

# ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

---

ISSN: 2225-4293  
Online ISSN: 2712-7885

2024. Т. 13. №3 (53)

**Учредители:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Кравченко Виктор Филиппович

**Издатель:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

**Журнал зарегистрирован** 15 февраля 2000 г. Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовой информации

**Свидетельство о регистрации** ПИ № 77–1685

# Физические Основы Приборостроения

ISSN 2225-4293  
Online ISSN 2712-7885

Журнал «Физические основы приборостроения» включен:

- В **Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)**.
- В список журналов базы данных **Russian Science Citation Index (RSCI)** на платформе **Web of Science**.

- В **Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук**.

## РЕДКОЛЛЕГИЯ

**Кравченко В.Ф.**, главный редактор, заслуженный деятель науки РФ, д.ф.-м.н., проф.  
**Назаров Л.Е.**, заместитель главного редактора, д.ф.-м.н.

**Афанасьев М.С.**, д.т.н., доц.  
**Боголюбов А.Н.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Боритко С.В.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Быков А.А.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Булатов М.Ф.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Гуляев Ю.В.**, академик РАН, д.ф.-м.н., проф.  
**Дмитриев А.С.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Зинин П.В.**, к.ф.-м.н.  
**Крюковский А.С.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Кутуза Б.Г.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Кутуза И.Б.**, к.ф.-м.н.  
**Лукин Д.С.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Мазур М.М.**, д.т.н.  
**Мачихин А.С.**, д.т.н., доц.  
**Морозов А.Н.**, член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф.  
**Панич А.Е.**, д.т.н., проф.  
**Панич А.А.**, д.т.н., проф.  
**Пожар В.Э.**, д.ф.-м.н.  
**Садовнический В.А.**, академик РАН, д.ф.-м.н., проф.  
**Самохин А.Б.**, д.ф.-м.н., проф.  
**Сидняев Н.И.**, д.т.н., проф.  
**Татариенко Н.И.**, д.ф.-м.н.

## ЗАРУБЕЖНЫЕ ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

**Кобаяши К.**, проф. (Япония)  
**Кураев А.А.**, д.ф.-м.н., проф. (Беларусь)  
**Мартirosян Р.М.**, академик НАН Республики Армения, иностранный член РАН, д.ф.-м.н., проф. (Республика Армения)  
**Миттра Р.**, проф. (США)  
**Перес-Меана Э.**, проф. (Мексика)  
**Пономарев В.И.**, д.т.н., проф. (Мексика)  
**Ра Д.**, проф. (Корея)  
**Хашимото М.**, проф. (Япония)

## EDITORIAL BOARD

**Kravchenko, V.F.**, Editor-in-Chief, Honored Worker of Science of the Russian Federation, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Nazarov, L.E.**, Deputy Editor-in-Chief, Dr. Sci. (Phys.– Math.)

**Afanasiev M.S.**, D.Sc. (Techn.), Associate Professor  
**Bogolyubov, A.N.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Boritko, S.V.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Bykov, A.A.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Bulatov, M.F.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Gulyaev, Yu.V.**, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Dmitriev, A.S.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Zinin P.V.**, Ph.D. (Phys.– Math.)  
**Krukovsky, A.S.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Kutuza, B.G.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Kutuza I.B.**, Ph.D. (Phys.– Math.)  
**Lukin, D.S.**, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.  
**Mazur, M. M.**, Dr. Sci. (Techn.)  
**Machikhin A.S.**, D.Sc. (Techn.), Associate Professor  
**Morozov, A. N.**, Corresponding member of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Panich, A.E.**, Dr. Sci. (Techn.), Prof.  
**Panich, A.A.**, Dr. Sci. (Techn.), Prof.  
**Pozhar, V.E.**, Dr. Sci. (Phys.–Math.)  
**Sadovnichiy, V.A.**, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Samokhin, A.B.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.  
**Sidnyayev, N.I.**, Dr. Sci. (Techn.), Prof.  
**Tatarenko, N.I.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.)

## FOREIGN EDITORIAL BOARD MEMBERS

**Kobayashi, K.**, Prof. (Japan)  
**Kuraev, A.A.**, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Belarus)  
**Martirosyan, R.M.**, Academician of NAS of Republic of Armenia, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Republic of Armenia)  
**Mittra, R.**, Prof. (USA)  
**Perez-Meana, H.**, Prof. (Mexico)  
**Ponomaryov, V.I.**, Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Mexico)  
**Ra, J-W.**, Prof. (Korea)  
**Hashimoto, M.**, Prof. (Japan)



**Виктор Филиппович Кравченко** — Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории 325 Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук.

В.Ф. Кравченко родился 5 октября 1939 года в г. Харькове, в семье рабочего. Свою трудовую деятельность начал в 1957 г. с должности слесаря-монтажника кафедры теории авиадвигателей Харьковского высшего инженерно-военного авиационного училища. После успешного окончания в 1963 г. радиофизического факультета Харьковского госуниверситета им. А.М. Горького рекомендован Ученым советом факультета для поступления в аспирантуру и оставлен для работы ассистентом на кафедре радиоизмерений. С 1964 г. по 1967 г. — аспирант кафедры радиофизики ХИГМАВТ (ныне ХНУРЭ им. М.К. Янгеля). С 1968 г. — кандидат физико-математических наук. С 1969 г. по 1972 г. старший преподаватель, доцент кафедры теоретической и математической физики инженерно-физического факультета ХПИ им. В.И. Ленина. С 1972 г. по 1978 г. — начальник отдела теоретической и математической физики Харьковского государственного НИИ метрологии. С 1978 г. по 1982 г. — начальник лаборатории Харьковского приборостроительного завода им. Т.Г. Шевченко. В 1982 г. Министерством общего машиностроения СССР переведен на работу в НПО точных приборов (г. Москва), где по 1993 г. работал в должностях начальника сектора и Ученого секретаря института. С 1986 г. — доктор физико-математических наук, а с 1989 г. профессор. В 2005 г. присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки РФ».

В 1993 г. переведен на должность ведущего научного сотрудника ИРЭ РАН. С 1996 года главный научный сотрудник лаборатории 138, а с 2002 г. — 325.

В.Ф. Кравченко — выдающийся ученый и педагог, крупный специалист в области системного анализа, информационных технологий, прикладной математики и информатики, вычислительных методов, цифровой обработки сигналов и изображений, радиофизики. Автор и соавтор 28 монографий, более 900 научных работ, 11 изобретений. Им создана научная школа: подготовлено 11 докторов и 18 кандидатов наук. За большой вклад в развитие радиофизики и современных информационных технологий Виктор Филиппович удостоен диплома почетного академика Академии наук прикладной радиоэлектроники Белоруси, России, Украины.

В.Ф. Кравченко — главный редактор журнала «Физические основы приборостроения», Editor-in-Chief of the Journal of Measurement Science and Instrumentation (China), член редколлегии журнала «Радиотехника», член редколлегии журнала «Радиофизика и электроника» (НАН Украины), член редколлегии журнала «Telecommunications and Radio Engineering» (Begell House inc, USA), член докторских Ученых советов НТЦ УП РАН и ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. В течение более 30 лет ведет активную научно-педагогическую деятельность на кафедре «Высшая математика» ФН-1 МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Большому кругу специалистов, как в России, так и за рубежом, известны его пионерские работы по развитию и обобщению теории R-функций, интенсивно используемых при теоретических исследованиях и в приложениях, при решении задач дифракции электромагнитных полей для объектов сложной геометрической формы. В.Ф. Кравченко разработана и внедрена при разработке бортовых и наземных информационных систем технология создания математических моделей, алгоритмов, относящихся к вопросам обработки пространственно-временных полей, построению радиотехнических и радиометрических систем для их обработки. Проведен цикл исследований по влиянию статистически неоднородной среды распространения на качественные показатели измерительных радиосистем, оптимизацию обработки сигналов с учетом этого влияния, обработки физических полей в системах дистанционного зондирования Земли на основе анализа радиолокационной и радиометрической информации при определении электродинамических параметров, а также пространственных характеристик среды распространения. Основные результаты исследований изложены в монографиях: **«Дистанционное зондирование неоднородных сред»**. М.: Машиностроение, 1991, **«Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях»**. М.: Физматлит, 2007, **«Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации»**. М.: Физматлит, 2008, **«Рас рассеяние радиоволн морем и обнаружение объектов на его фоне»**. М.: Физматлит, 2015. **«Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники»**. М.: Техносфера, 2018.

В.Ф. Кравченко развил и впервые применил математический аппарат класса атомарных функций к построению новых весовых функций для цифровой обработки сигналов, изображений и радиополей, а также сумел найти решение совместного использования теории атомарных функций и теоретико-числовых методов при решении широкого класса теоретических и прикладных проблем. Новый гибридный метод является существенным шагом вперед по сравнению с традиционными методами и может рассматриваться в качестве общей теории цифровой

обработки сигналов. Он впервые применил теорию атомарных функций к решению задач физической электроники, анализа и синтеза антенн, включая фрактальные антенны. Полученные результаты изложены в монографиях: **«Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям»**. М.: Радиотехника, 2003, **«Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн»**. М.: Сайнс — Пресс, 2005, **«Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях»**. М.: Физматлит, 2006, **«Bispectral Methods of Signal Processing. Applications in Radar, Telecommunications and Digital Image Restoration. Berlin: Walter de Gruyter, 2015. «Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники»**. М.: Техносфера, 2018. **«Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами»**. М.: Техносфера, 2019.

Предложенный им новый тип эквивалентных граничных условий позволил существенно расширить круг научных проблем, возникающих при решении краевых задач электродинамики сверхпроводящих структур. По данному направлению в течение 1988–2002 гг. им впервые опубликован цикл работ в журналах ДАН РАН, «Радиотехника и электроника», «Электромагнитные волны и электронные системы», «Радиотехника», который не имеет аналогов как в России, так и за рубежом. Результаты соответствующих исследований приведены в монографии **«Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений»**. М.: Физматлит, 2006, **«Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов»**. М.: Физматлит, 2011.

Одно из научных направлений В.Ф. Кравченко последнего времени посвящено повышению помехоустойчивости спутниковых каналов передачи информации — критической технологии при создании спутниковых информационных систем. Основу предложенных методов решения данной проблемы составляет теория атомарных функций и синтез вычислительных процедур и алгоритмов обработки входных сигналов с шумами и искажениями с использованием методов теории атомарных функций. Цикл научных статей по результатам исследований опубликован в журналах (**«Доклады Российской академии наук»**, **«Радиотехника и электроника»**, **«Физические основы приборостроения»**).

**К основным научным достижениям учёного следует отнести:**

- впервые решены на основе теории R-функций для областей сложной формы краевые задачи электродинамики, теплопроводности, акустики; исследованы и решены проблемы, связанные с построением координатных последовательностей для основных вариационных и проекционных методов, краевых условий различных типов и областей сложной формы;
- впервые с помощью R-функций созданы автоматизированные системы программирования для решения краевых задач, расчета и оптимизации различных физических полей конструктивно-компоновочных схем космических аппаратов и их составных частей;
- впервые с помощью нового типа эквивалентных граничных условий (задачи третьего рода) решен новый класс внутренних и внешних задач электродинамики сверхпроводящих структур;

- построена теория сверхпроводящих резонаторов, позволившая разработать эффективные методы по уточнению фундаментальной физической константы скорости света;
- исследованы новые физические модели электродинамических и тепловых полей, позволяющие решать задачи радиолокационного и радиотеплового картографирования с помощью космических систем;
- разработаны и обоснованы новые математические методы моделирования физических процессов в задачах дистанционного зондирования Земли;
- впервые, на основе атомарных функций, построена теория цифровой обработки одномерных и многомерных сигналов различной физической природы; установлена связь между теоретико-числовыми методами и теорией атомарных функций; синтезированы новые классы одномерных и многомерных весовых функций (окон);
- впервые на основе атомарных функций обобщены ряды Котельникова, а также рассмотрена теория Стренга-Фикса, полиномы Левитана; построен и обоснован новый класс WA-систем функций;
- впервые решены задачи анализа и синтеза антенн на основе теории атомарных функций;
- впервые предложен новый класс атомарно-фрактальных функций, позволивший построить теорию фрактальных антенных решеток;
- впервые, на основе теории атомарных функций, решены задачи оптимального управления и оптимизации физических параметров широкого класса приборов физической электроники;
- впервые, на основе теории атомарных функций, решены проблемы повышения помехоустойчивости спутниковых каналов передачи сигналов при наличии шумов и искажений при их распространении.

Следует отметить доброжелательность, отзывчивость, справедливую требовательность и природную мудрость Виктора Филипповича. С ним легко и приятно общаться, обсуждать научные задачи самого широкого круга, а совместная работа всегда продуктивна и приносит значительные результаты.

**Редакция журнала, коллеги, ученики и друзья сердечно  
поздравляют Виктора Филипповича и желают ему  
доброго здоровья, долгих лет жизни, удачи  
и воплощения новых творческих идей!**



*С. И. Обильев*  
85 лет

# СОДЕРЖАНИЕ

# CONTENTS

## НАШИ ЮБИЛЯРЫ

К 85-летию Виктора Филипповича Кравченко

1

## ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ СВЧ ДИАПАЗОНА

Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Матвеев В.В., Синицын А.К.  
Система магнитной фокусировки для сопровождения  
мощного релятивистского электронного потока

7

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Матвеев В.В.  
Уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных  
волноводов с учетом конечной проводимости стенок

22

Крюковский А.С., Михалева Е.В., Растягаев Д.В.  
Амплитудный метод восстановления эффективной частоты  
соударений электронов в ионосфере на слабонаклонных трассах

30

Никитин П.А., Пожар В.Э.  
Об упругооптических постоянных линейных изотропных диэлектриках

43

## ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ В АКУСТООПТИКЕ И РАДИОФИЗИКЕ

Назаров Л.Е., Батанов В.В.  
Алгоритм оптимального посимвольного приема  
цифровых сигналов с пониженной сложностью реализации

49

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ ДЛЯ БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЫ

Дмитриев А.С., Аистова Л.Г., Грязнов В.Г.,  
Ицков В.В., Рыжов А.И., Турканов И.Ф.  
О взаимодействии модулированных электромагнитных полей  
с живыми биологическими организмами

56

## ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Баттулга Э., Сидняев Н.И.  
Метод планирования нормальных контрольных  
и определительных испытаний бортового оборудования  
летательных аппаратов на безотказность

76

Барabanova Е.А., Вытовтов К.А., Казаков С.Э.  
Физические основы построения локальной системы  
управления полностью оптического коммутатора  
и методика расчета ее элементов

92

## НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Весник М.В.  
О возможности создания высокоэффективных  
солверов для решения актуальных задач дифракции

100

Тимонин В.И., Тянникова Н.Д.  
Проверка гипотезы Лемана по неполным данным  
для параллельных систем

110

## ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Булкин В.В., Васильев Т.С., Курилова-Харчук С.М., Курилов И.А.  
Формирование диаграммы направленности широкополосного  
излучателя системы акустического зондирования

118

## ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

Нестеров А. А., Панич А. Е.  
Новые оксифторидные пьезоматериалы для датчиков  
высокотемпературной дефектоскопии

128

## OUR HERO OF THE DAY

On the 85<sup>th</sup> Anniversary of Viktor Filippovich Kravchenko

## MICROWAVE RANGE DEVICES AND METHODS OF PHYSICS AND TECHNIQUES

Kravchenko V.F., Kurayev A.A., Matveyenko V.V., and Sinitsyn A.K.  
Magnetic Focusing System to Accompany  
a Powerful Relativistic Electron Flow

## MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES

Kravchenko V.F., Kurayev A.A., and Matveyenko V.V.  
The Excitation Equations for Longitudinally and Azimuthally Irregular  
Waveguides Taking Attention, the Finite Wall Conductivity

Kryukovsky A.S., Mikhaleva E.V., and Rastyagaev D.V.  
Amplitude Method for Diagnosing the Frequency of Collisions  
in the Earth's Ionosphere Using the Bicharacteristics Method

Nikitin P.A., Pozhar V.E.  
About Elasto-Optic Constants of Linear Isotropic Dielectrics

## DIGITAL SIGNAL AND IMAGE PROCESSING IN ACOUSTO-OPTICS AND RADIO PHYSICS

Nazarov L.E., Batanov V.V.  
Algorithm for Optimal Symbol-by-Symbol Reception  
of Digital Signals with Reduced Implementation Complexity

## PHYSICAL BASES OF INSTRUMENTATION FOR BIOLOGY AND MEDICINE

Dmitriev A.S., Aistova L.G., Gryaznov V.G.,  
Itskov V.V., Ryzhov A.I., and Turkanov I.F.  
On the Interaction of Modulated Electromagnetic Fields  
with Living Biological Organisms

## INFORMATION-MEASURING SYSTEM

Battulga E., Sidnyaev N. I.  
Method for Planning of Normal Check  
and Determination Tests of Aircraft Equipment  
for Failure-Free Operation

Barabanova E.A., Vytovtov K.A., and Kazakov S.E.  
Physical Base for Building a Local Control System  
of Fully Optical Commutator and Method  
of Calculating its Elements

## NEW MATHEMATICAL AND PHYSICAL METHODS

Vesnik M.V.  
On the Possibility of Creating Highly Efficient Solvers  
for Topical Diffraction Problems

Timonin V.I., Tyannikova N.D.  
Testing Lehman's Hypothesis with Incomplete  
Data for Parallel Systems

## DEVICES AND METHODS OF REMOTE SENSING

Bulkin V.V., Vasilyev G.S., Kurilova-Kharchuk S.M., and Kurilov I.A.  
Formation of the Radiation Pattern of a Broadband  
Emitter Acoustic Sounding Systems

## INSTRUMENTS AND METHODS OF EXPERIMENTAL PHYSICS

Nesterov A. A., Panich A. E.  
New Oxyfluoride Piezomaterials for High Temperature  
Flaw Detection Sensors

## ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ СВЧ ДИАПАЗОНА

УДК 621.385.6

СИСТЕМА МАГНИТНОЙ ФОКУСИРОВКИ  
ДЛЯ СОПРОВОЖДЕНИЯ МОЩНОГО  
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-RQNCRH | edn: RQNCRH

**Кравченко В. Ф.** — заслуженный деятель науки РФ, д.ф.-м.н., проф., гл.н.с., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, проф. кафедры высшей математики ФН-1 МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва. E-mail: kvf-ok@mail.ru

**Кураев А. А.** — заслуженный деятель науки РБ, д.ф.-м.н., проф. кафедры информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь, Минск. E-mail: kurayev@bsuir.by

**Матвеев В. В.** — к.ф.-м.н., доцент кафедры вычислительных методов и программирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь, Минск. E-mail: vladimir66@bsuir.by

**Синицын А. К.** — д.ф.-м.н., проф.

**Аннотация**

Настоящая статья посвящена поиску оптимальных параметров системы магнитной фокусировки для сопровождения мощного релятивистского электронного потока с ускоряющим напряжением 200–600 кВ, током 1–5 кА для генератора СВЧ диапазона 5 ГГц. Для достижения поставленной цели использовался метод конечных элементов для решения двумерных уравнений Пуассона и методы Рунге-Кутты для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Получена математическая модель для анализа и оптимизации параметров системы магнитной фокусировки электронного потока, инжектируемого с лезвийного цилиндрического катода в направлении цилиндрического анода. Найдены геометрические и физические параметры такой системы, при которых обеспечивается формирование и сопровождение электронного потока с требуемыми параметрами в цилиндрической электродинамической системе заданного диаметра вблизи ее периодической структуры. В перспективе созданная модель может быть состыкована с моделями и методами расчета генераторов СВЧ сверхвысокой мощности на гофрированных электродинамических структурах.

