



Приложение эредитарной модели критичности к исследованию характеристик сейсмического процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги

*О. В. Шереметьева**, *Б. М. Шевцов**

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7, Россия

Аннотация. В статье представлены результаты статистической обработки данных каталога землетрясений КФ ФИЦ ВГС РАН за период 01.01.1962 – 31.12.2002 гг. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги в рамках ранее представленной авторами эредитарной модели критичности. В качестве модели рассматривается составной степенной процесс Пуассона в дробном представлении по времени. Использование данной модели предполагает квазиоднородность и квазистационарность сейсмического процесса, усреднённого по времени и пространству при длительном наблюдении. Исследование неустойчивости этого процесса во времени осуществляется с помощью критических индексов, которые определяются числовыми характеристикам процесса и зависят от параметра b закона Гутенберга-Рихтера. На основании данных каталога методом линейной и нелинейной регрессий найдены параметры сейсмического процесса: коэффициент b и показатель дробной производной ν , посредством усреднения по тому интервалу магнитуд, в котором выполняется степенное распределение частот повторяемости сейсмических событий. Проведена оценка значимости полученного значения параметра b закона Гутенберга-Рихтера. Вычислены критические индексы, по значениям которых и в сравнении с параметром эредитарности ν определяется состояние сейсмического процесса в рассматриваемый период.

Ключевые слова: дробный процесс Пуассона, квазистационарный режим, квазиоднородный режим, сейсмический процесс, закон Гутенберга-Рихтера, время ожидания первого события, функция Миттаг-Леффлёра, аппроксимация, статистическая модель, дробная модель.

Получение: 03.02.2024; Исправление: 05.03.2024; Принятие: 06.03.2024; Публикация онлайн: 07.03.2024

Для цитирования. Шереметьева О. В., Шевцов В. М. Приложение эредитарной модели критичности к исследованию характеристик сейсмического процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 46. № 1. С. 89-101. EDN: GYGBQZ. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-46-1-89-101>.

Финансирование. Работа выполнена за счёт Государственного задания ИКИР ДВО РАН (рег. № темы 124012300245-2).

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** ✉ Е-mail: sheremeteva@ikir.ru, bshev@ikir.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Шереметьева О. В., Шевцов В. М., 2024

© ИКИР ДВО РАН, 2024 (оригинал-макет, дизайн, составление)





Application of the Hereditarian Criticality Model to the Study of the Characteristics of the Seismic Process of the Kuril-Kamchatka Island Arc Subduction Zone

*O. V. Sheremetyeva**, *B. M. Shevtsov**

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, FEB RAS,
684034 Kamchatka region, Elizovskiy district, Paratunka, Mirnaya str., 7, Russia

Abstract. The article presents the results of statistical processing of data from the earthquake catalog of the KBGSRAS for the period from 1 January 1962 to 31 December 2002 for the Kuril-Kamchatka island arc subduction zone (area 46° – 62° N, 158° – 174° E) within the framework of the earlier presented by the authors hereditarian criticality model. The compound power-law Poisson process in fractional time representation is considered as a model. The use of this model assumes quasi-stationary and quasi-homogeneous regime of the seismic process averaged over time and space during long-term observation. The study of the instability of this process over time is carried out using critical indices, which are determined by the numerical characteristics of the process and depend on the parameter b of the Gutenberg-Richter law. Based on the catalog data, the parameters of the seismic process were found by linear and nonlinear regression: the coefficient b and the exponent of the Caputo fractional derivative ν , by averaging over the magnitude interval in which the power law distribution of recurrence frequencies of events is performed. The significance of the obtained value of the Gutenberg-Richter law parameter b is estimated. Critical indices have been calculated, according to the values of which, and in comparison with the hereditarity parameter ν , the state of the seismic process in the period under consideration is determined.

Key words: fractional Poisson process, quasi-stationary regime, quasi-homogeneous regime, seismic process, Gutenberg-Richter law, first-passage time, Mittag-Leffler's function, approximation, statistical model, fractional model.


Received: 03.02.2024; Revised: 05.03.2024; Accepted: 06.03.2024; First online: 07.03.2024

For citation. Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Application of the hereditarian criticality model to the study of the characteristics of the seismic process of the Kuril-Kamchatka Island arc subduction zone. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, 46: 1, 89-101. EDN: GYGBQZ. <https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-46-1-89-101>.

Funding. The work was supported by IKIR FEB RAS State Task (subject registration No. 124012300245-2).

