

УДК 681.5.073: 681.514

doi: 10.53816/20753608_2025_3_56

**ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ УСПЕШНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ
МАЛОВЫСОТНОГО ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ
НАД РЕЛЬЕФОМ МЕСТНОСТИ**

**ESTIMATION OF THE PROBABILITY OF SUCCESSFUL EXECUTION
OF A LOW-ALTITUDE FLIGHT BY AN AIRCRAFT OVER TERRAIN**

По представлению чл.-корр. РАРАН С.М. Мужичека

П.А. Морозов

КТ-Беспилотные Системы

P.A. Morozov

Выполнена оценка безопасного выполнения низкоманевренным летательным аппаратом (ЛА) маловысотного полета над рельефом местности. Показано, что распределение ошибки стабилизации геометрической высоты полета ЛА с нелинейной системой автоматического маловысотного полета происходит по нормальному закону, что дает основание для оценки вероятности успешного облета рельефа параметрически заданной сложности.

Ключевые слова: летательный аппарат, маловысотный полет, рельеф местности, вероятность облета.

An assessment of the safe performance of a low-maneuverability aircraft of a low-altitude flight over a terrain relief is performed. It is shown that the distribution of the stabilization error of the geometric flight altitude of an aircraft with a nonlinear automatic low-altitude flight system occurs according to a normal law, which provides a basis for assessing the probability of a successful flight around a terrain of parametrically specified complexity.

Keywords: aircraft, low-altitude flight, terrain, probability of overflight.

Основным показателем успешного выполнения маловысотного полета (МВП) следует считать вероятность облета ЛА рельефа местности. При этом факт облета ЛА некоторой выбранной реальной географической маловысотной трассы сравнительно небольшой протяженности имеет значение только для этой трассы. Математическое описание модели холмистого рельефа местности как композиционного случайного процесса [1] позволяет рассмотреть задачу облета в постановке задачи стохастического управления с возможностью вероятностной

оценки процесса преодоления цепи естественных препятствий.

По данным наблюдения за каждой реализацией облета сгенерированной трассы при математическом моделировании имеется возможность набрать статистику по пересечению ошибкой стабилизации геометрической высоты заданных уровней при облете рельефа. В процессе облета производится подсчет количества пересечений каждого уровня, затем для одноименных уровней определяется среднее количество пересечений, полученных во всех реализациях.

Полученная статистика используется для построения гистограммы относительных частот появления событий превышения ошибкой стабилизации геометрической высоты заданных уровней, что, в свою очередь, позволяет установить закон плотности распределения генеральной совокупности ошибок и оценить его соответствие основным законам распределения случайных величин, в первую очередь нормальному закону.

Оценка гистограммы распределения ошибок стабилизации геометрической высоты полета основывается на правилах построения гистограмм [2, 3]. Диапазон наблюдений ошибок ΔH_r составляет $\pm H_{\text{эш}}^{\text{макс}}$, где $H_{\text{эш}}^{\text{макс}} = 200$ м — максимальное значение заданной высоты эшелона. Серединой области изменения выборки является, по определению, математическое ожидание геометрической высоты полета \hat{m}_{H_r} , а количество интервалов разбиения для построения распределения высоты полета сделаем величиной кратности задаваемого интервала $\Delta H_{\text{шт}}$. Таким образом, каждый фиксированный уровень геометрической высоты в симметричном варианте (выше и ниже высоты математического ожидания) будет определяться, как

$$\begin{aligned} H_0 &= \hat{m}_{H_r}, \text{ если } j = 0; \\ H_j &= \hat{m}_{H_r} - j \cdot \Delta H_{\text{шт}}, \text{ если } j = 1, \dots, k, k = K/2; \\ H_j &= \hat{m}_{H_r} + j \cdot \Delta H_{\text{шт}}, \text{ если } j = k + 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (1)$$

