

Научная статья

Вестник МГТУ «Станкин». 2025. № 1 (72). С. 39–50.

УДК 621.825.001.2

Vestnik MSUT “Stankin”. 2025. No. 1 (72). P. 39–50.

**А.Н. Соболев** ✉, **А.Я. Некрасов**, **А.В. Ривкин**

ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»

✉ Автор для корреспонденции

## РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ МУФТ ХИРТА В T-FLEX CAD

### Аннотация

Статья посвящена муфтам Хирта, широко применяемым в различных областях машиностроения, в частности в металлорежущих станках, транспортных машинах, манипуляторах. В статье приведено подробное описание конструкции муфт Хирта, рассмотрен алгоритм аналитического расчета муфт по различным критериям прочности, указаны рекомендуемые материалы отдельных деталей муфт Хирта и рекомендуемые геометрические параметры зубьев муфт, обеспечивающие необходимую точность работы. Отмечен недостаток аналитического расчета, не отражающий распределение нагрузки по высоте зуба муфты. Также приводятся сведения о численном расчете муфт Хирта методом конечных элементов и возникающих при этом проблемах. Отмечена важность учета сил трения, возникающих при сопряжении зубьев муфты. Подробно рассмотрена работа муфты Хирта, применяемой в поворотном столе для позиционной автоматической линии и операции технологического процесса, применяемого при изготовлении муфты Хирта. Приводится информация об автоматизированном проектировании и геометрическом моделировании муфт Хирта в CAD-системе. Научная новизна работы заключается в разработанной авторами методике автоматизированного проектирования муфт Хирта, которая может быть использована для ускорения процесса создания объектов машиностроения, содержащих такие механизмы; разработанная расчетная модель муфты Хирта учитывает влияние исходных параметров применения в оборудовании на конечный геометрический образ муфты, который, в свою очередь, будет отражен в результирующем конструктиве образца технологического оборудования или другом машиностроительном объекте. Практическая значимость работы заключается в том, что в ней предложен комплекс инженерной поддержки автоматизированного проектирования муфт Хирта, включающий варианты проектных решений на основе параметрических адаптивных геометрических 3D-моделей в T-FLEX CAD.

**Ключевые слова:** муфта Хирта; револьверная головка, расчетная модель, учет трения, изготовление муфты, автоматизированное проектирование; 3D-моделирование

**Для цитирования:** Соболев А.Н., Некрасов А.Я., Ривкин А.В. Разработка методики автоматизированного расчета и проектирования муфт Хирта в T-FLEX CAD // Вестник МГТУ «Станкин». – 2025. – № 1 (72). – С. 39–50.

**A.N. Sobolev** ✉, **A.Ya. Nekrasov**, **A.V. Rivkin**

MSUT “STANKIN”

✉ Corresponding author

## DEVELOPMENT OF A METHODOLOGY FOR AUTOMATED CALCULATION AND DESIGN OF HIRTH COUPLINGS IN T-FLEX CAD

### Abstract

The article is devoted to Hirth couplings, widely used in various fields of mechanical engineering, in particular in metal-cutting machines, transport machines, manipulators. The article provides a detailed description of the Hirth coupling design, considers the algorithm of analytical calculation of couplings by various strength criteria, specifies the recommended materials of individual parts of Hirth couplings and the recommended

geometric parameters of coupling teeth that ensure the required accuracy of operation. The disadvantage of the analytical calculation, which does not reflect the load distribution along the coupling tooth height, is noted. Information on the numerical calculation of Hirth couplings by the finite element method and the problems arising in this case is also provided. The importance of taking into account the friction forces arising when mating the coupling teeth is noted. The operation of the Hirth coupling used in the rotary table for the positional automatic line and the operations of the technological process used in the manufacture of the Hirth coupling are considered in detail. Information on the automated design and geometric modeling of Hirth couplings in a CAD system is provided. The scientific novelty of the work lies in the methodology of automated design of Hirth couplings developed by the authors, which can be used to accelerate the process of creating mechanical engineering objects containing such mechanisms; the developed calculation model of the Hirth coupling takes into account the influence of the initial parameters of application in the equipment on the final geometric image of the coupling, which, in turn, will be reflected in the resulting design of the sample of process equipment or another mechanical engineering object. The practical significance of the work lies in the fact that it proposes a complex of engineering support for the automated design of Hirth couplings, including design solutions based on parametric adaptive geometric 3D models in T-FLEX CAD.

**Keywords:** Hirth coupling; turret head, calculation model, friction consideration, coupling manufacturing, automated design; 3D modeling

**For citation:** Sobolev A.N., Nekrasov A.Ya., Rivkin A.V. Development of a methodology for automated calculation and design of Hirth couplings in T-FLEX CAD. *Vestnik MSUT "Stankin"*. 2025. No 1 (72). P. 39–50. (In Russian)

## Введение

В современном машиностроении и станкостроении актуальной остается задача использования различных механизмов, обеспечивающих необходимую точность обработки и позиционирования [1-5]. Муфты Хирта применяются для точного позиционирования осесимметричных деталей (рис. 1). Идея таких муфт была предложена немецким инженером Карлом Альбертом Хиртом в 1928 году [6].

Эти муфты имеют следующие преимущества:

- точность с точки зрения взаимного расположения соединяемых между собой частей;
- жесткость системы, благодаря устойчивой самоцентрирующейся геометрии зацепления зубьев;
- большой передаваемый крутящий момент;
- устойчивость к износу, благодаря широкой опорной поверхности зубьев и использованию специальных легированных сталей.

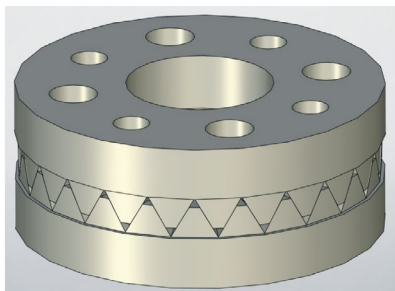


Рис. 1. 3D-модель муфты Хирта

По этим причинам муфты Хирта успешно используются во многих механических системах: в конструкциях поворотных столов, делительных головок, головок автоматической смены инструмента (рис. 2 [7], рис. 3 [8]), резцедержателях (рис. 4 [9]) и других устройствах требующих высокой точности (повторяемости) позиционирования и жесткости, станках, поворотных столах, транспортных устройствах, турбокомпрессорах, робо-