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

*Correspondence:  E-mail: sheremetyeva@ikir.ru, bshev@ikir.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M., 2024

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2024 (original layout, design, compilation)



Введение

В статье рассматривается приложение разработанной авторами модели критического явления [1, 2] к сейсмическому процессу. Исходя из общих свойств критических явлений: масштабной инвариантности потоков событий (скейлинг), наличия степенной расходимости характеристик вблизи критических точек и замедления динамики процесса перед взрывной активацией, в качестве статистической модели использован дробный по времени степенной составной процесс Пуассона [3]- [10]. Составной процесс Пуассона задаётся набором потоков событий различной амплитуды, а в степенном случае эти амплитуды распределены по степенному закону. Представление сейсмического процесса степенным составным процессом Пуассона хорошо известно. Наделение процесса дробными свойствами является нововведением в теории критичности, что позволяет рассмотреть влияние сочетания скейлинга и дробности на свойства процесса. Критичность этого процесса Пуассона порождается масштабной инвариантностью и усиливается эредитарностью. Скейлинг порождает расходимости в критических точках, а эредитарность процесса определяет особенности его динамики.

Нулевой, первый и второй моменты степенного распределения амплитуд потоков событий составного процесса Пуассона выражаются через частичные суммы обобщённого гармонического ряда [1]

$$S_{k,p} = \sum_{r=1}^k r^{-(2b+1)\nu+p}, \quad p = 0, 1, 2. \quad (1)$$

и зависят от показателя дробной производной ν и параметра b . Нулевой момент степенного распределения определяет скорость распада состояний процесса Пуассона, первый – среднее, а второй – дисперсию процесса. Типы расходимостей этих статистических характеристик при $k \rightarrow \infty$ определяются критическим соотношением для значения показателя

$$(2b + 1)\nu - p = 1,$$

исходя из которого могут быть найдены критические индексы

$$\nu_p = \frac{1 + p}{(2b + 1)}, \quad p = 0, 1, 2. \quad (2)$$

Таким образом, при заданном степенном распределении амплитуд потоков событий статистические характеристики процесса Пуассона расходятся в случае выполнения условия $\nu < \nu_p$.

Использование эредитарной модели критических явлений для описания сейсмического процесса предполагает квазистационарность и квазиоднородность распределения потоков дислокационных изменений в определенной пространственно-временной области, которые флуктуируют относительно средних значений. Эти средние значения можно рассматривать как характеристики квазистационарного и квазиоднородного сейсмического процесса. Мы исследуем

неустойчивость такого процесса, рассматривая отклонения его параметров от средних характеристик. В приложении модели к сейсмическому процессу амплитуда потока событий равна отношению размера дислокации к минимальному её размеру и соотносится с частотой повторяемости сейсмических событий определённой энергии, скейлинг потоков событий определяется законом Гутенберга-Рихтера [1, 2, 9], нулевой момент степенного распределения характеризует интенсивность сейсмического процесса, первый момент определяет среднюю деформацию, а второй – среднюю энергию (мощность) процесса [1]. Предложенная модель позволяет по особенностям в соотношениях параметров скейлинга b и эрдитарности ν определить критические индексы ν_p аномальных режимов геодеформационного процесса и исследовать свойства памяти сейсмического процесса, которые влияют на критичность этого процесса.

В рамках данной работы мы детально остановимся на изложении методов обработки данных сейсмического каталога и вычисления параметров степенного составного дробного процесса Пуассона, которые позволяют сделать выводы о критических режимах сейсмического процесса в рассматриваемом регионе.

Параметр скейлинга b

Для исследования был использован каталог землетрясений Камчатского филиала единой геофизической службы ФИЦ РАН за период с 1 января 1962 г. по 31 декабря 2002 г. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (область $46^\circ - 62^\circ$ с.ш., $158^\circ - 174^\circ$ в.д.) [11]. Объём выборки составляет $n = 79282$, в каталоге представлены события энергетических классов 4.1 – 16.1.

Распределение частот повторяемости событий подчиняется закону Гутенберга-Рихтера с параметрами a и b

$$N = 10^{a-bM}, \quad (3)$$

где $N = N(m \geq M)$ – количество (частота) событий с магнитудами $m \geq M$, M – фиксированная магнитуда, m – магнитуды событий. В прологарифмированном виде уравнение (3) имеет линейную форму

$$\lg N = a - bM. \quad (4)$$

На основании данных каталога [11] было получено распределение частот событий по энергиям и составлен эмпирический закон распределения (рис. 1а), который в прологарифмированном виде представлен на рисунке 1б. Для вычисления значений параметров закона Гутенберга-Рихтера необходимо рассматривать только линейную часть прологарифмированного эмпирического закона (рис. 1б), исходя из линейности теоретического закона (4). На основании полученных результатов можно сделать грубую оценку расположения линейной части на промежутке значений магнитуд $M \in [3, 5]$ (на графиках выделено красными точками). На интервале $M < 3$ появляется нелинейность и в окрестности значения $M = 5$ излом линейной части. Для более точного определения линейного промежутка первоначально использовали линейную