**Ключевые слова:** магнитная фокусировка, релятивистский электронный поток, ускоряющее напряжение, генератор, метод конечных элементов

**Abstract**

This article is devoted to the optimal parameter search for a magnetic focusing system to accompany a powerful relativistic electron flow using an accelerating voltage of 200–600 kV, a current of 1–5 kA for a 5 GHz microwave generator. For achieving this goal, the finite element method solves two-dimensional Poisson equations and the Runge-Kutta method solves an ordinary differential equations system. The developed mathematical model allows analysis and optimization of the parameters of a magnetic focusing system for an electron flow injected from a bladed cylindrical cathode in the cylindrical anode direction. The geometric and physical parameters of such a system offer the formation and maintenance of an electron flow with required parameters in a cylindrical electrodynamic system of a given diameter near its periodic structure. In the future, the created model can be combined with models and methods for designing ultra-high-power microwave generators based on corrugated electrodynamic structures.

**Keywords:** magnetic focusing, relativistic electron flow, accelerating voltage, generator, finite element method

**Введение**

Одним из основных элементов источника СВЧ-излучения сверхвысокой мощности ( $P \approx 0.5–3$  ГВт) является импульсный ускоритель электронов с параметрами: энергия электронов 200–600 кэВ, ток электронов 0.5–5 кА. Для получения электронных пучков с указанными параметрами используются пушки с взрывоземиссионными катодами, использующие различные схемы импульсных генераторов высоковольтного импульсного напряжения [1, 2]. При этом формирование и транспортировка вдоль электродинамической системы генератора СВЧ сильноточных релятивистских электронных пучков (РЭП) — одна из важных проблем мощной СВЧ электроники, поскольку требования к разбросу поперечных и продольных скоростей, стабильности толщины пучка довольно жесткие. Решение этой проблемы наталкивается на серьезные трудности, поскольку электроны пучка в вакууме расталкиваются, и приходится прибегать к различным способам для их удержания [3, 4]. Обычно с этой целью при формировании и транспорти-



ровке РЭП используется достаточно сильное внешнее продольное магнитное поле и компенсирующее действие положительных ионов. Однако компенсация сил расталкивания электронов с помощью сопровождающего магнитного поля еще не означает обязательного обеспечения требований к пучку.

Безусловно, при заведомо больших значениях магнитного сопровождающего поля пучок будет иметь незначительный поперечный разброс электронов, однако при этом, возможно, потребуются специальные системы охлаждения. Поэтому важным является выбор наименьшего значения магнитного поля, обеспечивающего требуемые характеристики РЭП. Задача экспериментального поиска таких приемлемых условий магнитной фокусировки слишком затратна, а часто вообще неосуществима. Поэтому в настоящей работе поставлена задача нахождения параметров магнитной системы, обеспечивающей необходимые требования к электронному пучку на основе вычислительного эксперимента.

### 1. Схема и принцип действия черенковского генератора

Наибольшая СВЧ мощность в сантиметровом диапазоне на сегодняшний день была получена с помощью импульсных многоволновых черенковских генераторов на релятивистском сильноточном электронном потоке. Физические процессы, происходящие при генерации, и различные подходы к методам моделирования черенковских генераторов, нашли отражение в [5, 6]. Классическая схема черенковского генератора представлена на рис. 1. Формируемый электронной пушкой мощный РЭП проходит вдоль периодического гофра электродинамической системы в виде отрезка гофрированного волновода, в которой, взаимодействуя с замедленной до скорости движения электронов гармоникой возбуждаемого электромагнитного СВЧ поля, отдает ему часть своей кинетической энергии. Как следует из описанных в литературе данных, для получения предельных значений электронного КПД генерации предъявляются достаточно жесткие требования к РЭП, подаваемому на вход электродинамической системы — разброс по энергиям не должен превосходить 5–10%, поперечные скорости не должны превышать 4–8%, толщина — не превышать  $0.2\lambda / 2\pi$ . Обеспечивает требуемые параметры РЭП магнитная система формирования и сопровождения в виде соленоида.

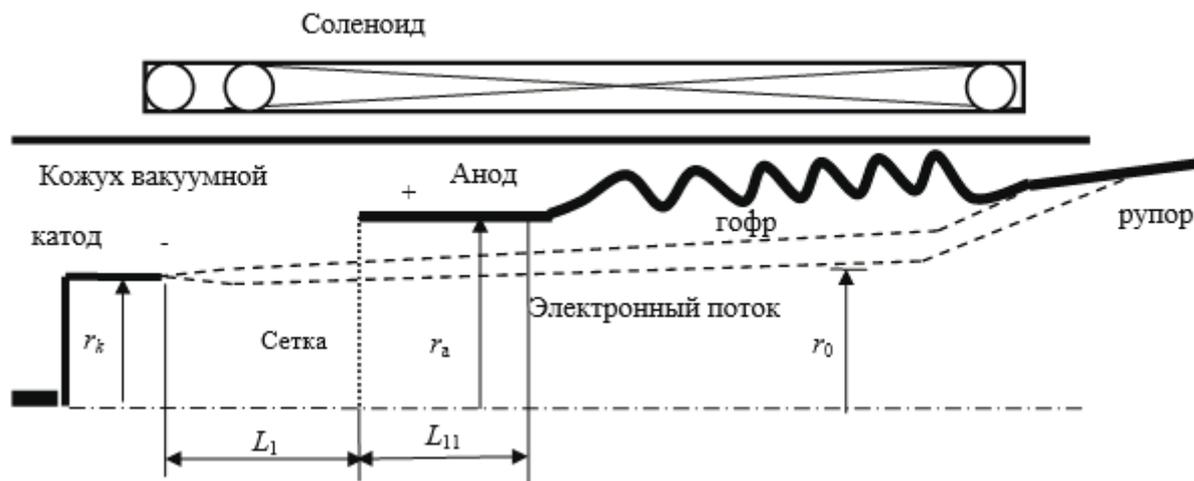


Рис. 1. Схема черенковского генератора.

Для отражения электромагнитного поля от пушечного конца используется отрезок волновода, имеющий закритический радиус и достаточную для затухания волны длину (на рис. 1  $r_a$  и  $L_{11}$ ). Для этого также иногда используется прозрачная для РЭП электропроводящая сетка. Именно радиус закритической трубки (которая является анодом пушки), радиус пучка и его требуемая толщина (которые определяют радиус катода и расстояние катод-анод) являются исходными данными для расчета системы магнитной фокусировки. Минимальный радиус катушки соленоида определяется диаметром кожуха вакуумной изоляции. Длина соленоида должна обеспечивать однородность магнитного поля вдоль потока электронов от катода до их оседания на стенку после отдачи энергии СВЧ полю.

### 2. Выбор расчетной области формирования и сопровождения РЭП

Расчет системы магнитной фокусировки предполагает:

- 1) расчет магнитного поля в предполагаемой области движения электронов;
- 2) расчет электростатического поля, создаваемого между анодом и катодом;
- 3) расчет движения электронного потока, инжектируемого с острейшего катода.

Выбираемая расчетная область, на границах которой задаются граничные условия при расчете электрического поля, окаймлена на рис. 2 пунктирной линией. Ее размеры  $R, L$  определяются задаваемыми размерами катода, анода и диаметром вакуумного кожуха. Анод и кожух находились под нулевым потенциалом, катод — под заданным отрицательным потенциалом  $U_0 = 200\text{--}600$  кВ. Длина  $L_{11}$  выбирается такой, чтобы электрическое поле было нулевым при  $z = L$ . Соленоид представляет собой намотку  $Nv$  витков в один слой, средний радиус  $Rv$ , и провода заданного диаметра  $Dv$ , равномерно распределенные на заданной длине. Для получения приближенных оценок магнитное поле задавалось постоянным (эти параметры являются входными данными).

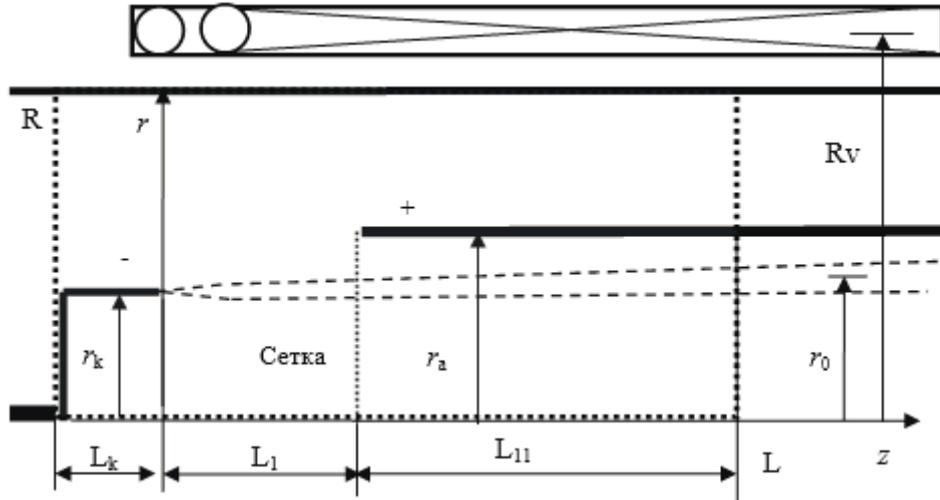


Рис 2. Расчетная область формирования РЭП.

### 3. Математическая постановка задачи в размерных переменных

Для моделирования процесса формирования и сопровождения электронного потока воспользуемся методом крупных частиц. Ввиду цилиндрической симметрии введем крупную частицу в виде кольца конечного поперечного сечения с радиальной деформацией. Траектория движения такой  $l$ -й частицы описывается следующей системой уравнений движения:

$$\frac{d\vec{P}_i}{dz} = -\frac{e}{m_0 v_{zi}} \{ \vec{E}(z_i, r_i) + [\vec{v}_i \vec{B}(z_i, r_i)] \}; \quad \frac{dr_i}{dz} = \frac{v_{ri}}{v_{zi}}. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{P}_i = \gamma_i \vec{v}_i$ ;  $\vec{P} = (P_r, P_\varphi, P_z)$ ;  $\gamma_i = \sqrt{1 + (P_{ri}^2 + P_{\varphi i}^2 + P_{zi}^2) / c^2}$ ;  $\vec{v}_i = \vec{P}_i / \gamma_i$  — скорость крупной частицы,  $r_i, z_i$  — ее координаты;  $\vec{E}(z_i, r_i)$ ,  $\vec{B}(z_i, r_i)$  — значения электрического и магнитного полей в точке нахождения крупной частицы.

Ввиду того, что расчет производится для установившегося электронного потока, уравнения движения записаны в « $Z$ » системе. В этом случае нет необходимости пересчитывать времена электронов, и система (1) содержит только четыре уравнения для каждой частицы.

Начальные условия для электронных частиц задавались в виде:

При  $z = h$ :  $r_i = r_{mi0} + (r_{ma0} - r_{mi0})(i - 0.5) / Ne$ ;  $v_i = \sqrt{2(U_0 - U(h, r_i))e / m_0}$ ; здесь  $h$  — некоторое малое расстояние от острья катода,  $r_{mi0}$ ,  $r_{ma0}$  — минимальный и максимальный радиусы цилиндрического электронного пучка на расстоянии  $h$  от острья катода. Проблемы образования прикатодной плазмы и ее влияние на характеристики электронного пучка здесь не рассматриваются.

Электрическое поле  $\vec{E}(z, r)$  находится из решения краевой задачи для уравнения Пуассона, которое в цилиндрической системе координат записывается в виде

$$\vec{E} = -\nabla u; \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho(r, z) = \frac{I_0}{s_e(z)v_e(r, z)}$  — плотность заряда,  $I_0$  — ток пучка,  $s_e(z) = \pi(r_{\max}^2 - r_{\min}^2)$  — площадь поперечного сечения пучка электронов,  $v_e(r, z)$  — скорость электронных частиц в сечении  $z$ ,  $r_{\min}(z) \leq r \leq r_{\max}(z)$  — область, занимаемая пучком электронов.

При приближенном подходе, когда электронный пучок близок к прямолинейному, что справедливо для рассматриваемого случая, на некотором удалении от катода можно пренебречь продольной силой расталкивания электронов. Тогда из полного поля  $u(r, z)$  можно выделить поперечную составляющую поля пространственного заряда  $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_0$ :

$$\vec{E}_{qi} = E_{qri} \vec{r}_0; \quad E_{qri} = -\frac{I_0}{2\pi r_i} \left( \frac{1}{\varepsilon_0 v_i} - \mu_0 v_i \right); \quad (3)$$

$$\vec{E}_0 = -\nabla u_0; \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_0}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) = 0. \quad (4)$$

Первый член в скобках (3) отвечает за силу расталкивания одноименных зарядов, второй определяет силу сжатия параллельных токов. В пучке, заполненном положительными ионами, силы расталкивания могут быть компенсированы, и наблюдается эффект самосжатия пучка [7]. В вакууме, если напряжение пучка имеет порядок  $U_0 \approx 200-600$  кВ, магнитная сила сжатия достигает половины силы расталкивания.

Задача в таком приближении значительно упрощается, т.к. достаточно один раз решить задачу для уравнения Лапласа (4) и рассчитать уравнения движения электронов (1).

Граничные условия к (2), (4) задавались следующим образом:

на аноде и кожухе:  $u = 0$ ;

на катоде:  $u = U_0$ ;

при  $z = -L_k$  в области между катодом и кожухом:  $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ; (5)

при  $z = L_1 + L_{11}$ :  $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ .

Магнитное поле  $\vec{B}(z_i, r_i)$ , задаваемое соленоидом, в общем случае находится из решения уравнения Пуассона для векторного потенциала, которое в цилиндрической системе координат записывается в виде:

$$\vec{B} = \text{rot}(A_\varphi \vec{\varphi}_0); \quad \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) = \mu_0 \delta_\varphi. \quad (6)$$

Здесь  $\delta_\varphi$  — плотность тока в катушке.

Решение (6) для одного витка с током  $J_0$  радиуса  $a$ , расположенного в начале координат, имеет вид

$$\begin{aligned} B_r(r, z, z_k) &= -\frac{dA_\varphi}{dz} = \frac{\mu_0 J_0}{4\pi} \cdot a \int_0^{2\pi} d\varphi \left( \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{r^2 + (z - z_k)^2 + a^2 - 2ar \cos \varphi}} \right) = \\ &= \frac{\mu_0 J_0}{4\pi} \cdot (z - z_k) \cdot a \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{(r^2 + (z - z_k)^2 + a^2 - 2ar \cos \varphi)^3}}; \\ B_z(r, z, z_k) &= \frac{1}{r} (A_\varphi + r \frac{dA_\varphi}{dr}) = \\ &= \frac{\mu_0 J_0}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \left( \frac{a \cdot \cos \varphi - r}{\sqrt{(r^2 + (z - z_k)^2 + a^2 - 2ar \cos \varphi)^3}} + \frac{1}{r \sqrt{r^2 + (z - z_k)^2 + a^2 - 2ar \cos \varphi}} \right) \cos \varphi d\varphi; \end{aligned} \quad (7)$$

здесь  $z_k$  — координата витка катушки. Полное поле соленоида получается в виде суммы полей всех  $Nv$  витков, равномерно расположенных по его длине:

$$B_z(r, z) = \sum_{k=1}^{Nv} B_z(r, z, z_k); \quad B_r(r, z) = \text{sign}(z - z_k) \sum_{k=1}^{Nv} B_r(r, z, z_k).$$

#### 4. Математическая модель в безразмерных переменных

При численном решении выше сформулированных уравнений удобно перейти к следующим безразмерным переменным:

$\vec{\beta}_i = \vec{v}_i / c$  — относительная скорость частиц ( $\beta_i = 0.7 - 0.9$  для напряжений  $U_0 = 200-600$  кВ);

$(a', r', z') = (a, r, z) / L_1$  — все геометрические размеры нормируем к расстоянию между катодом и анодом (безразмерные переменные, имеющие одинаковое наименование с размерными, помечаются штрихом);

$\omega_0 [1/c] = c / L_1$  — характерная частота (величина, обратная времени распространения света от катода к аноду) [ $c^{-1}$ ];

$E_m = \frac{m_0 \omega_0 c}{e}$  — значение электрического поля, выбранное для нормировки [В/с];

$\vec{E}' = \frac{\vec{E}}{E_m}$  — безразмерное электрическое поле;

$\vec{B}' = \frac{\vec{B}c}{E_m}$  — безразмерное магнитное поле;

$G_s = \frac{\mu_0 J_0 \omega_0}{4\pi \cdot E_m}$  — безразмерный ток в катушке соленоида.

В принятых переменных **уравнения движения** (1), с учетом цилиндрических координат и наличия у электромагнитных полей только радиальной и продольной компонент (аксиальная симметрия), запишутся в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{r_i}}{dz'} = \frac{1}{\beta_{z_i}} \left( \frac{\gamma_i \beta_{\varphi_i}^2}{r_i'} - E_r' - \beta_{\varphi_i} B_z' \right); \\ \frac{dP_{\varphi_i}}{dz'} = \frac{1}{\beta_{z_i}} \left( -\frac{\gamma_i \beta_{r_i} \beta_{\varphi_i}}{r_i'} - \beta_{z_i} B_r' + \beta_{r_i} B_z' \right); \\ \frac{dP_{z_i}}{dz'} = \frac{1}{\beta_{z_i}} (-E_z' + \beta_{\varphi_i} F_r'); \\ \frac{dr_i}{dz'} = \frac{\beta_{r_i}}{\beta_{z_i}}; \quad \vec{P}_i = \gamma_i \vec{\beta}_i; \quad \gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_i^2}} = \sqrt{1 + P_{r_i}^2 + P_{\varphi_i}^2 + P_{z_i}^2} \end{array} \right. \quad (8)$$

Начальные условия для электронных частиц задавались в следующем виде: при  $z' = z_0 = h / L_1$ :

$$\begin{aligned} r_i'(0) = r_{i0} = r_0' + h' \operatorname{tg} \psi_i; \quad \psi_i = -\psi_0 + 2\psi_0(i-1)/(Ne-1), \\ \beta_{0i} = \sqrt{2(U_0 - U(z_0, r_{i0}))e / m_0 c^2}; \quad \beta_{\varphi_i}(z_0) = \beta_{0i} \sin \psi_i; \quad \beta_{z_i}(z_0) = \beta_{0i} \cos \psi_i, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $r_k$  — радиус катода,  $h$  — расстояние от острия катода до начала впуска электронов,  $-\psi_0 \leq \psi_i \leq \psi_0$  — угол, под которым электроны разлетаются от острия  $\psi_0 < 90^\circ$ ,  $U(z_0, r_0)$  — значение потенциала в точке влета электрона,  $\beta_{0i}$  — скорость, которую приобретает электрон, пролетев разность потенциалов между острием ( $U_0$ ) и точкой впуска  $U(z_0, r_0)$ .