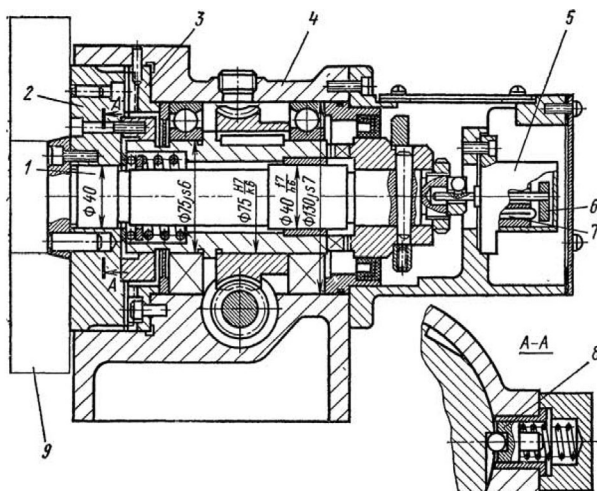


Рис. 2. Револьверная головка токарно-винторезного станка с ЧПУ 16К20Ф3 [7]:

- 1 – вал; 2 – подвижная часть муфты Хирта;  
3 – неподвижная часть муфты Хирта; 4 – корпус головки; 5 – шестипозиционный командоаппарат;  
7 – электрические контакты; 8 – фиксатор;  
9 – инструментальный диск

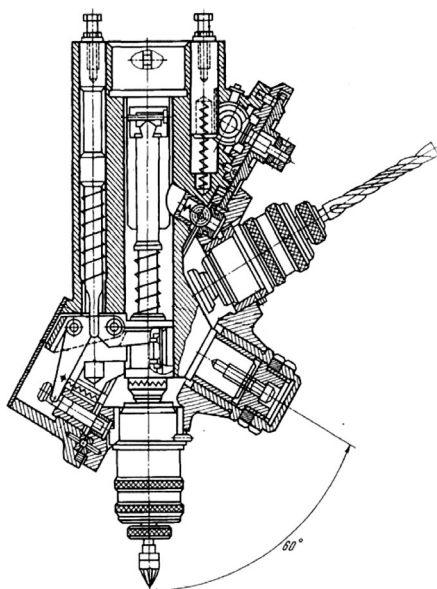


Рис. 3. Револьверная шестишпиндельная головка вертикально-сверлильного станка [8]

тотехнике, судостроении. С недавних пор муфты Хирта применяются в автомобильной промышленности для соединений в ступицах колес.

Важным применением муфт Хирта являются поворотные столы для агрегатных станков и станков с ЧПУ [4, 5]. Эти столы должны полностью фиксироваться в заданных угловых положениях, несмотря на высокие касательные силы. Муфты Хирта в поворотных столах передают большой крутящий момент посредством контакта зубьев, в отличие от фрикционных муфт за счет трения дисков. Кроме того, муфта Хирта должна обеспечивать выполнение строгих требований относительно точного позиционирования поворотного стола с точки зрения его углового положения и особенно его центрирования относительно целевой оси станка после совершения вращения.

Цель работы: на основе анализа работ [1–22] разработать единую расчетную модель и методику автоматизированного проектирования муфт Хирта с использованием отечественной CAD-системы T-FLEX, что ускорит процедуры конструирования объектов машиностроения, включающих такие муфты. Актуальность работы обусловлена тем, что в ней ставятся и успешно решаются задачи ускорения процесса автоматизированного проектирования, разработки методов и моделей проектных решений конструкторско-технологических образов муфт Хирта с целью применения в современном технологическом оборудовании.

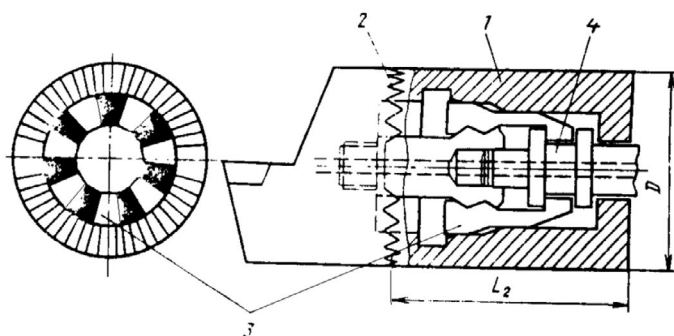


Рис. 4. Крепление головки токарного резца с помощью муфты Хирта [9]:  
1 – тело резца (полумуфта Хирта); 2 – головка резца (полумуфта Хирта); 3 – цанга; 4 – винт

### Проектирование муфт Хирта

В настоящее время не существует стандартов (ГОСТ, ISO, DIN) для проектирования и производства муфт Хирта. В лучшем случае в каталоге поставщиков можно найти упрощенные формулы расчета.

На основе работ [4, 5, 10-18, 20-22] сформулируем алгоритм расчета муфт Хирта. Согласно рис. 5, общая тангенциальная сила  $F_u$  (Н) прикладывается к среднему радиусу  $R_m$  (мм) точки G (центра тяжести

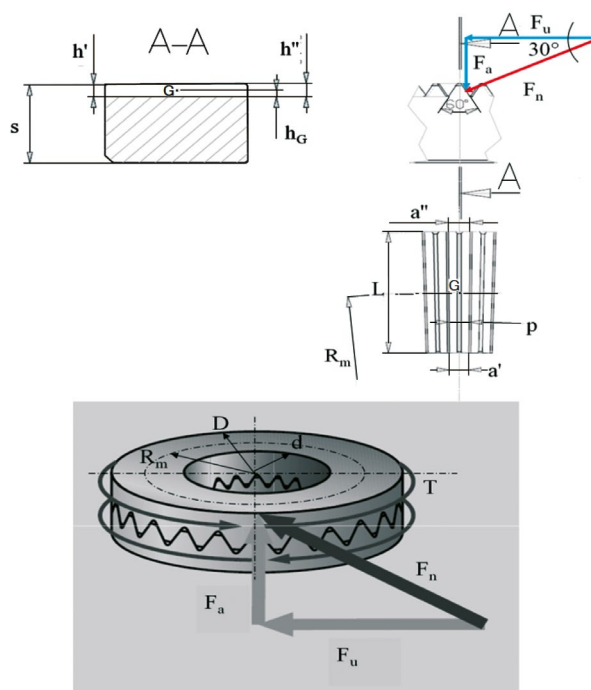


Рис. 5. Геометрия соединения и силы, действующие в муфте Хирта

сти) секции зуба и может быть оценена по уравнению (1) как функция передаваемого крутящего момента  $T$  (Н·мм):

$$F_u = \frac{T}{R_m}. \quad (1)$$

Пренебрегая эффектом трения, для угла зуба в  $60^\circ$  (в соединении Хирта этот угол неизменен) осевая сила, создаваемая муфтой, определяется уравнением (2):

$$F_a = F_u \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6}\right). \quad (2)$$

Осевое усилие может быть обеспечено, например, с помощью одного или нескольких болтовых соединений, размеры которых должны быть точно определены. Зуб рассчитывается по напряжению изгиба  $\sigma_b$  (МПа), предварительно аппроксимируя трапецевидное сечение у основания прямоугольным, как указано в уравнении (3), где  $z$  – количество зубьев:

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot \frac{F_u}{z} \cdot h_G}{L \cdot \left(\frac{a' + a''}{2}\right)^2} \leq \sigma_{b\_ref}. \quad (3)$$

Справочные референсные значения напряжения изгиба  $\sigma_{b\_ref}$  (МПа) приведены в табл. 1 [5].