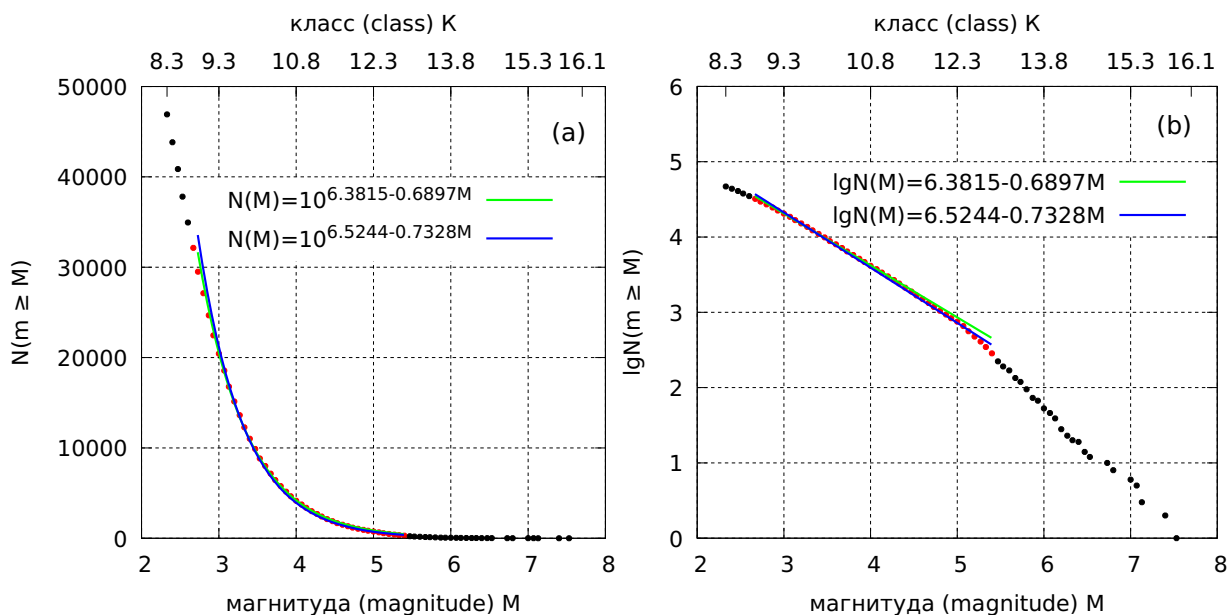


Рис. 1. а) Распределение частот повторяемости событий, б) распределение логарифма частот повторяемости событий. Синий график – линейная регрессия, зелёный график – нелинейная регрессия.

[Figure 1. a) Distribution of recurrence frequencies of events, b) distribution of the logarithm of recurrence frequencies of events. The blue graph is linear regression, the green graph is nonlinear regression.]

аппроксимацию. Аппроксимация линейной части графика проводилась методом наименьших квадратов, исходя из минимизации ошибки аппроксимации ε в результате последовательного исключения событий из начала и конца промежутка $M \in [2.33, 7.53]$ ($K \in [8.3, 16.1]$), где значению $M = 2.33$ ($K = 8.3$) соответствует максимальное количество событий, а $M = 7.53$ ($K = 16.1$) – это максимальное значение магнитуды для рассматриваемого каталога. Для ошибки аппроксимации ε приняты следующие ограничения $1\% < \varepsilon < 10\%$, при которых получены значения параметров линейной регрессии a и b , представленные в Таблице 1 (столбец 2). Теснота связи линейной регрессии оценивается с помощью значения коэффициента корреляции $R = 0.9985$, близость которого к единице указывает на тесную линейную (практически функциональную) связь на промежутке аппроксимации $M \in [2.67, 5.40]$ ($K \in [8.8, 12.9]$) [12, 13]. Статистическая значимость уравнения регрессии (в целом) оценивается с помощью F-критерия Фишера на уровне значимости $\alpha = 0.05$ со степенями свободы $k_1 = m - 1 = 1$ и $k_2 = k - m = k - 2$, где k – количество рассматриваемых классов на промежутке аппроксимации, m – количество параметров регрессии [12, 13]. Эмпирическое значение статистики F превышает критическое значение $\tilde{F} = F(0.05, 1, 42) = 4.08$, следовательно на заданном уровне α уравнение линейной регрессии статистически значимо. Оценка статистической значимости параметров линейной регрессии a и b и коэффициента корреляции R проводится с помощью t-критерия Стьюдента, где критическое

значение $\tilde{t} = t(\alpha, k - m) = t(0.05, k - 2)$, и вычисления доверительных интервалов каждого из показателей. Выполнение условий $t_a > \tilde{t}$, $t_b > \tilde{t}$, $t_R > \tilde{t}$ подтверждает статистическую значимость параметров уравнения линейной регрессии и коэффициента корреляции на уровне значимости $\alpha = 0.05$. Все найденные параметры и статистические показатели представлены в Таблице 1 (столбец 2).

