

УДК: 623.46

DOI: 10.53816/20753608_2024_1_80

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОШИБКИ УГЛА ВИЗИРОВАНИЯ
НА ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ ЗЕНИТНОЙ РАКЕТОЙ**
**ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF VIEWING ANGLE ERROR ON THE
PROBABILITY OF HITING A TARGET BY AN ANTI-AIRCRAFT MISSILE**

По представлению академика РАРАН В.М. Кашина

А.Б. Борзов, Г.Л. Павлов, Ю.В. Каракулин, М.А. Тимошенко

МГТУ им. Н.Э. Баумана

A.B. Borzov, G.L. Pavlov, Y.V. Karakulin, M.A. Timoshchenko

В статье описана математическая модель оценки вероятности поражения цели зенитной ракетой при заданном промахе и угле визирования цели. Для вычисления максимальной вероятности поражения цели проведен расчет оптимального угла визирования цели, совпадающего с вектором динамической скорости медианного осколка, в относительной и ракетной системах координат. Проанализировано влияние среднеквадратического отклонения угла визирования цели в момент подрыва боевой части на вероятность поражения цели зенитной ракетой.

Ключевые слова: угол визирования, поле разлета осколков, вероятность поражения цели осколочным полем, среднеквадратическое отклонение промаха.

The article describes a mathematical model for estimating the probability of hitting a target with an anti-aircraft missile for a given miss and target sighting angle. To calculate the maximum probability of hitting a target, the optimal target sighting angle, coinciding with the dynamic velocity vector of the median fragment, was calculated in relative and missile coordinate systems. The influence of the standard deviation of the target sighting angle at the moment of detonation of the warhead on the probability of hitting the target by an anti-aircraft missile is analyzed.

Keywords: sighting angle, fragmentation field, probability of hitting a target by a fragmentation field, standard deviation of a miss.

В области таких научных дисциплин, как теория эффективности и теория принятия решений, важнейшим аспектом является определение оптимальных условий срабатывания боевой части ракеты при условии поражения цели с наибольшей вероятностью [1]. Для достижения требуемой результативности при решении данных задач необходимо оценивать параметры, влияющие на условия встречи ракеты и цели, и, как следствие, вероятность накрытия объекта полем разлета осколков.

Для определения оптимального угла визирования цели в момент срабатывания боевой части по критерию максимума вероятности поражения цели в относительной и ракетной системах координат (ОСК и РСК соответственно) необходимо задаться следующими исходными данными [2]:

- вектор скорости ракеты $\mathbf{v}_r$;
- вектор скорости цели $\mathbf{v}_c$;
- угол γ между осью ординат в РСК и проекцией оси абсцисс в ОСК на плоскость РСК;
- вектор скорости медианного осколка $\mathbf{v}_s$.

Для того чтобы медианный осколок попал в точечную цель, необходимо выполнение двух условий (рис. 1):

- пересечение траектории осколка и цели происходит в одной точке. Для этого траектории полета осколка и цели должны лежать в одной плоскости [3];

- момент вылета осколка должен соответствовать моменту пространственного положения цели на линии визирования, совпадающей с вектором динамической скорости разлета $\mathbf{v}_d$ [4].

Угол φ_r между осью X_r и вектором $\mathbf{v}_d$ называют оптимальным углом визирования цели. Его можно определить по следующей формуле:

$$\cos(\varphi_r) = \frac{\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_s \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{\mathbf{v}_s \cdot \sin(\alpha)^2 + (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_s \cdot \cos(\alpha))^2}}, \quad (1)$$

где $\mathbf{v}_0$ — вектор относительной скорости сближения ракета — цель; $\mathbf{v}_s$ — вектор скорости осколка; α — угол между вектором скорости осколка и осью X_r .

Исследование и анализ значений вероятности поражения производятся с учетом попадания медианного осколка в воздушную цель [5]. Рис. 2 иллюстрирует модель движения ракеты и цели в ОСК и РСК (оси X_o, Y_o, Z_o и оси X_p, Y_p, Z_p соответственно). В данном случае ось X_o направлена по вектору относительной скорости $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_r - \mathbf{v}_c$. Ось Y_o принадлежит плоскости, в которой расположены векторы скорости ракеты $\mathbf{v}_r$ и цели $\mathbf{v}_c$. Эта ось проходит в сторону вершины получаемого скоростного треугольника. Направление оси Z_o составляет правую систему координат [6].

