

Использование границы Парето при поиске компромиссных правил регулирования уровня озера Байкал

А. В. Лотов¹, А. И. Рябиков¹, М. В. Болгов¹, А. Л. Бубер¹

¹Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

¹Институт водных проблем РАН, Москва, Россия

¹Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А. Н. Костякова, Москва, Россия

Аннотация. Описывается метод компьютерной поддержки при поиске компромиссных правил регулирования уровня озера Байкал и выработке правил управления каскадом водохранилищ реки Ангара. Метод основан на диалоговой визуализации границы Парето, что позволяет экспертам находить эффективные компромиссы между различными требованиями и обосновывать получающееся решение. С помощью метода было сформулировано компромиссное правило управления каскадом, которое соответствует всем основным требованиям и может быть использовано при подготовке документов государственного управления водными ресурсами бассейна реки Ангара.

Ключевые слова: Поддержка принятия решений, многокритериальная оптимизация, визуализация границы Парето, правила управления, каскад водохранилищ.

DOI 10.14357/20718594220306

Введение

Каскады водохранилищ, расположенные в бассейнах крупных рек, являются важнейшими возобновляемыми источниками электрической энергии и играют большую роль в удовлетворении потребностей многих отраслей народного хозяйства. Одновременно они оказывают существенное влияние на состояние окружающей среды. Возрастание уровня использования водных ресурсов, ограниченность полезных объемов водохранилищ в сочетании с высокими требованиями водопользователей и водопотребителей к надежности обеспечения водой приводят к необходимости использовать методы оптимизации для построения правил управления каскадом водохранилищ.

Правила управления каскадом водохранилищ должны решать стоящую перед ними задачу при наличии весьма неточной информации о будущей приточности к водохранилищам. Эта проблема решается путем назначения правил попуска водохранилищ, использующих знание их текущего состояния. Эти правила должны смягчать нежелательные последствия дисбаланса между приточностью и попусками водохранилищ. Например, в маловодные периоды попуски должны обеспечивать безопасное прохождение судов, а в периоды паводков – предотвращать затопление территории, прилегающих к нижнему бьефу плотин. При этом необходимо обеспечивать гарантированную энергоотдачу ГЭС, удовлетворять потребности промышленного, сельскохозяйственного и

✉ Лотов Александр Владимирович. E-mail: avlotov@yandex.ru

коммунального водоснабжения, гарантировать работоспособность водозаборов, а также создавать благоприятные условия для рыбного хозяйства. Для удовлетворения потребностей в воде в маловодные периоды требуется по возможности наполнять водохранилища до проектного уровня в период весенних половодий и дождевых паводков, не превысив при этом регламентированные максимальные расходы воды и уровни в нижних бьефах и обеспечив безопасные условия прохождения паводка для гидротехнических сооружений. В рамках правил управления каскадом должен быть реализован компромисс между перечисленными противоречивыми требованиями к водопользованию и защитой окружающей среды.

Задача усложняется несовпадением интересов многочисленных лиц и организаций, жизнь и деятельность которых затрагиваются правилами управления водохранилищами. К таким лицам и организациям относятся и администрации регионов, расположенных в бассейне реки, и собственники и сотрудники предприятий, использующих водные ресурсы, и организации экологического контроля, и политические партии, и рядовые жители региона. Противоречивые требования этих групп должны быть в той или иной мере учтены при разработке правил управления водохранилищами. Для решения этой проблемы обычно используются различные формальные и неформальные совещания и переговоры между заинтересованными лицами. Наше исследование направлено на поддержку выработки решения путем информирования участников процесса об эффективных компромиссах.

Задача построения компромиссных правил управления бассейном реки в исследовании математически формализуется как задача многокритериальной оптимизации, критерии которой связаны с упомянутыми выше требованиями участников процесса выбора решения. При этом для поддержки этого процесса используется метод диалоговых (интерактивных) карт решений (ДКР) [1, 2], в рамках которого осуществляется диалоговая визуализация множества эффективных (неулучшаемых) компромиссов в пространстве критериев, представляющего собой границу Парето множества достижимых значений критериев. Точки границы Парето являются неулучшаемыми в том смысле, что нельзя улучшить значение какого-нибудь критерия без ухудше-

ния значения хотя бы одного из остальных критериев. Визуализация границы Парето должна помочь выбрать компромиссную точку этой границы за счет информирования участников процесса выбора решения (в нашем случае, правила управления бассейном) о возможных эффективных критериальных векторах и о том, как улучшение значения какого-либо важного критерия связано с потерями по остальным критериям (как принято говорить, об объективных замещениях критериев).

В целом применение метода ДКР для поддержки выбора компромиссного водохозяйственного решения состоит из следующих шагов:

- 1) строится математическая модель изучаемой водохозяйственной системы;
- 2) формируется система критериев выбора компромиссного решения;
- 3) осуществляется аппроксимация границы Парето;
- 4) участники процесса выбора решения самостоятельно или с помощью экспертов изучают множество эффективных компромиссов (т.е. границу Парето) и, может быть, предлагают компромиссные варианты решения;
- 5) происходит организованное или неформальное обсуждение проблемы с учетом информации, полученной при анализе границы Парето;
- 6) результаты обсуждения должны представлять собой компромиссное эффективное сочетание значений критериев, по которому находится водохозяйственное решение;
- 7) найденное решение обсуждается и корректируется с использованием более сложных моделей водохозяйственной системы и, может быть, несколько модифицированных критериев; согласованное решение передается в вышестоящую организацию для окончательного утверждения.

В данной статье метод ДКР применяется для поиска компромиссного решения задачи выбора правила управления каскадом водохранилищ Ангары. В Разделе 1 статьи дается описание проблемы и формулируется математическая модель, используемая в исследовании. В Разделе 2 описываются используемые правила управления водохранилищами каскада. В Разделе 3 вводятся критерии выбора решения. В Разделе 4 кратко описывается метод диалоговых карт решений и рассматриваются особенности его применения в задаче управления кас-

кадом водохранилищ. Раздел 5 посвящен использованию метода ДКР при выработке комприссного правила управления ангарским каскадом.

1. Проблемы и модель ангарского каскада водохранилищ

Регулирование стока Ангары, в том числе регулирование уровня озера Байкал, осуществляется с помощью каскада плотин и водохранилищ, построение которого началось в 1950-х годах и закончилось в начале XXI века (Рис. 1). При этом важнейшей проблемой управления ангарским каскадом является задача регулирования уровня озера Байкал, в рамках которой требуется ежегодно повышать уровень озера за счет большого стока в летние месяцы и использовать накопленную воду зимой.

Проблема годовой неравномерности стока усложняется наличием маловодных лет, когда требуется тратить воду, накопленную в многоводные годы. Так, приток воды за май-сентябрь в маловодный 1980 год был почти в 3 раза меньше притока воды за май-сентябрь в многоводный 1933 год. Поэтому эффективность работы ангарского каскада в значительной степени определяется возможностью варьировать уровень озера с целью выполнения требований, перечисленных выше. В то же время, варьирование уровня озера Байкал может вызвать отрицательные экологические последствия. В частности, из-за сильных колебаний уровня в озере Байкал могут временно исчезать небольшие мелководные заливы, играющие важную

роль в обеспечении жизненного цикла рыб, обитающих только в этом водоеме (в частности, байкальского омуля). Для ограничения отрицательных экологических последствий больших колебаний уровня озера Байкал правительство РФ в 2001 году установило (постановление № 234 от 26.03.2001) минимальное и максимальное значения уровня воды в озере Байкал на отметках соответственно 456 и 457 метров. Такое решение было обосновано требованиями некоторых экологов, считавших что уменьшение колебаний Байкала должно создать благоприятные условия для экологии Байкала, в особенности для воспроизводства омуля. Специалисты по водному хозяйству с самого начала предупреждали, что это решение неправильно, поскольку противоречит естественным процессам колебания уровня Байкала и помешает запасти воду в многоводные годы для ее использования в маловодные. Это утверждение основывалось на том, что в естественном состоянии (до строительства системы водохранилищ) колебания уровня Байкала составляли более двух метров. Предсказания водохозяйственников сбылись в годы низкой приточности (2014-2018 гг.), когда уровень Байкала упал ниже 456 м. В связи с этим было принято постановление правительства РФ от 27 декабря 2017 года № 1667 «О максимальных и минимальных значениях уровня воды в озере Байкал в 2018-2020 годах», в котором действие постановления № 234 приостанавливалось на 2018-2020 годы и устанавливались минимальное и максимальное значения уровня воды в озере Байкал: в маловодный период 455,54 мет-



Рис.1. Продольный профиль ангарского каскада ГЭС

ра, а в многоводный период 457,85 метра. Вопрос о том, в какой мере это временное постановление должно стать основой постоянного постановления и являются ли его ограничения обоснованными с точки зрения противоречивых требований к ангарскому каскаду водохранилищ, остался открытым и потребовал дополнительных исследований.