Таблица 1

Параметры закона Гутенберга-Рихтера и статистические показатели аппроксимирующих функций [Parameters of the Gutenberg-Richter law and statistical indices of approximating functions]

Вид аппроксимации	Линейная регрессия		Нелинейная регрессия	
	$\lg Y = a - bX$	$Y = 10^{a-bX}$	$Y = 10^{a-bX}$	$\lg Y = a - bX$
1	2	3	4	5
$[K_1, K_2]^1$	[8.8, 12.9]		[9.2, 12.9]	
$[M_1, M_2]^1$	[2.67, 5.40]		[2.93, 5.40]	
Количество классов k	42		38	
a	6.525 ± 0.027	6.525	6.3815	
t_a	246.75	-	-	-
b	0.733 ± 0.006	0.733	0.6897	
t_b	113.99	-	-	-
R	0.9985 ± 0.0088	1.209	0.9857	0.8567
t_R	113.99	-	-	-
\tilde{t}^3	2.02	-	-	-
F	12995	-126	1233	99
\tilde{F}^4	4.08			
$\varepsilon, \%$	0.908	9.305	1.658	1.687

¹ Промежуток аппроксимации, ² R – коэффициент/индекс корреляции,

³ t -критерий Стьюдента: критическое значение $\tilde{t} = t(\alpha, \tilde{k}) = t(0.05, k - m)$,

⁴ F -критерий Фишера: критическое значение $\tilde{F} = F(\alpha, k_1, k_2) = F(0.05, m - 1, k - m)$,

где k – объем выборки, m – количество параметров регрессии ($m = 2$).

Однако, если подставить в закон Гутенберга-Рихтера (3) значения параметров a и b , полученные в результате линейной аппроксимации (4), то статистические показатели, а именно, индекс корреляции $R > 1$ и статистика Фишера $F < 0$, не позволяют сделать вывод о статистической значимости данного уравнения и хорошем приближении эмпирических данных показательной функцией.

В связи с этим использовался иной подход: рассматривалась аппроксимация эмпирического закона распределения показательной функцией (3) (нелинейная регрессия) методом наименьших квадратов. Ориентируясь на полученные в

уравнении линейной регрессии значения a и b , были определены подходящие промежутки изменения этих параметров. Значения a и b для показательной аппроксимирующей функции определялись перебором значений из этих промежутков с шагом 0.001 на основании минимизации ошибки аппроксимации ε с принятым ограничением $1\% < \varepsilon < 10\%$ при последовательном исключении классов из начала и конца промежутка $M \in [2.33, 7.53]$ ($K \in [8.3, 16.1]$) и наибольшем индексе корреляции. На каждом полученном с помощью нелинейной регрессии промежутке аппроксимации также вычислялись статистические показатели для прологарифмированного эмпирического закона. Если ошибка аппроксимации ε линейной функцией на рассматриваемом промежутке магнитуд удовлетворяла условиям минимизации и ограничениям $1\% \leq \varepsilon \leq 2\%$, то этот промежуток выбирался в качестве промежутка аппроксимации.

По результатам расчётов всем сформулированным выше условиям удовлетворяет промежуток $M \in [2.93, 5.40]$ ($K \in [9.2, 12.9]$). Объём выборки составил 22230 событий. На выбранном промежутке аппроксимации нелинейная корреляционная связь между магнитудой M (классом K) и частотой N весьма тесная, т.к. близко к единице значение индекса корреляции $R = 0.9857$. На основании F -критерия Фишера на уровне значимости $\alpha = 0.05$ признаём статистическую значимость нелинейного уравнения регрессии в целом, т.к. эмпирическое значение статистики F значительно превышает критическое значение \tilde{F} . Значения статистических показателей приведены в Таблице 1 (столбец 4). Отметим, что статистические показатели аппроксимации законом (4) позволяют сделать вывод о статистической значимости линейного уравнения ($F > \tilde{F}$) в целом (Таблица 1, столбец 5).

