УДК 623.5

doi: 10.53816/20753608_2025_3_20

ПОДБОР УСТАНОВОК ДЛЯ СТРЕЛЬБЫ С ПОМОЩЬЮ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ

SELECTION OF INSTALLATIONS FOR FIRING USING EXTERNAL BALLISTICS

По представлению чл.-корр. РАРАН А.М. Сазыкина

С.Д. Беляева, В.Ю. Калинин

Михайловская военная артиллерийская академия

S.D. Belyaeva, V.Y. Kalinin

В статье дано теоретическое обоснование нахождения угла бросания снаряда по исходно задаваемой геодезической дальности до цели. Расчет параболической траектории полета снаряда осуществляется на основе интегрирования системы дифференциальных уравнений внешней баллистики, задаваясь, при этом, двумя фиксированными точками, определяющими дальность при нулевом угле возвышения и дальность при угле возвышения 20 град., и одной переменной точкой.
Ключевые слова: максимальная и текущая дальность, угол максимальной дальности и угол итерации, точность очередной итерации, начальные условия для входа в алгоритм, система дифференциальных уравнений (СДУ).

The article provides a theoretical justification for finding the projectile's launch angle based on the initial geodetic range to the target. The calculation of the projectile's parabolic flight path is based on integrating the system of differential equations of external ballistics, while specifying two fixed points that determine the range at zero elevation angle and the range at an elevation angle of 20 degrees, and one variable point.
Keywords: maximum and current range, maximum range angle and iteration angle, accuracy of the next iteration, initial conditions for entering the algorithm, system of differential equations.

Введение

Для решения практических задач по поражению противника артиллеристу необходима зависимость угла возвышения (угла бросания) от дальности, когда по известной геодезической дальности можно было бы сразу назначить этот угол, чтобы попасть в цель. В настоящее время эта задача решается с помощью таблиц стрельбы. Внешняя баллистика считает [1, 3, 4], что решением рассматриваемой задачи является применение системы дифференциальных уравнений (СДУ), описывающая поведение снаряда на траектории с учетом всех особенностей его движения в реальных условиях, что позволяет решить задачу нахождения угла возвышения ствола на основе интегрирования СДУ.

Основная часть

Ставится задача об определении угла возвышения для попадания в объект, находящийся от орудия на расстоянии Д-геодезическое. Первое, что необходимо определить, это номер заряда, на котором можно поразить эту цель. Для решения поставленной задачи необходимо создать таблицу максимальных дальностей и отвечающих ей начальной скорости и углов возвышения, таблица.

Составим такую таблицу для плоской модели движения снаряда на примере орудия Д-20 и снаряда ОФ-540.

При использовании плоской модели движения снаряда, на которой основаны таблицы стрельбы, имеем следующую систему дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{cases} V' = -\dfrac{\pi}{8}\dfrac{id^2}{q}\Pi_0 H(y)V^2 c_x - g\sin\Theta; \\ \Theta' = -\dfrac{g\cos\Theta}{V}; \\ x' = V\cos\Theta; \\ y' = V\sin\Theta. \end{cases} \qquad (1)$$

При интегрировании СДУ (1) получаем таблицу максимальных дальностей и углов.

Поскольку через каждую точку пространства проходят две траектории: мортирная (высокая) и навесная (низкая), то в первом случае угол возвышения больше угла максимальной дальности, а во втором случае — меньше, поэтому относительное приращение угла возвышения может быть положительным или отрицательным:

$$\delta = \frac{\Theta_{\max} - \Theta}{\Theta_{\max}} = 1 - \frac{\Theta}{\Theta_{\max}} \geq (\leq) 0 .$$

Относительное приращение дальности будет только положительным:

$$\delta Д = \frac{Д_{\max} - Д}{Д_{\max}} = 1 - \frac{Д}{Д_{\max}} \geq 0.$$

Введенные переменные являются безразмерными величинами, что обеспечивает одинаковую точность в расчетах.

Чтобы учесть оба возможных знака для относительного приращения угла возвышения, возьмем в качестве определяющей функции квадрат относительного приращения угла возвышения в зависимости от приращения дальности $\delta^2 = f(\delta Д)$.