Математическая модель каскада водохранилищ реки Ангара, используемая в данной работе, представляет собой динамическую систему с дискретным временем. Модель разработана для общего случая каскада из n_0 водохранилищ, расположенных в основном русле реки. Пусть i – номер водохранилища, $i = 1, \dots, n_0$. Предполагается, что водохранилище с номером $i + 1$ находится ниже i -го водохранилища. Год в модели разбит на I временных интервалов неодинаковой продолжительности. В случае бассейна Ангары длительность интервала составляет 10 дней в период половодья с мая по сентябрь и один месяц в остальные. В итоге год разбивается на 22 интервала, 15 из которых приходятся на период половодья.

Пусть процесс управления каскадом рассматривается на отрезке времени продолжительностью в P_0 лет, номер интервала отсчитывается от начала отрезка, $t = 1, 2, \dots$. Тогда общее число интервалов $t_0 = I \cdot P_0$. Для модели ангарского бассейна величина P_0 равна 103 годам, т.е. $t_0 = 2266$. Интервал времени с номером t начинается в момент $t-1$ и заканчивается в момент t . Для каждого интервала времени с номером t можно найти календарный номер $\tau(t)$, соответствующий его порядку внутри года, т.е. $\tau = 1, \dots, I$.

Состояние каскада в момент t задается объемами воды в водохранилищах $W_i^t, i = 1, \dots, n_0$.

Динамика объемов для всех водохранилищ (кроме Иркутского) описывается балансовым уравнением:

$$W_i^t = W_i^{t-1} + Q_i^t + R_{i-1}^t - R_i^t, i = 2, \dots, n_0, \quad (1)$$

где R_i^t – попуск из i -го водохранилища; R_{i-1}^t – попуск из водохранилища, лежащего выше по течению; Q_i^t – боковая приточность к i -му водохранилищу (все за интервал времени t).

В формуле (1) мы пренебрегаем испарением воды, коммунальным и промышленным водозабором и т.д. Не учитывается время добега волны, вызываемой изменением попуска водохранилища, расположенного выше по течению. Таким образом, продолжительность интервала времени должна быть достаточно велика (не менее декады).

Для Иркутского водохранилища ($i=1$), частью которого является озеро Байкал, в качестве объема воды W_1^t принимается объем озера Байкал, находящийся выше уровня 455 метров (изменениями объема воды в собственно Иркутском водохранилище пренебрегаем в связи с его малыми размерами). Балансовое уравнение для Иркутского водохранилища имеет вид:

$$W_1^t = W_1^{t-1} + Q_1^t - R_1^t, t = 1, \dots, t_0, \quad (2)$$

где Q_1^t – полная приточность Байкала за интервал t (за вычетом испарения).

Уровень i -го водохранилища H_i^t связан с объемом воды в нем батиметрической функцией, заданной таблично:

$$H_i^t = F_i^1(W_i^t), t = 1, \dots, t_0, i = 1, \dots, n_0. \quad (3)$$

Уровни верхнего \bar{H}_i^t и нижнего \underline{H}_i^t бьефов для всех плотин в конце интервала времени t рассчитываются на основе объема W_i^t в конце интервала t и попуска R_i^t за интервал t на основе табличных функций:

$$\bar{H}_i^t = F_i^{BB}(W_i^t, R_i^t), \underline{H}_i^t = F_i^{HB}(R_i^t), \quad (4)$$

$$t = 1, \dots, t_0, i = 1, \dots, n_0.$$

На основе величин $\bar{H}_i^t, \underline{H}_i^t, i = 1, \dots, n_0$ может быть приближенно рассчитана средняя выработка электроэнергии в единицу времени за интервал времени t на ГЭС i -ой плотины:

$$N_i^t = F_i^N(\bar{H}_i^t - \underline{H}_i^t, R_i^t), t = 1, \dots, t_0, \quad (5)$$

где $F_i^N(\cdot, \cdot)$ – заданная непрерывная функция, $i = 1, \dots, n_0$. В ней учитываются КПД турбин, расход воды на их работу и т.д.

2. Особенности правила управления водохранилищами каскада

В соответствии с современной практикой управления водными ресурсами, попуски из водохранилищ осуществляются на основе правил управления, разработанных с использованием опыта, имеющегося у водохозяйственников, и многолетних данных о приточности. Такой подход позволяет обойтись без прогноза приточности, дать который на достаточно продолжительный промежуток времени не представляется возможным. Правила разрабатываются для каждого из календарных интервалов времени, на которые разбит год, и используются в течении достаточно продолжительного периода времени без изменения [3]. Для одного водохранилища правило можно представить в виде диспетчерского графика (Рис. 2).

На горизонтальной оси графика отложены номера (или названия) календарных интервалов времени (в приведенном примере интервалы совпадают с месяцами). Вертикальные линии соответствуют первому дню интервала, который указан на горизонтальной оси. На вертикальной оси диспетчерского графика отложены значения текущих уровней воды в водохранилище. Правило попуска задается совокупностью непересекающихся графиков непрерывных кусочно-линейных функций времени

(перебойных линий), разбивающих плоскость диспетчерского графика на зоны, упорядоченные по уровням попуска. На Рис. 2 зона 0 лежит ниже «Уровня мертвого объема (УМО)», с которым совпадает самая нижняя перебойная линия. Зоне 0 соответствует минимальный попуск. Зона 7 находится выше самой верхней перебойной линии, ей соответствует максимально возможный попуск. Остальные зоны имеют промежуточный заранее заданный попуск, причем с ростом номера зоны попуск увеличивается.

Пусть имеется $M+1$ перебойных линий диспетчерского графика с номерами от 0 до M . Обозначим через $L_\tau = (L_\tau^{(0)}, \dots, L_\tau^{(M)})$ упорядоченный вектор, составленный из $M+1$ значений перебойных линий ($L_\tau^{(k-1)} \leq L_\tau^{(k)}$, $k=1, \dots, M$) в начале интервала τ (т.е. в точках пересечения перебойной линии с соответствующей вертикальной прямой). Напомним, что год разбит на I календарных интервала, так что $\tau = 1, \dots, I$. Тогда диспетчерский график задается набором векторов:

$$L_\tau, \tau = 1, \dots, I. \quad (6)$$

Векторы (6) являются параметрами правила управления, задаваемого диспетчерским графиком.