Рассматривая движение ракета — цель в ОСК, можно определить траекторию цели с по-

мощью фазы промаха ξ и промаха ρ [7]. Таким образом, поворот по часовой стрелке относительно оси Y_o является положительным значением фазы промаха (по направлению оси X_o). Если принять постоянным значение ρ , то множество значений ξ образует трубку промаха.

Радиус-вектор $\mathbf{rc}_o$ в ОСК задается следующим выражением:

$$\mathbf{rc}_o = \begin{pmatrix} rc_{ox} \\ rc_{oy} \\ rc_{oz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_o t \\ \rho \cos(\xi) \\ \rho \sin(\xi) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где t — время, проходящее с момента пролета плоскости разлета медианных осколков до текущего положения цели.

Матрица перехода из ОСК в РСК представляется как:

$$\mathbf{M}_{or} = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon) & \sin(\varepsilon) & 0 \\ -\sin(\varepsilon)\cos(\gamma) & \cos(\varepsilon)\cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\varepsilon)\sin(\gamma) & \cos(\varepsilon)\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\varepsilon = [0; \pi]$ — угол пеленга цели (угол между векторами скорости ракеты и относительной скорости); γ — угол между осью Y_p и проекцией оси X_o на плоскость РСК (рис. 3).

Радиус-вектор $\mathbf{rc}_r$ в РСК задается следующим выражением:

$$\mathbf{rc}_r = \begin{pmatrix} rc_{rx} \\ rc_{ry} \\ rc_{rz} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{or} \cdot \begin{pmatrix} rc_{ox} \\ rc_{oy} \\ rc_{oz} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Подставляя формулы (2)–(4) в выражение (1), можно выразить косинус угла визирования φ_r

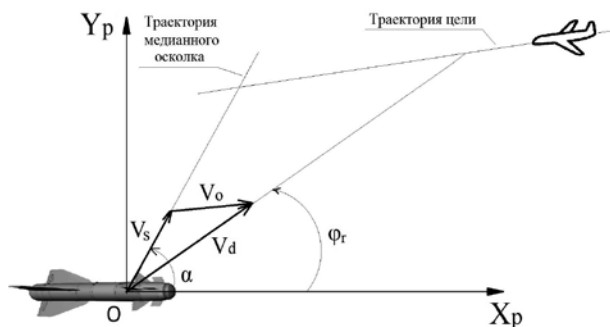


Рис. 1. Условие попадания медианного осколка в точечную цель в РСК

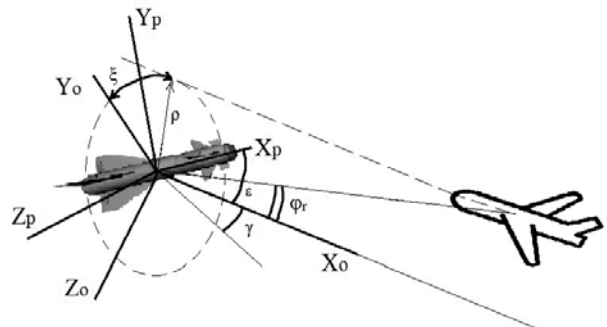


Рис. 2. Иллюстрация условия задачи

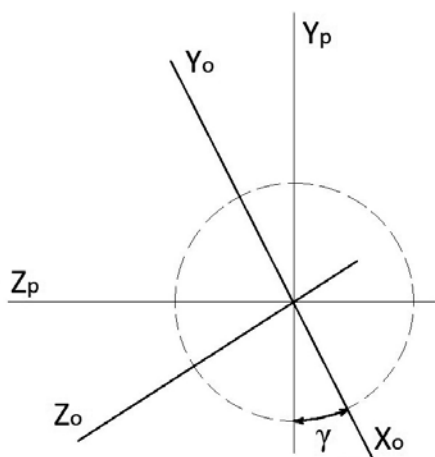


Рис. 3. Пояснение расположения угла γ

в ракетной системе координат, который соответствует оптимальному углу визирования:

$$\cos(\varphi_r) = \frac{\mathbf{v}_o \cdot \cos(\varepsilon)}{\sqrt{\mathbf{v}_o^2 + \mathbf{v}_s^2 + 2 \cdot \mathbf{v}_o \cdot \mathbf{v}_s \cdot f(\xi, \varepsilon)}}, \quad (5)$$