Электрическое поле описывается безразмерными уравнениями, получаемыми из (2), (3), (4):

$$\vec{E}' = -\nabla u'; \quad \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial u'}{\partial z'} \right) = -\frac{\rho L_1}{\varepsilon_0 E_m}; \quad (10)$$

$$\vec{E}'_{qi} = E'_{qri} \vec{r}_0; \quad E'_{qri} = -\frac{I_0 e}{2\pi \varepsilon_0 m_0 c^3 r_i'} \left( \frac{1}{\beta_{z_i}} - \beta_{z_i} \right) = \frac{G_0}{2r_i'} \left( \frac{1}{\beta_{z_i}} - \beta_{z_i} \right); \quad (11)$$

$$\vec{E}'_0 = -\nabla u'_0; \quad \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial u'_0}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial u'_0}{\partial z'} \right) = 0. \quad (12)$$

Магнитное поле описывается безразмерными уравнениями, получаемыми из (6), (7), (8):

$$B_r(r', z', z'_k) = G_s \cdot (z' - z'_k) \cdot a' \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{(r'^2 + (z' - z'_k)^2 + a'^2 - 2a'r' \cos \varphi)^3}}; \quad (13)$$

$$B_z'(r', z', z'_k) = G_s a' \int_0^{2\pi} \left( \frac{a' \cdot \cos \varphi - r'}{\sqrt{(r'^2 + (z' - z'_k)^2 + a'^2 - 2a'r' \cos \varphi)^3}} + \frac{1}{r' \sqrt{r'^2 + (z' - z'_k)^2 + a'^2 - 2a'r' \cos \varphi}} \right) \cos \varphi d\varphi.$$

## 5. Вычисление электрического поля пространственного заряда тонкого цилиндрического электронного пучка

Приближение поля заряда выражением (11) справедливо для протяженного пучка с постоянной скоростью. Вблизи катода эти условия не выполняются, поэтому ниже получено более корректное представление сил пространственного заряда.

Запишем потенциал распределенного с объемной плотностью  $\rho$  заряда ( $\vec{r} = (z, r)$  — точка наблюдения,  $\vec{r}' = (a, \varphi, z')$  — точка интегрирования) так

$$u(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \int_V \frac{\rho}{R(\vec{r}, \vec{r}')} dV'. \quad (14)$$

Плотность заряда тонкого цилиндрического электронного пучка с током  $I_0$

$$\rho = \frac{I_0}{v_e s_e}.$$

Здесь  $s_e$  — площадь поперечного сечения пучка ( $s_e = 2\pi a \Delta r$ ),  $\Delta r$  — толщина пучка,  $a$  — средний радиус,  $v_e$  — средняя скорость электронов.

Выделим кольцо токового заряда шириной  $\Delta z$  (крупная частица),  $\Delta r$  — толщина кольца. Для такого кольца  $dV' = \Delta z \Delta r d\varphi$ .

Введем погонную плотность заряда  $q = \frac{I_0}{v_e s_e} a \Delta r \Delta z = \frac{I_0 \Delta z}{2\pi v_e}$ . Тогда (1) в полярной системе координат

$$u = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{|\vec{r}|^2 + a^2 + 2a|\vec{r}|\sin\vartheta\cos\varphi}}; \quad (15)$$

$$|\vec{r}|^2 = (z - z')^2 + r^2, \quad \sin\vartheta = r/|\vec{r}|, \quad q(z) = I_0 \Delta z / 2\pi a v_e(z);$$

$$E_{qz}^0 = -\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{q(z')}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{2(z - z')d\varphi}{\sqrt{[(z - z')^2 + r^2 + 2ar\cos\varphi]^3}}; \quad (16)$$

$$E_{qz} = \int_0^L E_{qz}^0(z') dz', \quad E_{q\rho} = \int_0^L E_{q\rho}^0(z') dz'. \quad (17)$$

Радиальная компонента поля отдельного кольца тока при  $\rho = a$  (определяет радиальную силу расталкивания отдельной частицы):

$$\begin{aligned} E_{q\rho}^0 \Big|_{\rho=a} \Big|_{z=0} &= -\frac{q}{\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{a(1 + \cos\varphi)d\varphi}{\sqrt{2a^6[1 + \cos\varphi]^3}} = -\frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2 \sqrt{2}} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 + \cos\varphi}} = \\ &= -\frac{q8\pi}{\pi\epsilon_0 a^2 \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{32} \Delta z I_0}{\epsilon_0 a^2 2\pi v_e}. \end{aligned} \quad (18)$$

Радиальная и продольная компоненты поля соленоида длины  $[0, L]$ :

$$E_{qr}^0(z, r) = -\frac{I_0}{8\pi^2 \epsilon_0} \int_0^L \frac{dz'}{v_e(z')} \int_0^{2\pi} \frac{2(r + a\cos\varphi)d\varphi}{\sqrt{[(z - z')^2 + r^2 + a^2 + 2ar\cos\varphi]^3}} \quad (19)$$

$$= -\frac{I_0}{2\pi^2 \epsilon_0} \int_0^L \frac{dz'}{v_e(z')} \int_0^\pi \frac{(\rho + a\cos\varphi)d\varphi}{\sqrt{[(z - z')^2 + r^2 + a^2 + 2ar\cos\varphi]^3}}$$

$$E_{qz}^0 = -\frac{I_0}{2\pi^2 \epsilon_0} \int_0^L \frac{dz'}{v_e(z')} \int_0^\pi \frac{(z - z')d\varphi}{\sqrt{[(z - z')^2 + r^2 + a^2 + 2ar\cos\varphi]^3}}. \quad (20)$$

Нас интересует запись (19), (20) в безразмерных переменных:

$$E_{qr}^0(z, r) = -\frac{G_0}{2\pi} \int_0^L \frac{dz'}{\beta_e(z')} \int_0^\pi \frac{(r + a\cos\varphi)d\varphi}{\sqrt{[(z - z')^2 + r^2 + a^2 + 2ar\cos\varphi]^3}}; \quad (21)$$

$$E_{qz}^0 = -\frac{G_0}{2\pi} \int_0^L \frac{dz'}{\beta_e(z')} \int_0^\pi \frac{(z - z')d\varphi}{\sqrt{[(z - z')^2 + r^2 + a^2 + 2ar\cos\varphi]^3}}. \quad (22)$$

При  $r = a$  получаем радиальную и продольную составляющие поля пространственного заряда:

$$E_{qr}^0(z, r) = -\frac{G_0}{2\sqrt{8\pi}a^2} \int_0^L \frac{dz'}{\beta_e(z')} \int_0^\pi \frac{(1 + \cos\varphi)d\varphi}{\sqrt{\{1 + 0.5[(z - z')/a]^2 + \cos\varphi\}^3}}; \quad (23)$$

$$E_{qz}^0 = -\frac{G_0}{2\sqrt{8\pi}a^2} \int_0^L \frac{dz'}{\beta_e(z')} \int_0^\pi \frac{(z - z')/a d\varphi}{\sqrt{\{1 + 0.5[(z - z')/a]^2 + \cos\varphi\}^3}}. \quad (24)$$

Заметим, что для электронного пучка с постоянной скоростью  $\beta_e = \text{const}$  выражение (23) переходит в первый член формулы (11). Поэтому формула (11) справедлива для уже сформированного пучка, находящегося в области взаимодействия.

Вблизи же катода электроны на участке  $[0; L_{11}]$  разгоняются почти с нулевой начальной скорости до некоторой заданной  $\beta_0$ . Так как  $\beta_e = \beta(z)$  в (23) находится в знаменателе, величина радиальной силы вблизи катода, рассчитанная по этой формуле, стремится к бесконечности. Вырождение снимается тем, что непосредственно у катода проявляется экранирующее действие проводящей эмитирующей поверхности,

а также отсутствием заряда слева от катода. Поэтому при расчете движения электронов их начальные скорости задаются на некотором удалении от катода по формуле (9).

На рис. 3 представлены расчетные значения интеграла в (23)

$$E_{qr}^0(z, r = r_k') = \int_{0.1}^2 \frac{dz'}{\beta_e(z')} \int_0^\pi \frac{(1 + \cos\varphi)d\varphi}{\sqrt{\{1 + 0.5[(z - z')/a]^2 + \cos\varphi\}^3}}$$

для заданной линейной зависимости нарастания скорости электронов  $\beta_e(z) = z \cdot \beta_0$  на интервале  $[0; 1]$ . За счет такого резкого возрастания поперечной силы расталкивания электроны на начальном участке испытывают значительные радиальные силы (на порядок больше, чем в сформированном пучке).

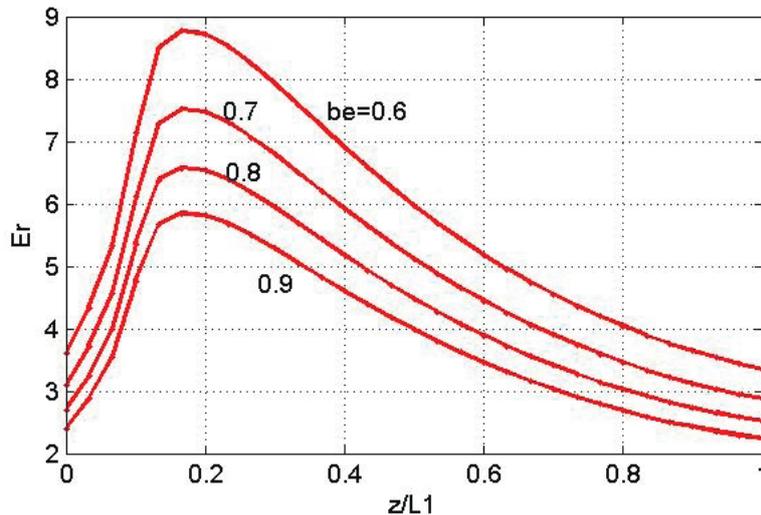


Рис. 3. Радиальная компонента поля пространственного заряда.

Вышеприведенная математическая модель реализована в виде компьютерной программы, возможности которой продемонстрированы в нижеприведенных результатах.

## 6. Характеристики магнитного поля соленоида

Область фокусировки погружена в продольное фокусирующее магнитное поле, создаваемое соленоидом (см. рис. 2). Соленоид имеет следующие параметры: число витков — 42; диаметр провода — 3.5; наружный диаметр соленоида — 120 мм; длина намотки соленоида — 180 мм.

Начало намотки соленоида пространственно находится на уровне среза катода, конец соленоида находится на расстоянии 120 мм от начала раструба резонатора. В программу могут быть введены различные значения указанных параметров соленоида.

На рис. 5 представлено характерное распределение магнитного поля (в теслах) в области фокусировки (от начала катушки до ее конца при радиусах, соответствующих области пролета электронного пучка) для катушки с вышеуказанными параметрами при токе  $J_0 = 1000$  А. Для других значений тока магнитное поле определяется простым умножением. Как хорошо видно из рис. 5в, величина  $Bz$  заметно спадает к краям соленоида (почти в два раза). В то же время в поперечном сечении области фокусировки магнитное поле остается практически постоянным (лишь незначительно меняется поперечная составляющая  $B_r$  на краях соленоида).

Нижеприведенные расчеты указывают на то, что нарастание поля в области формирования пучка электронов приводит к значительному повышению доли поперечной составляющей скорости, что крайне нежелательно.

Выровнять поле вдоль соленоида возможно за счет неравномерной намотки (увеличением количества витков на концах катушки) или увеличением ее длины.

## 7. Характеристики электростатического поля между катодом и анодом

Разработана геометрия системы фокусировки и рассчитанные по уравнениям (4) характерные эквипотенциальные линии, и трехмерные поверхности потенциала  $u_0$ , и компонент  $Ez$ ,  $Er$  представлены на рис. 3, 4, 6. Для расчетов выбраны размеры элементов пушки, предоставленные заказчиком. Лезвийный катод имеет внутренний радиус  $r_k = 0.01$  м, его толщина 0.001 м, и на кончике он имеет заострение с радиусом 0.0002 м. Внутренний радиус выступающего анода  $r_a = 0.02$  м, его толщина равна 0.005 м. Внутренний радиус вакуумного кожуха  $R = 0.055$  м. Сравнение с расчетом при  $R$ , удаленном практически на бесконечность (см. рис. 3), показало, что начиная с  $R = 0.05$  м он не оказывает существенного влияния

на процесс формирования пучка.

Анализируя полученные поля  $Ez(r, z)$  и  $Er(r, z)$  (рис. 6), можно сделать следующие выводы об их особенностях и влиянии на процесс формирования пучка. Вблизи анода электростатические поля практически однородны, величины  $Er, Ez$  близки к нулю, в то же время в области анода электроны уже имеют значительную скорость. Это указывает на то, что форма и расположение анода мало влияют на процесс формирования. Значительные градиенты поля наблюдаются вблизи острия. Причем здесь как  $Ez$ , так и  $Er$  компоненты достигают очень больших значений (порядка 20 кВ/мм). Уже находясь на расстоянии порядка одного миллиметра вокруг острия, электроны прошли разность потенциалов 20–40 кВ. Это приводит к «разбрызгиванию» электронов по направлениям от  $-90^\circ$  до  $+90^\circ$  от оси  $z$ , что и учитывается в начальных условиях для электронов (9). В расчетах выбирался максимальный угол отклонения от оси  $\psi_0 = 85^\circ$ . Для удержания такого изначально «разлетающегося» потока электронов необходимо значительное магнитное поле. Как показали расчеты, оно более чем в два-пять раз превосходит то, которого достаточно, чтобы удержать уже сформированный пучок.

Исходя из структуры поля вблизи острия, можно сделать вывод о потенциальных возможностях улучшения фокусировки электронного потока за счет подбора более оптимального профиля катода, введением неких электродов, выравнивающих радиальные составляющие электрического поля.

## 8. Характеристики процесса формирования электронного пучка

Электроны, вырываемые из острия катода, ускоряются и летят к аноду. Действие силы Лоренца в скрещенных магнитном и электрическом полях при достаточно больших значениях  $B_0$  приводит к тому, что поперечная траектория представляет собой эпитрохоиду с большим радиусом, равным радиусу катода, и малым ларморовским радиусом. При малом ларморовском радиусе электроны лишь незначительно отклоняются от начального радиуса, равного радиусу катода  $r_0 = r_k$ . Поэтому если радиус анода больше, чем радиус катода,  $r_a > r_k$ , электроны пролетают внутри цилиндрического катода.

Величина ларморовского радиуса и, следовательно, отклонение от начального радиуса катода определяются как начальными поперечными скоростями электронов (которые, как было показано ранее, значительны вблизи острия), так и действием поперечной силы пространственного заряда.

Задача значительно усложняется для электронных потоков большой мощности, имеющих большое значение плотности тока  $I_0 / S_e$  ( $S_e$  — площадь поперечного сечения электронного потока). В этом случае поле заряженных электронов (поле пространственного заряда  $\vec{E}_q$ ) по величине оказывается сопоставимым с ускоряющим электростатическим полем  $\vec{E}$  и приводит, с одной стороны, к необходимости увеличения магнитного фокусирующего поля, с другой стороны — к ограничению тока полем заряда.

Для предварительных расчетов действия поля пространственного заряда при движении ускоренных электронов вдали от катода (где начальные поперечные скорости электронов отсутствуют и действует только поперечная сила поля пространственного заряда) внутри цилиндрического анода использовалась упрощенная модель, учитывающая только поперечную составляющую  $E_{qr}$ , рассчитанную по формуле (11).

Для уточненных расчетов использовалась модель движения электронов от острия катода до анода в электрическом поле, рассчитанном методом сеток, и  $E_{qr}$ , рассчитанное по формуле (23) (рис. 3).

Для тестовых проверок решалась задача итерационным методом частиц в ячейке с использованием стандартного метода конечных треугольных элементов для решения самосогласованной задачи Пуассона и движения электронов (2), (5), (8), (9).

## 9. Результаты расчетов

Были выполнены расчеты величины постоянного магнитного поля

$$\vec{B}_0 = B_{0z} \vec{z}_0 = \text{const},$$

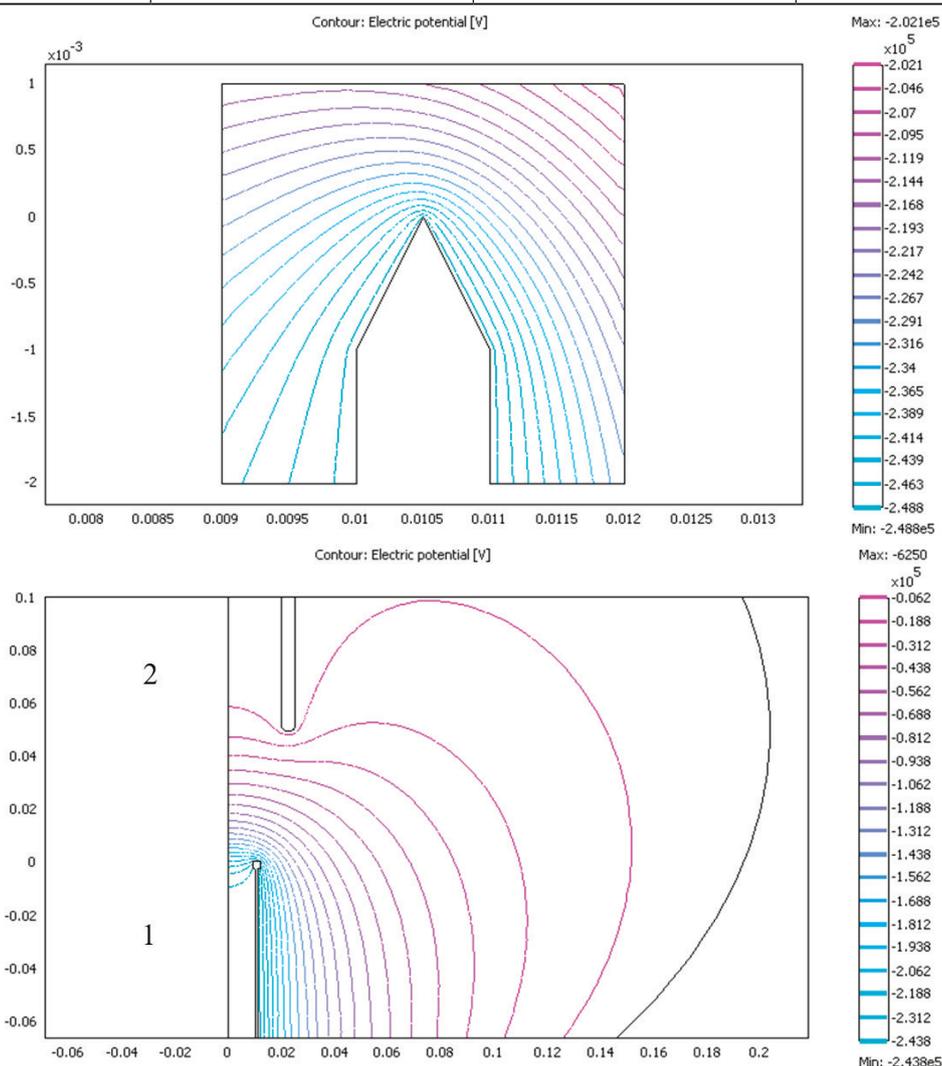
необходимой для удержания уже сформированного электронного потока от оседания на стенки цилиндра для различных напряжений  $U_0$  и токов  $I_0$  пучка. Магнитное поле  $B_0$  подбиралось таким, чтобы «распушение» пучка не превосходило 0.5 см. Результаты приведены в табл. 1.

Последний вариант таблицы рассчитан методом итераций. Если ограничить «распушение» электронного пучка величиной 0.25 см, то величина магнитного поля должна быть увеличена в 1.5 раза.

Эти расчеты показали, что для удержания в заданных пределах уже сформированного ускоренного до заданной скорости электронного пучка требуются не слишком большие значения величины магнитного поля. При этом разброс скоростей электронов по энергиям и величина поперечной составляющей скорости не превосходят 2–3%.