Распределение времени ожидания первого события

Распределение вероятности времени ожидания первого события для каждого масштаба r задаётся выражением [5]:

$$P(t) = \lambda_r t^{\nu} E_{\nu, \nu+1}(-\lambda_r t^{\nu}), \quad \lambda_r = (\omega_r)^{\nu}, \quad t \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, k, \quad (5)$$

где $E_{\nu, \nu+1}(x)$ – функция Миттаг-Леффлёра, λ_r – дробная относительная частота повторяемости событий, $\omega_r = \frac{N(m=M)}{n}$ – относительная частота повторяемости событий, n – объём каталога.

Для каждого из классов, которые попали в промежуток аппроксимации $M \in [2.93, 5.40]$ ($K \in [9.2, 12.9]$), находим эмпирический закон распределения времени ожидания первого события. Для этого из каталога выбираем события класса K_r . В полученной последовательности вычисляем длины τ промежутков времени между соседними событиями, находим длину наибольшего из полученных промежутков и обозначаем T_{\max} . Промежуток $(0, T_{\max})$ разбиваем на $n_r = [T_{\max}] + 1$ промежутков (t_i, t_{i+1}) длиной 1 день, где $i = (0, \dots, (n_r - 1))$, $t_{i+1} = t_i + h$, шаг $h = 1$ день, $t_0 = 0$, $[T_{\max}]$ – целая часть значения T_{\max} . Подсчитываем количество промежутков времени между соседними событиями, длины τ которых

попадают на промежуток разбиения $(t_i, t_{i+1}]$. Таким образом получаем ряд распределения времени ожидания первого события и вычисляем эмпирическую функцию распределения.

Эмпирическую функцию полученного распределения времени ожидания первого события аппроксимируем функцией (5). Использовали два способа аппроксимации. В первом случае относительная частота ω_r повторяемости событий класса K_r вычислялась на основании данных каталога, а параметр ν находили методом наименьших квадратов, исходя из минимизации ошибки аппроксимации ε . Во втором случае использовалась двухпараметрическая аппроксимация, где методом наименьших квадратов вычисляли оба параметра ω_r и ν , исходя из минимизации ошибки аппроксимации ε (Таблица 2). При обработке сейсмических данных параметр ν приобретает определенные значения для каждого r и обозначено в Таблице 2 как ν_r . Параметр эрелитарности ν вычисляется как среднее арифметическое полученных значений ν_r .

Отметим, что точность аппроксимации при использовании двухпараметрического приближения выше. Ошибка ε для классов из промежутка аппроксимации в этом случае не превышает 7%, тогда как использование эмпирического значения относительной частоты ω_r приводит к ошибкам превышающим 10% для классов $K \geq 11.7$. Поэтому для дальнейших вычислений предпочтительней использовать результаты двухпараметрической аппроксимации, хотя полученные обоими способами значения параметра эрелитарности ν отличаются незначительно.

Таблица 2. Параметры распределений времени ожидания первого события
[Parameters of the first-passage time distributions]

r	K_r	M_r	n_r	Однопараметрическая аппроксимация				Двухпараметрическая аппроксимация			
				s_{min}	ω_r	ν_r	$\varepsilon, \%$	s_{min}	ω_r	ν_r	$\varepsilon, \%$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	9.2	2.93	57	0.102	0.135	0.961	4.71	0.025	0.182	0.891	2.33
2	9.3	3.0	57	0.067	0.125	0.974	3.93	0.031	0.152	0.925	2.59
3	9.4	3.07	57	0.085	0.119	0.962	4.36	0.034	0.149	0.905	2.76
4	9.5	3.13	58	0.099	0.109	0.958	4.71	0.039	0.139	0.897	2.97
5	9.6	3.2	62	0.105	0.101	0.959	4.71	0.033	0.129	0.895	2.64
6	9.7	3.27	67	0.109	0.09	0.962	4.62	0.036	0.114	0.901	2.65
7	9.8	3.33	67	0.102	0.084	0.954	4.55	0.032	0.105	0.895	2.53
8	9.9	3.4	77	0.095	0.075	0.961	4.08	0.043	0.09	0.914	2.76
9	10.0	3.47	71	0.108	0.071	0.955	4.65	0.063	0.083	0.907	3.54
10	10.1	3.53	83	0.077	0.056	0.960	3.70	0.036	0.064	0.92	2.51
11	10.2	3.6	84	0.074	0.057	0.968	3.57	0.029	0.065	0.928	2.24
12	10.3	3.67	91	0.112	0.048	0.960	4.29	0.035	0.056	0.91	2.38
13	10.4	3.73	93	0.245	0.045	0.932	6.31	0.045	0.06	0.849	2.7