Для функции $f(\delta Д)$ возьмем представление в виде многочлена второй степени с неизвестными коэффициентами:

$$\delta^2 = a_0 + a_1 \delta Д + a_2 \delta Д^2 . \qquad (2)$$

Определим неизвестные коэффициенты.

1. При $\Theta = \Theta_{\max}$, $\delta = 0$, $\delta Д = 0$. Тогда $a_0 = 0$.

2. При $\Theta = \Theta_1$ и $\Theta = \Theta_2$ получим два уравнения для определения a_1 и a_2.

$$\delta_1^2 = a_1 \delta Д_1 + a_2 \delta Д_1^2 ; \; \delta_2^2 = a_1 \delta Д_2 + a_2 \delta Д_2^2 .$$

Решая совместно эти два уравнения, определим коэффициенты a_1 и a_2.

$$a_1 = \frac{\delta_1^2 \delta Д_2^2 - \delta_2^2 \delta Д_1^2}{\delta Д_1 \delta Д_2 (\delta Д_2 - \delta Д_1)};$$

$$a_2 = \frac{\delta_1^2 \delta Д_2 - \delta_2^2 \delta Д_1}{\delta Д_1 \delta Д_2 (\delta Д_1 - \delta Д_2)}. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим:

$$\delta = \frac{\delta_1^2 \delta Д_2^2 - \delta_2^2 \delta Д_1^2}{\delta Д_1 \delta Д_2 (\delta Д_2 - \delta Д_1)} \delta Д + \frac{\delta_1^2 \delta Д_2 - \delta_2^2 \delta Д_1}{\delta Д_1 \delta Д_2 (\delta Д_1 - \delta Д_2)} \delta Д^2 .$$

Таблица

Максимальные дальности и углы бросания при разных зарядах для плоской модели движения

Заряд	Начальная скорость, V_0, м/с	Максимальная дальность, $D_{\max}$, м	Угол бросания, $\Theta_{\max}$, град.
Полный	651	17357,0	46
Первый	603	15963,5	46,5
Второй	509	13308,6	45
Третий	423	11037,7	45
Четвертый	381	9952,5	45
Пятый	334	8713,0	45
Шестой	282	6716,2	46,5

После алгебраических преобразований получим:

$$\delta^2 = \frac{\delta Д}{\delta Д_1 - \delta Д_2}\left(\frac{\delta Д - \delta Д_2}{\delta Д_1}\delta_1^2 - \frac{\delta Д - \delta Д_1}{\delta Д_2}\delta_2^2\right);$$

или

$$\delta = \pm\sqrt{\frac{\delta Д}{\delta Д_1 - \delta Д_2}\left(\frac{\delta Д - \delta Д_2}{\delta Д_1}\delta_1^2 - \frac{\delta Д - \delta Д_1}{\delta Д_2}\delta_2^2\right)}.$$

Возвращаясь к исходным переменным:

$$\delta = \frac{\Theta_{\max} - \Theta}{\Theta_{\max}} = 1 - \frac{\Theta}{\Theta_{\max}};$$

$$\delta Д = \frac{Д_{\max} - Д}{Д_{\max}} = 1 - \frac{Д}{Д_{\max}},$$

получим:

$$\Theta_i = \Theta_{\max} \pm \sqrt{\frac{Д_{\max} - Д}{Д_{2i} - Д_{1i}}\left[\frac{Д - Д_{2i}}{Д_{\max} - Д_{1i}}\left(\left(\Theta_{\max} - \Theta_{1i}\right)^2 - \frac{Д - Д_{1i}}{Д_{\max} - Д_{2i}}\left(\Theta_{\max} - \Theta_{2i}\right)^2\right)\right]}. \quad (4)$$

По формуле (4) получаем на каждом шаге два возможных угла бросания; i — номер итерации.

Изобразим графически полученную определяющую функцию (рис. 1).

Функция $f(\delta Д)$ является параболой, поэтому ее можно определить по трем точкам. Задаваясь двумя фиксированными точками, третью точку сделаем переменной. В качестве фиксированных точек берем $(\Theta_{\max}, Д_{\max})$ и $(\Theta_{2,0}, Д_{2,0})$.

Для начала сближений зададимся тремя начальными точками: $(\Theta_{\max}, Д_{\max})$, $(\Theta_{1,0}, Д_{1,0})$, $(\Theta_{2,0}, Д_{2,0})$.