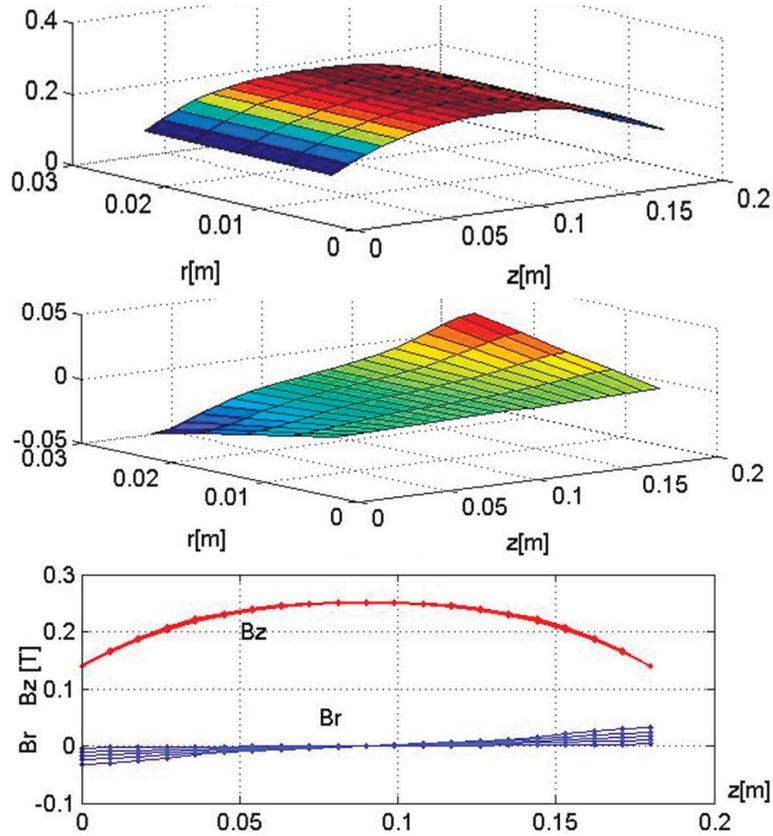
**Таблица 1.** Расчеты величины постоянного магнитного поля

| № варианта | $U_0$ [кВ] | $I_0$ [к] | $B_{0z}$ [Тл] |
|------------|------------|-----------|---------------|
| 1          | 200        | 0.5       | 0.071         |
| 2          | 200        | 1.0       | 0.125         |
| 3          | 200        | 2.0       | 0.196         |
| 4          | 250        | 0.5       | 0.089         |
| 5          | 250        | 1.0       | 0.128         |
| 6          | 250        | 2.0       | 0.187         |
| 7          | 300        | 0.5       | 0.087         |
| 8          | 300        | 1.0       | 0.125         |
| 9          | 300        | 2.0       | 0.169         |
| 10         | 250        | 1.5       | 0.150         |

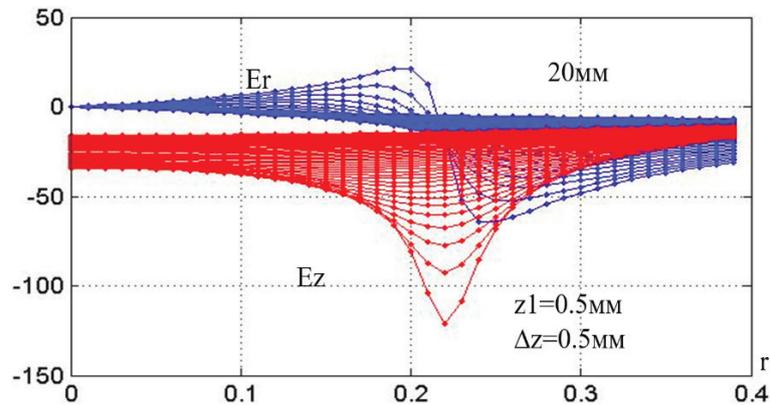


**Рис. 4.** Геометрия расположения катода и анода и линии уровня:  
 а) вблизи острейного катода; б) вблизи лезвийного катода 1 и анода 2.

Ниже приведены результаты расчетов по уточненной модели, учитывающей реальный начальный разброс скоростей как по энергиям, так и по углу разброса ( $85^\circ$ ). Начальный вострел электронов осуществлялся на расстоянии  $h = 0.0005$  м от острия ( $z_0 = 0.01$ ). Расчет по формуле (9) показал, что начальные энергии востреливаемых электронов достигают 20–45 кВ ( $\beta_{0i} = 0.27\text{--}0.4$ ) при рассматриваемых напряжениях  $U_0 = 200\text{--}600$  кВ. Магнитное поле соленоида рассчитывалось по формулам (13) (рис. 3) и имело реальную продольную неоднородность в области формирования в зависимости от расположения катушки соленоида относительно острия катода.



**Рис. 5.** Распределение магнитного поля соленоида для  $Nv = 42$ ,  $a_0 = 0.55$  м,  $L_s = 0.18$  м,  $J_0 = 1000$  А; а) поверхность  $B_z(r, z)$ ; б) поверхность  $B_r(r, z)$ ; в) графики  $B_z(z)$  и  $B_r(z)$ .



**Рис. 6.** Распределение электрических компонент  $E_z(r)$  и  $E_r(r)$ .

Рассматривались два варианта расположения катушки соленоида:

1. начало катушки совмещено с острием катода ( $Z_{m1} = 0$ ); при этом магнитное поле нарастает практически вдвое от катода к аноду (рис. 7);
2. начало катушки надвинуто на острие катода на 4 см ( $Z_{m1} = -0.04$  м), что обеспечивает практически постоянный уровень магнитного поля (рис. 8).

Рисунки 7–11 иллюстрируют характерные особенности формирования электронного потока при различных значениях напряжения и тока пучка, а также уровнях магнитного поля.

На всех рисунках:

- а) изменение компонентов магнитного поля вдоль области формирования;
- б) траектории электронов вдоль области формирования и расположение анода (острие катода при  $z = 0$ ,  $r = 0.01$ );
- в) изменение продольной  $\beta_z$  (сплошная) и поперечной  $\beta_t = \sqrt{\beta_r^2 + \beta_\varphi^2}$  составляющих скорости электронов вдоль области формирования.

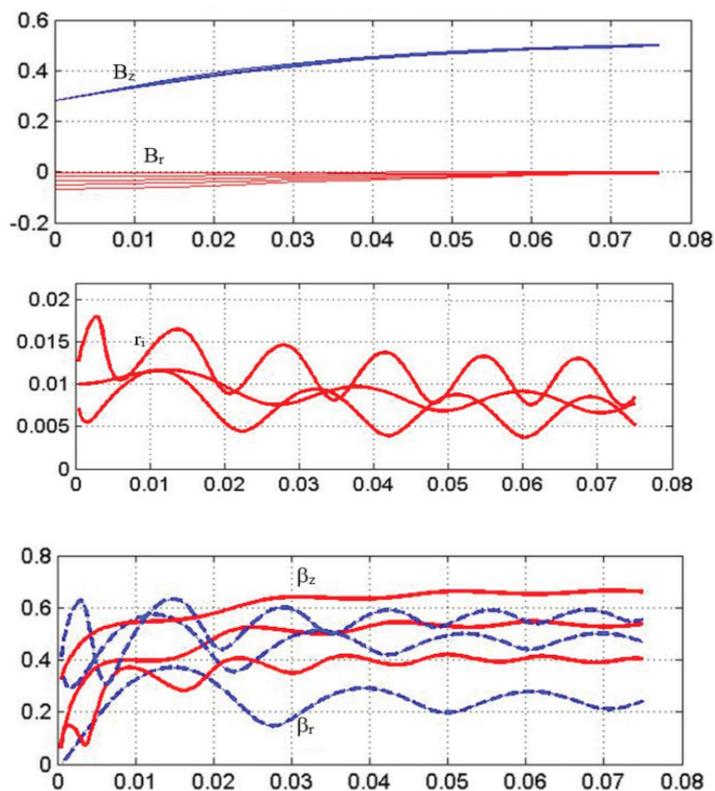


Рис. 7. Характеристики формирования пучка  $U = 200$  кВ,  $I_0 = 600$  А,  $J_0 = 2000$  А,  $Z_{S1} = 0$ ,  $Z_{S2} = 0.18$  м.

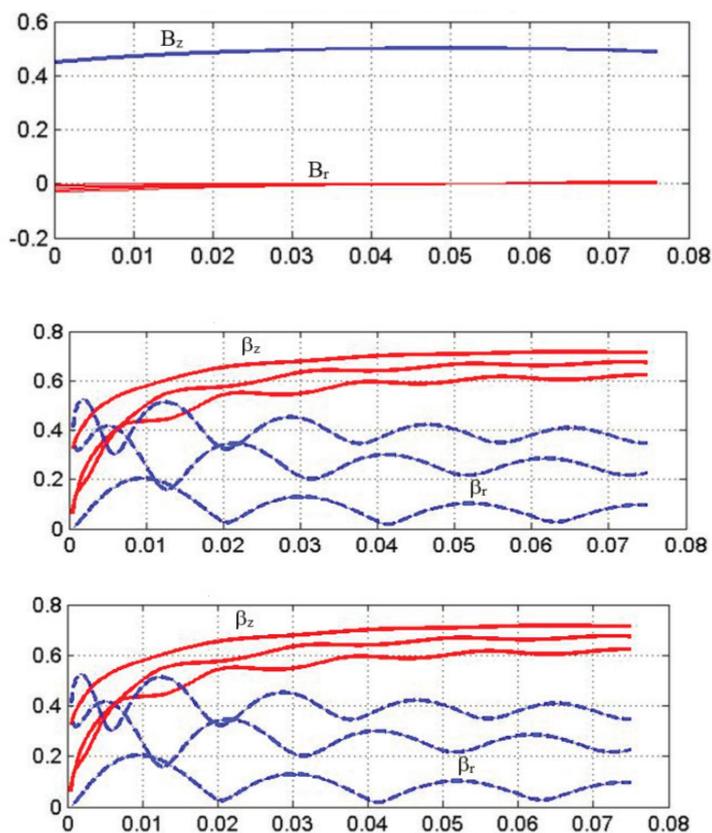
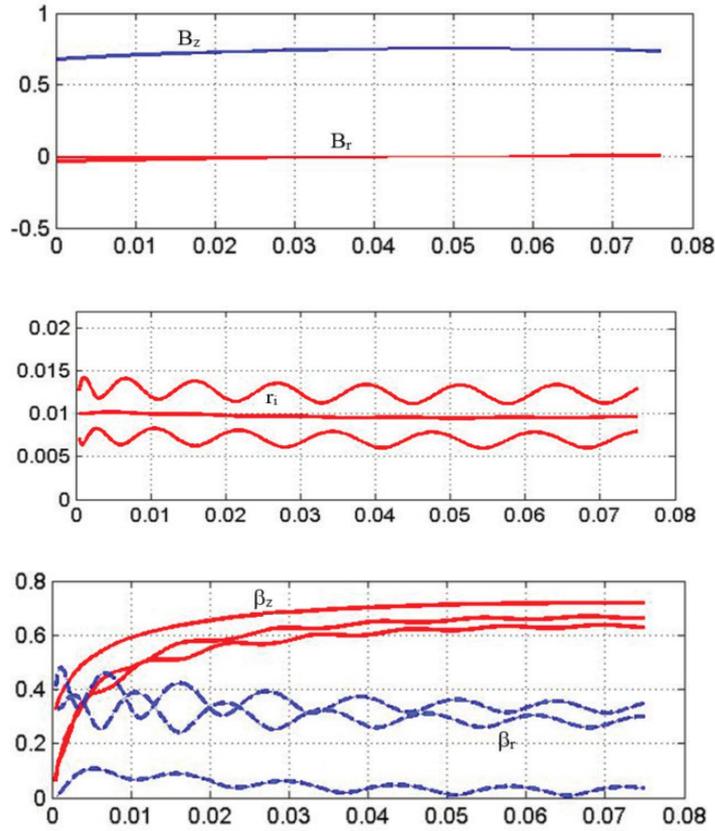
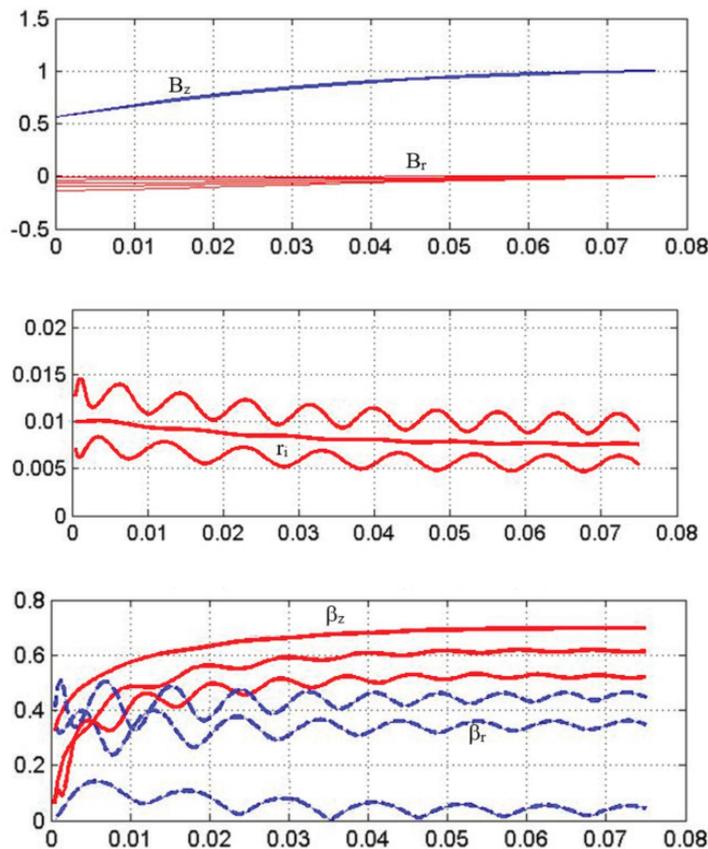


Рис. 8. Характеристики формирования пучка  $U = 200$  кВ,  $I_0 = 600$  А,  $J_0 = 2000$  А,  $Z_{S1} = -0.04$  м,  $Z_{S2} = 0.14$  м.



**Рис. 9.** Характеристики формирования пучка  $U = 200$  кВ,  $I_0 = 600$  А,  $J_0 = 3000$  А,  $Z_{S1} = -0.04$  м,  $Z_{S2} = 0.14$  м.



**Рис. 10.** Характеристики формирования пучка  $U = 200$  кВ,  $I_0 = 600$  А,  $J_0 = 4000$  А,  $Z_{S1} = 0$ ,  $Z_{S2} = 0.18$  м.

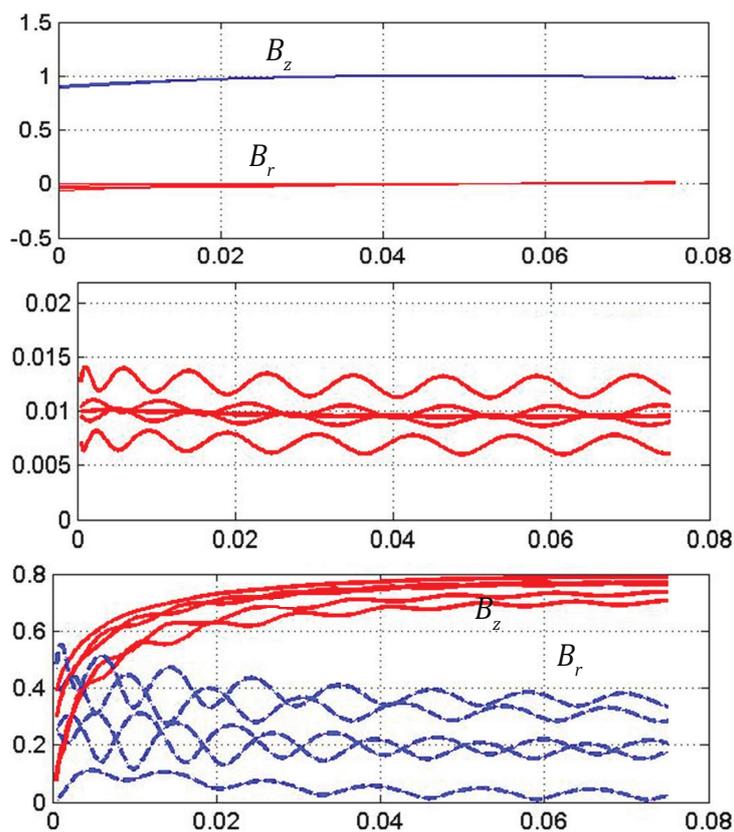


Рис. 11. Характеристики формирования пучка  $U=300$  кВ,  $I_0=1000$  А,  $J_0=4000$  А,  $Z_{s1}=-0.4$  м,  $Z_{s2}=0.14$  м.

Сравнение характеристик на рис. 7 и 8 указывает на то, что наличие подъема магнитного поля приводит, с одной стороны, к «поджатию» пучка, с другой — к увеличению поперечной составляющей скорости электронов, что крайне нежелательно. Величина и период колебаний электронных траекторий определяются ларморовским радиусом и зависят от величины магнитного поля.

Результаты расчетов для различных параметров формирования электронного потока сведены в табл. 2–4.

Таблица 2. Результаты расчетов для различных параметров формирования электронного потока. Часть 1

| № варианта | $U_0$ [кВ] | $I_0$ [кА] | $B_{0z}$ [Т] | $\Delta\beta_z/\beta_0$ | qs          |
|------------|------------|------------|--------------|-------------------------|-------------|
| 1          | 200        | 0.5        | 0.47×0.5     | 0.14                    | 0.31        |
| 2          | 200        | 1.0        | 0.47×0.5     | 0.15                    | 0.33        |
| 3          | 200        | 1.5        | 0.47×0.5     | 0.17                    | 0.41        |
| 4          | 200        | 2.0        | 0.47×0.5     | 0.21                    | 0.65        |
| 5          | 200        | 0.5        | 0.27×0.5     | 0.35                    | 0.63        |
| 6          | 200        | 1.0        | 0.4×0.75     | 0.41                    | 0.56        |
| 7          | 200        | 0.5        | 0.4×0.75     | 0.29                    | 0.43        |
| 8          | 200        | 3.0        | 0.74×0.75    | 0.14                    | 0.36        |
| 9          | 200        | 0.5        | 0.74×0.75    | 0.12                    | 0.29        |
| 10         | 200        | 3.0        | 0.74×0.75    | 0.17                    | 0.37        |
| 11         | 200        | 4.0        | 0.74×0.75    | 0.23                    | 0.48        |
| 12         | 200        | 4.0        | 0.9×1.0      | 0.22                    | 0.49        |
| 13         | 200        | 2.0        | 0.9×1.0      | 0.16                    | 0.32        |
| 14         | 200        | 1.0        | 0.9×1.0      | 0.12                    | 0.28        |
| 15         | 200        | 0.5        | 0.9×1.0      | <b>0.11</b>             | <b>0.27</b> |
| 16         | 200        | 0.5        | 0.52×1.0     | 0.24                    | 0.4         |
| 17         | 200        | 1.0        | 0.52×1.0     | 0.34                    | 0.47        |

Здесь указаны:  $\Delta\beta_z / \bar{\beta}_0$  — параметр разброса продольных скоростей, отнесенный к средней полной скорости электронов;  $q_s = \frac{\bar{\beta}_t}{\bar{\beta}_z}$  — усредненное по всем электронам значение питч-фактора, характеризующее наличие поперечной составляющей скорости электронов в сформированном пучке.