где

$$f(\xi, \varepsilon) = \frac{2 \cdot \sin(\varepsilon) \cdot \left(\left(\sin\left(\frac{\xi}{2}\right) \right)^2 - 1 \right)}{\sqrt{1 - (\sin(\varepsilon))^2 \cdot (\sin(\xi))^2}}. \quad (6)$$

Аналогично φ_r , можно получить выражение для косинуса угла визирования φ_o в ОСК:

$$\cos(\varphi_o) = \frac{\mathbf{v}_s \cdot f(\xi, \varepsilon) + \mathbf{v}_o}{\sqrt{\mathbf{v}_o^2 + \mathbf{v}_s^2 + 2 \cdot \mathbf{v}_o \cdot \mathbf{v}_s \cdot f(\xi, \varepsilon)}}. \quad (7)$$

Таким образом, для обеспечения попадания медианного осколка в точечную цель измеряется текущий угол визирования, затем при совпадении его значения с оптимальным формируется команда на подрыв [8].

Полученные графики зависимости оптимального угла визирования от переменных параметров в РСК и ОСК, построенные по формулам (5)–(7), представлены на рис. 4. Зависимость построена от переменной фазы промаха ξ при разных относительных скоростях ($v_o = 800, 1400, 2500$ м/с), фиксированном угле пеленга $\varepsilon = 60^\circ$, $v_s = 2500$ м/с, в полярной системе координат.

Расчет вероятности поражения воздушного объекта в зависимости от отклонения относительно оптимального угла визирования начинается с определения гауссовской функции распределения. Плотность распределения вероятностей (ПРВ) для нормального закона записывается в следующем виде [9]:

$$F(\sigma, \theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\theta - \varphi_r)^2}{2\sigma^2}}, \quad (8)$$

где θ — угол, под которым медианный осколок попадает в цель; σ — обеспечиваемое угловое отклонение от оптимального угла; φ_r — оптимальный угол визирования.

В данном случае φ_r выступает в роли математического ожидания, а σ — среднеквадратического отклонения (СКО).

Согласно правилу трех сигм, если случайная величина распределена по нормальному закону, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного

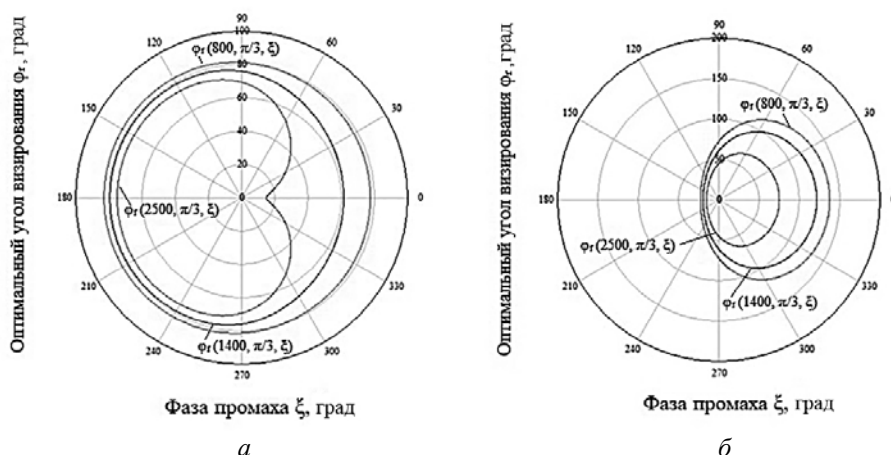


Рис. 4. Зависимость оптимального угла визирования от параметров встречи с целью, $\varphi(v_o, \varepsilon, \xi)$:
а — в РСК; б — в ОСК

СКО [10]. Следовательно, необходимо задать диапазон изменения угла θ в следующем виде:

$$\theta(\sigma) = [(\varphi_r - 3\sigma) \dots (\varphi_r + 3\sigma)]. \quad (9)$$

Изменение значения промаха системы задается рэлеевским законом распределения. Данная функция определяется, как:

$$F_p(\rho, \sigma_p) = \frac{\rho}{\sigma_p^2} \cdot e^{\frac{-\rho^2}{2\sigma_p^2}}, \quad (10)$$

где ρ — значение промаха; σ_p — СКО промаха.