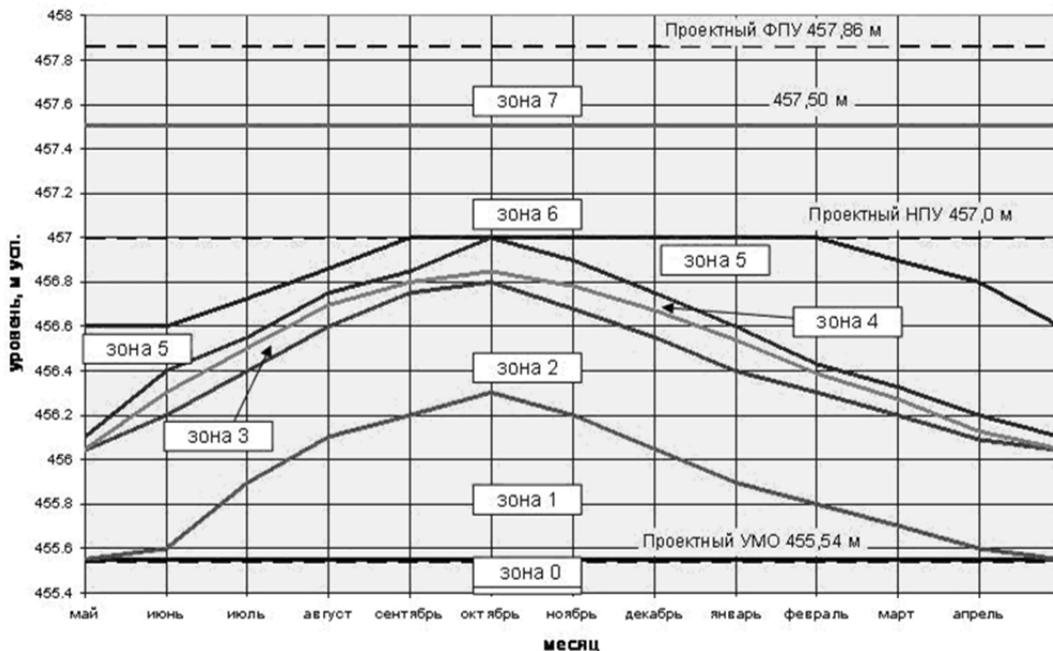


Рис. 2. Пример диспетчерского графика

В связи с наличием батиметрических функций (3), позволяющих связать объем воды в водохранилище с его уровнем, при использовании балансовых соотношений (1), (2) удобнее говорить о зависимости попуска не от уровня, а от объема воды в водохранилище. Полученные зависимости в нужный момент можно пересчитать в зависимости от уровня водохранилища. При рассмотрении одного водохранилища в правиле используется зависимость попуска i -го водохранилища на t -ом интервале времени R_i^t ,

$i = 1, \dots, n_0$, $t = 1, \dots, t_0$, от состояния водохранилища в начале интервала

$$R_i^t = f_{\tau(t)}^i(W_i^{\tau-1}), \quad (7)$$

где индекс τ показывает, что функция зависит от календарного номера, соответствующего интервалу времени t . Как уже говорилось, правило попуска (т.е. эта функция) задается векторами параметров диспетчерского графика этого водохранилища $L_\tau = (L_\tau^{(0)}, \dots, L_\tau^{(M)})$, где $\tau = 1, \dots, I$. Такой подход, однако, не позволяет разработать согласованные (или, как принято говорить, синхронизированные) правила попуска сразу для всего каскада, поскольку требуется учитывать попуск водохранилища, лежащего выше по течению реки. По этой причине зачастую правила управления каскадом строят для каждого водохранилища отдельно, что не позволяет эффективно использовать имеющиеся водные ресурсы.

В применяемой нами методике строятся согласованные правила для всего каскада, в которых учитывается попуск водохранилища, лежащего выше по течению. Для этого соотношение (7) модифицируется, причем считается, что попуск зависит от объема воды в водохранилище не в начале интервала, а от его рассчитываемого значения \hat{W}_i^t в конце интервала $\tau(t)$, т.е.

$$R_i^t = f_{\tau(t)}^i(\hat{W}_i^t). \quad (8)$$

Используя балансовые соотношения (1), можно найти зависимость \hat{W}_i^t от попуска R_i^t в виде:

$$\hat{W}_i^t = W_i^{t-1} + R_{i-1}^t + \hat{Q}_i^t - R_i^t. \quad (9)$$

Считая, что попуск R_{i-1}^t водохранилища, лежащего выше по течению, и прогноз приточности \hat{Q}_i^t известны в начале интервала t , и вспоминая, что функция (8) зависит от векторов параметров L_τ , $\tau = 1, \dots, I$, для данного водохранилища, на основе (8) и (9) получаем, что попуск i -го водохранилища за интервал t рассчитывается по формуле:

$$R_i^t = U(W_i^{t-1} + R_{i-1}^t + \hat{Q}_i^t, L_1, \dots, L_I), \quad (10)$$

где функция $U(\bullet)$ задается диспетчерским графиком.

Описанная выше модель каскада (1)-(5) и формула (10) используются для оценки качества правила, соответствующего тому или иному набору параметров $L_\tau = (L_\tau^{(0)}, \dots, L_\tau^{(M)})$. Прежде всего рассчитываются попуски и объемы воды для всех водохранилищ на весь рассматриваемый период времени $t = 1, \dots, t_0$. Рассмотрим этот вопрос для i -го водохранилища. Кроме параметров правила управления должны быть заданы:

- связь используемого в (10) прогноза приточности на текущий интервал \hat{Q}_i^t , с реализующейся величиной приточности Q_i^t ;
- сценарий приточности к этому водохранилищу на весь период $t = 1, \dots, t_0$;
- начальное значение объема воды в этом водохранилище;
- попуски вышележащего водохранилища на весь период времени.

В данной работе для простоты считается, что $\hat{Q}_i^t = Q_i^t$, т.е. предполагается, что прогнозирование приточности на ближайший интервал времени осуществляется точно. Такое предположение выглядит вполне естественным, поскольку Гидрометцентр формирует краткосрочный прогноз на текущий интервал времени с оправдываемостью более 95 %.

Сценарии боковой приточности к водохранилищам, используемые в соотношении (1), являются не прогнозом, а лишь последовательностями величин приточности, отражающими свойства исторических рядов притока, т.е. многолетних наблюдений за бассейном. Для построения таких сценариев используется информация, собранная организациями Росгидромета

в форме многолетних гидрологических рядов наблюдений. В частности, для Байкала и бассейна Ангары собран ряд большой продолжительности (более сотни лет). Гидрологические ряды можно использовать либо непосредственно как сценарии приточности, либо на их основе статистическими методами можно построить другие сценарии, отражающие различную водность (маловодье, многоводье и др.). Можно, например, рассчитать искусственные ряды любой продолжительности, сгенерировав их как реализация случайных процессов, построенных с использованием исходных гидрологических рядов [4]. Более того, в искусственных рядах можно учесть гипотезы об изменении приточности как следствия изменения климата на Земле. В статье считается, что сценарии боковой приточности, используемые для оценки правил управления, заданы для всех водохранилищ и имеют одинаковую продолжительность.

Проблема задания начальных объемов воды в водохранилищах состоит в том, что при произвольных начальных объемах конечные величины в водохранилищах $W_i^{t_0}$, $i = 1, \dots, n_0$, будут, вообще говоря, отличаться от начальных величин, причем это различие будет зависеть от параметров правила управления. Ясно, что такое различие означает использование дополнительного водного ресурса (или его экономии). Конечно, значения характеристик управления, полученные на основе различных объемов водных ресурсов, не могут быть использованы для сравнения правил управления. Для решения этой проблемы специалисты обычно предлагают повторить расчет с теми же параметрами правила управления, взяв в качестве начальных полученные конечные объемы воды в водохранилищах. Как показывает опыт, при этом обычно удается уменьшить различие между начальными и конечными объемами. В работе [5] этот факт используется как основа построения процедуры, предназначенной для поиска начальных условий W_i^0 , $i = 1, \dots, n_0$, подходящих для сравнения вариантов. Для i -го водохранилища реализуется итеративный процесс повторения расчета (с одними и теми же параметрами правила, попуском вышележащего водохранилища и сценарием боковой приточности), в котором на каждой итерации в качестве начального объема берется конечный, полученный на предыдущей итерации. В [5] показывается, что на какой-то итерации будут получены та-

кие начальные объемы W_i^0 , при которых конечные объемы удовлетворяют соотношению:

$$|W_i^{t_0} - W_i^0| < \varepsilon, i = 1, \dots, n_0,$$

где $\varepsilon > 0$ - задаваемая экспертами величина допустимого несовпадения начального и конечного объемов воды в водохранилищах.