где k — количество уровней высоты от математического ожидания вниз и вверх; $K = 2k$ — общее количество уровней разбиения всего диапазона наблюдений ошибок стабилизации геометрической высоты; j — порядковый номер уровня. Подсчет количества превышений уровней для каждого интервала $j = 1, \dots, K$ определяет число пересечений каждого из заданных уровней N_j , включая уровень математического ожидания, тем самым находятся частоты попаданий в каждый интервал

$$h_j = \frac{N_j}{\sum_{j=1}^K N_j}. \quad (2)$$

Сумма частот, определяющая полную площадь симметричной относительно математического ожидания гистограммы, равна единице [2, с. 138] и имеет размерность вероятности по-

падания высоты в интервал между уровнями j и $j + 1$. Нетрудно убедиться, что, с учетом формул (1), (2) и полагая одинаковым количество пересечений уровня математического ожидания «сверху вниз» и «снизу вверх», будут иметь место равенства

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k h_j &= 0,5; \quad \sum_{j=k+1}^K h_j = 0,5; \\ \sum_{j=1}^K h_j &= \sum_{j=1}^k h_j + \sum_{j=k+1}^K h_j = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Для количества реализаций m облета типовых профилей сгенерированного рельефа частоты попадания ошибки стабилизации в каждый интервал определяются как средние арифметические значения

$$\bar{h}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_{i,j}, \quad (4)$$

где i — номер эксперимента (реализации) облета случайного рельефа одинаковой длины L , сгенерированного одним и тем же формирующим фильтром, возбуждаемым белым гауссовским шумом с единичной интенсивностью [1]. При этом отсчет интервалов идет относительно среднего значения математического ожидания высоты полета

$$\bar{m}_{H_r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{m}_{H_{r,i}}. \quad (5)$$

Так же как при вычислении среднего значения математического ожидания (5) в условиях независимости получения каждой реализации облетаемого рельефа местности определим усредненное значение среднеквадратического отклонения (СКО) стабилизации высоты по формуле

$$\bar{\sigma}_{H_r} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D_{H_{r,i}}}, \quad (6)$$

где $D_{H_{r,i}}$ — оценка дисперсии изменения высоты каждой i -й реализации.

Получение частот (2), (4) пересечения ошибкой ΔH_r фиксированных уровней формирует статистический ряд наблюдаемых частот [2, с. 136] $\hat{h}_1, \hat{h}_2, \dots, \hat{h}_j, \dots, \hat{h}_K, j = 1, \dots, K$. Тогда возникает возможность сравнения этого ряда с теоретическим распределением вероятностей h_1, h_2, \dots, h_K некоторого закона распределения

$f(H_r)$, который естественно предположить нормальным:

$$f(H_r) = \frac{1}{\sigma_{H_r} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(H_r - H_0)^2}{2\sigma_{H_r}^2}}. \quad (7)$$

Зададим для каждой реализации ширину интервала между соседними фиксированными уровнями, равную среднеквадратическому отклонению высоты полета в данной реализации, а также общее количество интервалов:

$$\Delta H_{\text{инт}_j} = \sigma_{H_r}, \quad j = 1, 2, \dots, K; \quad K = 2k = 10. \quad (8)$$

На основании (7) с учетом (8) и применяя интегральный расчет вероятностей попадания случайной величины в каждый из j разрядов левой ветви плотности вероятности, получим выражения для соответствующих теоретических вероятностей

$$h_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{(j-1)\sigma_{H_r}}^{j\sigma_{H_r}} e^{-\frac{\Delta H_r^2}{2\sigma_{H_r}^2}} d\Delta H_r; \\ \Delta H_r = H_r - m_{H_r}; \quad j = 1, 2, \dots, 5. \quad (9)$$

Для правой ветви по аналогии с (9) и в силу симметричности кривой распределения получим

$$h_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{(j-k-1)\sigma_{H_r}}^{(j-k)\sigma_{H_r}} e^{-\frac{\Delta H_r^2}{2\sigma_{H_r}^2}} d\Delta H_r; \\ \Delta H_r = H_r - m_{H_r}; \quad j = 6, \dots, 10; \quad k = 5.$$

Если ряд распределения наблюдений охватывает значения стабилизируемой высоты, как меньшие, так и большие относительно математического ожидания, то при сравнении с теоретическим симметричным нормальным законом распределения (7) должно иметь место равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(H_r) dH_r = 1; \quad \int_{-\infty}^0 f(H_r) dH_r = 0,5; \\ \int_0^{\infty} f(H_r) dH_r = 0,5. \quad (10)$$