После задания гауссовского и рэлеевского законов распределений определяются условные вероятности поражения цели осколочным полем, руководствуясь решением геометрической задачи, а также условно заданными параметрами уязвимости цели (рис. 5). В случае отсутствия априорной информации об уязвимости цели, вероятности ее поражения при попадании осколков на различные участки объекта определяются в соответствии с экспертной оценкой.

Геометрическая задача решается следующим образом: необходимо задаться длиной цели (в качестве примера рассмотрим цель длиной $l = 7$ м), затем разбить цель на условное количество отрезков (в данном случае 7 отрезков по 1 м длиной каждый). Примем, что при вылете осколка с оптимальным углом вероятность поражения цели равняется 1. На крайних отрезках цели вероятность равна 0,1. На последующих участках вероятности поражения равны соответственно 0,3 и 0,6 по мере приближения к центру цели (рис. 5).

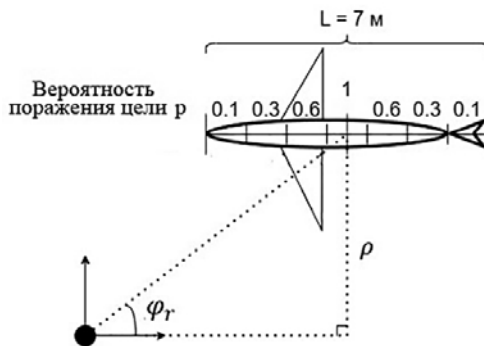


Рис. 5. Геометрическая иллюстрация для задания условных вероятностей (на рисунке условно обозначены: круг — ракета; линия, поделенная на части — цель)

В ходе решения геометрической задачи получается следующая формула для определения углового положения:

$$\psi(m) = \arctg \left(\frac{\rho}{\rho \cdot c \cdot \operatorname{tg}(\varphi_r) + m \cdot \frac{l}{n}} \right), \quad (11)$$

где $\psi(m)$ — фактический угол, под которым медианный осколок попадает в цель; ρ — промах системы; φ_r — оптимальный угол визирования; l — длина цели; n — количество участков, на которые разбивается цель; m — номер участка, для которого определена вероятность поражения цели экспертной оценкой.

Таким образом, можно задать закон изменения вероятности поражения цели в зависимости от угла попадания медианного осколка в цель:

$$p(\varphi) = \begin{cases} p_1, \psi(0,5) \leq \varphi \leq \psi(-0,5); \\ p_2, \psi(1,5) \leq \varphi < \psi(0,5) \text{ или } \psi(-0,5) < \varphi \leq \psi(-1,5); \\ p_3, \psi(2,5) \leq \varphi < \psi(1,5) \text{ или } \psi(-1,5) < \varphi \leq \psi(-2,5); \\ p_4, \psi(3,5) \leq \varphi < \psi(2,5) \text{ или } \psi(-2,5) < \varphi \leq \psi(-3,5); \\ p_5, \psi(3,5) \leq \varphi \text{ или } \varphi \leq \psi(-3,5). \end{cases} \quad (12)$$

В формуле (12) вероятности поражения цели равны соответственно: $p_1 = 1$, $p_2 = 0,6$, $p_3 = 0,3$, $p_4 = 0,1$, $p_5 = 0$.

После задания гауссовского и рэлеевского законов распределения и условных вероятностей поражения цели осколочным полем, в соответствии с формулами (8)–(12), производится расчет вероятности поражения цели:

$$P(\sigma, \rho) = \sum P_{\text{тек}} \cdot F_{\Gamma}(\sigma, \varphi) \cdot F_p(\rho, \sigma_p) \times \Delta\sigma \cdot \Delta\rho, \quad (13)$$

где $F_{\Gamma}(\sigma, \varphi)$ — плотность распределения вероятностей (ПРВ) гауссовского распределения; $F_p(\rho, \sigma_p)$ — ПРВ рэлеевского распределения; $P_{\text{тек}}$ — вероятность поражения цели при конкретных значениях φ , σ и ρ ; $\Delta\sigma$ — шаг угловой ошибки; $\Delta\rho$ — шаг отклонения относительно точки прицеливания.

