

УДК 623.5; 531.55/58

doi: 10.53816/20753608_2025_4_32

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПРАВКИ В УГОЛ БРОСАНИЯ
ДЛЯ ПОПАДАНИЯ В ЦЕЛЬ НА ЗАДАННОЙ ВЫСОТЕ**
**DETERMINING THE THROWING ANGLE CORRECTION
TO HIT THE TARGET AT A GIVEN HEIGHT**

По представлению чл.-корр. РАРАН А.М. Сазыкина

С.Д. Беляева, В.Ю. Калинин

Михайловская военная артиллерийская академия

S.D. Belyaeva, V.Y. Kalinin

Дано решение задачи об определении угла бросания снаряда для попадания в цель на заданной высоте, актуальность которой определяется отсутствием аналитического выражения для траектории боеприпаса. Имеется математическая модель движения снаряда в воздухе в виде системы дифференциальных уравнений. Предлагаемый метод основан на интегрировании системы уравнений плоского движения снаряда в воздухе.
Ключевые слова: угол бросания, подъем или снижение высоты траектории в заданной точке, приращение высоты, скорости, дальности, угла наклона касательной в зависимости от приращения угла бросания.

A solution is given to the problem of determining the angle of projectile throwing to hit a target at a given height, the relevance of which is determined by the lack of an analytical expression for the trajectory of the ammunition. There is a mathematical model of projectile motion in the air in the form of a system of differential equations. The proposed method is based on the integration of a system of equations for the plane motion of a projectile in the air.
Keywords: the angle of throwing, the rise or decrease in the height of the trajectory at a given point, the increment of height, speed, range, angle of inclination of the tangent, depending on the increment of the angle of throwing.

Введение

Очень часто при стрельбе после первого выстрела становится необходимым поднять или снизить высоту траектории, зная новые пространственные координаты цели. Однако сразу определить, насколько следует изменить угол бросания, невозможно, т.к. изменение траектории должно произойти в некоторой текущей точке траектории (рис. 1), что не отражено в таблицах стрельбы.

Основная часть

Система дифференциальных уравнений плоского движения имеет вид [1, 2]:

$$\begin{cases} V' = -\frac{\pi id^2}{8 q} \Pi_0 H(y) V^2 C_x - g \sin \Theta; \\ \Theta' = -\frac{g \cos \Theta}{V}; \\ x' = V \cos \Theta; \\ y' = V \sin \Theta, \end{cases} \quad (1)$$

где x, y, V, Θ — соответственно дальность, высота подъема, текущая скорость и угол наклона касательной к горизонту; $i, \Pi_0, H(y), C_x$ — коэффициент формы снаряда, плотность атмосферы в точке вылета, ее изменение с высотой, коэффициент силы лобового сопротивления; q, g — вес снаряда и ускорение свободного падения; $H(y) = \frac{20000 - y}{20000 + y}$ — формула профессора Ветчинкина В.М. для изменения плотности воздуха с высотой.

Для интегрирования системы уравнений (1) применена стандартная программа «rkfixed», имеющаяся в математическом пакете Mathcad. Расчеты проведены на примере 152-мм снаряда с начальной скоростью $V_0 = 655$ м/с.

Интегрирование системы уравнений (1) проведено с шагом пять градусов при различных углах бросания. Отдельно получено приращение высоты по результатам интегрирования в зависимости от времени для разных углов бросания.

Ниже, на графиках, представлено приращение высоты от времени для смежных траекторий с шагом в пять градусов, что указано в названии («ду» — диапазон углов) (рис. 2), [3].

Как следует из последних графиков, зависимость приращения высоты от времени в интервале пяти градусов почти линейная, что позволит определить приращение в угле бросания для изменения высоты в нужной точке с помощью линейной интерполяции.