Таким образом, подготовлены условия методического уровня для проверки согласованности экспериментальных данных с гипотезой о том,

что случайная величина H_r пересечения фиксированных уровней геометрической высоты полета в процессе стабилизации заданной высоты маловысотного полета имеет нормальный закон распределения. Эта проверка даст возможность для в целом нелинейного контура МВП выйти на классические решения теории выбросов [4, 5] по определению вероятности облета ЛА наземных препятствий при выполнении маловысотного полета над рельефом местности.

Для целей решения задачи о согласованности теоретического и статистического распределения применяют критерии согласия, к которым относится широко используемый критерий χ^2 -Пирсона [3, с. 323] с мерой расхождения как взвешенной суммы квадратов отклонений $(\hat{h}_j - h_j)$ при числе опытов n , а именно

$$\chi^2 = n \sum_{j=1}^K \frac{(\hat{h}_j - h_j)^2}{h_j}. \quad (11)$$

Так как распределение χ^2 зависит от числа степеней свободы r [6, с. 475], то, учитывая связи, наложенные на экспериментальные частоты — в нашем случае по сумме частот (3), по совпадению среднего значения (5) с теоретическим и, самое главное, подтверждению правильного определения дисперсии (6) — число степеней свободы будет равно числу разрядов K минус число наложенных связей, то есть

$$r = K - 3. \quad (12)$$

С помощью таблицы значений χ^2 [2, с. 569] при назначении уровня значимости $\alpha = 0,05$ и полученном значении критерия (11) определяется вероятность его появления $P(\chi^2)$ и проверяется выполнение неравенства

$$P(\chi^2) > 0,05. \quad (13)$$

При выполнении неравенства (13) следует считать эмпирическое распределение стабилизируемой высоты H_r соответствующим нормальному. В этом случае контур маловысотного полета в среднеквадратическом смысле можно будет отнести к квазилинейной стохастической системе управления [7, 14] и применять к ней статистические подходы по оценке вероятности

выхода за предельные (минимально допустимые) значения высоты полета ЛА.

Указанный подход к обработке маловысотных полетов при математическом моделировании был реализован с определением статистических параметров облета, подсчетом числа пересечений заданных уровней по высоте и вычислением критерия согласия в стандартизованном виде на примере автоматического маловысотного полета низкоманевренного ЛА с ограниченными тяговыми характеристиками и нелинейным контуром МВП. При этом подвергалось анализу число пересечений каждого уровня, расположенного от математического ожидания и ниже для процесса снижения, который охватывает изменение высоты по $k = 5$ разрядам. При этом, согласно выражениям (10) и (3), для обеспечения суммы экспериментальных частот, равной единице, правая составляющая гистограммы была дополнена симметричным расположением частот левой части. Тогда по формуле (11), с учетом (8), для K полных разрядов величина χ^2 определялась по $k = 5$ экспериментальным разрядам с соответствующим числом степеней свободы (12) в виде

$$h_j = \frac{N_j}{2 \sum_{j=1}^k N_j}; j = 1, \dots, k;$$

$$h_j = \frac{N_{j-k}}{2 \sum_{j=k+1}^K N_{j-k}}; j = k + 1, \dots, K; \quad (14)$$

$$h_{k+1} = h_1; h_{k+j} = h_j; h_K = h_k;$$

$$n = \sum_{j=1}^k N_j; r = k - 3 = 2.$$

В табл. 1 представлены результаты оценивания статистического распределения ошибки стабилизации геометрической высоты полета с определением критерия χ^2 над сгенерированным рельефом длиной 150 км с параметрами географической трассы с холмистым рельефом. Статистическая обработка проводилась по 10 реализациям маловысотного полета ЛА при генерации каждой трассы с параметрами низко- и высокочастотных составляющих рельефа (СКО и радиус корреляции) $\sigma_{H_1} = 69,28$ м, $\sigma_{H_2} = 8,28$ м, $\rho_1 = 0,89$ км, $\rho_2 = 0,11$ км от независимого источника входного белого шума. Статистической обработке по соотношениям

(14) подвергались только реализации облета без нарушения ограничений по высоте (касание земной поверхности) и минимальной скорости полета.