В [12] дается дополнительное уравнение (4), позволяющее связать крутящий момент  $T$  (Н·мм) с напряжением сдвига  $\tau$  (МПа) для сравнения с допустимыми значениями  $\tau_{b\_ref}$  (МПа) в табл. 1.

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot D^3 \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]} \leq \tau_{ref}. \quad (4)$$

Максимальное (пиковое) напряжение изгиба у основания зуба зависит от распределения напряжений вдоль зуба и радиуса  $r$  (мм) у основания. Значения, указанные в [4, 5, 11], могут дать только номинальные значения без учета местной концентрации напряжений. В любом случае эти упрощенные формулы (1–4) имеют то преимущество, что они полностью подтверждены экспериментально. В последние годы развитие и усовершенствование метода конечных элементов позволило добиться более точной оценки фактического пикового напряжения в соответствии с положениями (или методами), представленными в работах [12, 13, 20–22]. Эти методы могут подойти и для расчета фронтальной (корончатой) сцепки зубьев [14–16]. Ограничение в этой области связано с отсутствием экспериментальных исследований на реальных изделиях, с целью связи максимального напряжения с фактической реакцией в соединении Хирта. На это, вероятно, влияет несколько факторов:

- сила, действующая на каждый зуб;
- площадь контакта;
- отверстия для монтажа;
- трение между зубьями;
- процесс термообработки (зубья закаленные, не всегда с одинаковой твердостью), градиент твердости на зубьях;
- механические остаточные напряжения, возникающие в результате шлифовальных операций.

Метод расчета муфт Хирта основан на предположении, что внешний крутящий момент  $T$  (Н·мм) создает касательную силу  $F_u$  (Н) (уравнение (1)).  $F_u$ , в свою очередь, определяет осевую силу  $F_a$  (Н) (уравнение (2)). Это осевое усилие  $F_a$  должно восприниматься устройствами предварительного натяжения, такими как дисковые пружины, гидравлические поршни или винтовые соединения. Требуемую предварительную нагрузку  $F_{v-a}$  (Н) рассчитывают, вводя коэффициент запаса  $\nu$  (уравнение (5)):

$$F_{v-a} = \nu \cdot F_a = (1.8...3) \cdot F_a. \quad (5)$$

Таблица 1

**Допустимые напряжения для углеродистых и легированных сталей при радиусе основания  $r > 0,3$  мм.**

Тип воздействия	Углеродистая сталь		Легированная сталь	
	$\sigma_{b\_ref}$ (МПа)	$\tau_{b\_ref}$ (МПа)	$\sigma_{b\_ref}$ (МПа)	$\tau_{b\_ref}$ (МПа)
Без ударов	90	33.5	120	44.5
С ударами	50	18.5	70	26
С ударами и крутильными колебаниями	35	13	50	18.5

При сжатии зубья «поддерживают» (компенсируют) друг друга, если предварительная нагрузка  $F_{V-a}$  (Н) достаточно высока. Различные нагрузки на боковые поверхности зуба приводят лишь к слегка неравномерному распределению предварительной нагрузки давления в поперечном сечении основания зуба, создавая максимальное давление  $P_{\max}$  (МПа) в соответствии с уравнением (6). В этом уравнении 6 (см. рис. 6)  $A_z$  (мм<sup>2</sup>) – эффективная площадь боковой поверхности зуба,  $D$  и  $d$  (мм) – внешний и внутренний диаметры зубьев,  $d_L$  (мм) – диаметр крепежного отверстия,  $n_b$  – количество болтов на

поверхности диска,  $r$  (мм) – радиус основания зуба,  $s$  (мм) – зазор между поверхностью вершин зубьев одного диска и поверхностью впадин зубьев сопрягаемого диска,  $z$  – количество зубьев и  $\eta_z$  – коэффициент несущей способности (0,65 для фрезерованных зубьев или 0,75 для шлифованных зубьев). При сжатии, при достаточно высокой нагрузке  $F_{V-a}$  и отсутствии передачи крутящего момента, эта нагрузка равномерно распределяется по обеим граням каждого зуба. И наоборот, при передаче крутящего момента  $T$  давление повышается на одной грани зуба и падает на другой.

$$P_{\max} = \frac{F_{V-a} + F_a}{A_z},$$

$$A_z = \left( D - d - \frac{n_b \cdot d_L^2}{D + d} \right) \cdot \left[ \frac{\pi}{4} (D + d) - 1.155 \cdot z \cdot (r + s) \right] \cdot \eta_z. \quad (6)$$

Что касается геометрии, производители предлагают фиксированные табличные параметры для расчета высоты зуба  $h$  (мм) в соответствии со средним радиусом  $R_m$  (мм) (см. рис. 6, уравнение (7) и табл. 2) [5].

$$h = c \cdot D - (2 \cdot r + s). \quad (7)$$

Эффект трения между сопрягаемыми зубьями при стандартном расчете муфт Хирта не учитывается. Однако этот эффект важно учитывать, поскольку он негативно влияет на безопасность: согласно уравнению (8) при наличии трения (угол трения  $\rho$  (°)), при одинаковой осевой силе, фактическая передаваемая нагрузка  $F_{u,\mu}$  (Н) снижается, при том, что предварительный натяг остается неизменным. В противном случае для достижения той же

передаваемой нагрузки потребуется более высокий осевой предварительный натяг. Коэффициент трения  $\mu = \tan(\rho)$  в зажимных муфтах можно оценить с помощью экспериментальных испытаний, например, описанных в [17, 18], и его величина может находиться в диапазоне от 0,1 до 0,3 для гладких поверхностей.

$$\begin{cases} F_{u,\mu} = \frac{F_a}{\tan\left(\frac{\pi}{6} + \rho\right)}, \\ F_{u,\mu} = F_u \cdot K. \end{cases} \quad (8)$$

На рис. 7 коэффициент уменьшения передаваемой нагрузки ( $K$ , уравнение (8)) представлен как функция угла трения.