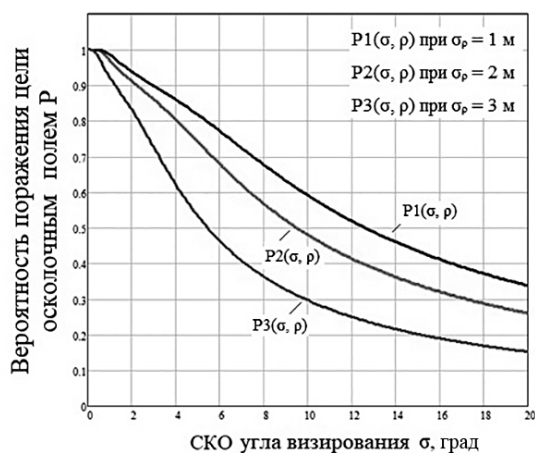


Рис. 6. Общий график зависимости вероятности накрытия цели осколочным полем P от СКО угла визирования σ

Руководствуясь формулой (13), можно рассчитать вероятность поражения цели для различных значений СКО промаха $\sigma_p = 1, 2, 3$ м. Полученный результат представлен в виде общего графика (рис. 6).

Анализируя полученные графические результаты, можно сделать следующие выводы:

- по полученному графику зависимости вероятности поражения цели осколками от СКО угла визирования видно, что при $P = 0,7$ СКО угла визирования составляют соответственно: при $\sigma_p = 1$ м значение $\sigma = 7^\circ$; при $\sigma_p = 2$ м значение $\sigma = 5,5^\circ$; при $\sigma_p = 3$ м значение $\sigma = 3,1^\circ$ (вероятность $P = 0,7$ является типовой в теории эффективности [1]);

- рассматривая совокупность графиков, можно отметить, что с ростом σ_p влияние σ на точность попадания медианного осколка в цель усиливается. По графику видно, что при обеспечении $\sigma = 2^\circ$, вероятности для значений $\sigma_p = 1, 2, 3$ м соответственно равны: $P_1(\sigma, \rho) \approx 0,95$; $P_2(\sigma, \rho) \approx 0,91$; $P_3(\sigma, \rho) \approx 0,83$. Для решаемой задачи при малых значениях СКО угла визирования ($\sigma = 0,5^\circ \dots 1^\circ$) вероятность накрытия цели осколочным полем можно принять равной 1.

Литература

1. Автономные информационные и управляющие системы: труды кафедры «Автономные информационные и управляющие системы». В 4 т. Т. 1 / [под ред. А.Б. Борзова]. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 466 с.
2. Автономные информационные и управляющие системы: труды кафедры «Автономные информационные и управляющие системы». В 4 т. Т. 2 / [под ред. А.Б. Борзова]. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 440 с.
3. Балаганский И.А., Мерзневский Л.А. Действие средств поражения и боеприпасов: учебник. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. 408 с.
4. Фендриков Н.М. Яковлев В.И. Методы расчетов боевой эффективности вооружения. Москва: Воениздат, 1971. 224 с.
5. Рассоха С.С., Селиванов В.В. Осколочное действие боеприпасов: учебное пособие; [под общ. ред. В.В. Селиванова]. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 210 с.
6. Бабкин А.В., Велданов В.А., Селиванов В.В. Боеприпасы: учебник. В 2 т. [под общей ред. В.В. Селиванова]. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 552 с.
7. Кашин В.М., Ахапкин Н.И. Анализ эффективности ракетных и артиллерийских комплексов вооружения: учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. 324 с.
8. Астапов Ю.М., Велданов В.А., Люшин С.А. Системы наведения и управления высокоточных боеприпасов: учебное пособие. Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. 170 с.
9. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1970. 168 с.
10. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. Москва: Высш. шк., 2003. 479 с.