В табл. 1 обозначено: i — порядковый номер реализации; N_{ij} — число пересечений текущей геометрической высотой уровней $m_{H_i} - (j-1)\sigma_{H_i}$, $j = 1, \dots, 5$; P_5 — вероятность распределения χ^2 с числом свободы, равным 2 формула (12) при числе $k = 5$ разрядов левой части экспериментально полученной кривой, содержащей информацию о сближении ЛА с земной поверхностью. Правый столбец табл. 1 содержит средние значения математического ожидания, СКО геометрической высоты, числа пересечений уровней и полной суммы пересечений. Наблюдаемые частоты \hat{h}_j для каждой реализации и для осредненного ряда вычислялись соответственно по формулам (2) и (4). Следует заметить, что пересечение заданного уровня высоты сверху вниз интерпретировалось как попадание ошибки в интервал от пересекаемого уровня до смежного, ниже находящегося уровня.

Как следует из анализа табл. 1, оценка вероятности распределения критерия χ^2 –Пирсона по экспериментальным данным одиночных реализаций облета P_5 не всегда превышает уровень значимости 0,05 неравенства (13). Однако при обработке по совокупности средних значений параметров распределения происходит выравнивание экспериментальных данных о числе пересечений уровней и повышается достоверность получаемых результатов. Так, осредненная вероятность распределения $\chi^2 = 1,59$ составляет $P_5 = 0,46$, что существенно выше величины 0,05, являющейся критической при оценке непротиворечивости гипотезы о принадлежности распределения геометрической высоты полета ЛА при облете рельефа нормальному закону.

Таким образом, следует считать, что полученный результат проверки закона распределения частот попадания значений ошибки стабилизируемой геометрической высоты полета в фиксированные интервалы при маловысотном полете с огибанием рельефа местности не противоречит допущению о нормальном законе распределения [8, 10–13].

В табл. 2 приведен осредненный статистический ряд вероятностей попадания случайной величины ΔH_T в интервал каждого разряда (с учетом

Таблица 1

Распределения H_r над сгенерированными трассами

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Средн.
$m_{H_r}, \text{ м}$	176,64	178,16	179,8	169,9	176,0	178,9	171,7	176,3	173,7	179,0	176,0
$\sigma_{H_r}, \text{ м}$	37,24	35,22	31,33	47,32	35,2	36,7	42,59	36,08	40,95	33,51	37,61
$N_{i,1}$	77	75	83	51	77	82	71	80	66	86	74,8
$N_{i,2}$	30	51	34	27	26	29	32	34	22	33	31,8
$N_{i,3}$	4	7	9	5	2	12	10	6	6	8	6,9
$N_{i,4}$	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0,7
$N_{i,5}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_Σ	112	134	127	85	106	123	113	121	95	127	114,2
$\hat{\chi}^2$	1,83	10,27	3,83	4,71	3,85	9,6	6,36	1,71	3,75	1,62	1,59
P_5	0,43	0,007	0,18	0,11	0,18	0,009	0,03	0,41	0,29	0,45	0,46

Таблица 2

Статистический ряд распределения вероятностей

$\Delta_{\text{инт}}$	$-5\sigma_{H_r}$	$-4\sigma_{H_r}$	$-3\sigma_{H_r}$	$-2\sigma_{H_r}$	$-\sigma_{H_r}$	$+\sigma_{H_r}$	$+2\sigma_{H_r}$	$+3\sigma_{H_r}$	$+4\sigma_{H_r}$	$+5\sigma_{H_r}$
\hat{h}_j	0	0,0032	0,03	0,139	0,328	0,328	0,139	0,03	0,0032	0
h_j	$3 \cdot 10^{-5}$	0,0013	0,021	0,136	0,341	0,341	0,136	0,021	0,0013	$3 \cdot 10^{-5}$
$\sigma_{H_r} f(H_r)$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	0,004	0,054	0,242	0,242	0,054	0,004	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$

допущений (14)) в сравнении с соответствующими теоретическими вероятностями (9).