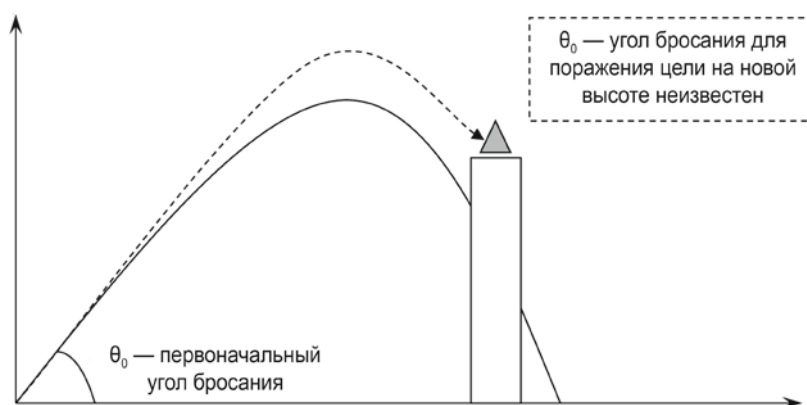


Рис. 1. Траектории снаряда и цели до введения поправок

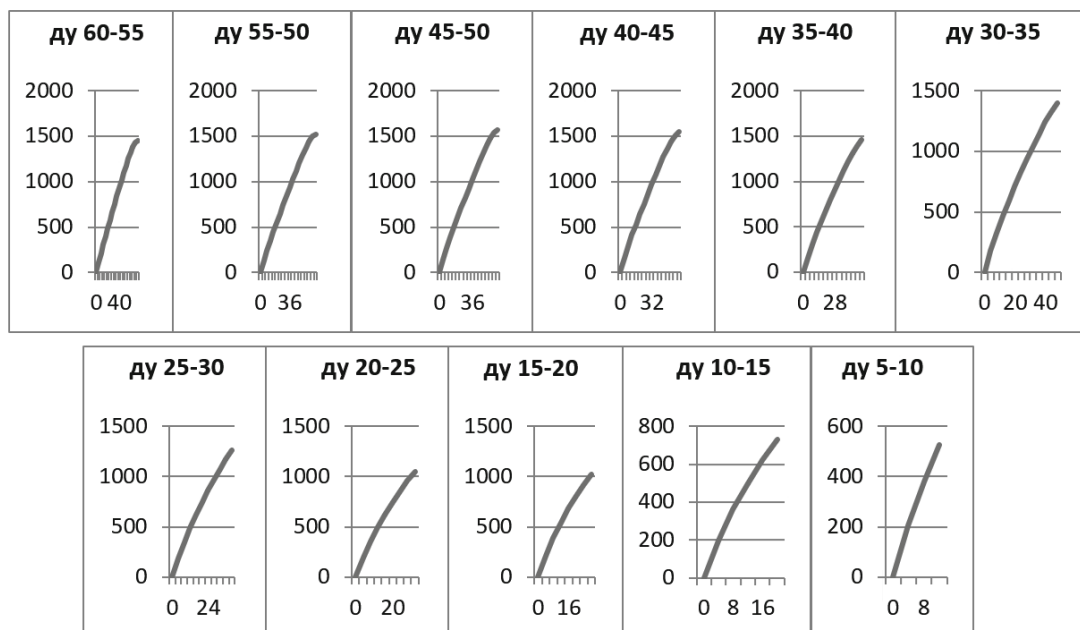


Рис. 2. Графики приращений в зависимости от времени

Таблица

Значения приращений высот при углах бросания 40 и 45 градусов

| | | | | | | | |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|
| t, c | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 |
| $y (45^\circ)$ | 1617,9 | 2857,9 | 3808,8 | 4527,4 | 5055,3 | 5412,7 | 5606,4 |
| $y (40^\circ)$ | 1463,4 | 2567,8 | 3394,8 | 3996,4 | 4409,7 | 4654,4 | 4737,4 |
| Δy | 154,5 | 290,1 | 414 | 531 | 645,6 | 758,3 | 869 |
| t, c | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 | 56 |
| $y (45^\circ)$ | 5640,5 | 5519 | 5244 | 4821 | 4253 | 3547 | 2710 |
| $y (40^\circ)$ | 4663 | 4436 | 4060 | 3540 | 2882 | 2094 | 1192 |
| Δy | 977,5 | 1083 | 1184 | 1281 | 1371 | 1453 | <u>1518</u> |