Остается рассмотреть вопрос о задании попусков водохранилища, лежащего выше по течению. Так как расчет начинается с озера Байкал, то в случае Иркутского водохранилища эта проблема отсутствует и по правилам попуска можно найти попуски этого водохранилища за весь рассматриваемый период времени $t = 1, \dots, t_0$. Далее можно перейти к Братскому водохранилищу, лежащему ниже по течению, и т.д.

Таким образом, для каждого набора векторов параметров правила управления каскадом можно рассчитать последовательности попусков и объемов всех водохранилищ, после чего найти те характеристики системы, которые используются для оценки качества управления, т.е. для оценки того, в какой мере выполняются противоречивые требования к водопользованию и защите окружающей среды.

Отметим, что математическим методам построения правил управления каскадом водохранилищ посвящены работы Агасандяна [6], а методике согласования противоречивых интересов в использовании водных ресурсов - работа [7, гл. 3, 4].

3. Критерии выбора компромиссного правила

Степень выполнения требований, используемая как критерий выбора компромиссного решения, может быть представлена различными математическими показателями. В данной работе применяется доля интервалов времени (или более крупных периодов времени, скажем, лет), в течение которых это требование выполняется. В водохозяйственных расчетах такую величину принято называть обеспеченностью. Различные виды обеспеченности используются в качестве критериев выбора водохозяйственных решений в соответствии с указаниями Минприроды РФ. Отметим сразу, что в официальных требованиях к водохозяйственным расчетам под обеспеченностью имеется в виду показатель, отличающийся от доли интервалов на

небольшую величину. Для простоты изложения нам удобно этим отличием пренебречь.

Сначала рассмотрим вспомогательные критерии, близкие по типу к обеспеченности. Вспомогательный критерий, связанный с некоторым требованием, является частотой *нарушения этого требования*, т.е. долей тех интервалов времени (шагов) из их совокупности $\{1, \dots, t_0\}$, в течение которых имело место нарушение рассматриваемого требования. Математическая формулировка такого критерия основана на использовании функции Хэвисайда $\Theta(z)$ от величины нарушения z соответствующего требования, имеющей вид:

$$\Theta(z) = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ 0, & z \leq 0 \end{cases}.$$

Рассмотрим некоторые из таких критериев. Первый из них равен доле временных интервалов, на которых нарушалось постановление правительства РФ от 26.03.2001 о допустимых границах изменения уровня озера Байкал:

$$y_1 = \frac{1}{t_0} \sum_{t=1}^{t_0} \Theta(z_1^t), \quad z_1^t = \max(H_1^t - H_1^{\max}, H_1^{\min} - H_1^t),$$

где H_1^t – уровень озера Байкал в момент t ; $H_1^{\min} < H_1^{\max}$ – заданные требования.

Следующие два критерия относятся к ограничениям снизу на попуски Иркутского водохранилища. Вид этих критериев зависит от сезона. Обозначим через $T_3 \subset \{1, \dots, t_0\}$ совокупность тех интервалов времени, которые приходятся на «зимние» месяцы, точнее на период с октября по апрель, и через $T_n \subset \{1, \dots, t_0\}$ – совокупность интервалов, которые приходятся на летние месяцы, т.е. с мая по сентябрь. Тогда критерий y_2 равен доле временных интервалов с мая по сентябрь, на которых нарушались неравенства $R_1^t \geq R_1^0$:

$$y_2 = \frac{1}{\text{card}(T_n)} \sum_{t=1}^{t_0} \Theta(z_2^t), \quad z_2^t = \begin{cases} R_1^0 - R_1^t, & \text{нпу } t \in T_n \\ 0, & \text{нпу } t \notin T_n \end{cases},$$

где R_1^0 – заданный летний санитарный попуск Иркутского водохранилища; $\text{card}(T_n)$ – число интервалов времени, приходящихся на период с мая по сентябрь.

Критерий y_3 равен доле интервалов с октября по апрель, на которых нарушались неравенства $R_1^t \geq R_1^*$:

$$y_3 = \frac{1}{\text{card}(T_3)} \sum_{t=1}^{t_0} \Theta(z_3^t), \quad z_3^t = \begin{cases} R_1^* - R_1^t, & \text{нпу } t \in T_3 \\ 0, & \text{нпу } t \notin T_3 \end{cases},$$

где R_1^* – заданный зимний санитарный попуск Иркутского водохранилища; $\text{card}(T_3)$ – число интервалов, приходящихся на период с мая по сентябрь.

Критерий y_4 равен доле интервалов с нарушением требования безопасного пуска, т.е. с нарушением ограничения сверху на попуск Иркутского водохранилища:

$$y_4 = \frac{1}{t_0} \sum_{t=1}^{t_0} \Theta(z_4^t), \quad z_4^t = R_1^t - R_1^{\max},$$

где z_4^t – величина нарушения ограничения $R_1^t \leq R_1^{\max}$ в интервале t .

Критерий y_5 равен доле интервалов с пониженной отдачей электроэнергии Иркутской ГЭС:

$$y_5 = \frac{1}{t_0} \sum_{t=1}^{t_0} \Theta(z_5^t), \quad z_5^t = N_1^* - N_1^t,$$

где z_5^t – отклонение от требуемого значения N_1^* выработки электроэнергии в единицу времени.

Критерий y_6 равен доле интервалов с нарушением работы водозаборов города Иркутск из-за пониженного уровня верхнего бьефа Иркутского водохранилища:

$$y_6 = \frac{1}{t_0} \sum_{t=1}^{t_0} \Theta(z_6^t), \quad z_6^t = \bar{H}_1^{\min} - \bar{H}_1^t,$$

где z_6^t – отклонение уровня верхнего бьефа Иркутского водохранилища от критического значения уровня \bar{H}_1^{\min} , при котором еще возможна работа водозаборов.

Всего для ангарского каскада водохранилищ было рассмотрено $m = 24$ требования и основанных на них вспомогательных критерия $y_j, j = 1, \dots, m$. Эти требования полностью перечислены в Табл. 1. Критерии имеют номера от 1 до 6 и от 9 до 26. Подчеркнем, что все критерии имеют вид суммы большого числа функций Хэвисайда от невязок. При этом значения критериев неотрицательны и не превосходят единицы. Представляет интерес уменьшение значений критериев y_j .

На основе вспомогательных критериев частоты нарушений можно построить основные критерии, использованные в нашем исследовании.

Табл. 1. Значения критериев для решений задачи максимизации годовой обеспеченности

№	Название критерия	$\mu_j(\alpha^{**})$	$\mu_j(\alpha_{11})$	$\mu_j(\beta_0)$
Иркутская ГЭС				
1	Обеспеченность требований к уровню озера Байкал	0.75	0.74	0.72
2	Обеспеченность требуемых санитарных попусков летом	1	0.95	0.98
3	Обеспеченность требуемых санитарных попусков зимой	1	1	1
4	Обеспеченность безопасных попусков	1	1	0.99
5	Обеспеченность требований к выработке электроэнергии	0.825	0.69	0.02
6	Обеспеченность требований к работе водозаборов	1	0.64	0.93
Братская ГЭС				
9	Обеспеченность требований к работе водозаборов	1	1	1
10	Обеспеченность нормальной работы водозаборов	1	1	1
11	Обеспеченность минимального навигационного уровня верхнего бьефа	1	1	0.92
12	Обеспеченность нормального навигационного уровня верхнего бьефа	0.98	0.97	0.67
13	Обеспеченность сокращенных навигационных попусков	1	1	1
14	Обеспеченность санитарных попусков	1	1	1
15	Обеспеченность требований к выработке электроэнергии	0.96	0.93	0.71
16	Обеспеченность нормального подпорного уровня	1	1	1
Усть-Илимская ГЭС				
17	Обеспеченность нормальной работы водозаборов	1	1	1
18	Обеспеченность минимального навигационного уровня верхнего бьефа	1	1	0.99
19	Обеспеченность нормального навигационного уровня верхнего бьефа	0.87	0.93	0.02
20	Обеспеченность нормального подпорного уровня	1	1	1
21	Обеспеченность требуемых санитарных попусков	1	1	1
22	Обеспеченность требуемых санитарных попусков для сбросов сточных вод лесопромышленного комплекса	1	1	1
23	Обеспеченность минимальных энергетических попусков	1	1	1
24	Обеспеченность требуемой выработки электроэнергии	0.95	0.94	0.79
25	Обеспеченность минимальных навигационных попусков	0.91	0.95	0.58
26	Обеспеченность нормальных навигационных попусков	0.89	0.91	0.52

Это критерии годовой обеспеченности требований μ_j , равные доле бесперебойных лет, т.е. таких лет, в течение которых не нарушалось соответствующее требование водопользователей. Для построения критериев годовой обеспеченности используется разбиение множества интервалов времени $\{1, \dots, t_0\}$ на подмножества, составляющих один водохозяйственный год (период с мая текущего года по апрель следующего), т.е.

$$\{1, \dots, t_0\} = \bigcup_{l=1}^{P_0} T_l,$$

где T_l – совокупность интервалов одного водохозяйственного года с номером l .