В нижней строке табл. 2 приведены в масштабе с коэффициентом σ_{H_r} теоретические плотности распределения вероятностей в точках $j \cdot \sigma_{H_r}, j=1, \dots, 5$ для построения в сравнении с ней кусочно-постоянной функции распределения вероятностей \hat{h}_j пересечения уровней по высоте, отсчитываемых от математического ожидания. Согласно выражению (7) величина теоретической плотности распределения, приведенная к размерности вероятности, в точке математического ожидания высоты составляет:

$$h(0) = \sigma_{H_r} \cdot \frac{1}{\sigma_{H_r} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(H_r - m_{H_r})^2}{2\sigma_{H_r}^2}} \Big|_{H_r = m_{H_r}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = 0,39894.$$

На рисунке на одном графике построены экспериментальная гистограмма распределения вероятностей в масштабе статистического ряда и теоретическая кривая распределения вероятностей, также в соответствующем масштабе, $\sigma_{H_r} f(H_r)$.

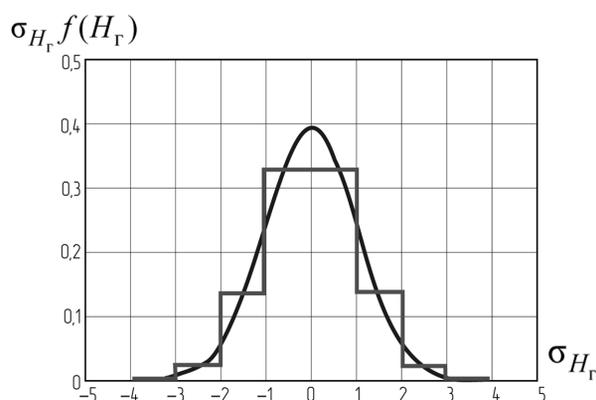


Рис. Сравнение гистограммы и выравнивающей кривой распределения нормального закона

На графике рисунка видно, что теоретическая кривая нормального закона распределения сглаживает ход экспериментальной кусочно-постоянной гистограммы и наглядно показывает согласованность теоретического и экспериментального распределений.

В табл. 3, аналогично табл. 1, приведены результаты статистической обработки реализаций облета более сложной трассы длиной 150 км с параметрами рельефа $\sigma_{H_1} = 95,1$ м, $\sigma_{H_2} = 11,95$ м, $\rho_1 = 1,34$ км, $\rho_2 = 0,15$ км с доказательством нормального распределения вероятностей ошибки стабилизации геометрической высоты ЛА при маловысотном полете.

Как следует из приведенных в табл. 3 результатов, гипотеза о нормальном законе распределения ошибки стабилизируемой геометрической высоты совместима с опытными данными, что дает основание для оценки вероятности успешного облета трасс параметрически заданной сложности.

Вероятность нестолкновения [9, с. 263], определяющая вероятность успешного облета рельефа, может быть оценена с помощью формулы, основанной на формуле Райса, а именно

$$P_{\text{нст}} = \exp \left[-\frac{T_{\text{п}} \sigma_{\Delta \dot{H}_r}}{2\pi \sigma_{\Delta H_r}} \exp \left(-\frac{m_{\Delta H_r}^2}{2\sigma_{\Delta H_r}^2} \right) \right], \quad (15)$$

где $T_{\text{п}}$ — время полета над рельефом; $m_{\Delta H_r}$, $\sigma_{\Delta H_r}$, $\sigma_{\Delta \dot{H}_r}$ — математическое ожидание и сред-

неквадратические отклонения, соответственно, величин ΔH_r , $\Delta \dot{H}_r$. Формула (15) определяет вероятность того, что не произойдет ни одного выброса за критический уровень, соответствующий $H_r = 0$. Эта уверенность следует из того, что [5, с. 78] «за среднее время между выбросами корреляционная связь между ординатами процесса практически исчезает и, следовательно, ординаты для нормального процесса становятся независимыми».