Таблица 2. Параметры распределений времени ожидания первого события
 [Parameters of the first-passage time distributions]

r	K _r	M _r	n _r	Однопараметрическая аппроксимация				Двухпараметрическая аппроксимация			
				s _{min}	ω _r	ν _r	ε, %	s _{min}	ω _r	ν _r	ε, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
14	10.5	3.8	95	0.133	0.041	0.969	4.64	0.043	0.049	0.918	2.64
15	10.6	3.87	103	0.214	0.034	0.942	5.79	0.051	0.042	0.88	2.83
16	10.7	3.93	103	0.163	0.033	0.959	5.12	0.081	0.039	0.91	3.61
17	10.8	4.0	107	0.257	0.027	0.922	6.53	0.089	0.034	0.858	3.83
18	10.9	4.07	109	0.28	0.025	0.947	6.75	0.041	0.031	0.888	2.6
19	11.0	4.13	113	0.331	0.025	0.922	7.19	0.041	0.033	0.865	3.76
20	11.1	4.2	115	0.395	0.021	0.880	8.01	0.079	0.028	0.817	3.59
21	11.2	4.27	112	0.357	0.018	0.907	7.97	0.059	0.023	0.852	3.25
22	11.3	4.33	113	0.301	0.019	0.926	7.17	0.103	0.024	0.873	4.19
23	11.4	4.4	112	0.144	0.016	0.898	5.38	0.044	0.018	0.886	4.05
24	11.5	4.47	104	0.405	0.015	0.845	9.15	0.101	0.019	0.797	4.57
25	11.6	4.53	100	0.225	0.012	0.936	7.27	0.141	0.013	0.91	5.75
26	11.7	4.6	95	0.505	0.011	0.825	11.18	0.023	0.021	0.784	4.07
27	11.8	4.67	89	0.451	0.01	0.861	10.74	0.112	0.014	0.822	5.35
28	11.9	4.73	79	0.353	0.009	0.835	10.21	0.036	0.012	0.85	5.4
29	12.0	4.8	76	0.529	0.008	0.803	13.1	0.055	0.012	0.818	4.22
30	12.1	4.87	73	0.576	0.007	0.772	14.03	0.08	0.01	0.775	5.21
31	12.2	4.93	61	0.21	0.006	0.915	9.31	0.113	0.007	0.886	6.83
32	12.3	5.0	68	0.133	0.006	0.920	7.06	0.089	0.007	0.909	5.76
33	12.4	5.07	65	0.666	0.006	0.751	15.45	0.04	0.01	0.766	5.95
34	12.5	5.13	55	0.644	0.006	0.755	16.42	0.033	0.011	0.749	4.92
35	12.6	5.2	49	0.273	0.005	0.787	12.2	0.043	0.007	0.791	6.04
36	12.7	5.27	51	0.217	0.004	0.896	10.55	0.075	0.005	0.882	6.21
37	12.8	5.33	47	0.108	0.004	0.880	7.92	0.051	0.005	0.858	5.46
38	12.9	5.4	50	0.428	0.004	0.868	14.85	0.032	0.006	0.883	5.32
$\sum_{r=1}^k \nu_r$						34.386					
$\nu = \frac{1}{k} \sum_{r=1}^k \nu_r$						0.9049					
								32.964			
								0.8675			

Результаты и обсуждение

По результатам обработки экспериментальных данных и их закономерностей на выбранном промежутке аппроксимации $M \in [2.93, 5.40]$ ($K \in [9.2, 12.9]$) вычислены параметр скейлинга b и параметр эредитарности ν , характеризующие

дробный по времени составной степенной процесс Пуассона [1, 5, 8] с целочисленными случайными изменениями состояний на величину $r = 1, \dots, k$.

Среднее арифметическое значение эредитарного параметра ν – показателя дробной производной по Капуто [5, 8], составило $\nu = 0.8675$, что меньше единицы. Следовательно можно сделать вывод, что рассматриваемый сейсмический процесс обладает «памятью», поэтому сейсмические события нельзя считать независимыми, а распределения времени ожидания первого события (5) определяют замедленную релаксацию деформаций, что связано с упрочнением деформируемой среды и накоплением упругой энергии и может быть причиной активации сейсмического процесса.