Число интервалов в году, как уже говорилось, равно I . Обозначим число нарушений требования с номером j в течение года с номером l через

$$r_i^j = \sum_{t \in T_i} \Theta(z_t^{(j)}),$$

где $j=1, \dots, m$.

Если в течение l -го года j -е требование не нарушалось, то $r_l^j = 0$, в противном случае эта величина больше нуля. Поэтому критерии обеспеченности, характеризующие долю бесперебойных лет за период в P_0 лет, можно выразить формулой:

$$\mu_j = \frac{\sum_{l=1}^{P_0} (1 - \Theta(r_l^j))}{P_0}.$$

Очевидно, что критерии μ_j неотрицательны и не превосходят единицы. Представляет интерес увеличение значений этих критериев.

4. Метод диалоговых карт решений

Математически метод ДКР описывается следующим образом (подробнее в [1, 2]). Пусть допустимый вариант решения проблемы формализуется как n -мерный вектор, а совокупность допустимых решений задается непустым множеством $X \subset \mathbb{R}^n$. Пусть совокупность рассматриваемых критериев выбора описывается m -мерным вектором $y \in \mathbb{R}^m$, который связан с вариантами решения заданной вектор-функцией $y=f(x)$. Тогда множеством достижимых критериальных векторов является множество $Y=f(X)$. Для определенности рассмотрим задачу многокритериальной минимизации, т.е. будем считать, что желательно уменьшение значения каждого из отдельных (частных) критериев при неизменных остальных. Точнее говоря, будем считать, что из $y' \leq y$ и $y' \neq y$ следует, что критериальная точка y' более предпочтительна, чем точка y (другими словами, y' доминирует y по Парето). Под границей Парето множества Y понимается множество его недоминируемых точек, т.е.

$$P(Y) = \{y \in Y : \{y' \in Y : y' \leq y, y' \neq y\} = \emptyset\}.$$

Если для любой точки $y \in Y$ найдется точка $y' \in P(Y)$, совпадающая с ней или доминирующая ее, то только векторы из границы Парето могут считаться разумными, поэтому при поис-

ке компромисса можно ограничиться изучением границы Парето. Такое свойство имеют, например, задачи с компактным множеством Y [8]. В дальнейшем наличие этого свойства будет предполагаться, поэтому под математическим решением задачи многокритериальной минимизации будем понимать границу Парето, а также подмножество $P(X)$ точек X , которые порождают эту границу.

Оболочка Эджворта-Парето (ОЭП) множества $Y=f(X)$ в задачах многокритериальной минимизации определяется как $Y^* = Y + \mathbb{R}_+^m$, где \mathbb{R}_+^m – неотрицательный конус пространства \mathbb{R}^m . ОЭП можно также представить в виде:

$$Y^* = \{y \in \mathbb{R}^m : y \geq f(x), x \in X\}.$$

Как видно, кроме точек, принадлежащих Y , множество Y^* содержит недостижимые точки, доминируемые точками Y . При этом границы Парето обоих множеств совпадают [8, 9]. Благодаря этому, визуализация ОЭП является одновременно визуализацией границы Парето. Преимущества аппроксимации и визуализации ОЭП обсуждаются в [1, 2]. В частности, множество Парето часто неустойчиво по отношению к возмущениям параметров модели [10], а ОЭП устойчиво практически всегда.

Используемая нами методика поддержки переговоров и принятия решений основана на построении аппроксимации ОЭП и дальнейшей визуализации границы Парето. Аппроксимация ОЭП для линейных и выпуклых задач многокритериальной оптимизации может быть построена в виде множества решений системы линейных неравенств с помощью программ, использующих методы и алгоритмы, описанные в работах [1, 2]. В нелинейных задачах многокритериальной минимизации аппроксимация ОЭП строится на основе конечного числа точек в пространстве критериев \mathbb{R}^m (так называемой базы аппроксимации, обозначаемой T) в виде совокупности неотрицательных конусов \mathbb{R}_+^m с вершинами в точках базы [11], т.е. в виде:

$$T^* = \{y + \mathbb{R}_+^m : y \in T\}. \quad (10)$$

Проблема аппроксимации ОЭП для рассматриваемой задачи является весьма сложной. Это связано, прежде всего, с тем, что использу-

емые критерии являются разрывными функциями параметров правила управления с большим числом разрывов, равным числу шагов в модели динамической системы (несколько тысяч), и принимают конечное, но достаточно большое число значений, причем являются постоянными в окрестностях точек непрерывности. Критерии и их свертки имеют многочисленные локальные экстремумы. Задача построения правил управления ангарским каскадом имеет большую размерность: число параметров правил управления в этой задаче превышает 300 при 24 критериях выбора решения и более 2000 шагов по времени. В связи с этим, из всех методов аппроксимации ОЭП, имеющихся в настоящее время, в данном случае оказываются потенциально пригодными только два подхода – итеративные градиентные методы локальной оптимизации сверток критериев [11] на основе использования вспомогательных сглаженных функций [12] и генетические методы аппроксимации границы Парето [13]. В связи с тем, что задачу аппроксимации ОЭП потребуется решать многократно с уточняемыми критериями и требованиями, было выдвинуто требование, чтобы ОЭП было аппроксимировано с точностью до 1% на современном персональном компьютере не более, чем за несколько часов. Поэтому затраты вычислительных ресурсов, измеряемые числом расчетов вектора критериев, не должны превосходить 10-15 миллионов. Были проведены эксперименты, которые показали, что в рассматриваемой задаче методы, существовавшие до проведения данной работы, не приводят к построению аппроксимации ОЭП с требуемой точностью при указанных ограничениях на затраты вычислительных ресурсов. Поэтому потребовалось разработать новые методы [14-16], которые оказались эффективным средством решения задач рассматриваемого нами типа. Их использование позволило аппроксимировать ОЭП в задаче с критериями частоты нарушения требований в виде (10) с точностью до 1% за 18 миллионов операций, т.е. в целом решило задачу, поставленную перед разработчиками методов аппроксимации ОЭП. Отметим, что база аппроксимации ОЭП содержала 10 тысяч недоминируемых точек.

5. Использование ДКР для выбора компромиссного правила

Визуализации границы Парето в рамках метода ДКР осуществляется с использованием карт решений, представляющих собой наборы двумерных сечений многомерной аппроксимации ОЭП. В случае нелинейных моделей под двумерным сечением аппроксимации ОЭП понимается совокупность достижимых значений двух критериев при условии, что остальные принадлежат некоторым диапазонам. После аппроксимации ОЭП в виде (10) его сечения могут быть рассчитаны достаточно быстро.