Далее положим

$$\Theta_{1,0} = 0,\ Д_{1,0} = 0,\ \Theta_{2,0} = 20°,\ Д_{2,0} = Д_н,$$

где $Д_н$ — дальность, полученная путем интегрирования СДУ при $\Theta_{2,0} = 20°$.

Подставляя эти значения в формулу (4), определим первое приближение угла возвышения $\Theta_{1,1}$, которое используем для нахождения дальности $Д_{1,1}$, интегрируя СДУ.

Если $\left|Д_{1,1} - Д\right| < \varepsilon$, где ε — заданная точность отклонения от геодезической дальности, то процесс завершается. В противном случае переходим ко второй итерации, заменяя $(\Theta_{1,0}, Д_{1,0})$ найденными в первой итерации $(\Theta_{1,1}, Д_{1,1})$ и вычисляя $\Theta_{1,2}$, со значением которой снова интегрируется СДУ и определяется новая дальность $Д_{1,2}$.

Если $\left|Д_{1,2} - Д_g\right| < \varepsilon$, то процесс завершается. Иначе переходим к третьей итерации.

При $\varepsilon \le 10$ м/с, как правило, необходимы 2–4 итерации.

Рассмотрим конкретный пример.

Изучается поведение снаряда ОФ-540 для орудия Д-20, для которого $d = 0{,}1524$ м, $q = 43{,}56$ кг. Цель находится на расстоянии $Д_g = 16700$ м. Из таблицы следует, что ее можно поразить только на полном заряде, исходя из максимальной дальности.

Тогда

$$V_0 = 651 \text{ м/с},\ Д_{\max} = 17357 \text{ м},\ \Theta_{\max} = 46°\ (0{,}803).$$

Интегрируя систему (1) при $\Theta_{1,0} = 0$, $Д_{1,0} = 0$, $\Theta_{2,0} = 20^0$, $Д_{2,0} = Д_н$ получим первое приближение:

$$\Theta_{0,1}^1 = 1{,}0436\ (59{,}8°);\ Д_{1,1}^1 = 15789{,}55 \text{ м};$$

$$\Theta_{0,1}^2 = 0{,}5621\ (32{,}20°);\ Д_{1,1}^1 = 16104{,}44 \text{ м}.$$

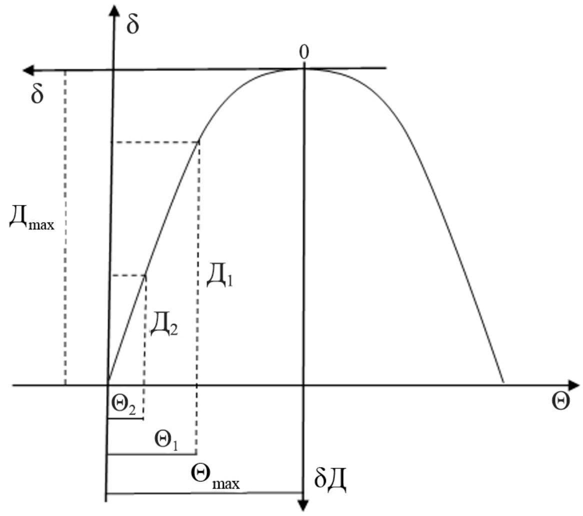

Рис. 1. Схема итерационного процесса

Интегрируя систему (1) при

$$\Theta_{1,0}^{1} = 1{,}0436 \ (59{,}8^\circ); \ \text{Д}_{1,1}^{1} = 15789{,}55 \ \text{м};$$

$$\Theta_{2,0} = 20^\circ, \ \text{Д}_{2,0} = \text{Д}_{\text{н}},$$

получим второе приближение:

$$\Theta_{0,2}^{1} = 0{,}9626 \ (55{,}15^\circ); \ \text{Д}_{1,1}^{1} = 16813{,}54 \ \text{м};$$

$$\Theta_{0,2}^{2} = 0{,}6191 \ (35{,}47^\circ); \ \text{Д}_{1,1}^{2} = 16711{,}65 \ \text{м}.$$