Исходя из полученного значения параметра скейлинга $b = 0.6897$, вычислены значения критических индексов (2) $\nu_0 \approx 0.42$, $\nu_1 \approx 0.84$, $\nu_2 \approx 1.26$. Значение параметра эредитарности ν превышает значения ν_0 и ν_1 и меньше ν_2 . Полученные результаты сравнения означают, что дробная скорость затухания Λ сейсмического процесса и средние деформации конечны [1]. Близость значения параметра ν к критическому значению ν_1 и расходимость дисперсии говорит о том, что в накопленных деформациях и энергии могут возникать неустойчивости, которые будут проявляться в сильных флуктуациях и приводить к неустойчивости сейсмического процесса и его переходу в нестационарный режим, рассмотренный в работах [14, 15]. Природу этих флуктуаций можно объяснить с помощью энергетической характеристики процесса (дисперсии), где второе слагаемое пропорционально квадрату среднего [5], а это указывает на наличие когерентных эффектов в деформациях, возникающих благодаря нелокальности процесса по времени. Иначе говоря, память процесса способствует консолидации дислокационных изменений, вследствие чего складываются не энергии, а амплитуды дислокаций. Когерентность в аномальных явлениях – это самоорганизованная критичность, обусловленная эредитарностью процесса, т. е. нелокальностью его во времени.

Дробная скорость затухания Λ [день^{- ν}] сейсмического процесса конечна, т. к. $\nu > \nu_0$, и определяется следующим образом [1, 5, 8]

$$\Lambda = \sum_{r=1}^n \lambda_r = \sum_{r=1}^n (\omega_r)^\nu.$$

Значение параметра Λ на основании результатов двухпараметрической аппроксимации распределений времени ожидания первого движения (Таблица 2, столбец 10) составляет $\Lambda = 2.6401 \text{ день}^{-0.8675} = (3.0622/\text{день})^{0.8675}$. Тогда скорость затухания исходного и всех последующих состояний процесса равна $\Lambda^{1/\nu} = 3.0622$ [день⁻¹].

Заключение

Специфика критичности определяется масштабной инвариантностью и эредитарностью. Первое свойство при рассмотрении сейсмического процесса

отвечает за консолидацию масштабов дислокаций, а второе – за корреляцию событий на временных интервалах. Из выражения (1) следует зависимость критических показателей от произведения параметров b и ν , что говорит о проявлении мультипликативного эффекта масштабирования и наследственности в критических явлениях. Замедление релаксаций и накопление энергии являются причиной катастрофического характера критических явлений. Запаздывающие релаксации и аномальный рост флуктуаций можно рассматривать как предвестник катастрофы, сценарий которой определяется нестационарным режимом пуассоновского процесса [14, 15].

Сейсмический процесс многообразен и может иметь множество представлений. В рамках эредитарной модели критичности рассматривается квазистационарный и квазиоднородный режим сейсмического процесса. Анализ данных каталога землетрясений для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги на основе используемой модели критичности показал неустойчивость данного режима сейсмического процесса.

Обработка данных каталога показала зависимость эредитарного параметра ν от масштаба $r = 1, 2, \dots, k$, т.е. эредитарные свойства потоков сейсмических событий зависят от масштаба (энергии), что не учитывается используемой эредитарной моделью критичности. Полученная эмпирическая зависимость определяет пути дальнейшего обобщения модели.


Список литературы

1. Shevtsov B., Sheremetyeva O. Fractional Criticality Theory and Its Application in Seismology, *Fractal Fract.*, 2023. vol. 7, no. 890, pp. 1–12 DOI: 10.3390/fractalfract7120890.
2. Shevtsov B., Sheremetyeva O. Power-Law Compound and Fractional Poisson Process in the Theory of Anomalous Phenomena / *Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors. STRPEP 2023*, Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Cham, Springer, 2023, pp. 266–275 DOI: 10.1007/978-3-031-50248-4_27.
3. Janossy L., Renyi A., Aczel J. On composed Poisson distributions, *I. Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, 1950. no. 1, pp. 209–224.
4. Adelson R. M. Compound Poisson distributions, *Oper. Res. Quart.*, 1966. vol. 17, pp. 73–75.
5. Antonio Di Crescenzo, Barbara Martinucci, Alessandra Meoli A fractional counting process and its connection with the Poisson process, *ALEA, Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.*, 2016. no. 13, pp. 291–307 DOI: 10.30757/ALEA.v13-12.
6. Beghin L., Macci C. Multivariate fractional Poisson processes and compound sums, *Adv. in Appl. Probab.*, 2016. vol. 48, no. 3 DOI: 10.1017/apr.2016.23 author.
7. Kataria K. K., Khandakar M. Convolved Fractional Poisson Process, *ALEA, Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.*, 2021. no. 18, pp. 1241–1265 DOI: 10.30757/ALEA.v18-46.
8. Khandakar M., Kataria K. K. Some Compound Fractional Poisson Processes, *Fractal Fract.*, 2023. vol. 7, no. 15 DOI: 10.3390/fractalfract7010015.
9. Gutenberg B., Richter C. F. Frequency of Earthquakes in California, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1944. vol. 34, pp. 185–188.
10. Kanamori Hiroo The Energy Release in Great Earthquakes, *J. of Geophysical Research*, 1977. vol. 82, no. 20, pp. 2981–2987.
11. *The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: <http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/>.*
12. Гмурман Н. Ш. *Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. – 9-е изд., стер.* М.: Высш. шк., 2003. 479 с.