На Рис. 3 изображено единственное двухкритериальное сечение, а именно – максимальное сечение ОЭП для двух критериев: y_1 – доля интервалов с нарушением ограничений на уровень Байкала, следующих из постановления 2001 года, и y_5 – доля интервалов с пониженной отдачей электроэнергии Иркутской ГЭС. Максимальное сечение ОЭП получается при отсутствии ограничений на диапазоны остальных критериев, что видно по положению слайдеров на прокрутках под сечением. Сечение демонстрирует конфликт между критериями: минимум y_1 достигается в точке А, а минимум y_5 – в точке В. Недоминируемая граница изображается ломаной границей сечения, соединяющей точки А и В. Поскольку возможные значения y_1 не достигают нуля, а лишь 4%, то нарушение постановления 2001 года является неизбежным. Более того, минимизация частоты такого нарушения связана с очень частыми нарушениями требований энергетики (порядка 13%). В то же время, увеличение y_1 с 4 до 7% позволяет уменьшить y_5 с 13 до 4%. Анализ этого и других сечений показал, что уменьшение частоты нарушений постановления 2001 года связано с большими потерями и в других показателях (в том числе в надежности производства электроэнергии на других ГЭС каскада). На основе этой информации (наряду с результатами других исследований) было подготовлено постановление правительства РФ № 1667 от 27.12.2017 «О минимальных и максимальных значениях уровня воды в озере Байкал в 2018-2020 годы», в котором говорится о временной приостановке действия постановления 2001 г. и введении ручного управления уровнем озера.

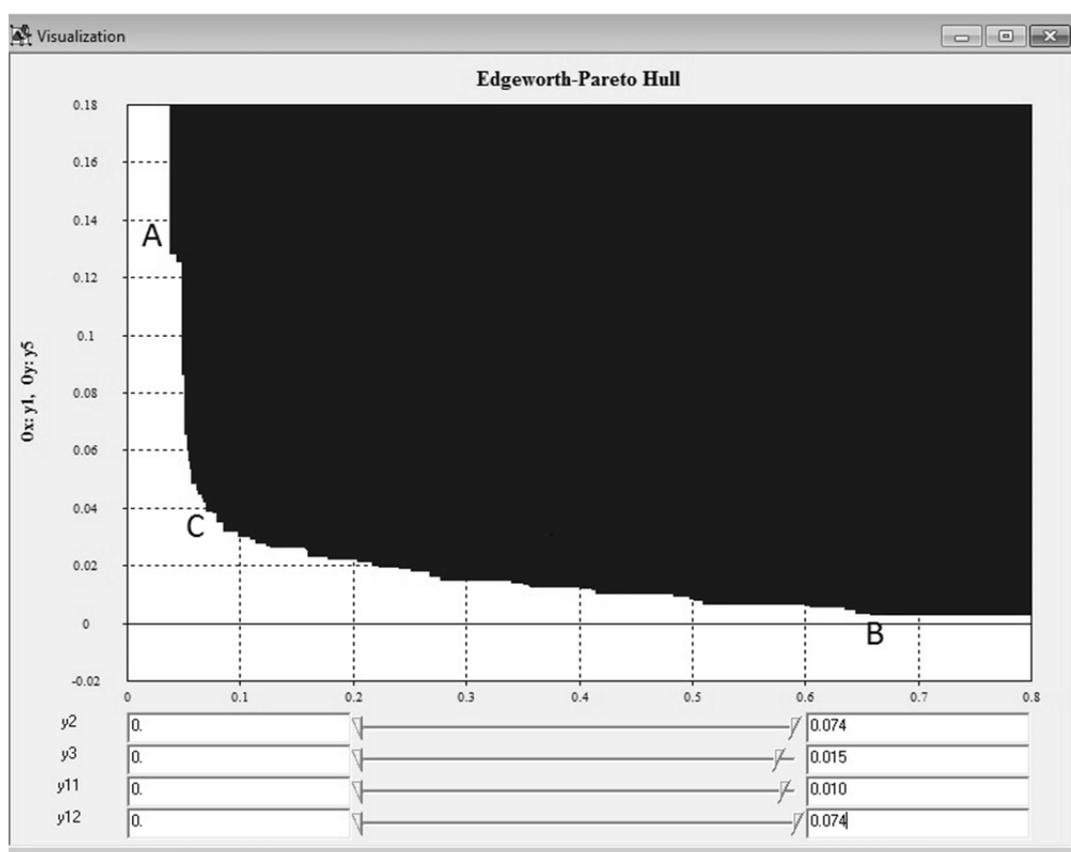


Рис. 3. На горизонтальной оси – критерий y_1 , на вертикальной – y_5

При поиске удовлетворительных правил управления бассейном Ангары в целом потребовалось использовать оптимизацию критериев годовой обеспеченности μ_j , $j=1, \dots, m$. Кратко опишем реальные действия эксперта по водному хозяйству при поиске правила, которое он предложил участникам обсуждения проблемы в качестве компромисса. Эксперт считал, что годовая обеспеченность требований в 0.85 была бы удовлетворительна, но, как оказалось, такая обеспеченность всех требований одновременно оказалась невозможной. В связи с этим эксперту пришлось разработать предложение об уступках по обеспеченности некоторых из требований. Прежде всего эксперт рассмотрел связь между критериями μ_1 (обеспеченность требований к уровню озера Байкал по постановлению 2001 г.) и μ_5 (обеспеченность требований к выработке электроэнергии на Иркутской ГЭС). Сечение ОЭП для этих критериев при отсутствии ограничений на другие критерии приведено на Рис. 4 (μ_1 – на горизонтальной оси, μ_5 – на вертикальной).

Максимальное значение критерия μ_1 достигается в точке А, в которой оно равно 0.87. При этом значение μ_5 равно нулю, т.е. требования к производству электроэнергии не выполняются никогда! Наоборот, в точке В, в которой достигается максимум μ_5 , значение μ_1 близко к нулю. Таким образом, имеет место острый конфликт между критериями. В то же время граница Парето для этих критериев показывает, что небольшое уменьшение μ_1 приводит к резкому возрастанию возможных значений критерия μ_5 (и наоборот). В точке С, лежащей в области сбалансированных сочетаний значений этих критериев, имеем $\mu_1 = 0.75$, $\mu_5 = 0.825$. Таким образом, значение μ_5 в этой точке близко к удовлетворительному. В то же время в точке С оказались неудовлетворительными значения некоторых из остальных критериев. Поэтому потребовалась дальнейшая работа по поиску удовлетворительного решения. Эксперт решил, что на значения рассмотренных критериев будут наложены ограничения