Пример 1. Подъем траектории на 50 м в 56-й точке траектории (в функции времени t) для первоначального угла бросания 40 градусов (задача поражения цели, находящейся выше первоначальной траектории полета снаряда).

1. Приведем результаты расчетов приращений из сравнения высот по двум траекториям: при 45 и 40 градусах (таблица).

2. Определим коэффициент пропорциональности, как отношение требуемой величины поднятия траектории в выбранной точке к значению приращения высоты сравниваемых траекторий в данной точке (в таблице это значение подчеркнуто):

$$k = \frac{50}{1518} = 0,03294 \approx 0,033.$$

3. Найдем из свойства линейности поправку угла бросания для попадания на поднятую высоту в 56-й точке:

$$\Delta\Theta_0 = \frac{5\pi}{180}k = 0,00287.$$

4. Вычислим новый угол бросания для попадания в требуемую точку: 40 град = 0,698 рад; $\Theta_0 = 0,698 + \Delta\Theta_0 = 0,7009 \approx 0,701$ (угол 40,164).

5. Выведем на рисунок результат интегрирования [4] (рис. 3).

Таким образом, для нахождения поправки в угол бросания необходимо определять коэффициент

$$k = \frac{\Delta y_{\text{заданное}}}{Y(\Theta_0 + 5 \text{ град.}) - Y(\Theta_0)},$$

где $\Delta y_{\text{заданное}}$ — требуемое значение подъема траектории в нужной точке; $Y(\Theta_0 + 5 \text{ град.}) - Y(\Theta_0)$ —

разница между высотами в нужной точке при стрельбе с начальным углом бросания Θ_0 и с увеличенным на 5 градусов новым углом бросания.

Приращение в угле бросания (поправка) определится по формуле $\Delta\Theta_0 = \frac{5\pi}{180}k$. Это

позволит получить новый угол бросания $\Theta_{0\text{нов}} = \Theta_{0\text{стар}} + \Delta\Theta_0$, который реализует подъем траектории в нужной точке на требуемую величину.

Пример 2. Снижение высоты траектории в нужной точке (задача поражения цели, находящейся ниже первоначальной траектории полета снаряда).

Пусть теперь нужно снизить траекторию на 50 м в той же 56-й точке предыдущего примера, если первоначальная траектория соответствова-

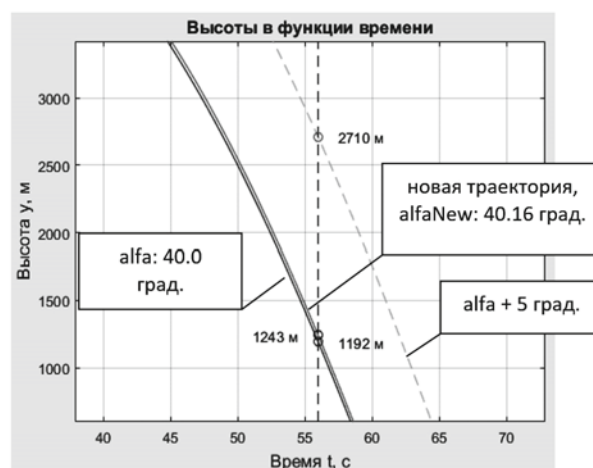


Рис. 3. Траектории снаряда до и после введения поправок

ла углу бросания 45 градусов. Решение можно провести двумя способами.