Тогда для нашего случая формула вероятности нестолкновения, с учетом времени полета над трассой $T_{\text{тр}} = L_{\text{тр}}/m_V$, примет вид

$$P_{\text{нст}} = \exp \left[-\frac{L_{\text{тр}} \sigma_{\dot{H}_r}}{2\pi \cdot m_V \sigma_{H_r}} \exp \left(-\frac{m_{H_r}^2}{2\sigma_{H_r}^2} \right) \right]. \quad (16)$$

В формуле (16) СКО скорости изменения геометрической высоты полета $\sigma_{\dot{H}_r}$ определялось в эйлеровом приближении. Вероятность нестолкновения $P_{\text{нст}}$ зависит от времени полета, средней высоты и точности работы системы автоматического управления МВП, характеризующейся величинами σ_{H_r} и $\sigma_{\dot{H}_r}$, однако в выражении (16) контролируется только одна составляющая успешного выполнения маловысотного полета — по предельно минимальной высоте полета над рельефом. Еще одним условием безопасного маловысотного полета является недопущение

Таблица 3

Распределение ошибки ΔH_r при выполнении МВП над более сложным рельефом

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Средн.
m_{H_r} , м	166,17	168,96	172,6	160,3	159,6	165,7	168,8	161,2	169,3	166,5	176,0
σ_{H_r} , м	52,5	50,31	56,6	56,55	61,7	54,8	43,1	56,2	50,97	45,55	52,82
$N_{i,1}$	48	68	63	50	57	54	65	37	59	55	55,6
$N_{i,2}$	30	28	16	23	20	20	29	21	19	26	23,2
$N_{i,3}$	3	7	6	8	2	3	5	7	4	8	5,3
$N_{i,4}$	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0,5
$N_{i,5}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{Σ}	81	103	85	81	75	78	100	65	77	90	84,6
$\hat{\chi}^2$	4,92	2,78	4,38	9,37	4,38	3,19	2,46	8,42	1,33	7,7	1,21
P_5	0,08	0,28	0,12	0,009	0,12	0,2	0,29	0,015	0,49	0,02	0,52

выхода летательного аппарата за минимально допустимую скорость полета. Следуя приему оценки эффективности системы управления маловысотным полетом как вероятности его выполнения в виде выражения (16), можно дать оценку влияния скорости на успешное выполнение маловысотного полета в виде вероятности невыхода ЛА за $V_{\text{мин}}^{\text{доп}}$. Для этого, не нарушая общности подходов применения математической статистики к изучению случайных явлений и процессов, по аналогии с проведенными исследованиями введем допущение о нормальном законе распределения ошибки стабилизации скорости полета. При допущении независимости появления критических событий по высоте и скорости полета получаем заниженную оценку вероятности облета, менее которой вероятность облета в функции двух параметров движения не встретится. Отсюда вероятность успешного маловысотного полета с облетом трассы конечной длины будет выражаться формулой

$$P_{\text{облета}} = P_{\text{нст}} \cdot P_{V > V_{\text{мин}}^{\text{доп}}},$$

где вероятность неснижения скорости полета менее предельно допустимой определится, как

$$P_{V > V_{\text{мин}}^{\text{доп}}} = \exp \left[-\frac{L_{\text{тр}}}{2\pi \cdot m_V} \frac{\sigma_{\dot{V}}}{\sigma_V} \exp \left(-\frac{(m_V - V_{\text{мин}}^{\text{доп}})^2}{2\sigma_{H_r}^2} \right) \right]. \quad (17)$$

В формуле (17) разность $(m_V - V_{\text{мин}}^{\text{доп}})$ определяет запас скорости полета до минимальной величины, что делает допустимым прямое использование формулы Райса для оценки вероятности недостижения критического значения скорости полета.

В табл. 4 приведены результаты расчета вероятности облета допустимых по условиям безопасности сгенерированных трасс с холмистым рельефом.