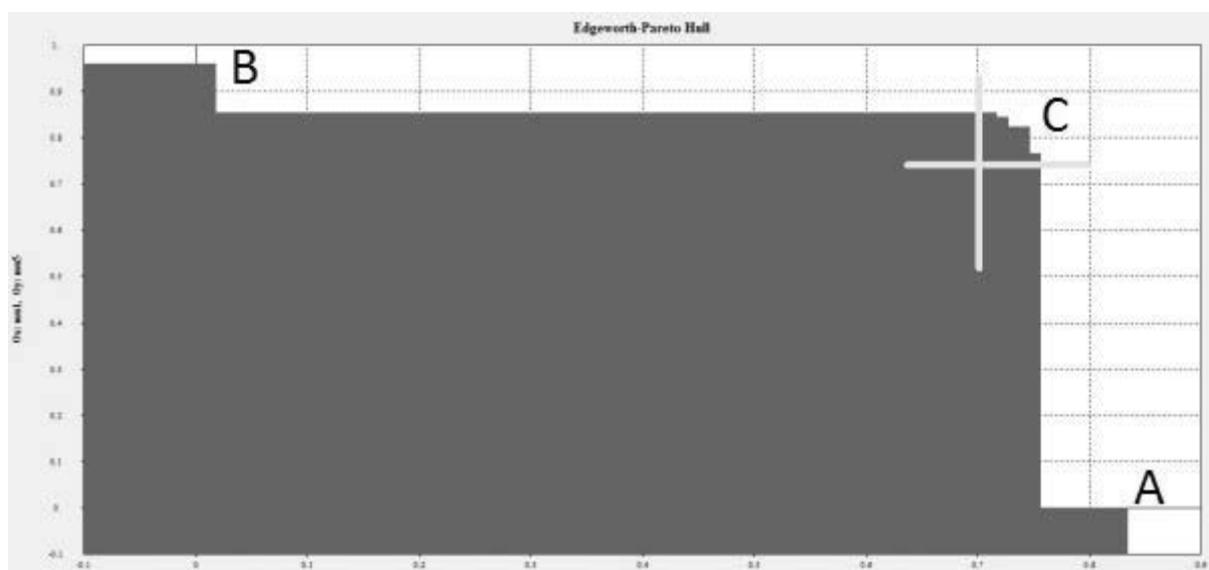


Рис. 4. Максимальное сечение ОЭП для критериев μ_1 и μ_5

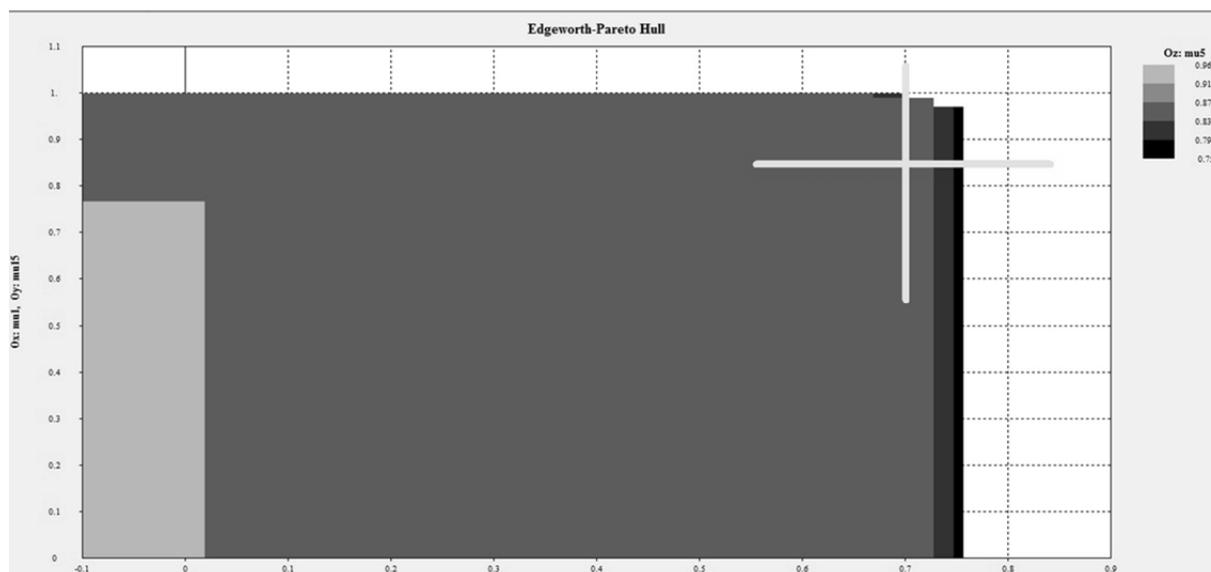
$\mu_1 > 0.7$ и $\mu_5 > 0.75$, которые также отражены на Рис. 4.

В дальнейшем исследовании эксперт использовал карты решений, являющиеся наложением нескольких сечений. При построении карты решений прежде всего выбираются два критерия, в координатах которых будет построено изображение. Далее среди остальных критериев требуется выбрать еще один («цветовой») критерий, диапазон значений которого разбивается на несколько отрезков. Каждому отрезку значений третьего критерия соответствует одно сечение, которое изображается своей штриховкой (или цветом, если используется компьютер). Сечения накладываются одно на другое. Как известно [9], границы Парето двумерных сечений ОЭП при монотонном изменении третьего критерия не пересекаются, что делает удобным использование карты решений для изучения влияния третьего критерия на двумерное сечение.

Эксперт рассмотрел карту решений (Рис. 5), на которой значения критерия μ_1 указаны на горизонтальной оси, а обеспеченности требований к выработке электроэнергии на Братской ГЭС μ_{15} - на вертикальной. Изображены четыре сечения, соответствующие нескольким значениям $\mu_5 > 0.75$, которые отличаются оттенком серого. Как видно, основное место на карте решений занимает сечение диапазона

$0.877 < \mu_5 < 0.919$, в то время как уменьшение μ_5 ниже 0.877 приводит только к незначительному увеличению площади сечения. Это означает, что уменьшение значения μ_5 ниже 0.877 малоэффективно с точки зрения улучшения μ_1 и μ_{15} . В то же время, увеличение значения μ_5 выше 0.92 приводит к резкому сужению сечения, т.е. возможных значений μ_1 и μ_{15} . В частности, ограничение $\mu_1 > 0.7$ становится недопустимым (точки самого светлого сечения карты решений не удовлетворяют этому ограничению). Ознакомившись с этой картой решений, эксперт наложил новое ограничение $\mu_{15} > 0.85$, которое (наряду со старым ограничением $\mu_1 > 0.7$) изображено на Рис. 5.

Проанализировав аналогичным образом несколько карт решений, эксперт наложил еще несколько дополнительных ограничений на значения критериев. Попутно эксперт фиксировал некоторые интересные для него недоминируемые критериальные точки, после чего выбрал одну из них в качестве компромиссной. Эта точка приведена в Табл. 1. Соответствующее решение обозначено через α^{**} . Для сравнения также приведены значения критериев для решения α_{11} , полученного с помощью диалоговой процедуры, не использующей аппроксими-

Рис. 5. Карта решений для критериев μ_1 и μ_5 при $\mu_5 > 0.75$

мации ОЭП [18], и для решения β_0 , предложенного экспертами.

Из таблицы видно, что решение α^{**} доминирует решение β_0 , причем α^{**} значительно лучше по критериям μ_5 , μ_{12} , μ_{19} , μ_{24} , μ_{25} и μ_{26} . Хотя α^{**} не доминирует решение α_{11} , оно оказалось более предпочтительным для эксперта, чем решение α_{11} . Действительно, в решении α^{**} удалось существенно повысить обеспеченность требований к выработке электроэнергии на Иркутской и Усть-Илимской ГЭС. Далее, в решении α^{**} удалось добиться гарантированного выполнения требований к работе водозаборов на Иркутском водохранилище на использованном ряду приточности (заметим, что в α_{11} имеем $\mu_6 = 0.64$). При этом пришлось несколько поступиться значениями нескольких других критериев, менее важных для эксперта.

Отметим, что визуализация карт решений помогла эксперту не только найти компромиссное сочетание критериев, но и обосновывать этот выбор посредством демонстрации отобранных карт решений во время его выступления при обсуждении проблемы.

Заключение

Решение, поиск которого описан в данной статье, было в целом одобрительно встречено

лицами, участвующими в дискуссии о правилах регулирования уровня Байкала и бассейна Ангары. Оно было одобрено не только теми участниками, чьи требования были выполнены, но и теми, чьи требования выполнены не были, поскольку форма границы Парето дала наглядное объяснение невозможности или неразумности их выполнения. Найденное правило было подвергнуто дальнейшему уточнению и коррекции как в связи с количественной модификацией требований, предъявляемых к результатам управления, так и с предъявлением дополнительных требований. В частности, потребовалось, чтобы диспетчерский график был достаточно простым для удобства его реализации на практике (этому вопросу будет посвящена отдельная публикация). Кроме того, полученное правило проверялось на более точных гидродинамических моделях, в которых учитывались характеристики русла и поймы реки Ангары. В любом случае, модифицированные правила были получены путем уточнения решения, найденного в данной работе, и качественно не отличались от него.

Литература

1. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука. 1997.
2. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Boston: Kluwer Academic Publishers. 2004. 310 P.