Способ 1. Теперь новый угол бросания будет определяться как разница между углом бросания 45 градусов (0,785 радиан) и полученной поправкой $\Delta\Theta_0$, т.е. новый угол бросания будет равен $\Theta_0 = 0,785 - \Delta\Theta_0 = 0,782$. Результаты расчетов приведены на рис. 4.

Способ 2. В основу расчетов принимаем угол бросания 40 градусов, поэтому траектория должна быть поднята в 56-й точке на величину $(1518 \cdot 0,9971 = 1513,6 \text{ м})$. Соответственно, вместо коэффициента k из первого примера следует взять $k_1 = 1 - k = 1 - 0,033 = 0,967$.

$$\Delta\Theta_0 = \frac{5\pi}{180} k_1 = 0,0844 ;$$

$$\Theta_0 = 0,698 + \Delta\Theta_0 = 0,7824 \text{ (угол } 44,828\text{)}.$$

Результаты расчетов приведены на рис. 5. Из сравнения результатов по 1 и 2 способам в 56-й точке видно, что они различаются в пределах точности.

Из представленных примеров видно, что расчеты изменения высоты траекторий для поражения цели производились в функции времени полета снаряда, что с практической точки зрения может быть использовано при программно-математическом обеспечении решения задач, когда поражение цели планируется за счет учета и изменения временных установок дистанционных или радиовзрывателей. Для обеспечения поражения цели боеприпасами со взрыватель-

ными устройствами контактного действия расчет и построение неизвестной траектории полета снаряда рационально производить в функции дальности. При этом в качестве исходных данных следует указать дальность, на которой будет производиться поражение цели и, соответственно, возможная корректировка траектории полета снаряда по высоте.

В качестве примера, на рис. 6 представлены графические результаты решения задачи для нахождения неизвестной траектории полета 152-мм снаряда с начальной скоростью $V_0 = 282 \text{ м/с}$, для случая, когда необходимо поразить цель, находящуюся выше исходной точки на первоначальной траектории на 28 м на дальности 2828 м (угол бросания исходно принят 28°).

Работа кода программы [5] состоит из следующих этапов:

- 1) определение значений числа для проверки условий интегрирования;
- 2) запрос у пользователя значения x_1 (заданной дальности), в которой будет происходить интерполяция траектории;
- 3) интерполяция для расчета точки y_1 на исходной траектории полета в точке x_1 ;
- 4) запрос значения dy и определение новой целевой высоты y_2 ;
- 5) расчет нового угла бросания α_{1_1} , при котором траектория объекта проходит через заданную точку (x_1, y_2) , производился численным методом бисекций, используемым для нахождения корней (или нулей) функции, т.е. значений аргумента, при которых функция

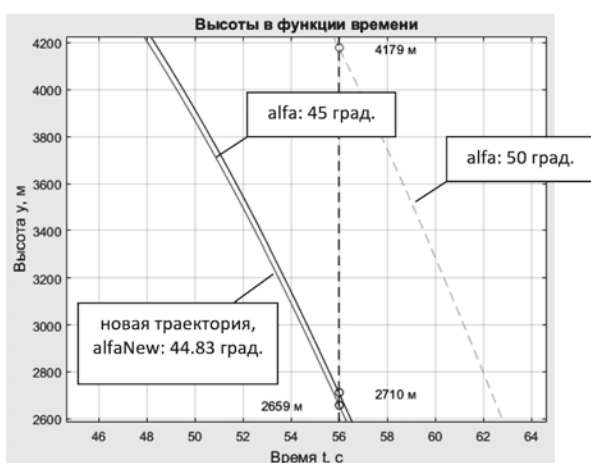


Рис. 4. Траектории снаряда до и после введения поправок (способ 1)