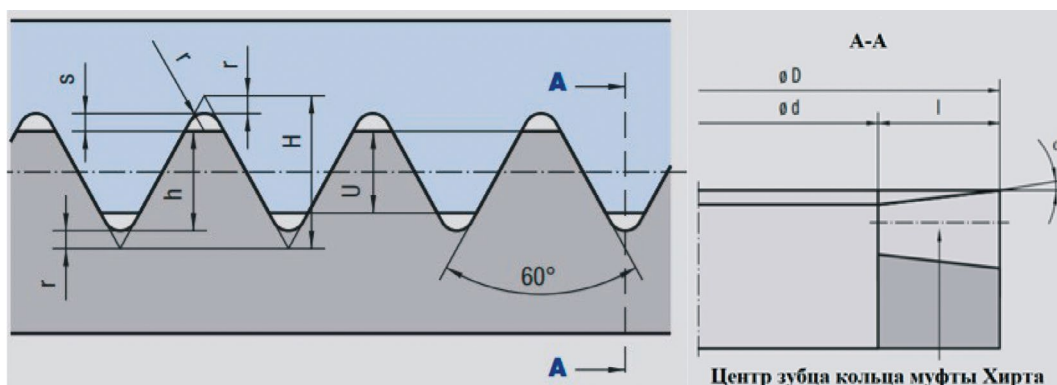


Рис. 6. Геометрические параметры от производителя «Voith-Turbo GmbH» [5]

Таблица 2

Коэффициенты производителя  
«Voith-Turbo GmbH» для выбора  
коэффициента  $c$  и зазора  $s$  [5]

Количество зубьев $z$	Коэффициент $c$
12	0,234
24	0,114
36	0,075
48	0,056
60	0,045
72	0,037
96	0,028
120	0,022
144	0,018
180	0,015
240	0,011
288	0,009
360	0,007
720	0,003
Радиус в основании зуба $r$	Зазор $s$
0,3	0,4
0,6	0,6
1,0	1,0
1,6	1,6
2,5	2,5

На давление (напряжение) между зубьями также влияет коэффициент трения, но с меньшим эффектом. С помощью нелинейного анализа методом конечных элементов (нелинейного из-за скользящих элементов в контакте) можно рассчитать процентный коэффициент уменьшения давления зуба ( $K_p$ ) по отношению к значению, рассчитанному по уравнению (6)) и затем его отобразить на диаграмме (рис. 8). В случае незначительного трения ( $\mu \rightarrow 0$ ) разница между результатом по уравнению (6) и численным исследованием практически равна нулю.

Как было сказано ранее, соединения Хирта обладают способностью самоцентрироваться. Эта функция особенно важна в тех случаях, когда в процессе эксплуатации кольца должны быть расцеплены, а потом введены в зацепление. Наиболее распро-

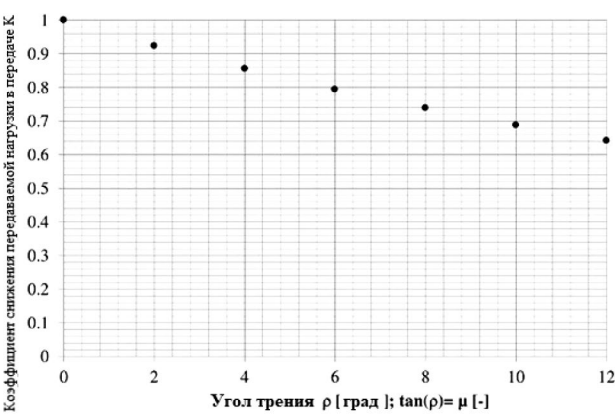


Рис. 7. Коэффициент  $K$  снижения передаваемой нагрузки в передаче в зависимости от угла трения  $\rho$

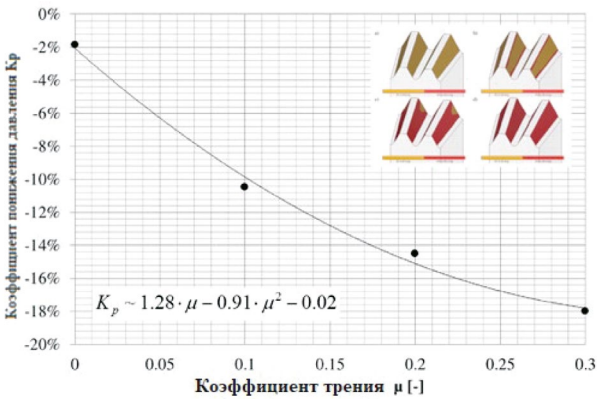
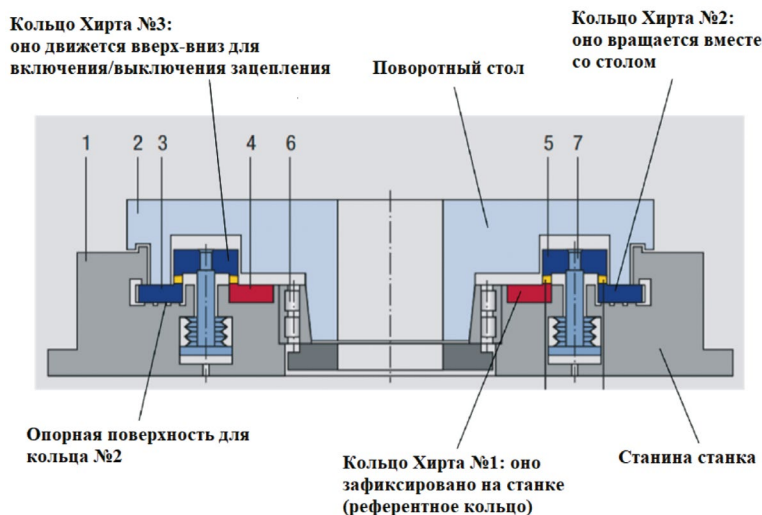


Рис. 8. Коэффициент понижения давления на зубья  $K_p$  в зависимости от коэффициента трения  $\mu$

страненный пример – поворотные столы станков и автоматических линий. В многопозиционной автоматической линии происходит последовательность двух действий:

- при выполнении операций обработки стол фиксируется с включенными (сомкнутыми) кольцами Хирта (жесткое соединение обеспечивает соблюдение строгих геометрических допусков для обрабатываемой детали);
- после решения задач обработки на одной позиции (рабочем месте) стол должен повернуться на следующую позицию (рабочее место): для этого соединение колец должно быть расцеплено. После поворота стола к следующей позиции его необходимо снова зафиксировать, чтобы начать новую операцию обработки.