Интегрируя систему (1) при

$$\Theta_{0,2}^{1} = 0{,}9626 \ (55{,}15^\circ); \ \text{Д}_{1,1}^{2} = 16813{,}54 \ \text{м};$$

$$\Theta_{2,0} = 20^\circ, \ \text{Д}_{2,0} = \text{Д}_{\text{н}},$$

получим третье приближение:

$$\Theta_{0,3}^{1} = 0{,}9750 \ (55{,}86^\circ); \ \text{Д}_{1,3}^{1} = 16685{,}58 \ \text{м};$$

$$\Theta_{0,3}^{2} = 0{,}6178 \ (35{,}4^\circ); \ \text{Д}_{1,3}^{2} = 16699 \ \text{м}.$$

Для мортирной стрельбы требуется еще одна итерация.

Интегрируя систему (1) при

$$\Theta_{0,2}^{1} = 0{,}9750 \ (55{,}86^\circ); \ \text{Д}_{1,1}^{2} = 16685{,}58 \ \text{м};$$

$$\Theta_{2,0} = 20^\circ, \ \text{Д}_{2,0} = \text{Д}_{\text{н}},$$

получим четвертое приближение:

$$\Theta_{0,4}^{1} = 0{,}9734 \ (55{,}77^\circ); \ \text{Д}_{1,3}^{1} = 16701{,}77 \ \text{м}.$$

Таким образом, чтобы попасть в цель с геодезической дальностью $\text{Д}_g = 16700$ м необходимо при полном заряде задать угол возвышения $\Theta_0 = 35{,}4^\circ$ при настильной стрельбе и $\Theta_0 = 55{,}77^\circ$ при мортирной, рис. 2.

Математический аппарат, представленный в настоящей статье, был использован при разработке компьютерной программы в системе Matlab. Основу для реализации машинного кода составляет итерационный метод последовательных приближений, построенный на зависимости (4), на каждой итерации которого осуществляется численное интегрирование траектории методом Рунге — Кутта 4-го порядка.

Обработка переходного момента (пересечения траекторией оси $y = 0$) и переходе высоты