Установлено, что точность стабилизации скорости по отношению к точности стабилизации высоты потенциально выше в количестве укладываемых величин СКО в соответствующие диапазоны изменений скорости и высоты полета. Поэтому вероятности пребывания скорости в разрешенном диапазоне $P_{V_{\text{мин}}}$ значительно выше вероятности нестолкновения $P_{\text{нст}}$

$$P_{V_{\text{мин}}} \gg P_{\text{нст}}.$$

Отсюда вероятность облета практически близка к вероятности нестолкновения, как главного фактора влияния точности автоматической стабилизации высоты на эффективность облета в целом

$$P_{\text{облета}} \approx P_{\text{нст}}.$$

Анализ данных, приведенных в табл. 4 показывает, что с ростом полного среднеквадратического отклонения изучаемого рельефа снижается

Таблица 4

Вероятности облета трасс, статистически подобных реальным рельефам

	$L_{\text{тр}}$, км	σ_{H_r} , м	$H_{\text{мин}}$, м	$V_{\text{мин}}$, км/ч	m_{H_r} , м	σ_{H_r} , м	$\dot{\sigma}_{H_r}$, м/с	$P_{\text{нст}}$	m_V , м/с	σ_V , м/с	$\dot{\sigma}_V$, м/с ²	$P_{V_{\text{мин}}}$	$P_{\text{облета}}$
1	1200	25,2	110	160	188	22,8	1,86	1,0	50,0	0,32	0,28	1,0	1,0
2	900	69,4	8,2	100,8	176,4	38,98	5,72	0,9994	47,6	3,26	0,79	1,0	0,9994
3	200	90,7	32,6	100,7	167	43,9	5,18	0,9921	47,4	3,98	0,77	0,9997	0,9918
4	400	51,2	32,7	113,5	184,1	33,9	3,44	0,9999	49,7	2,14	0,50	1,0	0,9999
5	150	95,8	37,3	119,1	163,2	46,0	5,73	0,8832	47,0	3,97	0,73	0,9995	0,8828
7	100	113	17,2	105,3	166,7	53,2	5,41	0,5087	46,9	4,76	0,75	0,984	0,5006
8	200	87,6	2,24	101,0	170,8	51,47	6,21	0,8613	47,0	4,27	0,78	0,9975	0,8592
9	100	96,6	38,5	123,6	174,5	46,32	5,68	0,9468	47,2	3,97	0,81	0,9996	0,9464

вероятность нестолкновения из-за пропорционального роста СКО стабилизации геометрической высоты полета от 23 до 53 метров при одновременном снижении средней высоты полета от 188 до 163 метров. В связи с этим был исследован диапазон изменения параметров трасс для определения их допустимых по вероятности облета значений. Проведены эксперименты с облетом трасс с нарастающей общей СКО рельефа от 50 до 110 м, средним радиусом корреляции низкочастотной составляющей рельефа $\rho_1 = 1650$ м и максимальными значениями параметров высокочастотной составляющей рельефа ($\sigma_2 = 12$ м, $\rho_2 = 150$ м), а результаты размещены в табл. 5.

Анализ данных, представленных в табл. 5 показывает явное уменьшение вероятности облета при полном СКО рельефа $\sigma_{H_{\text{рлф}}} > 80$ м. До-

полнительно была проведена проверка влияния величины радиуса корреляции низкочастотной составляющей рельефа для значений $\rho_1 = 900$ и 2100 м с остальными параметрами по табл. 5. Соответствующие результаты сведены в табл. 6.

Анализ полученных результатов показывает, что, чем меньше радиус корреляции низкочастотной составляющей рельефа, тем меньше вероятность успешного облета рельефа по причине возможного столкновения. Так, при малом радиусе корреляции низкочастотного процесса $\rho_1 = 900$ м, вероятность облета становится недопустимо мала $P_{\text{облета}} = 0,95$ уже при $\sigma_{H_{\text{рл}}} = 80$ м. Поэтому следует признать приемлемым показателем успешного выполнения маловысотного полета для рассматриваемого ЛА с автоматическим контуром МВП величину среднеквадратического отклонения рельефа местности $\sigma_{H_{\text{рл}}} \leq 70$ м.