**Рис. 9. Пример поворотного стола для позиционной автоматической линии:**

1 – станина; 2 – поворотный стол;  
3 – кольцо Хирта № 2;  
4 – кольцо Хирта № 1;  
5 – кольцо Хирта № 3;  
6 – подшипник; 7 – устройство создания осевого центрирования)

Повторяемость, точность и способность к самоцентрированию необходимы для производства деталей, соответствующих очень строгим геометрическим допускам. *Рис. 9* описывает вышеупомянутый цикл применительно к тройному соединению Хирта:

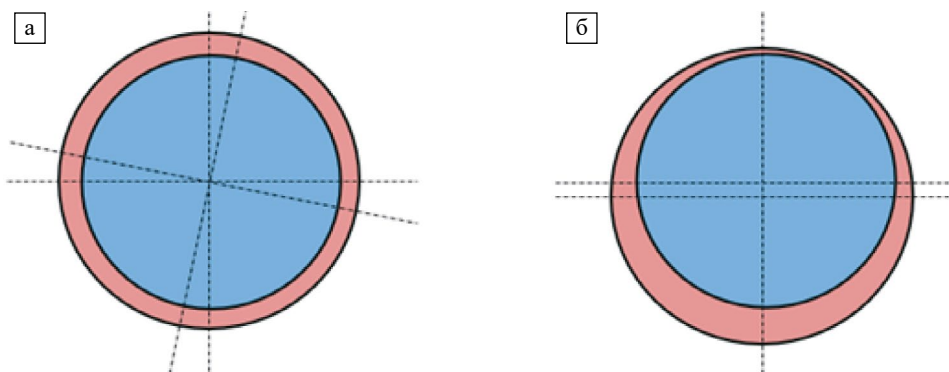
- кольцо № 1 закреплено на станке и является ориентиром (референтом) для точного положения (оно не перемещается);
- кольцо № 2 соединено с поворотным столом, оно движется (вращается) вместе со столом (стол должен всегда возвращаться в одно и то же положение относительно станка);
- кольцо № 3 отвечает за включение/выключение и точное положение.

Когда кольцо № 3 перемещается вверх, стол расцепляется и может вращаться от позиции к позиции с помощью механического привода (электродвигатель + редуктор). Как только стол приближается к необходимому положению, двигатель останавливается в зоне предварительного позиционирования поскольку допуски для зубчатых колес коробки

передач (редуктора) не позволяет точно обеспечить позиционирование), после этого кольцо № 3 может двигаться вниз. При движении сверху вниз, поскольку зубья имеют коническую форму от наружного диаметра к внутреннему (рис. 5), кольцо № 3 изначально сопряжено с референтным кольцом № 1 (кольцо № 3 совмещено с кольцом № 1). После этого кольцо № 3 подходит к подвижному кольцу № 2, которое занимает правильное положение (кольцо № 2 также совмещено с кольцом № 1). Для правильного позиционирования кольца № 2 осевая сила  $F_a$  (Н) должна быть достаточно высокой, чтобы переместить весь вес, относящийся к поворотному столу, на опорную поверхность.

Перед фазой зацепления необходимо рассмотреть три возможных сценария (см. *рис. 10*):

- неподвижное и вращающиеся кольца имеют один и тот же центр и имеют разное угловое положение;
- неподвижное и вращающиеся кольца имеют разные центры и одинаковое угловое положение;
- сочетание 1 и 2 случаев.



**Рис. 10. Положение кольца № 2 перед фазой включения:**  
а) необходимо отрегулировать угол; б) необходимо отрегулировать центр

Сила самоцентрирования  $F_c$  (Н) должна быть достаточна, чтобы преодолеть все силы трения и, следовательно, переместить вращающееся кольцо (вместе с полезной массой) в правильное положение. Силу самоцентрирования  $F_c$  (Н) можно рассчитать с помощью уравнения (9), где каждый отдельный зуб вносит свой вклад в зависимости от его углового положения:

$$F_c = 4 \cdot \sum_{i=0}^{z/4} \frac{F_a}{z \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6} + \rho\right)} \cdot \sin\left(i \cdot \frac{360^\circ}{z}\right) = K_C \cdot \frac{F_a}{\tan\left(\frac{\pi}{6} + \rho\right)}, \quad (9)$$

$K_C = 0.642$  для  $z = 360$ ;  $K_C = 0.650$  для  $z = 144$ ;  $K_C = 0.664$  для  $z = 72$ .

Что касается изготовления колец муфт Хирта, наиболее широко используемыми материалами являются легированные стали 38ХМ, 40ХФА, 35Х.

Технологический процесс производства колец муфт Хирта основан на следующих операциях:

- токарная обработка;
- сверление крепежных отверстий;
- фрезерование зубьев;
- индукционная закалка зоны зубьев (закалка в диапазоне 52...60 HRC);
- черновая шлифовка зубьев;
- чистовая шлифовка зубьев и опорных поверхностей;
- контроль размеров;
- обработка отверстий под штифты;
- окончательный контроль и составление протокола измерений.

Высокую стоимость колец муфты Хирта определяют угловая точность  $\pm 2''$  (сек.), повторяемость измерений погрешности  $< 0,001$  мм, способность к самоцентрированию, высокая износостойкость и длительный срок службы.

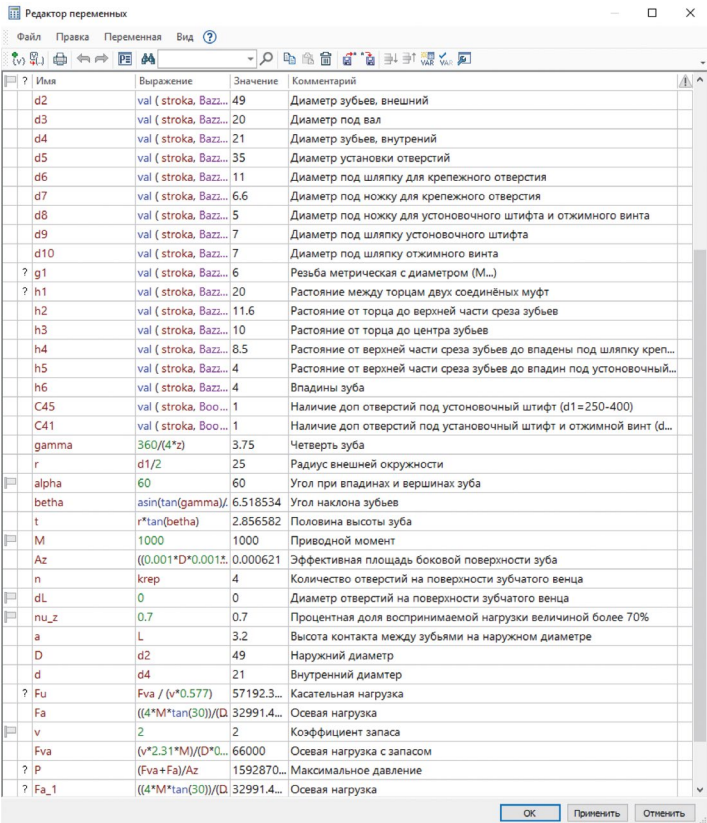
### Автоматизация проектирования муфт Хирта

Определив алгоритм геометрического синтеза элементов муфт Хирта, авторами разработана параметрическая модель колец Хирта в T-FLEX CAD на основе параметров, размещенных в конструкторской БД на основе СУБД Access. Параметризация построений и расчетов выполнена с помощью редактора переменных T-FLEX CAD (рис. 11) и формул, указанных выше. Расчет масс-инерционных характеристик может быть легко выполнен с помощью CAD-системы. Кроме того, возможен автоматическое проведение измерений, например,

определение эффективной площади боковой поверхности зуба  $A_z$  – для определения давления на зубья  $p_{\max}$  по формуле (6) – это осуществляется с помощью инструмента «Измерение» T-FLEX CAD.