**Таблица 3.** Результаты расчетов для различных параметров формирования электронного потока. Часть 2

| № варианта | $U_0$ [кВ] | $I_0$ [кА] | $B_{0z}$ [Т] | $\Delta\beta_z/\beta_0$ | $q_s$       |
|------------|------------|------------|--------------|-------------------------|-------------|
| 1          | 300        | 0.5        | 0.52×1.0     | 0.24                    | 0.44        |
| 2          | 300        | 1.0        | 0.52×1.0     | 0.28                    | 0.48        |
| 3          | 300        | 2.0        | 0.52×1.0     | 0.42                    | 0.67        |
| 4          | 300        | 2.0        | 0.9×1.0      | 0.1                     | 0.28        |
| 5          | 300        | 1.0        | 0.9×1.0      | <b>0.1</b>              | <b>0.27</b> |
| 6          | 300        | 3.0        | 0.9×1.0      | 0.11                    | 0.31        |
| 7          | 300        | 5.0        | 0.9×1.0      | 0.19                    | 0.42        |
| 8          | 300        | 6.0        | 0.9×1.0      | 0.24                    | 0.49        |
| 9          | 300        | 2.0        | 0.47×0.5     | 0.12                    | 0.6         |
| 10         | 300        | 1.0        | 0.47×0.5     | 0.13                    | 0.3         |
| 11         | 300        | 0.5        | 0.47×0.5     | 0.13                    | 0.3         |
| 12         | 300        | 0.5        | 0.27×0.5     | 0.32                    | 0.63        |

**Таблица 4.** Результаты расчетов для различных параметров формирования электронного потока. Часть 3

| № варианта | $U_0$ [кВ] | $I_0$ [кА] | $B_{0z}$ [Т] | $\Delta\beta_z/\beta_0$ | $q_s$       |
|------------|------------|------------|--------------|-------------------------|-------------|
| 1          | 500        | 0.5        | 0.4×0.75     | 0.25                    | 0.46        |
| 2          | 500        | 1.0        | 0.4×0.75     | 0.28                    | 0.56        |
| 3          | 500        | 2.0        | 0.4×0.75     | 0.41                    | 1.07        |
| 4          | 500        | 3.0        | 0.74×0.75    | 0.15                    | 0.30        |
| 5          | 500        | 4.0        | 0.74×0.75    | 0.16                    | 0.52        |
| 6          | 500        | 4.5        | 0.74×0.75    | 0.2                     | 0.75        |
| 7          | 500        | 5.0        | 0.9×1.0      | 0.21                    | 0.38        |
| 8          | 500        | 1.0        | 0.9×1.0      | <b>0.1</b>              | <b>0.26</b> |

### Заключение

Разработана математическая модель процесса формирования электронного пучка в вакуумной области между катодом и анодом, учитывающая все необходимые факторы расчета магнитного поля соленоида, электростатических полей при различной конфигурации области и электродов электронной пушки, расчет движения электронов в заданных электромагнитных полях сложной конфигурации. Выполнены расчеты системы магнитной фокусировки и сопровождения мощного релятивистского электронного потока в диапазоне параметров при ускоряющем напряжении 200–600 кВ и токе 1–5 кА. Полученные данные и метод анализа позволяют осуществлять выбор оптимальных параметров системы магнитной фокусировки и сопровождения мощного сильноточного пучка, инжектируемого с цилиндрического лезвийного взрывоэмиссионного катода, для генератора СВЧ диапазона 5 ГГц и могут стать основой при выборе конструктивных параметров электронных пушек с улучшенными параметрами.

### Список литературы

1. Бугаев С.П., Ильин В.П., Кошелев В.И. и др. Формирование сильноточных релятивистских электронных пучков для мощных генераторов и ускорителей СВЧ // Релятивистская высокочастотная электроника. Материалы I Всесоюзного семинара. Горький, 1979. № 1. С. 5–17.
2. Месяц Г.А. Импульсные ускорители для релятивистской СВЧ-электроники // Релятивистская высокочастотная электроника. Материалы IV Всесоюзного семинара. Горький, 1984. № 4. С. 192–216.
3. Александров А.Ф., Галузо С.Ю., Зайцев Н.И. и др. Пространственно-временные характеристики РЭП // Релятивист-

ская высокочастотная электроника. Материалы V Всесоюзного семинара. Горький, 1988. № 5. С. 163–182.

4. Карбушев Н.И., Рухадзе А.А. Низкочастотные неустойчивости релятивистских электронных пучков, удерживаемых внешним магнитным полем // Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. Под редакцией профессора В.М. Лопухина. М.: МГУ, 1987. С. 154–177.
5. Бугаев С.П. и др. Физические процессы в многоволновых черенковских генераторах // Релятивистская высокочастотная электроника. Материалы V Всесоюзного семинара. Горький, 1988. № 5. С. 78–100.
6. Батура М.П., Кураев А.А., Синицын А.К. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ. Минск: БГУИР, 2006. 275 с.
7. Меерович Э.А., Мейерович Б.Э. Методы релятивистской электродинамики в электронике и электрофизике. М.: Энергоатомиздат, 1987. 231 с.

**Поступила 08 апреля 2024 г.**

## MAGNETIC FOCUSING SYSTEM TO ACCOMPANY A POWERFUL RELATIVISTIC ELECTRON FLOW

KRAVCHENKO V.F.\*, \*\*, KURAYEV A.A.\*\*\*, MATVEYENKA V.V.\*\*\*, AND SINITSYN A.K.

\*Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Science;

\*\*Bauman Moscow State Technical University;

\*\*\*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

doi: 10.25210/jfop-2403-RQNCRH | edn: RQNCRH

The article develops a mathematical model to form electron beam in the vacuum region between the cathode and the anode, taking into account the magnetic fields of the solenoid, electrostatic fields with different configurations of the electron gun electrodes, and the electron movements in specified electromagnetic fields of complex configuration. The obtained data and the analysis method allow selecting the optimal parameters of the magnetic focusing system for tracking a powerful high-current beam and become the basis for selecting the design parameters of electron guns with improved characteristics.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 621.385.6

УРАВНЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ  
ПРОДОЛЬНО-АЗИМУТАЛЬНО  
НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ С УЧЕТОМ  
КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЕНОК

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfor-2403-TEGGJT | edn: TEGGJT

**Кравченко В. Ф.** — заслуженный деятель науки РФ, д.ф.-м.н., проф., гл.н.с., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, проф. кафедры высшей математики ФН-1 МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва. E-mail: kvf-ok@mail.ru

**Кураев А. А.** — д.ф.-м.н., проф., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск. E-mail: kurayev@bsuir.by

**Матвеев В. В.** — к.ф.-м.н., доц., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск.

**Аннотация**

Сформулированы уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов с учетом потерь в стенках. Внутренняя поверхность стенок волновода задается произвольной гладкой функцией  $b(\varphi, z)$ . Используется метод преобразования координат – исходная цилиндрическая система координат  $(r, \varphi, z)$  заменяется новой  $(\rho, \varphi, z)$ , где  $\rho=r/b(\varphi, z)$ . В новой системе граница волновода определяется как  $\rho=1=\text{const}$ , т. е. геометрия волновода – регулярный цилиндр. Для такого волновода полная система собственных функций известна. С учетом этих функций для определения амплитуд парциальных волн применяется стандартная процедура неполного метода Галеркина. Полученные общие уравнения могут быть использованы при расчете и оптимизации как электронных приборов СВЧ и КВЧ различных типов, так и пассивных устройств СВЧ разнообразного применения.

**Ключевые слова:** уравнения возбуждения, продольно-азимутально нерегулярные волноводы, конечная проводимость стенок, метод Галеркина

**Введение**

Теория возбуждения и распространения волн в произвольно нерегулярных прямолинейных волноводах (продольно-азимутально нерегулярных волноводах) является основой моделирования и оптимизации как пассивных устройств СВЧ [1–9], так и электронных приборов СВЧ и КВЧ: релятивистских ЛОВ-ЛБВ [3, 10], гиротронов, гиро-ЛБВ [11, 12]. Однако в настоящее время развита теория возбуждения лишь продольно-нерегулярных волноводов [13–17]. Отсутствие в теории возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов электронными потоками сдерживает моделирование и, соответственно, разработку высокоорбитных гирорезонансных приборов миллиметрового диапазона, приборов О-типа и Е-типа (приборы с электростатической фокусировкой, как в гелитроне), где для повышения селективности мод требуется использование ребристых, в том числе продольно-азимутально нерегулярных волноводных систем. В статье обобщена теория, изложенная в [14–17], для случая, когда внутренняя граница волновода  $b=b(\varphi, z)$ . Ниже приводятся примеры комплектаций нерегулярных волноводных систем.

**Abstract**

Excitation equations for longitudinal-azimuthally irregular waveguides are formulated taking into account losses in the walls. The inner surface of the waveguide walls is given by an arbitrary smooth function  $b(\varphi, z)$ . The coordinate transformation method replaces the original cylindrical coordinate system  $(r, \varphi, z)$  with a new one  $(\rho, \varphi, z)$ , where  $\rho=r/b(\varphi, z)$ . The new system defines the waveguide boundary as  $\rho=1=\text{const}$ , i. e. the waveguide geometry transforms as a regular cylinder. Taking these functions into account, the standard procedure of the incomplete Galerkin's method is used to determine the amplitudes of partial waves. The resulting general equations can be used in the calculation and optimization of both microwave and EHF electronic devices of various types, as well as passive microwave devices of various applications.

**Keywords:** excitation equations, longitudinally and azimuthally irregular waveguides, finite wall conductivity, Galerkin's method

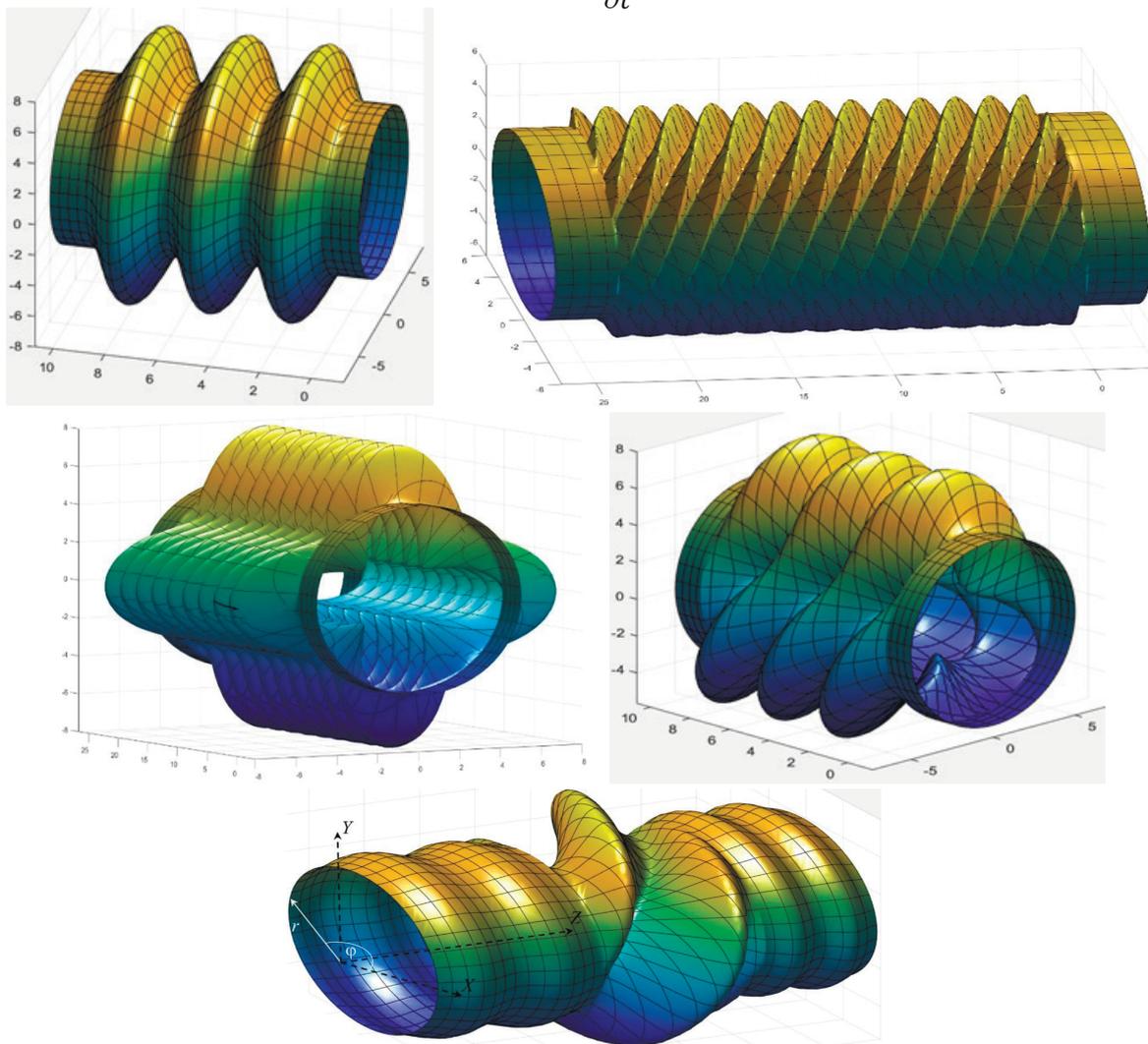


### 1. Постановка задачи

Рассмотрим продольно-азимутально нерегулярный волновод, его внутренняя граница задается произвольной кусочно-гладкой функцией  $b = b(\varphi, z)$  (рис. 1). Преобразуем исходную цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$  в новую  $\rho, \varphi, z$ , где  $\rho = r / b(\varphi, z)$ . При переходе от исходной системы координат к неортогональной радиус-вектор внутренней точки может быть задан как  $\vec{r}(\rho, \varphi, z) = z\vec{z}_0 + \rho b(x, y)(\vec{x}_0 \cos \varphi + \vec{y}_0 \sin \varphi)$ . В векторной форме уравнения Максвелла в неортогональной системе координат  $\rho, \varphi, z$  имеют вид

$$\text{rot} \vec{H}' = \varepsilon_a \hat{g} \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} + \hat{g} \vec{\delta}' ; \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E}' = -\mu_a \hat{g} \frac{\partial \vec{H}'}{\partial t} - \hat{g} \vec{\delta}'^M . \quad (2)$$



**Рис. 1.** Примеры продольно-азимутально нерегулярных волноводов, где их внутренняя граница задается кусочно-гладкой функцией.

Физические компоненты вектора  $\vec{H}$  могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} H_r &= H'_\rho / b; \\ H_\varphi &= H'_\varphi / b - \frac{H'_\rho}{b^2} \frac{\partial b}{\partial \varphi}; \\ H_z &= H'_z - H'_\rho \frac{\rho}{b} \frac{\partial b}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Компоненты векторов  $\vec{E}, \vec{\delta}, \vec{\delta}^M$  записываются аналогично  $\vec{H}$ . В соответствии с (3) плотности токов  $\vec{\delta}'$  и  $\vec{\delta}'^M$  в уравнениях (1) и (2) должны выражаться через физические компоненты.

Представим это на примере  $\vec{\delta}'$

$$\delta'_\rho = \delta_r b; \quad \delta'_\varphi = \delta_\varphi b + \delta_r \frac{\partial b}{\partial \varphi}; \quad \delta'_z = \delta_z + \delta_r \rho \frac{\partial b}{\partial z}. \quad (4)$$

В системе координат  $\rho, \varphi, z$  внутренняя граница продольно-азимутально нерегулярного волновода  $b = b(\varphi, z)$  преобразуется в регулярный цилиндр с внутренней границей  $\rho = 1$ . Таким образом, граничные условия для уравнений (1), (2) в системе координат  $\rho, \varphi, z$  в случае конечной проводимости стенок приобретают простейший вид

$$\left[ \vec{\rho}_0 \dot{\vec{E}} \right]_{\rho=1} = -\vec{G} \left[ \vec{\rho}_0 \left[ \vec{\rho}_0 \dot{\vec{H}} \right] \right]_{\rho=1}, \quad (5)$$

где  $\vec{G} = \dot{W}_\sigma^0 \sqrt{\frac{g}{g^{11}}} \begin{pmatrix} \rho [g^{11} g^{22} - (g^{12})^2] & g^{11} g^{22} - g^{12} g^{13} \\ g^{11} g^{23} - g^{12} g^{13} & \frac{1}{\rho} [g^{11} g^{22} - (g^{13})^2] \end{pmatrix}$ ;  $\dot{W}_\sigma^0$  — волновое сопротивление стенки волновода,

$\dot{W}_\sigma^0 = (1 + j) \sqrt{\frac{\pi f \mu_\sigma}{\sigma}}$ ;  $\mu_\sigma, \sigma$  — магнитная проницаемость и удельная проводимость;  $f$  — рабочая частота;  $\hat{g}$  — метрический тензор, компоненты которого имеют вид:

$$\hat{g} = \sqrt{g} \begin{pmatrix} \frac{g^{11}}{\rho} & g^{12} & \frac{g^{13}}{\rho} \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ \frac{g^{31}}{\rho} & g^{32} & \frac{g^{33}}{\rho} \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \sqrt{g} = V = b^2 \rho; \quad g^{11} = \frac{1}{b^4} \left( b^2 + \left( \frac{\partial b}{\partial \varphi} \right)^2 + \rho^2 b^2 \left( \frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \right); \\ g^{22} = 1 / (b\rho)^2; \quad g^{33} = 1; \quad g^{12} = -\frac{1}{b^3 \rho} \frac{\partial b}{\partial \varphi} = g^{21}; \\ g^{13} = -\frac{\rho}{b} \frac{\partial b}{\partial z} = g^{31}; \quad g^{23} = g^{32} = 0. \end{cases}$$

## 2. Вывод уравнений возбуждения продольно-азимутально нерегулярного волновода электронными потоками

Представим решение уравнений (1)–(3) в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\vec{E}}_t &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \left( \dot{A}_{nj}^E(z) \vec{e}_{nj}^E + \dot{A}_{nj}^M(z) \vec{e}_{nj}^M \right); \\ \dot{\vec{E}}_z &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{nj}(z) \varphi_{nj} \vec{z}; \\ \dot{\vec{H}}_t &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \left( \dot{B}_{nj}^E(z) \vec{h}_{nj}^E + \dot{B}_{nj}^M(z) \vec{h}_{nj}^M \right); \\ \dot{\vec{H}}_z &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \dot{D}_{nj}(z) \psi_{nj} \vec{z}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для (6) использована следующая система базисных функций:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{nj} &= J_n(\nu_{nj} \rho) e^{in\varphi}, \quad \psi_{nj} = J_n(\mu_{nj} \rho) e^{in\varphi}; \\ \vec{e}_{nj}^E &= \left\{ \vec{\rho}_0 \nu_{nj} J_n'(\nu_{nj} \rho) + \vec{\varphi}_0 i \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}; \\ \vec{e}_{nj}^M &= \left\{ \vec{\rho}_0 \frac{in}{\rho} J_n(\mu_{nj} \rho) - \vec{\varphi}_0 \mu_{nj} J_n'(\mu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}; \\ \vec{h}_{nj}^E &= \left\{ -\vec{\rho}_0 \frac{in}{\rho} J_n(\nu_{nj} \rho) + \vec{\varphi}_0 \nu_{nj} J_n'(\nu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}; \\ \vec{h}_{nj}^M &= \left\{ \vec{\rho}_0 \mu_{nj} J_n'(\mu_{nj} \rho) + \vec{\varphi}_0 i \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $J_n(x)$  — функции Бесселя 1-го рода  $n$ -го порядка;  $J_n(\nu_{nj} \rho) = 0$ ;  $J_n'(\mu_{nj} \rho) = 0$ . Для проекций используем комплексно-сопряженную систему базисных функций:

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi_{-mi} &= (-1)^m J_m(\nu_{mi}\rho) e^{-im\varphi}, \psi_{-mi} = (-1)^m J_m(\mu_{mi}\rho) e^{-im\varphi}; \\
 \vec{e}_{-mi}^E &= (-1)^m \left\{ \vec{\rho}_0 \nu_{mi} J'_m(\nu_{mi}\rho) - \vec{\varphi}_0 i \frac{m}{\rho} J_m(\nu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}; \\
 \vec{e}_{-mi}^M &= (-1)^{m+1} \left\{ \vec{\rho}_0 \frac{im}{\rho} J_m(\mu_{mi}\rho) + \vec{\varphi}_0 \mu_{mi} J'_m(\mu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}; \\
 \vec{h}_{-mi}^E &= (-1)^m \left\{ \vec{\rho}_0 \frac{im}{\rho} J_m(\nu_{mi}\rho) + \vec{\varphi}_0 \nu_{mi} J'_m(\nu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}; \\
 \vec{h}_{-mi}^M &= (-1)^m \left\{ \vec{\rho}_0 \mu_{mi} J'_m(\mu_{mi}\rho) - \vec{\varphi}_0 i \frac{m}{\rho} J_m(\mu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}.
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Комплексные амплитуды находим из модифицированных уравнений проекций, приведенных в [16, 17], с учетом разницы граничных условий (5) и условий для базисных функций

$$\left[ \vec{\rho}_0 \dot{\vec{E}} \right] \Big|_{\rho=1} = 0.$$

Уравнения комплексных амплитуд имеют вид

$$\left. \begin{aligned}
 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[ \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_t, \vec{e}_{-mi}^E \right] \vec{z}_0 - im\omega\varepsilon_0 \vec{g} \left( \dot{\vec{E}}_t + \dot{\vec{E}}_z \right) \vec{e}_{-mi}^E \rho d\rho d\varphi &= Q_{mi}^1; \\
 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[ \mu_{mi}^2 \dot{H}_z \psi_{-mi} + \left[ \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}}_t, \vec{e}_{-mi}^M \right] \vec{z}_0 - i\omega\varepsilon_0 \vec{g} \left( \dot{\vec{E}}_t + \dot{\vec{E}}_z \right) \vec{e}_{-mi}^M \right] \rho d\rho d\varphi &= Q_{mi}^2; \\
 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left( -\dot{H}_t \vec{h}_{-mi}^E - i\omega\varepsilon_0 \vec{g} \left( \dot{\vec{E}}_t + \dot{\vec{E}}_z \right) \vec{z}_0 \varphi_{-mi} \right) \rho d\rho d\varphi &= Q_{mi}^3; \\
 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left( -\dot{E}_z \nu_{mi}^2 \varphi_{-mi} + \left[ \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_t, \vec{h}_{-mi}^E \right] \vec{z}_0 + i\omega\mu_0 \vec{g} \left( \dot{\vec{H}}_t + \dot{\vec{H}}_z \right) \vec{h}_{-mi}^E \right) \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \vec{G} \left( \vec{H}_\varphi + \vec{H}_z \right) \vec{h}_{-mi}^E \Big|_{\rho=1} d\varphi &= 0; \\
 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[ \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}}_t, \vec{h}_{-mi}^M \right] \vec{z}_0 + i\omega\mu_0 \vec{g} \left( \dot{\vec{H}}_t + \dot{\vec{H}}_z \right) \vec{h}_{-mi}^M \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \vec{G} \left( \vec{H}_\varphi + \vec{H}_z \right) \vec{h}_{-mi}^M \Big|_{\rho=1} d\varphi &= 0; \\
 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \dot{\vec{E}}_t \vec{e}_{-mi}^M + i\omega\mu_0 \vec{g} \left( \dot{\vec{H}}_t + \dot{\vec{H}}_z \right) \vec{z}_0 \psi_{-mi} \right\} \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \vec{G} \left( \vec{H}_\varphi + \vec{H}_z \right) \vec{z}_0 \psi_{-mi} \Big|_{\rho=1} d\varphi &= 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Подставляя в (9) решения (6) и (8), а также используя закон сохранения заряда в интегралах возбуждения справа  $Q_{mi}^1, Q_{mi}^2, Q_{mi}^3$ , получаем уравнения возбуждения:

$$\begin{aligned}
 & 2\pi \left( \frac{d\dot{B}_{m,i}^E(z)}{\varepsilon_0 \omega dz} + i\dot{A}_{m,i}^E(z) \right) e_{m,i} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{C}_{n,j}(z) F_{m,n}^6(z) (mI_{m,n,i,j}^{12} - \nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{10}) + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) \left( F_{m,n}^1(z) (m\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^2 + m\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^3 - mnI_{m,n,i,j}^5 - \nu_{m,i} \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^1) + \right. \\
 & \left. + F_{m,n}^3(z) (m\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^9 + m\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{10} - mnI_{m,n,i,j}^{12} - \nu_{m,i} \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^8) \right) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) \left( F_{m,n}^2(z) (n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^3 - m\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^2) \right) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) \left( F_{m,n}^1(z) (mnI_{m,n,i,j}^4 - m\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^7) + F_{m,n}^3(z) (mnI_{m,n,i,j}^{13} - m\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{11}) \right) + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) \left( F_{m,n}^2(z) (m\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^6 + m\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^7 - \nu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{14}) \right) = \frac{Q_{m,i}^1}{\varepsilon_0 \omega};
 \end{aligned}$$

$$Q_{m,i}^1 = \frac{I_0}{K} \sum_{k=1}^K e^{(m\varphi_k - \theta_k)i} \left( \begin{aligned} & \rho_k \left( \nu_{m,i} J_{m+1}(\nu_{m,i} \rho_k) - m \frac{J_m(\nu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \right) b(\varphi_k, z) \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial z} + \\ & + \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} \left( \nu_{m,i} J_{m+1}(\nu_{m,i} \rho_k) - m \frac{J_m(\nu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \right) \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} + \\ & + \left( \nu_{m,i} J_{m+1}(\nu_{m,i} \rho_k) - m \frac{J_m(\nu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \right) \frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left( \frac{1-b(\varphi_k, z)}{(b(\varphi_k, z))^2} \left( \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \right)^2 - b(\varphi_k, z) \right) + \\ & + im \frac{J_m(\nu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \left( \frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left( \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{b(\varphi_k, z)} - 1 \right) \right) + \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} b(\varphi_k, z) \right); \end{aligned} \right)$$

$$2\pi \left( \frac{d\dot{B}_{m,i}^M(z)}{\varepsilon_0 \omega dz} + i \dot{A}_{m,i}^M(z) \right) h_{m,i} + \frac{2\pi}{\varepsilon_0 \omega} \dot{D}_{m,i}(z) \mu_{m,i}^2 I_{m,i}^{22} + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{C}_{n,j}(z) F_{m,n}^6 m I_{m,n,i,j}^{24}(z) + \\ + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^2(z) (m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{20} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{21}) - i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) mn (F_{m,n}^1(z) I_{m,n,i,j}^{18} + F_{m,n}^3(z) I_{m,n,i,j}^{22}) + \\ + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) m (F_{m,n}^1(z) (\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{16} - n I_{m,n,i,j}^{19}) + F_{m,n}^3(z) (\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{23} - n I_{m,n,i,j}^{24})) + \\ + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^2(z) (n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{17} + m \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{16} - \mu_{m,i} \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{25}) = \frac{Q_{m,i}^2}{\varepsilon_0 \omega};$$

$$Q_{m,i}^2 = \frac{I_0}{K} \sum_{k=1}^K e^{(m\varphi_k - \theta_k)i} \left( \begin{aligned} & \left( \mu_{m,i} J_{m+1}(\mu_{m,i} \rho_k) - m \frac{J_m(\mu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \right) \left( \frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left( \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{b(\varphi_k, z)} - 1 \right) \right) + \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} b(\varphi_k, z) \right) + \\ & + im \frac{J_m(\mu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left( \left( \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \right)^2 \frac{(b(\varphi_k, z) - 1)}{(b(\varphi_k, z))^2} + b(\varphi_k, z) \right) - \\ & - im \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} \frac{J_m(\mu_{m,i} \rho_k)}{\rho_k} \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} - im J_m(\mu_{m,i} \rho_k) b(\varphi_k, z) \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial z}; \end{aligned} \right)$$

$$\frac{2\pi}{\varepsilon_0 \omega} \dot{B}_{m,i}^E(z) e_{m,i} - i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{C}_{n,j}(z) F_{m,n}^5(z) I_{m,n,i,j}^{12} - \\ - \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) n F_{m,n}^6(z) I_{m,n,i,j}^{13} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^6(z) (n I_{m,n,i,j}^{12} - \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^9) = \frac{Q_{m,i}^3}{\varepsilon_0 \omega};$$

$$Q_{m,i}^3 = \frac{I_0}{K} \sum_{k=1}^K e^{(m\varphi_k - \theta_k)i} J_m(\nu_{m,i} \rho_k) (b(\varphi_k, z))^2;$$

$$-2\pi \left( \frac{d\dot{A}_{m,i}^E(z)}{\mu_0 \omega dz} + i \dot{B}_{m,i}^E(z) \right) e_{m,i} - \frac{2\pi}{\mu_0 \omega} \nu_{m,i}^2 I_{m,i}^{12} \dot{C}_{m,i}(z) + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) m F_{m,n}^6(z) I_{m,n,i,j}^{13} + \\ + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^2(z) (m \nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^3 - m \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^2) + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) mn (F_{m,n}^1(z) I_{m,n,i,j}^5 + F_{m,n}^3(z) I_{m,n,i,j}^{12}) + \\ + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) m (F_{m,n}^1(z) (\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^6 - n I_{m,n,i,j}^4) + F_{m,n}^3(z) (\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{26} - n I_{m,n,i,j}^{13})) + \\ + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^2(z) (m \nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^7 + m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^6 - \nu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{14}) = -\frac{W_{m,i}^1}{\mu_0 \omega};$$

$$\begin{aligned}
 W_{m,i}^1 = W_\sigma^0 & \left[ \begin{aligned}
 & \left( mJ_m(\nu_{m,i}) - \nu_{m,i} J_{m+1}(\nu_{m,i}) \right) \sum_{n=-N}^N \left( F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) \left( nJ_n(\nu_{n,j}) - \nu_{n,j} J_{n+1}(\nu_{n,j}) \right) + \\
 & \left( mJ_m(\nu_{m,i}) - \nu_{m,i} J_{m+1}(\nu_{m,i}) \right) \sum_{n=-N}^N \left( F_{m,n}^7(z) - F_{m,n}^8(z) + F_{m,n}^9(z) + F_{m,n}^{10}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) J_n(\mu_{n,j}) + \\
 & + i \left( mJ_m(\nu_{m,i}) - \nu_{m,i} J_{m+1}(\nu_{m,i}) \right) \sum_{n=-N}^N \left( n \left( F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) J_n(\mu_{n,j}) \right); \\
 & - 2\pi \left( \frac{d\dot{A}_{m,i}^M(z)}{\mu_0 \omega dz} + i \dot{B}_{m,i}^M(z) \right) h_{m,i} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) F_{m,n}^6(z) \left( \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{30} - m I_{m,n,i,j}^{22} \right) + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) \left( F_{m,n}^1(z) \left( mn I_{m,n,i,j}^{18} + \mu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{15} - m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{20} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{21} \right) + \right. \\
 & \left. + F_{m,n}^3(z) \left( mn I_{m,n,i,j}^{22} + \mu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{27} - m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{29} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{30} \right) \right) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^2(z) \left( m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{20} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{21} \right) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) \left( F_{m,n}^1(z) \left( mn I_{m,n,i,j}^{19} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{17} \right) + F_{m,n}^3(z) \left( mn I_{m,n,i,j}^{24} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{28} \right) \right) + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^2(z) \left( m \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{16} + n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{17} - \mu_{m,i} \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{25} \right) = \frac{W_{m,i}^2}{\mu_0 \omega}; \\
 & \left. \begin{aligned}
 & mJ_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left( n \left( F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\
 & + imJ_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left( \left( F_{m,n}^8(z) - F_{m,n}^7(z) - F_{m,n}^9(z) - F_{m,n}^{10}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\
 & + imJ_m(\mu_{m,i}) \left( \sum_{n=-N}^N \left( F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) \left( \nu_{n,j} J_{n+1}(\nu_{n,j}) - nJ_n(\nu_{n,j}) \right) \right); \\
 & - \frac{2\pi}{\mu_0 \omega} \dot{A}_{m,i}^M(z) h_{m,i} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) F_{m,n}^5(z) I_{m,n,i,j}^{22} + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^6(z) \left( \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{29} - n I_{m,n,i,j}^{22} \right) - \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) n F_{m,n}^6(z) I_{m,n,i,j}^{24} = -\frac{W_{m,i}^3}{\mu_0 \omega}; \\
 & \left. \begin{aligned}
 & J_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left( \left( F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^9(z) + F_{m,n}^{10}(z) - F_{m,n}^{11}(z) \right) \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\
 & + J_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left( F_{m,n}^8(z) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) \left( \nu_{n,j} J_{n+1}(\nu_{n,j}) - nJ_n(\nu_{n,j}) \right) \right) - \\
 & - iJ_m(\mu_{m,i}) \left( \sum_{n=-N}^N n F_{m,n}^6(z) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) J_n(\mu_{n,j}) \right);
 \end{aligned}
 \right]
 \end{aligned}
 \right.
 \end{aligned}$$

где  $k$  — номер крупной частицы;  $\beta_{r,k}$ ,  $\beta_{\varphi,k}$ ,  $\beta_{z,k}$  — соответственно  $\frac{v_{r,k}}{c}$ ,  $\frac{v_{\varphi,k}}{c}$ ,  $\frac{v_{z,k}}{c}$  в исходной системе координат  $r, \varphi, z$ ;  $c$  — скорость света в вакууме;  $I_0$  — ток пучка.

$$F_{m,n}^1(z) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i}}{(b(\varphi, z))^2} \left( \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 d\varphi; \quad F_{m,n}^2(z) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i}}{b(\varphi, z)} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} d\varphi;$$

$$F_{m,n}^3(z) = \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} \left( \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 d\varphi; \quad F_{m,n}^4(z) = \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} d\varphi;$$

$$F_{m,n}^5(z) = \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} (b(\varphi, z))^2 d\varphi; \quad F_{m,n}^6(z) = \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} b(\varphi, z) \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} d\varphi;$$

$$F_{m,n}^7(z) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i} d\varphi}{\sqrt{\left( \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left( 1 + \left( \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 \right)}};$$

$$F_{m,n}^8(z) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi}\right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^9(z) = \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i} \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi}\right)^2 d\varphi}{(b(\varphi, z))^2 \sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi}\right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^{10}(z) = \int_0^{2\pi} \frac{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z}\right)^2 e^{(n-m)\varphi i} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi}\right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^{11}(z) = \int_0^{2\pi} \frac{(b(\varphi, z))^2 \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z}\right)^2 e^{(n-m)\varphi i} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi}\right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$I_{m,n,i,j}^1 = \int_0^1 \rho J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^2 = \int_0^1 J_m(\nu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\nu_{n,i}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^3 = \int_0^1 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^4 = \int_0^1 \frac{J_m(\nu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^5 = \int_0^1 \frac{J_m(\nu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^6 = \int_0^1 J_m(\nu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,i}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^7 = \int_0^1 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^9 = \int_0^1 \rho^2 J_m(\nu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{10} = \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{11} = \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{12} = \int_0^1 \rho J_m(\nu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{13} = \int_0^1 \rho J_m(\nu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{14} = \int_0^1 \rho J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{15} = \int_0^1 \rho J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{16} = \int_0^1 J_m(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\nu_{n,i}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{17} = \int_0^1 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{18} = \int_0^1 \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{19} = \int_0^1 \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{20} = \int_0^1 J_m(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{21} = \int_0^1 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{22} = \int_0^1 \rho J_m(\mu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{23} = \int_0^1 \rho^2 J_m(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{24} = \int_0^1 \rho J_m(\mu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{25} = \int_0^1 \rho J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{26} = \int_0^1 \rho^2 J_m(\nu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{27} = \int_0^1 \rho^3 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{28} = \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{29} = \int_0^1 \rho^2 J_m(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{30} = \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho;$$

$$e_{m,i} = (m\nu_{m,i} I_{m,m,i,i}^2 + m\nu_{m,i} I_{m,m,i,i}^3 - 2m^2 I_{m,m,i,i}^5 - \nu_{m,i}^2 I_{m,m,i,i}^1) = -\nu_{m,i}^2 I_{m,m,i,i}^{12} = -0,5\nu_{m,i}^2 J_{m+1}^2(\nu_{m,i});$$

$$h_{m,i} = (m\mu_{m,i} I_{m,m,i,i}^{20} + m\mu_{m,i} I_{m,m,i,i}^{21} - 2m^2 I_{m,m,i,i}^{18} - \mu_{m,i}^2 I_{m,m,i,i}^{15}) = -\mu_{m,i}^2 I_{m,m,i,i}^{22} =$$

$$= m\mu_{m,i} J_m(\mu_{m,i}) J_{m+1}(\mu_{m,i}) - 0,5\mu_{m,i}^2 (J_m^2(\mu_{m,i}) + J_{m+1}^2(\mu_{m+1,i})).$$

### Заклучение

Общая теория возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов, развитая в статье, позволяет проводить моделирование и оптимизацию ряда СВЧ и КВЧ устройств: электронных приборов, фильтров и антенных устройств, что существенным образом дополняет возможности их машинного моделирования.

Полученные уравнения возбуждения вместе со стандартными граничными условиями на регулярных концах волновода [3, 16, 17] решают поставленную задачу. В приведенных уравнениях впервые корректно выражены интегралы возбуждения.

### Список литературы

1. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. 460 с.
2. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1971. 486 с.
3. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Сеницын А.К. Электродинамика и распространение радиоволн. Минск: Бестпринт, 2004. 357 с.
4. Альтман Дж. Устройства СВЧ. М.: Мир, 1968. 487 с.
5. Тараненко З.И., Трохименко Я.К. Замедляющие системы. Киев: Киев. политех. ин-т, 1965. 308 с.
6. Нефедов Е.И., Сивов А.Н. Электродинамика периодических структур. М.: Наука, 1977. 208 с.
7. Илларионов Ю.А., Раевский С.Б., Сморгонский В.Я. Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов. М.: Сов. радио, 1980. 200 с.
8. Юрцев О.А., Рунов А.В., Казарин А.Н. Спиральные антенны. М.: Сов. Радио, 1974. 130 с.
9. Юрцев О.А., Наумович Н.М. Антенны и техника сверхвысоких частот в БГУИР // Доклады БГУИР. 2014. № 2. С. 87–95.
10. Зайцев Н.И., Ковалев Н.Ф., Кораблев Г.С., Кулагин И.С. Релятивистский карсиотрон с длиной волны 3 см и длительностью импульса 0.4 мкс // Письма в Журнал технической физики. 1981. Т. 7. № 14. С. 879-882.
11. Кравченко В.Ф., Кураев А.А. Гирорезонансные приборы: принцип действия, нелинейная теория, достижения и перспективы // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2006. № 9. С. 13–60.
12. Карцев В.П. Приключение великих уравнений. М.: Знание, 1971. 317 с.
13. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М.: Изд-во Москов. госуд. ун-та, 1983. 232 с.
14. Кураев А.А. Возбуждение произвольно нерегулярных волноводов с круглым сечением // Известия Академии наук БССР. Серия физико-технических наук. 1979. № 1. С. 121.
15. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. М.: Радио и связь, 1986. 208 с.
16. Кураев А.А., Сеницын А.К. Влияние конечной проводимости металлических стенок на характеристики мощных релятивистских приборов СВЧ с нерегулярными электродинамическими системами // Доклады БГУИР. 2006. № 3. С. 82–92.
17. Кураев А.А., Матвеев В.В. Мощные электронные приборы СВЧ и КВЧ со специальными видами взаимодействия. Минск: Бестпринт, 2022. 216 с.