13. Кремер Н. Ш. *Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп..* М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 573 с.
14. Shevtsov B., Sheremetyeva O. Fractional models of seismoacoustic and electromagnetic activity, *E3S Web Conf.*, 2017. vol. 20, no. 02013, pp. 1–8 DOI: 10.1051/e3sconf/20172002013.
15. Sheremetyeva O., Shevtsov B. Fractional Model of the Deformation Process, *Fractal Fract.*, 2022. vol. 6, no. 372, pp. 1–12 DOI: 10.3390/fractalfract6070372.

Информация об авторах



Шереметьева Ольга Владимировна ✉ – кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0001-9417-9731.




Шевцов Борис Михайлович ✉ – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории электромагнитных излучений, Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка, Россия,  ORCID 0000-0003-0625-0361.

References


- [1] Shevtsov B., Sheremetyeva O. Fractional Criticality Theory and Its Application in Seismology, *Fractal Fract.*, 2023, vol. 7, no. 890, pp. 1–12. DOI: 10.3390/fractalfract7120890
- [2] Shevtsov B., Sheremetyeva O. Power-Law Compound and Fractional Poisson Process in the Theory of Anomalous Phenomena. In: Dmitriev A., Lichtenberger J., Mandrikova O., Nahayo E. (eds) *Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors. STRPEP 2023. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences.* Springer, Cham, 2023, pp. 266–275. DOI: 10.1007/978-3-031-50248-4_27
- [3] Janossy L., Renyi A., Aczel J. On composed Poisson distributions, *I. Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, 1950, no. 1, pp. 209–224.
- [4] Adelson R. M. Compound Poisson distributions, *Oper. Res. Quart.*, 1966, vol. 17, pp. 73–75.
- [5] Antonio Di Crescenzo, Barbara Martinucci, Alessandra Meoli A fractional counting process and its connection with the Poisson process, *ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.*, 2016, no. 13, pp. 291–307. DOI: 10.30757/ALEA.v13-12
- [6] Beghin L., Macci C. Multivariate fractional Poisson processes and compound sums, *Adv. in Appl. Probab.*, 2016, vol. 48, no. 3. DOI: 10.1017/apr.2016.23 author
- [7] Kataria K. K., Khandakar M. Convoluted Fractional Poisson Process, *ALEA, Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.*, 2021, no. 18, pp. 1241–1265. DOI: 10.30757/ALEA.v18-46
- [8] Khandakar M., Kataria K. K. Some Compound Fractional Poisson Processes, *Fractal Fract.*, 2023, vol. 7, no. 15. <http://doi.org/10.3390/fractalfract7010015>.
- [9] Gutenberg B., Richter C.F. Frequency of Earthquakes in California, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1944, vol. 34, pp. 185–188.
- [10] Kanamori Hiroo The Energy Release in Great Earthquakes, *J. of Geophysical Research*, 1977, vol. 82, no. 20, pp. 2981–2987.
- [11] The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: <http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/>
- [12] Gmurman N. Sh. *Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika: Ucheb. posobie dlya vuzov. – 9-e izd., ster [Probability theory and mathematical statistics: Textbook for universities].* M.: Vy'ssh. shk., 2003, 479pp. (In Russian).
- [13] Kremer N. SH. *Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika: Ucheb. posobie dlya vuzov [Probability theory and mathematical statistics: Textbook for universities].* M.: YUNITI-DANA, 2004, 573pp. (In Russian).
- [14] Shevtsov B., Sheremetyeva O. Fractional models of seismoacoustic and electromagnetic activity, *E3S Web Conf.*, 2017, vol. 20, no. 02013, pp. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/20172002013
- [15] Sheremetyeva O., Shevtsov B. Fractional Model of the Deformation Process, *Fractal Fract.*, 2022, vol. 6, no. 372, pp. 1–12. DOI: 10.3390/fractalfract6070372

Information about authors



Sheremetyeva Olga Vladimirovna✉ – PhD (Tech.), Research Scientist, Laboratory of Physical Process Modeling, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia,  ORCID 0000-0001-9417-9731.



Shevtsov Boris Mikhaylovich✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Professor, Chief Scientific Officer, Laboratory of Electromagnetic Radiation, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia,  ORCID 0000-0003-0625-0361.