На рис. 12 представлены различные исполнения колец муфты Хирта, сгенерированные автоматически в CAD-системе. Отметим, что используется всего лишь одна параметрическая модель T-FLEX CAD. На рис. 13 представлена сборка колец муфты Хирта.

На основе силовой модели, описанной выше, для муфты Хирта может быть проведен автоматизированный расчет методом конечных элементов



Имя	Выражение	Значение	Комментарий
d2	val (stroka, Bazz...	49	Диаметр зубьев, внешний
d3	val (stroka, Bazz...	20	Диаметр под вал
d4	val (stroka, Bazz...	21	Диаметр зубьев, внутренний
d5	val (stroka, Bazz...	35	Диаметр установки отверстий
d6	val (stroka, Bazz...	11	Диаметр под шляпку для крепежного отверстия
d7	val (stroka, Bazz...	6.6	Диаметр под ножку для крепежного отверстия
d8	val (stroka, Bazz...	5	Диаметр под ножку для установочного штифта и отжимного винта
d9	val (stroka, Bazz...	7	Диаметр под шляпку установочного штифта
d10	val (stroka, Bazz...	7	Диаметр под шляпку отжимного винта
g1	val (stroka, Bazz...	6	Резьба метрическая с диаметром (М...)
h1	val (stroka, Bazz...	20	Расстояние между торцами двух соединённых муфт
h2	val (stroka, Bazz...	11.6	Расстояние от торца до верхней части среза зубьев
h3	val (stroka, Bazz...	10	Расстояние от торца до центра зубьев
h4	val (stroka, Bazz...	8.5	Расстояние от верхней части среза зубьев до впадины под шляпку креп...
h5	val (stroka, Bazz...	4	Расстояние от верхней части среза зубьев до впадин под установочный...
h6	val (stroka, Bazz...	4	Впадины зуба
C45	val (stroka, Boo...	1	Наличие дуп отверстий под установочный штифт (d1=250-400)
C41	val (stroka, Boo...	1	Наличие дуп отверстий под установочный штифт и отжимной винт (d...
gamma	360/(4*z)	3.75	Четверть зуба
r	d1/2	25	Радиус внешней окружности
alpha	60	60	Угол при впадинах и вершинах зуба
betha	asin(tan(gamma)/...	6.518534	Угол наклона зубьев
t	r*tan(betha)	2.856582	Половина высоты зуба
M	1000	1000	Приводной момент
Az	((0.001*D*0.001*...	0.000621	Эффективная площадь боковой поверхности зуба
n	krep	4	Количество отверстий на поверхности зубчатого венца
dL	0	0	Диаметр отверстий на поверхности зубчатого венца
nu_z	0.7	0.7	Процентная доля воспринимаемой нагрузки величиной более 70%
a	L	3.2	Высота контакта между зубьями на наружном диаметре
D	d2	49	Наружный диаметр
d	d4	21	Внутренний диаметр
Fu	Fva / (v*0.577)	57192.3...	Касательная нагрузка
Fa	((4*M*tan(30))/D	32991.4...	Осевая нагрузка
v	2	2	Коэффициент запаса
Fva	(v*2.31*M)/(D*0...	66000	Осевая нагрузка с запасом
P	(Fva+Fa)/Az	1592870...	Максимальное давление
Fa_1	((4*M*tan(30))/D	32991.4...	Осевая нагрузка

Рис. 11. Окно редактора переменных T-FLEX CAD с параметрами для синтеза 3D-моделей элементов муфт Хирта

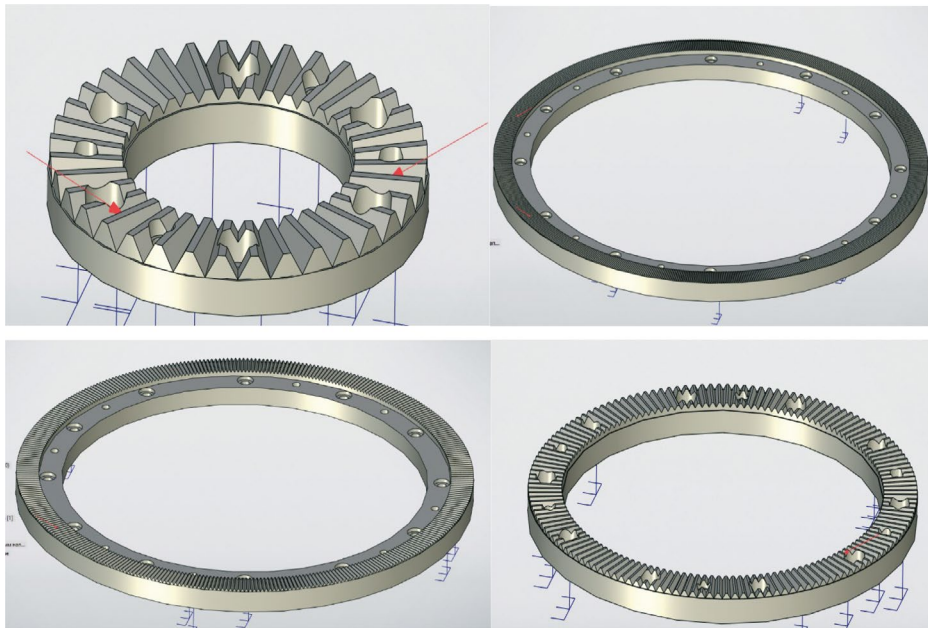


Рис. 12. Параметрическая 3D-модель кольца муфты Хирта

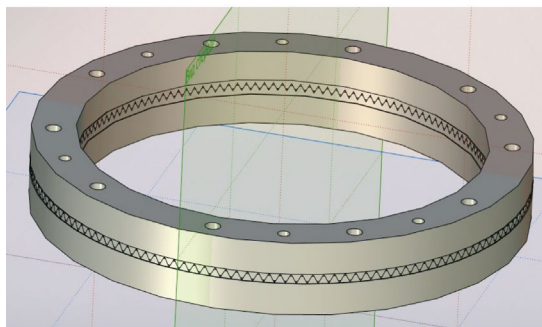
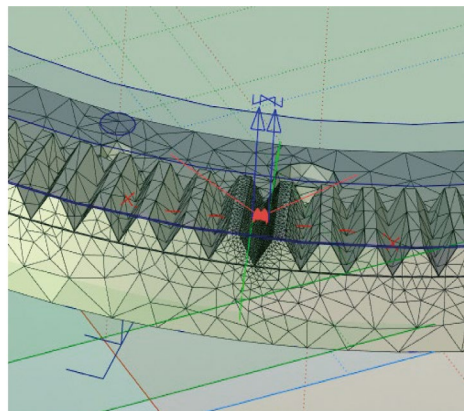


Рис. 13. Сборная 3D-модель муфты Хирта



на прочность и долговечность. Расчет выполняется с использованием САЕ-модуля «Анализ» пакета T-FLEX. Положение узлов для приложения сил формируется на основе параметрической модели. Примеры разбиения на конечные элементы и пробный расчет парных зубьев кольца муфты Хирта представлен на рис. 14.