Поступила 08 апреля 2024 г.

## THE EXCITATION EQUATIONS FOR LONGITUDINALLY AND AZIMUTHALLY IRREGULAR WAVEGUIDES TAKING INTO ACCOUNT THE FINITE WALL CONDUCTIVITY

KRAVCHENKO V.F.\*, \*\*, KURAYEV A.A.\*\*\*, AND MATVEYENKA V.V.\*\*

\*Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Science;

\*\*Bauman Moscow State Technical University;

\*\*\*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

doi: 10.25210/jfop-2403-TEGGJT | edn: TEGGJT

Excitation equations for longitudinal-azimuthally irregular waveguides are formulated taking into account losses in the walls. The inner surface of the waveguide walls is given by an arbitrary smooth function  $b(\varphi, z)$ . The coordinate transformation method replaces the original cylindrical coordinate system  $r, \varphi, z$  with a new one  $\rho, \varphi, z$ , where  $\rho = r / (b(\varphi, z))$ . The new system defines the waveguide boundary as  $\rho = 1 = \text{const}$ , i. e. the waveguide geometry transforms as a regular cylinder. Taking these functions into account, the standard procedure of the incomplete Galerkin's method is used to determine the amplitudes of partial waves. The resulting general equations can be used in the calculation and optimization of both microwave and EHF electronic devices of various types, as well as passive microwave devices of various applications.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 537.87

АМПЛИТУДНЫЙ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ  
ЭФФЕКТИВНОЙ ЧАСТОТЫ СОУДАРЕНИЙ  
ЭЛЕКТРОНОВ В ИОНОСФЕРЕ НА  
СЛАБОНАКЛОННЫХ ТРАССАХ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-MSYKDH | edn: MSYKDH

Крюковский А. С. — д.ф.-м.н., профессор, Российский новый университет, Москва.

E-mail: kryukovsky56@yandex.ru

Михалева Е. В. — Российский новый университет, Москва. E-mail: mihaleva\_umu@bk.ru

Растягаев Д. В. — к.ф.-м.н., доцент, Российский новый университет, Москва. E-mail: rdv@rosnou.ru

**Аннотация**

На основе данных об амплитуде радиосигнала при слабонаклонном зондировании ионосферы Земли создан метод восстановления эффективной частоты соударений электронов. Для определения лучевых траекторий и волновых векторов применен метод бихарактеристик, а для вычисления расходимости радиосигнала – расширенная бихарактеристическая система Лукина. Проведен численный эксперимент. Получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений. Исследованы возможности экстраполяции полученных результатов при восстановлении профиля эффективной частоты соударений электронов.

**Ключевые слова:** ионосфера, эффективная частота соударений, (слабо) наклонное зондирование, лучи, бихарактеристики, радиосигнал, амплитуда, расходимость, поглощение

**Abstract**

Based on the data on the radio signal amplitude during weakly-oblique sounding of the Earth's ionosphere, a method for reconstructing the effective frequency of electron collisions has been developed. The bi-characteristic method has been used to determine the ray trajectories and wave vectors, and the extended Lukin bi-characteristic system has been used to calculate the radio signal divergence. A numerical experiment has been conducted. A good match has been obtained between the initial values of the effective frequency of collisions and the calculated values. The possibilities of extrapolating the obtained results when reconstructing the profile of the effective frequency of electron collisions were investigated.

**Keywords:** ionosphere, effective collision frequency, (weakly) oblique sounding, rays, bicharacteristics, radio signal, amplitude, divergence, absorption

**Введение**

Вопросы дистанционного зондирования атмосферы Земли — это важные и актуальные направления развития современных научных исследований [1, 2]. Одной из главных задач является контроль и диагностика структуры ионосферной плазмы, поскольку ионосфера и магнитосфера Земли оказывают существенное влияние на работу радиосистем различного назначения [3–5]. Это системы радиосвязи, радиолокации, позиционирования и радионавигации. Особо актуальной является задача осуществления мониторинга параметров атмосферы для прогнозирования и предотвращения экстремальных природных явлений.

Настоящая работа посвящена определению эффективной частоты соударений электронов с нейтральными молекулами. Этот параметр определяет поглощение электромагнитных волн в ионосферных слоях и поэтому играет, совместно с распределением электронной концентрации, а также величиной и направлением магнитного поля Земли, важную роль при моделировании характеристик распространения радиоволн на ионосферных трассах [6].

Для определения эффективной частоты соударений электронов в настоящее время разработаны различные методы. Среди них следует отметить ракетные измерения плотности и температуры в нижних слоях ионосферы, по которым можно рассчитать эффективную частоту соударений, а также метод определения эффективной частоты столкновения в области нижней ионосферы по данным радиозатменных измерений [7, 8].

Классические и наиболее логичные подходы к определению эффективной частоты соударений электронов основаны на измерении поглощения радиоволн декаметрового диапазона при прохождении ионосферной плазмы. В монографии К. Дэвиса [9] указаны пять способов измерения поглощения: риометрический метод, импульсный метод, метод непрерывного излучения, минимальной частоты и метод развертывания по частоте [10, 11]. Развивая амплитудный подход к определению эффективной частоты соударений,



в работе использована возможность прямого измерения излучения антенной системы и исследования её диаграммы направленности с помощью беспилотных летательных аппаратов [12]. Применение методов математического моделирования распространения декаметровых радиоволн в возмущенной ионосферной плазме [13], основанное на оперативных данных наклонного и вертикального зондирования [14–16], является перспективным методом решения данной задачи.

В работах [17–19] амплитудный подход рассмотрен в случае, когда методом получения данных об ионосфере Земли являлось вертикальное зондирование. В этой статье результаты, полученные [17–19], обобщены на случай слабонаклонного зондирования ионосферы. Актуальность работы связана с активно проводящимися в настоящее время экспериментальными исследованиями по мониторингу ионосферы Земли на слабонаклонных трассах [14].

Работа доложена на Всероссийской открытой научной конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн», проводимой в рамках Армандовских чтений, в г. Муроме в июне 2024 года [20].

### 1. Модель электронной концентрации ионосферы. Лучевые траектории

В работе рассмотрена двуслойная модель электронной концентрации ионосферы  $N$ , определяемая формулой:

$$N(z) \approx 7.025426 \cdot 10^4 \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp\theta_1 + \theta_1)\right] + 5.6182804 \cdot 10^5 \times \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp\theta_2 + \theta_2)\right], \quad (1)$$

в которой  $z$  — высота,

$$\theta_1 = \frac{1}{40}(196 - z), \quad \theta_2 = \frac{1}{55}(263 - z). \quad (2)$$

Как следует из (2), максимум слоя  $F1$  расположен на высоте 196 км, а слоя  $F2$  — на высоте 263 км.

Для определения лучевых траекторий в такой изотропной среде нами использована бихарактеристическая система Гамильтона-Лукина [21–24]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{k}c^2 \left( \frac{\partial(\varepsilon\omega^2)}{\partial\omega} \right)^{-1}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\omega^2 \frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{r}} \left( \frac{\partial(\varepsilon\omega^2)}{\partial\omega} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  — эффективная диэлектрическая проницаемость ионосферной плазмы,  $\vec{k}$  — волновой вектор,  $\omega$  — круговая частота,  $\vec{r}$  — координаты луча,  $t$  — время,  $c$  — скорость света.

Источник излучения находится в начале координат ( $t = 0, x = y = z = 0$ ). Относительно источника излучения необходимо задать начальные условия, которые имеют вид:

$$x(0) = y(0) = z(0) = 0, \quad k_x(0) = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(0)}\cos\alpha\cos\beta, \quad k_y(0) = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(0)}\cos\alpha\sin\beta, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(0)}\sin\alpha. \quad (4)$$

В формулах (4)  $\alpha$  и  $\beta$  — это начальные углы выхода луча из источника.

Как известно, эффективная диэлектрическая проницаемость изотропной плазмы имеет вид [9]:

$$\varepsilon = 1 - X, \quad X = \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e}. \quad (5)$$

В формулах (5)  $\omega_p$  — это круговая плазменная частота,  $e$  — заряд электрона,  $m_e$  — масса электрона.

Основным отличием амплитудного метода восстановления эффективной частоты соударений электронов на слабонаклонных трассах от такого же подхода в случае вертикального зондирования [17–19] является необходимость определения всех лучей, пришедших из передатчика в приёмник, то есть решения задачи «пристрелки». Результат решения этой задачи показан на рис. 1. Предполагалось, что угол  $\beta = 0$ .

На рисунке приведены только те лучи, которые попали из излучателя в приёмник, расположенный справа на расстоянии 100 км. В построении рисунка участвовало 45 лучей. Нижний фиолетовый луч соответствует частоте 1 МГц; верхний красный луч — частоте 6.993 МГц.

Тот же набор лучей приведен на рис. 2 в координатах время–высота, то есть показана зависимость высоты луча от группового времени. Видно, что все лучи, показанные на рис. 1 и приходящие в один и тот же приёмник, попадают туда в разное время.

На рис. 3 показаны зависимости волнового вектора в абсолютных (рис. 3(а)) и относительных (рис. 3(б)) единицах от высоты. На рис. 3(а) кривые образуют аркаду, так как начальное значение компоненты волнового вектора уменьшается с уменьшением частоты.

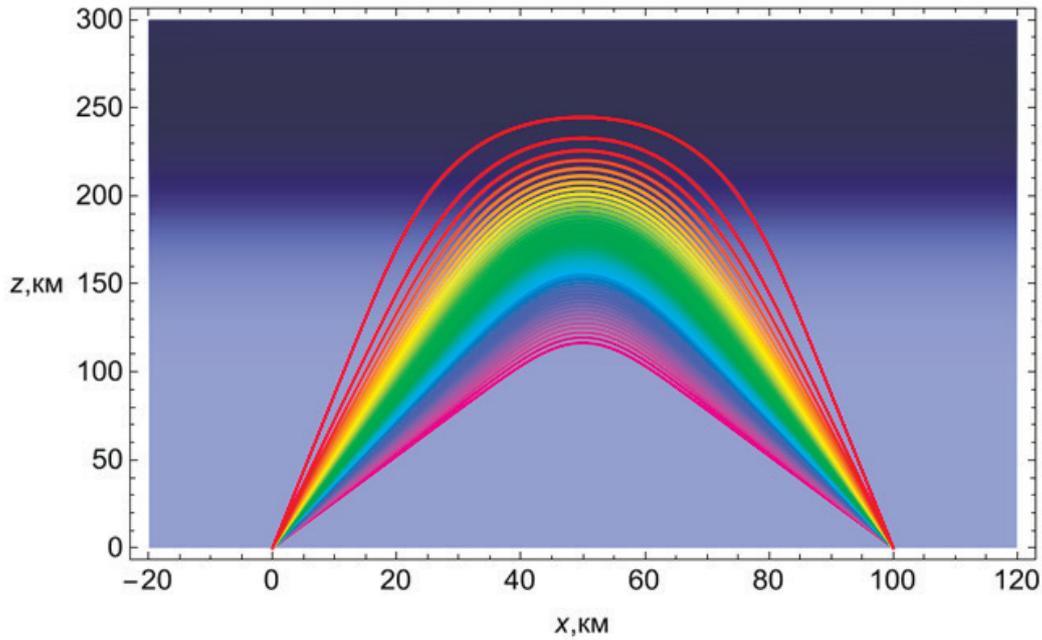


Рис. 1. Траектории лучей, попадающих из источника в приёмник на разных частотах.

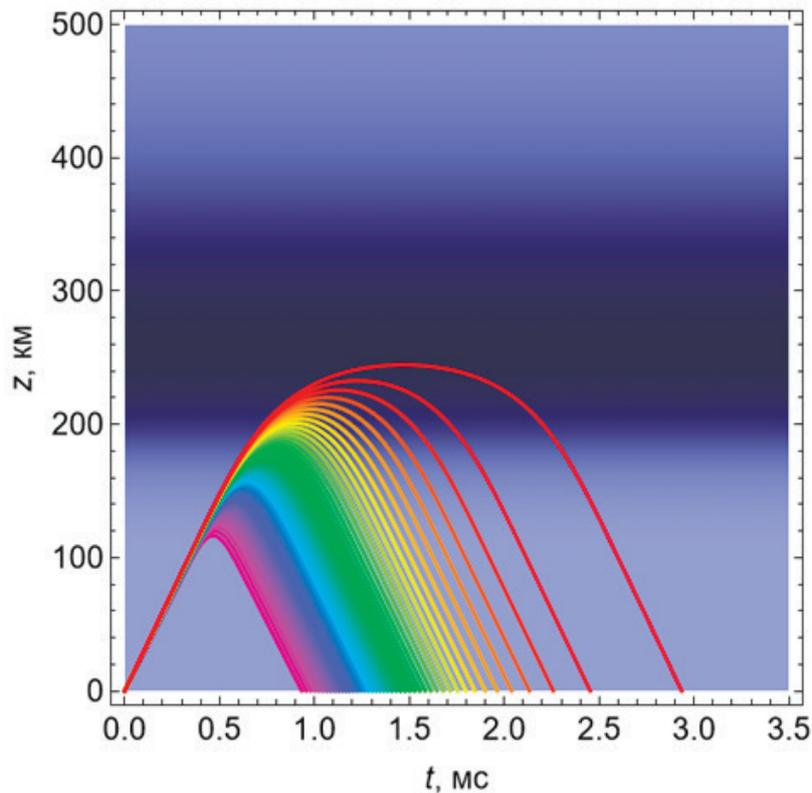
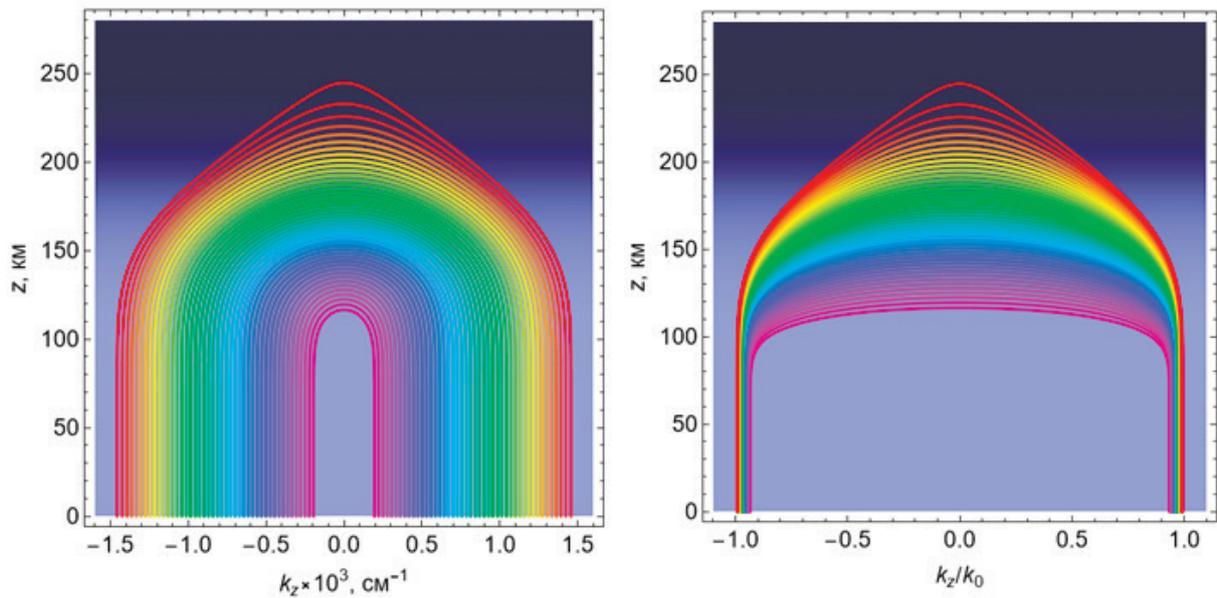


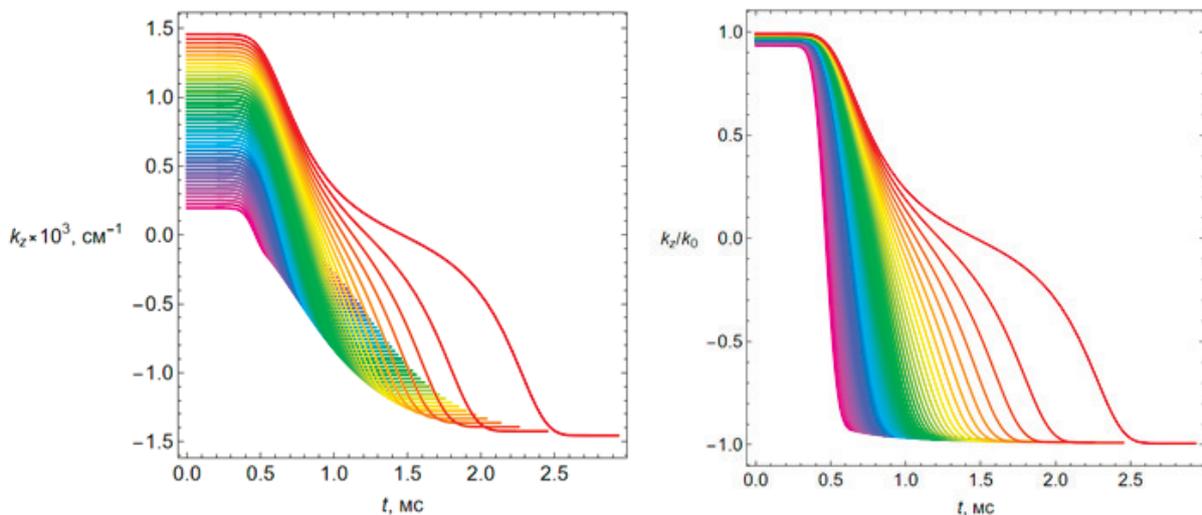
Рис. 2. Зависимости высоты лучей от группового времени.

На рис. 3(б) кривые образуют купол. В отличие от рис. 1, на рис. 3 лучи движутся слева на право. Частота красного, самого верхнего луча близка к частоте просачивания волны сквозь ионосферный слой. Её небольшое увеличение приведет к тому, что луч не придет в приёмник, а пройдет сквозь ионосферу.

Зависимости вертикальной компоненты  $k_z$  волнового вектора от группового времени приведены на рис. 4. Вертикальная компонента до входа в ионосферу остаётся постоянной, затем она начинает убывать и меняет знак. На рис. 3 и 4 введено обозначение:  $k_0 = |\vec{k}(0)|$ .



**Рис. 3.** Зависимость вертикальной компоненты  $k_z$  волнового вектора от высоты; а) абсолютные значения; б) относительные значения.



**Рис. 4.** График зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от группового времени; а) абсолютные значения, б) относительные значения.

На рис. 5 показана фаза радиосигнала, вычисленная в точке приёма по формуле (6)

$$\Phi = \int_0^t k_x dx + k_y dy + k_z dz \quad (6)$$

в зависимости от группового времени прихода сигнала, а поскольку время прихода растёт с ростом частоты, то рис. 5 отражает и эту зависимость. Видно, что с ростом  $t$  фаза сначала ускоренно растёт, потом возникает точка перегиба, и уже при приближении к критической частоте (частоте просачивания) рост замедляется.