3. Асарин А.Е., Бестужева К.Н. Водноэнергетические расчеты. М.: Энергоатомиздат. 1986. 224 с.
4. Болгов М.В., Сарманов И.О., Сарманов О.В. Марковские процессы в гидрологии. М. 2009. 211 с.
5. Рябиков А.И. Сходимость итерационных процессов в модели каскада водохранилищ // Вестник Бурятского ГУ. Математика, информатика. 2019. №4. С. 31-39.
6. Агасандян Г.А. Алгоритмы построения диспетчерских правил управления для каскадов водохранилищ. Водные ресурсы. 1985. № 5. С. 34-46.
7. Ерешко Ф.И. Математические модели и методы принятия согласованных решений в активных иерархических системах. Дисс. ... доктора техн. наук. М.: ИПУ РАН. 1998.
8. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Физматлит. 2007.
9. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений. М.: МАКС Пресс. 2008.
10. Sawaragi Y., Nakayama H., Tanino T. Theory of Multi-objective Optimization. Orlando: Academic Press. 1985
11. Березкин В.Е., Каменев Г.К., Лотов А.В. Гибридные адаптивные методы аппроксимации невыпуклой многомерной границы Парето // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 2006. Т. 46. № 11. С. 2009–2023.
12. Рябиков А.И. О методе эрзац-функций для минимизации конечнозначной функции на компактном множестве // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. Т. 54. № 2, 2014. С. 195-207
13. Du K.-L., Swamy M.N.S. Search and Optimization by Metaheuristics. Springer. 2016.
14. Лотов А.В., Рябиков А.И. Простая эффективная гибридная классической глобальной оптимизации и генетических алгоритмов многокритериальной оптимизации // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. Т. 59. № 10. 2019. С. 1666-1680.
15. Лотов А.В., Рябиков А.И. Метод стартовой площадки в многоэкстремальных задачах многокритериальной оптимизации // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. Т. 59. № 12. 2019. С. 2111–2128.
16. Лотов А.В., Рябиков А.И. Дополненный метод стартовой площадки аппроксимации границы Парето в задачах с многоэкстремальными критериями // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 2021. Т. 61. № 10. С. 1734-1744.
17. Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester: Wiley. 2001.
18. Лотов А.В., Рябиков А.И., Бубер А.Л. Многокритериальная процедура выбора решения с наследуемым множеством точек старта локальной оптимизации свертки критериев // Искусственный интеллект и принятие решений. № 3. 2018. С. 58-68.

Лотов Александр Владимирович. Доктор физико-математических наук, профессор. Главный научный сотрудник. Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН. Области исследований: многокритериальная оптимизация, вычислительная математика, динамические системы. E-mail: avlotov@yandex.ru

Рябиков Андрей Игоревич. Младший научный сотрудник. Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН. Области исследований: многокритериальная оптимизация, вычислительная математика. E-mail: ariabikov@gmail.com

Болгов Михаил Васильевич. Доктор технических наук. Заведующий лабораторией. Институт водных проблем РАН. Области исследований: гидрология, управление водными ресурсами. E-mail: bolgovmv@mail.ru

Бубер Александр Леонидович. Заведующий отделом. Всероссийский исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А.Н. Костякова. Области исследований: управление водными ресурсами, гидромелиорация. E-mail: buber49 @ yandex.ru

Application of Pareto Frontier in Searching for Compromise Rules of Baikal Lake Level Control

A. V. Lotov^I, A. I. Ryabikov^I, M. V. Bolgov^{II}, A. L. Buber^{III}

^I Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^{II} Institute for water problems of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^{III} Kostyakov All-Russian Research Institute of Hydraulic Engineering and Land Reclamation, Moscow, Russia

Abstract. Computer decision support technique for the search for compromise rules of Baikal Lake level control and of Angara River water reservoir cascade control is described. The proposed technique takes into account presence of contradictory requirements that give rise to the vector of decision criteria. The technique is based on dialogue Pareto frontier visualization. It supports the experts in the process of searching for efficient tradeoff among requirements and helps to justify their choice. By using the technique, a compromise cascade control rule was constructed that corresponds to all principle re-

quirements and is used now as a basis of governmental documents concerning water resources control of the Angara River basin.

Keywords. Decision support, multiobjective optimization, Pareto frontier visualization, control rules, water reservoir cascade

DOI 10.14357/20718594220305

References

1. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K., Chernykh O.L. 1997. Komp'uter i poisk kompromissa. Metod dostizhimykh celej. [Computer and the search for compromise. Feasible goals method]. Moscow: Nauka Publishers.
2. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev, G.K. 2004. Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Boston: Kluwer Academic Publishers. 310 p.
3. Asarin A.E., Bestuzheva K.N. 1986. Vodnoenergeticheskie raschety [Water energy calculation]. Moscow: Energoatomizdat. 224 p.
4. Bolgov M.V., Sarmanov I.O., Sarmanov O.V. 2009. Markovskie processy v gidrologii [Markov processes in hydrology]. Moscow: Institute for Water Problems, Russian Academy of Sciences. 211 p.
5. Ryabikov A.I. 2019. Skhodimost iterazionnykh processov v modeli kaskada vodokhranilizhch [Convergence of iterative processes in a reservoir cascade model], Vestnik Bur'yatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika [Messenger of Burat state university. Mathematics, computer science]. 4: 31-39.
6. Agasandyan G.A. 1985. Algoritmy postroeniya dispetcherskikh pravil upravleniya dlya kaskadov vodokhranilizhch [Algorithms for constructing the release rules for reservoir cascades], Vodnye resursy [Water resources]. 5: 34-46.
7. Ereshko F.I. 1998. Matematicheskie modeli i metody prinyatiya soglasovannykh reshenij v aktivnykh ierarkhicheskikh sistemakh [Mathematical models and methods of coordinated decision making in active hierarchical systems]. Dr. Hab. Thesis in technical sciences. Moscow: Institute for Control Problems, Russian Academy of Sciences.
8. Podinovskij V.V., Nogin V.D. 2007. Pareto-optimalnye resheniya mnogokriterialnykh zadach [Pareto-optimal solutions of multi-criteria problems]. Moscow: Physmatlit. 255 p.
9. Lotov A.V., Pospelova I.I. 2008. Mnogokriterialnye zadachi prinyatiya reshenij [Multicriteria decision making problems]. Moscow: MAKS Press. 197 p.
10. Sawaragi, Y., Nakayama H., Tanino T. 1985. Theory of Multiobjective Optimization. Orlando: Academic Press
11. Berezkin V.E., Kamenev G.K., Lotov A.V. 2006. Hybrid Adaptive Methods for Approximating a Nonconvex Multidimensional Pareto Frontier. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 46(11): 1918-1931.
12. Riabikov A.I. 2014. Ersatz Function Method for Minimizing a Finite-Valued Function on a Compact Set. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 54(2): 206-1218.
13. Du K.-L., Swamy M.N.S. 2016. Search and Optimization by Metaheuristics. Springer.
14. Lotov A.V., Riabikov A.I. 2019. Simple Efficient Hybridization of Classic Global Optimization and Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 59(10):1613-1625.
15. Lotov A.V., Riabikov A.I. 2019. Launch pad method in multiextremal multiobjective optimization problems. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 59(12): 2041-2056.
16. Lotov A.V., Ryabikov A.I. 2021. Extended Launch Pad Method for the Pareto Frontier Approximation in Multiextremal Multiobjective Optimization Problems // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 61(10): 1700-1710.
17. Deb K., 2001. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester: Wiley.
18. Lotov A.V., Ryabikov A.I., Buber, A.L. 2019. A Multi-Criteria Decision-Making Procedure with an Inherited Set of Starting Points of Local Optimization of the Scalarizing Functions. Scientific and Technical Information Processing. 46(5): 328-336.

Lotov Alexander V. Doctor of physics-mathematical sciences, Professor. Chief Researcher, Federal Research Center "Computer Science and Control", the Russian Academy of Sciences. Research areas: multiobjective optimization, computational mathematics, dynamic systems. Email: avlotov@yandex.ru

Ryabikov Andrei I. Junior Researcher. Federal Research Center "Computer Science and Control", the Russian Academy of Sciences. Research areas: multiobjective optimization, computational mathematics. E-mail: ariabikov@gmail.com

Bolgov Mikhail V. Doctor of technical sciences. Head of the Laboratory, Institute for water problems, the Russian Academy of Sciences. Research areas: hydrology, water resource control. E-mail: bolgovmv@mail.ru

Buber Alexander L. Head of the Department, Kostyakov All-Russian Research Institute for Hydro Technique and Melioration. Research areas: water resource control, hydromelioration. E-mail: buber49@yandex.ru