### Заключение

В представленной работе на основе международного [1-18, 20-22] и собственного опыта расчетов похожих передач [19] систематизирован алгоритм расчета муфт Хирта. К сожалению, в отечественной литературе этим ответственным и перспективным муфтам уделено недостаточно внимания.

Авторами разработан алгоритм геометрического синтеза элементов муфт Хирта, с использова-

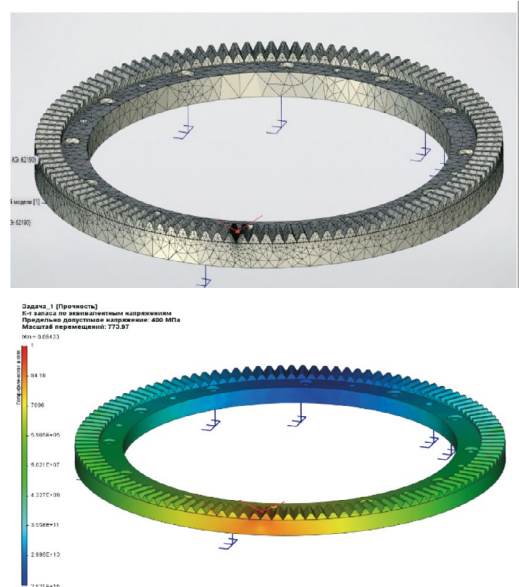


Рис. 14. САЕ-расчет зубьев колец муфты Хирта в T-FLEX CAD

нием которого разработана адаптивная 3D-модель колец Хирта в T-FLEX CAD на основе параметров, размещенных в конструкторской базе данных. Параметризация построений и расчетов выполнена с помощью редактора переменных T-FLEX CAD. С помощью CAD-системы может быть проведен расчет масс-инерционных характеристик. В работе представлены различные исполнения колец муфты Хирта, сгенерированных автоматически в CAD-системе, приводится сборка колец муфты Хирта.

Проведен автоматизированный расчет муфт на прочность и долговечность методом конечных элементов с использованием CAE-модуля «Анализ» пакета T-FLEX с примером разбиения на конечные элементы и пробным расчетом парных зубьев муфты Хирта.

Авторами разработана библиотека параметров муфт Хирта для T-FLEX CAD, с возможностью автоматической генерации 3D-моделей и результатов расчетов. База данных библиотеки является расширяемой и допускает добавление новых числовых конфигураций муфт Хирта с модификацией на основе вновь приобретаемого эмпирического опыта методики геометрических и силовых расчетов без необходимости написания программ на языках высокого уровня. Для создания спектра моделей муфт Хирта используется одна параметрическая адаптивная 3D-модель T-FLEX CAD.

Опыт проектирования муфт Хирта апробирован в учебном процессе на кафедре станков в 2024 году.

### Библиографический список

1. Исаев А.В., Лядник С.В., Купцов В.Р. Анализ конструкций приводных инструментальных блоков для прецизионных токарных станков с ЧПУ // Вестник МГТУ «Станкин». – 2022. – № 4 (63). – С.75–80.
2. Гречишников В.А., Пивкин П.М., Исаев А.В., Ершов А.А., Исаев А.В., Яшков В.А., Белоцкий А.С., Минин И.В., Бушуев В.В., Надыкто А.Б. Расширение технологических возможностей шлифовально-заточных станков с ЧПУ при изготовлении и заточке режущего инструмента методами API САПР // СТИН. – 2022. – № S12–2. – С.2–5.
3. Петухов Ю.Е., Домнин П.В., Желтиков С.А. Математическое моделирование профиля часового зубчатого колеса с помощью средств математического программирования в среде MathCAD // Вестник МГТУ «Станкин». – 2022. № 4 (63). – С.85–90.
4. Croccolo D.; Cavalli O.; De Agostinis M.; Fini S.; Olmi G.; Robusto F.; Vincenzi N. A. Methodology for the Lightweight Design of Modern Transfer Machine Tools // Machines, – 2018, 6, 2.
5. Croccolo D., De Agostinis M., Fini S., G., Robusto F., Vincenzi N. On Hirth Ring Couplings: Design Principles Including the Effect of Friction // Actuators 2018, 7, 79.
6. Hirth C.A. Shaft Coupling. U.S. Patent 1,660,792, 28 February 1928.
7. Станок 16K20Ф3 // Технологии обработки металлов [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.metalcutting.ru/content/stanok-16k20fz> (дата обращения: 20.08.2024).
8. Бушуев В.В. Станочное оборудование автоматизированного производства / под ред. В.В. Бушуева. – М.: Станкин, 1993. – Т. 2. – 650 с.
9. Вспомогательный инструмент для токарных станков с ЧПУ // Вунивере.ру. Учебные материалы для студентов [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://vunivere.ru/work13108/page2> (дата обращения: 20.08.2024).
10. Matzke G. Verbindung von Wellen durch Verzahnung // Konstruktion. – 1951, 3, 211–216.
11. Niemann G., Winter H., Hohn B.R. Maschinenelemente; Springer-Verlag: Berlin, Germany, 2005.
12. Croccolo D., De Agostinis M., Vincenzi N. Normalization of the stress concentrations at the rounded edges of a shaft-hub interference fit: Extension to the case of a hollow shaft // J. Strain Anal. Eng. 2012, 47, 131–139.
13. Croccolo D., De Agostinis M., Fini S., Morri A., Olmi G. Analysis of the influence of fretting on the fatigue life of interference fitted joints. In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress
14. Jiang X.J., Zhang Y.Y., Yuan S.X. Analysis of the contact stresses in curvic couplings of gas turbine in a blade-off event // Strength Mater. – 2012. – 44, 539–550.
15. Yuan S.X., Zhang Y.Y., Zhang Y.C., Jiang X.J. Stress distribution and contact status analysis of a bolted rotor with curvic couplings. Proc. I. Mech. Eng. C–J. Mec. 2010, 224, 1815–1829.
16. Richardson I.J., Hyde T.M., Becker A.A., Taylor J.W. A three-dimensional finite element investigation of the bolt stresses in an aero-engine curvic coupling under a blade release condition // Proc. Inst. Mech. Eng. G–J. Aerosp. Eng. 2000, 214, 231–245.
17. Croccolo D., Cuppini R., Vincenzi N. Friction coefficient definition in compression-fit couplings applying the DOE method. Strain 2008, 44, 170–179.
18. RR71, Friction in Temporary Works, ISBN 0 7176 2613 X, HSE Books. URL: <http://www.hse.gov.uk/research/rrhtm/rr071.htm> (дата обращения: 10.06.2024).