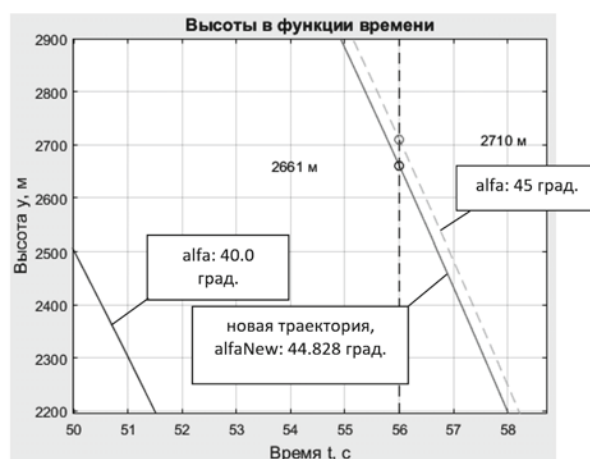


Рис. 5. Траектории снаряда до и после введения поправок (способ 2)

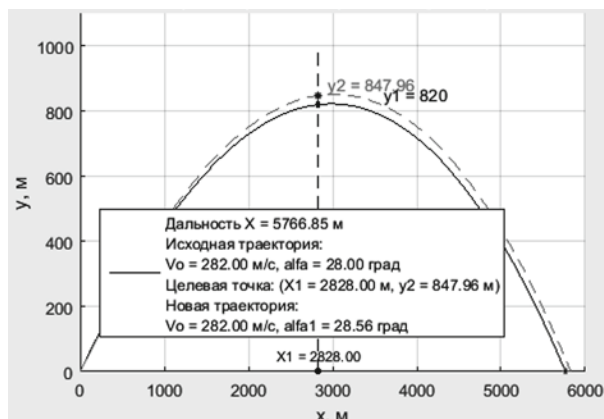


Рис. 6. Расчет траектории с поправкой в угол бросания (методом бисекций)

принимает значение ноль. Метод бисекций [6, 7] основан на принципе деления пополам и является простым и эффективным способом нахождения корней уравнения;

6) интегрирование и построение новой траектории с углом α_1 методом Рунге — Кутта для численного интегрирования уравнений движения объекта и расчета его траектории с новым углом бросания;

7) построение графика новой траектории в сравнении с исходной траекторией и вывод результатов расчета, включая новый угол бросания, целевую точку и таблицу результатов.

Заключение

Таким образом, с помощью разработанного научно-методического аппарата и созданной компьютерной программы можно определить поправку к первоначальному углу и новый угол бросания, в случае необходимости поднять или снизить высоту траектории в требуемой точке. В основных примерах использован шаг в пять градусов между углами бросания. Уменьшать этот шаг допустимо, а увеличивать — нецелесо-

образно, поскольку нарушается линейность приращения по времени высоты Δy .

Рассмотренные теоретические подходы по определению требуемого угла стрельбы повышают эффективность выполнения практических задач по поражению противника, особенно в условиях урбанизированной местности.

Список источников

1. Беляева С.Д. Внешняя баллистика в примерах и задачах: монография. СПб.: МВАА, 2022. 156 с.
2. Беляева С.Д. Математические методы анализа движения в воздухе неуправляемых артиллерийских снарядов и мин. СПб.: МВАА, 2014.
3. Беляева С.Д. Поправка в угол бросания по условию изменения высоты в заданной точке // Артиллерийский журнал. 2022. № 2. С. 29–33.
4. Программа определения угла бросания по условию изменения высоты в заданной точке методом расчета коэффициента пропорциональности. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025662532, Российская Федерация: заявл. 06.05.2025; опубл. 22.05.2025.
5. Программа определения угла бросания по условию изменения высоты в заданной точке методом бисекций. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025661201, Российская Федерация: заявл. 06.05.2025; опубл. 22.05.2025.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975. 632 с.
7. Беляева С.Д., Калинин В.Ю. Влияние увеличения объема камеры на начальную скорость и дальность полета снаряда / «Ракетно-артиллерийское вооружение России»; сб. тр. 17-ой Всероссийской научно-технической конференции. СПб., 2024. С. 68–70.