of reinforcement and eccentricity of compressive force on the deformability of concrete and the nature of the compression diagram. *Questions of strength, deformability and crack resistance of reinforced concrete*. Rostov-on-Don, RISI, 1979; 70-82. (rus.).
17. Mukhamediev T.A., Maiorov S.A. Strength calculation of eccentrically compressed concrete elements with a composite polymer reinforcement. *Bulletin of the Scientific Research Center "Construction"*. 2022; 2(33):150-160. DOI: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-150-160. EDN FEVEFI. (rus.).
18. Mukhamediev T.A., Kuzevanov D.V. On the issue of calculating eccentrically compressed reinforced concrete elements according to SNiP 52-01. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2012; 2:21-24. EDN PNDZMQ. (rus.).
19. Mirsayapov I.T., Apkhadze G.T. Modified trilinear stress-strain diagram of concrete designed for

calculation of beams with fiberglass rebar. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020; 890(1):012079. DOI: 10.1088/1757-899x/890/1/012079

20. Mirsayapov I.T., Apkhadze G.T. Strength of the normal section of re-reinforced bending elements with polymer composite reinforcement taking into account the descending branch of the concrete deformation diagram. *Durability of building materials, products and structures : materials of the All-Russian Scientific and Technical Conference*. 2019; 170-172. EDN OUDFTM. (rus.).

21. Chistyakov E.A. *Fundamentals of theory, calculation methods and experimental studies of the load-bearing capacity of compressed reinforced concrete elements under static loading : dissertation ... Doctor of Technical Sciences*. Moscow, 1968. (rus.).

22. Gvozdev A.A. *New in the design of concrete and reinforced concrete structures*. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978; 207. (rus.).

23. Karpenko N.I. *General models of reinforced concrete mechanics*. Moscow, Stroyizdat Publ., 1996; 416. (rus.).

Received November 1, 2023.

Adopted in revised form on June 14, 2024.

Approved for publication on June 14, 2024.

B I O N O T E S : **Ilshat T. Mirsayapov** — Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures; **Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)**; 1 Zelenaya st., Kazan, 420043, Russian Federation; ID RSCI: 621651, Scopus: 57218826227, ResearcherID: G-7228-2019, ORCID: 0000-0003-4902-6167; mirsayapovit@mail.ru;

Georgiy T. Apkhadze — postgraduate student of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures; **Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)**; 1 Zelenaya st., Kazan, 420043, Russian Federation; ID RSCI: 1216362, ORCID: 0009-0004-9868-3790; georgevt@yandex.ru.

Contribution of the authors: authors made equivalent contributions to the publication.

The authors declare that there is no conflict of interest.