19. Пирожков В.Г., Соболев А.Н., Некрасов А.Я., Арбузов М.О. Автоматизированное проектирование и моделирование в машиностроении: ортогональные цилиндрико-конические передачи // Труды РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина. – 2019. – № 2. – С. 95–106.

20. Abruzzo M., Macoretta G., Romoli L., Veracini M. Technological and contact analysis of Hirth joints including manufacturing tolerances. *Precision Engineering*, 2024, 86, 66–74.

21. Kim B.J., Oh J., Palazzolo A. Test and Theory for a Refined Structural Model of a Hirth Coupling. *ASME. J. Eng. Gas Turbines Power*, 2022, 144, 031027.

22. Kim B.J., Oh J., Palazzolo A. Beam based rotordynamics modelling for preloaded Hirth, Curvic and butt couplings. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 565, 117921.

## References

1. Isaev A.V., Lyadnik S.V., Kuptsov V.R. Analysis of designs of drive tool blocks for precision CNC lathes. *Bulletin of MSUT "Stankin"*. 2022. No. 4 (63). P.75–80.

2. Grechishnikov V.A., Pivkin P.M., Isaev A.V., Ershov A.A., Isaev A.V., Yashkov V.A., Belotsky A.S., Minin I.V., Bushuev V.V., Nadykto A.B. Expanding the technological capabilities of CNC grinding and sharpening machines in the manufacture and sharpening of cutting tools using API CAD methods. *STIN*. 2022. No. S12–2. P.2–5.

3. Petukhov Yu.E., Domnin P.V., Zheltikov S.A. Mathematical modeling of the profile of a clock gear using mathematical programming tools in the MathCAD environment. *Bulletin of MSUT "Stankin"*. 2022. No. 4 (63). P.85–90.

4. Croccolo, D.; Cavalli, O.; De Agostinis, M.; Fini, S.; Olmi, G.; Robusto, F.; Vincenzi, N. A. Methodology for the Lightweight Design of Modern Transfer Machine Tools. *Machines* 2018, 6, 2.

5. Croccolo, D.; De Agostinis, M.; Fini, S.; Olmi, G.; Robusto, F.; Vincenzi, N. On Hirth Ring Couplings: Design Principles Including the Effect of Friction. *Actuators* 2018, 7, 79.

6. Hirth, C.A. Shaft Coupling. U.S. Patent 1,660,792, 28 February 1928.

7. Machine 16K20F3. Metal processing technologies [Electronic resource]. Access mode: <https://www.metalcutting.ru/content/stanok-16k20fz> (date of access: 08/20/2024).

8. Bushuev V.V. Equipment for technical production / edited by V.V. Bushuev. Moscow: Stankin, 1993. Vol. 2. 650 p.

9. Reference tool for CNC lathes // Vunivere.ru. Educational materials for students [Electronic resource]. Access mode: <https://vunivere.ru/work13108/page2> (date of access: 08/20/2024).

10. Matzke, G. Verbindung von Wellen durch Verzahnung. *Konstruktion* 1951, 3, 211–216.

11. Niemann, G.; Winter, H.; Hohn, B.R. Maschinenelemente; Springer-Verlag: Berlin, Germany, 2005.

12. Croccolo, D.; De Agostinis, M.; Vincenzi, N. Normalization of the stress concentrations at the rounded edges of a shaft-hub interference fit: Extension to the case of a hollow shaft. *J. Strain Anal. Eng.* 2012, 47, 131–139.

13. Croccolo, D.; De Agostinis, M.; Fini, S.; Morri, A.; Olmi, G. Analysis of the influence of fretting on the fatigue life of interference fitted joints. In *Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress*

14. Jiang, X. J.; Zhang, Y. Y.; Yuan, S.X. Analysis of the contact stresses in curvic couplings of gas turbine in a blade-off event. *Strength Mater.* 2012, 44, 539–550.

15. Yuan, S. X.; Zhang, Y. Y.; Zhang, Y.C.; Jiang, X.J. Stress distribution and contact status analysis of a bolted rotor with curvic couplings. *Proc. I. Mech. Eng. C–J. Mec.* 2010, 224, 1815–1829.

16. Richardson, I. J.; Hyde, T. M.; Becker, A. A.; Taylor, J.W. A three-dimensional finite element investigation of the bolt stresses in an aero-engine curvic coupling under a blade release condition. *Proc. Inst. Mech. Eng. G–J. Aerosp. Eng.* 2000, 214, 231–245.

17. Croccolo, D.; Cuppini, R.; Vincenzi, N. Friction coefficient definition in compression-fit couplings applying the DOE method. *Strain* 2008, 44, 170–179.

18. RR71, Friction in Temporary Works, ISBN 0 7176 2613 X, HSE Books. URL: <http://www.hse.gov.uk/research/rrhtm/rr071.htm> (accessed on 10 June 2024).

19. Pirozhkov V.G., Sobolev A.N., Nekrasov A.Ya., Arbuzov M.O. Automated design and modeling in mechanical engineering: orthogonal cylindrical-bevel gears. *Proceedings of the Russian State University of Oil and Gas named after. THEM. Gubkina*. 2019. No. 2. P. 95–106.

20. Abruzzo, M.; Macoretta, G., Romoli, L., Veracini, M. Technological and contact analysis of Hirth joints including manufacturing tolerances. *Precision Engineering*, 2024, 86, 66–74.

21. Kim, B. J., Oh, J., Palazzolo, A. Test and Theory for a Refined Structural Model of a Hirth Coupling. *ASME. J. Eng. Gas Turbines Power*, 2022, 144, 031027.

22. Kim, B. J., Oh, J., Palazzolo, A. Beam based rotordynamics modelling for preloaded Hirth, Curvic and butt couplings. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 565, 117921.

**Информация об авторах**

**Соболев Александр Николаевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры станков, ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»  
t-64@mail.ru

**Некрасов Алексей Яковлевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры станков, ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»  
a.nekrasov@stankin.ru

**Ривкин Алексей Владимирович** – кандидат технических наук, доцент кафедры станков, ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»  
alexey-rivkin@yandex.ru

**Information about the authors**

**Sobolev Alexander Nikolaevich** – cand. Sc. of Engineering, associate professor at the sub-department of “Machine tools”, MSUT “STANKIN”  
t-64@mail.ru

**Nekrasov Alexey Yakovlevich** – cand. Sc. of Engineering, associate professor at the sub-department of “Machine tools”, MSUT “STANKIN”  
a.nekrasov@stankin.ru

**Rivkin Alexey Vladimirovich** – cand. Sc. of Engineering, associate professor at the sub-department of “Machine tools”, MSUT “STANKIN”  
alexey-rivkin@yandex.ru

Авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации и заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors made equivalent contributions to the publication and declare no conflict of interest.