Таблица 5

Вероятности облета трасс с различными параметрами рельефа протяженностью 200 км

	$\sigma_{H_{\text{рлф}}},$ М	$m_{H_i},$ М	$\sigma_{H_i},$ М	$P_{\text{нст}}$	$m_V,$ км/ч	$\sigma_V,$ км/ч	$P_{V_{\text{мин}}}$	$P_{\text{облета}}$
1	50	190	20,2	1,0	175,4	7,088	1,0	1,0
2	60	188,3	24,85	1,0	174,7	8,016	1,0	1,0
3	70	185,1	30,39	1,0	173,9	8,99	1,0	1,0
4	80	181,7	38,23	0,999839	172,1	11,16	1,0	0,999839
5	90	179,6	45,25	0,991325	170,6	13,47	0,99991	0,991236
7	100	170,6	51,31	0,918358	171,7	12,2	0,999999	0,918357
8	110	164,1	56,06	0,697909	170,0	14,58	0,999281	0,697407

Таблица 6

Вероятности облета рельефа в диапазоне изменения радиуса корреляции низкочастотной составляющей $\rho_1 = 900...2100$ м

	$\sigma_{H_{\text{рлф}}},$ М	$\rho_1,$ М	$m_{H_i},$ М	$\sigma_{H_i},$ М	$P_{\text{нст}}$	$m_V,$ км/ч	$\sigma_V,$ км/ч	$P_{V_{\text{мин}}}$	$P_{\text{облета}}$
1	60	900	181,5	31,7	0,999999	172,8	10,84	1,0	0,999999
		2100	188,3	23,6	1,0	175,7	6,75	1,0	1,0
2	70	900	176,9	39,23	0,999067	171,1	12,71	0,999988	0,999055
		2100	185,8	25,9	1,0	174,6	9,006	1,0	1,0
3	80	900	172,6	47,65	0,947952	170,2	12,88	0,999974	0,947927
		2100	184,4	32,32	0,999998	168,9	13,96	0,999661	0,999998
4	90	900	168,5	49,56	0,796157	170,0	14,58	0,999707	0,7339
		2100	179,6	42,53	0,997505	172,7	11,89	0,999999	0,997505

Таким образом, по результатам статистической обработки результатов моделирования маловысотного полета низкоманевренного ЛА с нелинейным контуром управления МВП установлено, что распределение ошибки стабилизации заданной геометрической высоты маловысотного полета происходит по нормальному закону. Это дает основание для расчета вероятности успешного выполнения автоматического маловысотного полета над рельефами различной сложности и определения приемлемых по безопасности выполнения МВП параметров рельефа, в том числе применительно к беспилотным летательным аппаратам.

Список источников

1. Морозов П.А. Определение параметров стохастической модели рельефа местности по результатам обработки процесса изменения высот маловысотной трассы // Труды ГосНИИАС. Серия: Вопросы авионики. 2022. № 4 (59). С. 19–26.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Изд. 4-е. М.: Наука, 1969. 576 с.
3. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений. Изд. 2-е. М.: Наука, 1971. 576 с.
4. Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. М.: Наука. 1970. 392 с.
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. Изд. 2-е, перер. и доп. М.: Наука, 1968. 464 с.
6. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.
7. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973. 322 с.
8. Тихонов В.И., Хименко В.Н. Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1987. 304 с.
9. Кочетков Ю.А. Основы автоматизации авиационного оборудования. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1995. 574 с.
10. Паршиков А.В. Оптимальное управление маловысотным полетом в режиме следования рельефу местности // Труды института математики и механики УРО РАН. 2020. Том 26, № 2. С. 225–237.
11. Куликов В.Е., Морозов П.А. Анализ точности стабилизации геометрической высоты маловысотного полета летательного аппарата над рельефом местности // Навигация и управление летательными аппаратами. 2022. № 2 (37). С. 70–84.
12. Леонтьев А.С. Математические модели процессов управления маловысотным полетом летательного аппарата с учетом местоположения средств противовоздушной обороны противника // Системы управления, связи и безопасности. 2012. № 6. С. 8–29.
13. Петров М.Ю. Построение маршрута полета летательного аппарата на малых высотах // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 3. С. 140–146.
14. Агаев Н.Б., Оруджов Г.Г., Калбиев Н.Н. Планирование оптимальной опорной траектории полета летательного аппарата с использованием карты рельефа местности // Мехатроника, автоматизация, управление. 2023. № 24 (9). С. 496–502.