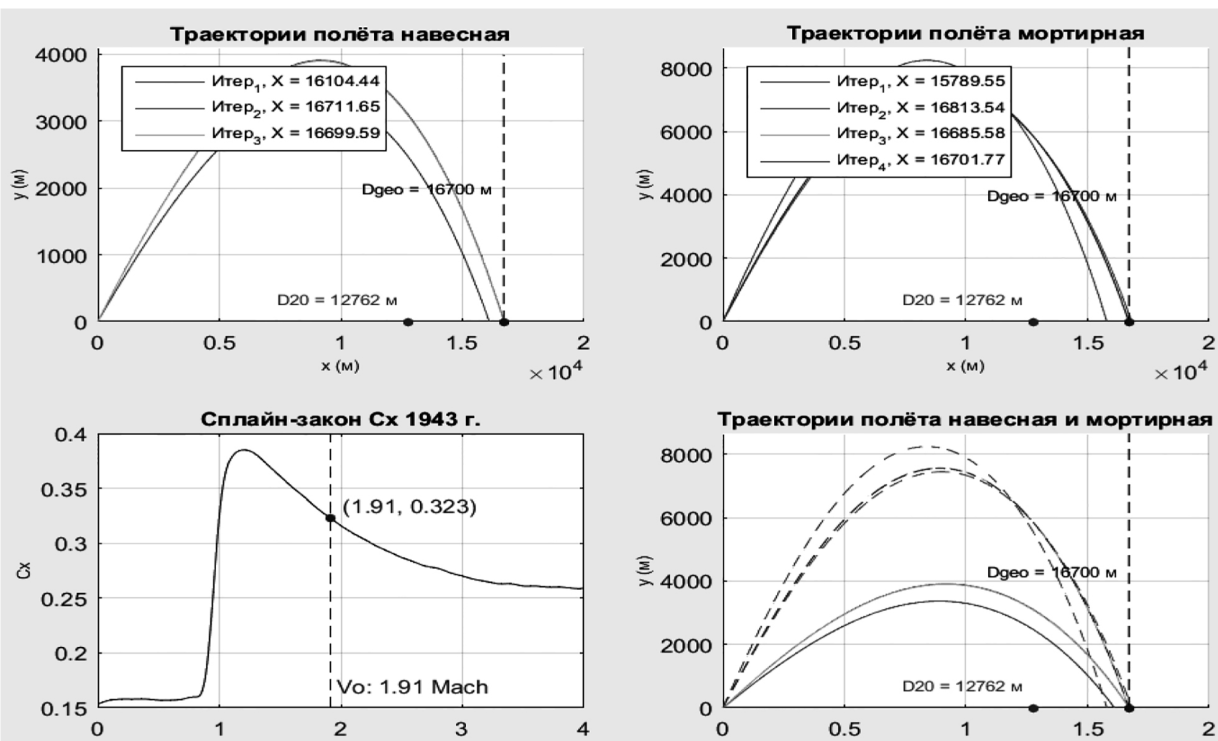

Рис. 2. Визуализация траектории полета по итерациям

```
Введите значение D_geo (м): 16700
Введите значение допустимой ошибки e_e: 5
-----------------------------------------------------
Итерации  Q (rad)   x0 (м)    Q (Grad)
1         0.5621    16104.44  32.20     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 859.00 м
2         0.6191    16711.65  35.47     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 595.56 м
3         0.6178    16699.59  35.40     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 11.65 м
-----------------------------------------------------
Идентификатор номера заряда: Zaryad_Poln
Начальные значения: alfa = 46.00 Grad; alfa = 0.8029 rad; Dmax = 17559.00 м; D_geo = 16700.00 м
Для Vo = 651.00 м/с  - число Маха = 1.913;  Cx = 0.457

Результат расчета:
Число итераций: 3
Расчетный угол метания Q: 0.618 рад =>   35.40 град.
Дальность x0 (D): 16699.586 м
Разница x0 - D_geo: 0.414 м
Установка прицела: 5-89
-----------------------------------------------------
1         1.0436    15789.55  59.80     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 859.00 м
2         0.9626    16813.54  55.15     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 910.45 м
3         0.9750    16685.58  55.86     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 113.54 м
4         0.9734    16701.77  55.77     >> ход приближения: |D_prev - D_geo| = 14.42 м
-----------------------------------------------------
Идентификатор номера заряда: Zaryad_Poln
Начальные значения: alfa = 46.00 Grad; alfa = 0.8029 rad; Dmax = 17559.00 м; D_geo = 16700.00 м
Для Vo = 651.00 м/с  - число Маха = 1.913;  Cx = 0.457

Результат расчета:
Число итераций: 4
Расчетный угол метания Q: 0.973 рад =>   55.77 град.
Дальность x0 (D): 16701.768 м
Разница x0 - D_geo: 1.768 м
Установка прицела: 9-29
-----------------------------------------------------
```

Рис. 3. Результаты расчета

из положительной в отрицательную основано на корректировке — линейной интерполяции между соседними точками для точного определения времени и координаты пересечения траектории с землей. После завершения итерационного процесса выводятся: идентификационный номер заряда, начальные параметры, итоговое число итераций, искомый угол метания Θ (в радианах и градусах), рассчитанная дальность и, в пределах ε — заданной точности отклонения от геодезической дальности, — разница между рассчитанной и заданной дальностью.

Результаты решения задачи для заданной дальности $Д_g = 16700$ м с помощью разработанной программы представлены на рис. 2, 3.

Заключение

Представленный алгоритм не требует вычисления поправок и таблиц стрельбы. Весь процесс сводится к интегрированию СДУ и пересчету углов на соответствующей итерации. Количество требуемых итераций, в основном, не превышает двух-трех. Дополнительным преимуществом рассмотренного подхода является применение двумерной модели движения снаряда, испольуемой в таблицах стрельбы.

Список источников

1. Беляева С.Д., Монченко Н.М., Паршин Ж.П. Внешняя баллистика, ч. II. М. Изд-во МО СССР, 1988. 390 с.

2. Беляева С.Д. Внешняя баллистика с примерами и задачами. СПб.: МВАА, 2023. 189 с.

3. Карманов Д.Д., Лепихин Т.А., Жабко Н.А. О некоторых задачах внешней баллистики // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Т. 13, № 2. С. 75–80.

4. Коносевич Б.И., Коносевич Ю.Б. Сравнение двух модифицированных моделей траектории артиллерийского снаряда как материальной точки // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2019. Т. 6 (64). Вып. 4. С. 463–481.