Точка отражения радиоволны от ионосферы ( $z_m$ ) определяется из условия:  $k_z = 0$ . Анализируя решения бихарактеристической системы, нетрудно найти зависимость высоты отражения луча  $z_m$  от ионосферного слоя как функцию времени прихода луча в точку отражения  $t_m$ :  $z_m = z(t_m)$ . Эта зависимость показана на рис. 6.

Видно, что и высота отражения, и время прихода сигнала в точку отражения одновременно увеличиваются, но высота растёт медленнее.

Для каждого луча, показанного на рис. 1, существует своя частота и своя точка отражения. Их можно связать функциональной зависимостью, представленной на рис. 7. Высота отражения плавно растёт с частотой: сначала медленно, а после точки перегиба всё быстрее при приближении к максимуму ионосферного слоя.

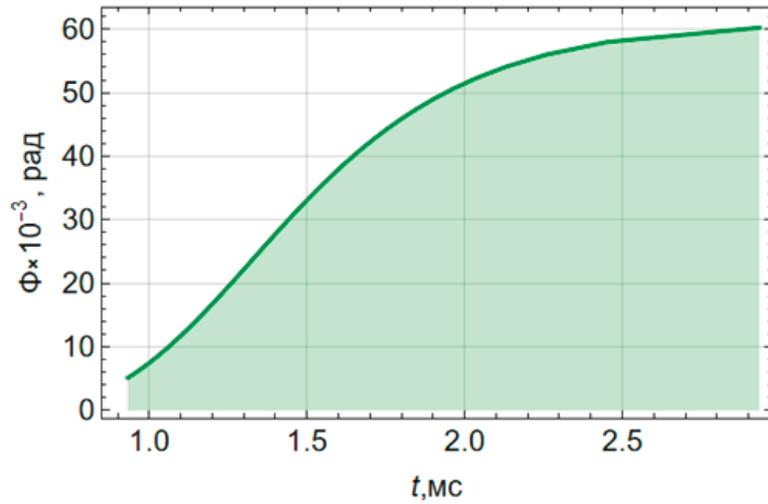


Рис. 5. Зависимости фазы сигнала в точке приёма от группового времени.

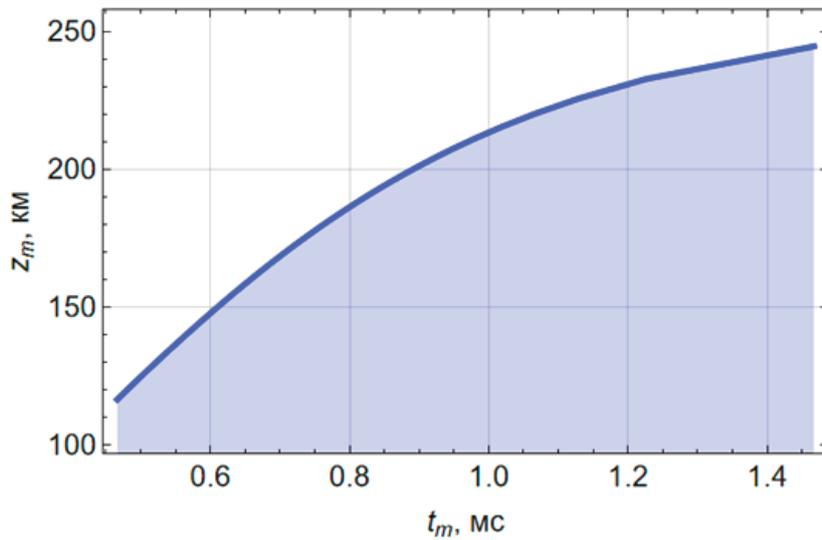


Рис. 6. Высота отражения луча от ионосферы как функция от времени прихода луча в точку отражения.

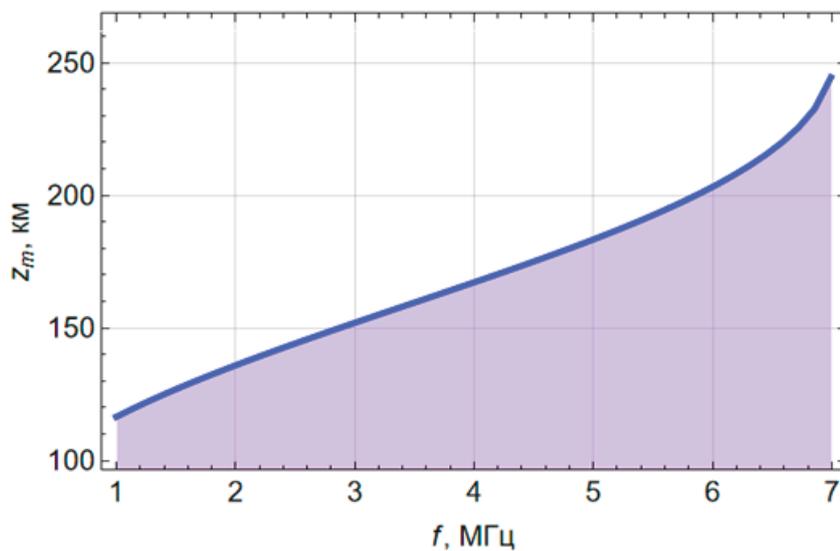


Рис. 7. Высота отражения луча от ионосферы как функция частоты.

Комбинируя рис. 6 и 7, можно установить функциональную зависимость времени прихода луча  $t_m$  в точку отражения от частоты  $f$ , как это показано на рис. 8. По существу, это ионограмма наклонного зондирования. Видно, что сначала зависимость положительная и линейная, но она переходит в экспоненциальную при приближении к максимуму ионосферного слоя.

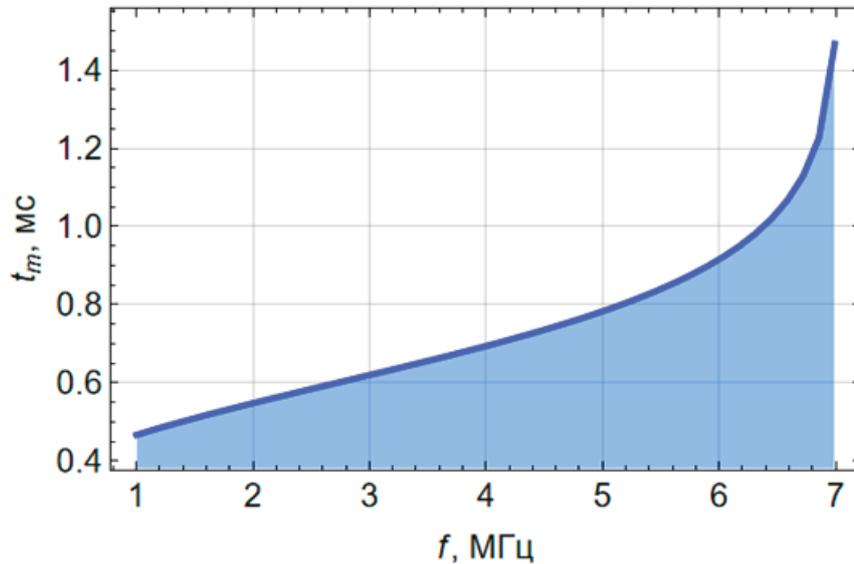


Рис. 8. Время прихода луча  $t_m$  в точку отражения от ионосферы как функция частоты  $f$ .

## 2. Амплитуда, расходимость и поглощение радиосигнала

Рассмотрим амплитудные характеристики радиосигнала в точке приёма. Амплитуду  $A$  радиосигнала в точке приёма можно представить как

$$A = E_0 D e^{-\psi}. \quad (7)$$

В выражении (7)  $E_0$  — это амплитуда поля на некотором расстоянии  $r_0$  от источника излучения желательнее вне ионосферы,  $D$  — расходимость лучей, а  $\psi$  — поглощение. Для того чтобы найти расходимость  $D$ , необходимо вычислить якобиан  $J$ :

$$J = \begin{vmatrix} x'_t & y'_t & z'_t \\ x'_\alpha & y'_\alpha & z'_\alpha \\ x'_\beta & y'_\beta & z'_\beta \end{vmatrix} \quad (8)$$

и найти отношение якобианов в начальной точке ( $r_0$ ) и в конечной точке траектории:

$$D = \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}, \quad J_0 = J|_{r=r_0}. \quad (9)$$

Первую строчку в якобиане (8) можно найти из решения бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина (3)–(4). Две нижние строчки можно определить из решения расширенной бихарактеристической системы Лукина [25, 26]

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{k}_\alpha}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \quad \frac{d\vec{r}_\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\vec{k}_\beta}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \quad \frac{d\vec{r}_\beta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

с начальными условиями:

$$\begin{aligned} k'_{x\alpha}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha \cos \beta, \quad k'_{x\beta}(0) = -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \sin \beta, \\ k'_{y\alpha}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha \sin \beta, \quad k'_{y\beta}(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \cos \beta, \\ k'_{z\alpha}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha, \quad k'_{z\beta}(0) = 0, \quad \vec{r} = (x, y, z), \quad \vec{r}'_\alpha(0) = 0, \quad \vec{r}'_\beta(0) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

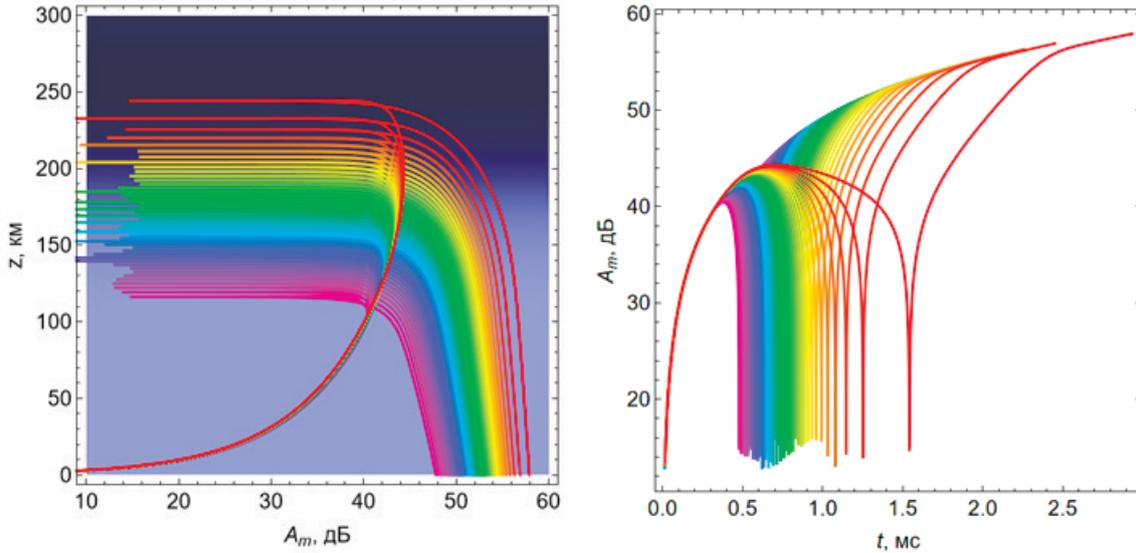
Обычно ослабление сигнала за счет расходимости лучевого потока вычисляют в децибелах. В дальнейшем мы будем пользоваться формулой:

$$A_m = -20 \lg \sqrt{\frac{J_0}{J}}. \quad (12)$$

На рис. 9 показано вычисленное по этой формуле ослабление сигнала за счет расходимости. Рис. 9(а) — это зависимость ослабления от высоты, а рис. 9(б) — это зависимость ослабления от времени вдоль лучей.

При вычислении ослабления предполагалось, что  $r_0 = 1$  км, в отличие от работы [20], где считалось, что  $r_0 = 1$  м. Поэтому значения на графиках в этой работе и в [20] различаются на 60 дБ.

Сначала ослабление для всех частот одинаковое, и оно быстро возрастает с ростом расстояния или времени.



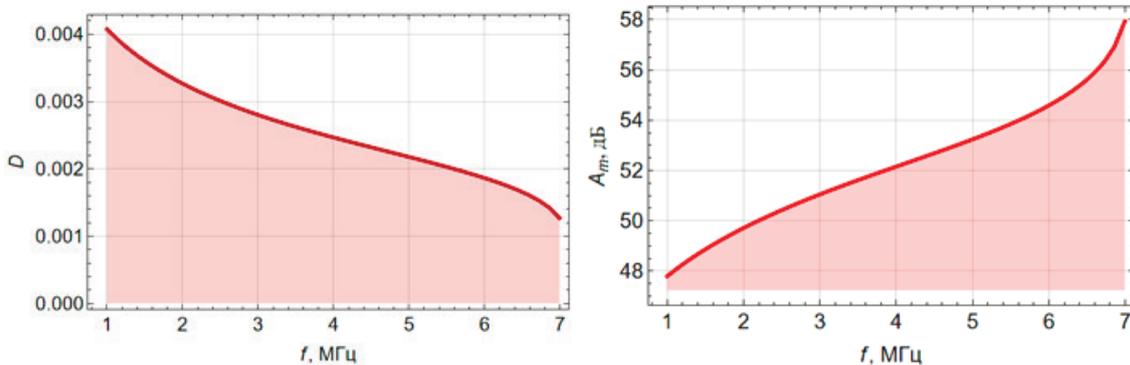
**Рис. 9.** Ослабление радиосигнала  $A_m$ , обусловленное расходимостью: а) как функция высоты  $z$ , б) как функция группового времени  $t$ .

Потом, когда луч касается каустики, ослабление резко падает (для каждого луча на своей высоте, когда луч приближается к каустике), а далее ослабление опять увеличивается и на земле составляет от 48 до 58 дБ (рис. 9(а)). Из рис. 9(б) видно, что каустики возникают для каждой частоты при определенном значении группового времени. С ростом частоты это значение увеличивается.

На рис. 10 показана расходимость, то есть зависимость корня из отношения якобианов  $D$  (рис. 10(а))

$$D = \sqrt{\frac{J_0}{J}}, \quad (13)$$

и ослабление  $A_m$  (рис. 10(б)) как функции частоты  $f$ , найденные в точке приёма сигнала.



**Рис. 10.** Зависимости от частоты  $f$ : а — расходимости  $D$ , б — ослабления радиосигнала  $A_m$ .

С ростом частоты ослабление сигнала растет, а расходимость  $D$  убывает.

Будем считать, что эффективная частота  $\nu_e$  соударений электронов известна и изначально определяется равенством [20]

$$\nu_e = 10^{b_e}, \quad b_e \approx -2.144 + 16.425 \exp(-z/85) + 0.024z - 4.093 \cdot 10^{-5} z^2 + 2.053 \cdot 10^{-8} z^3, \quad (14)$$

в котором высота  $z$  выражена в километрах. На рис. 11 показана функциональная зависимость десятичного логарифма эффективной частоты соударений ( $\lg \nu_e$ ) от высоты:

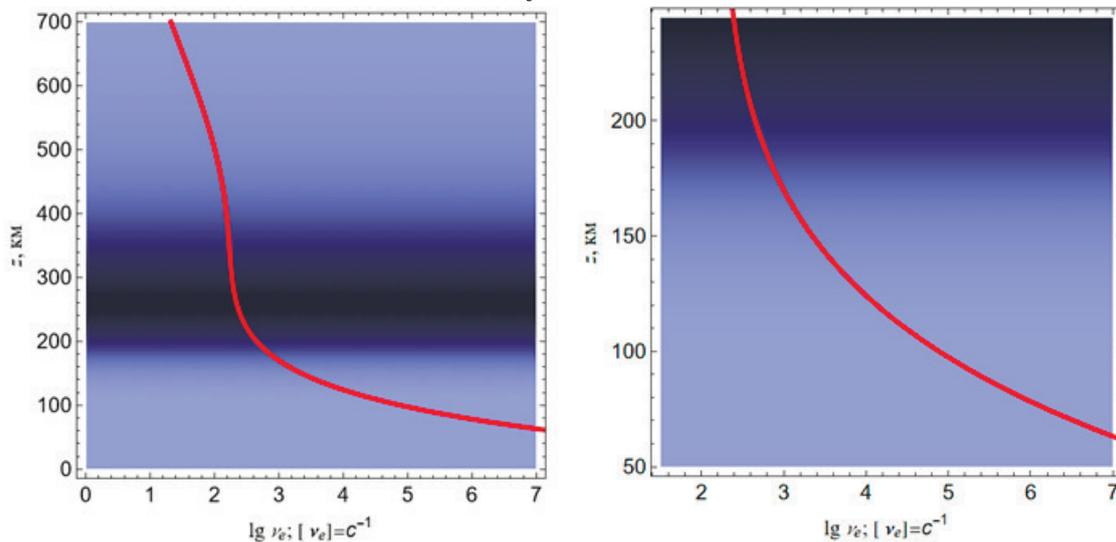


Рис. 11. Эффективная частота соударений электронов от высоты; а — полный профиль, б — фрагмент.

Так как плотность нейтральных молекул с высотой уменьшается, эффективная частота соударений электронов также быстро уменьшается с увеличением высоты  $z$ , несмотря на рост электронной концентрации (рис. 11(а)). В связи с этим для задач радиосвязи важными являются значения эффективной частоты соударений в нижней ионосфере (рис. 11(б)), которые и позволяет определить амплитудный метод.

Известно, что [17, 27]:

$$\psi(t_k) = -\frac{1}{2} \omega \int_0^{t_k} \varepsilon_m(z(t)) dt, \quad (15)$$

где

$$\varepsilon_m \approx -\frac{XZ}{1+Z^2}, \quad (16)$$

а

$$Z = \frac{\nu_e(z(t))}{\omega}. \quad (17)$$

Интеграл в формуле (15) вычисляется вдоль лучевой траектории.

На рис. 12 показана зависимость поглощения (в неперах) от частоты в точке приёма.

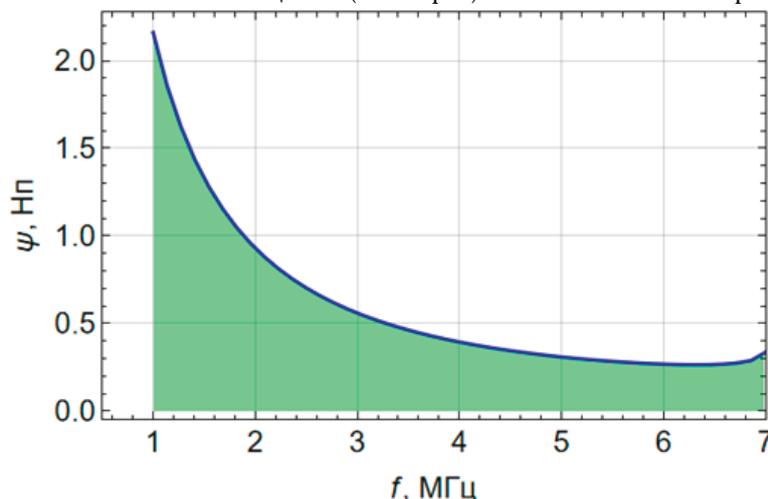


Рис. 12. Зависимость поглощения  $\psi$  от рабочей частоты  $f$ .

Видно, что поглощение с ростом частоты вплоть до точки просачивания уменьшается. Так, на частоте 1 МГц амплитуда за счет поглощения падает в 9 раз, а на частоте 6 МГц — только в 1.3 раза.

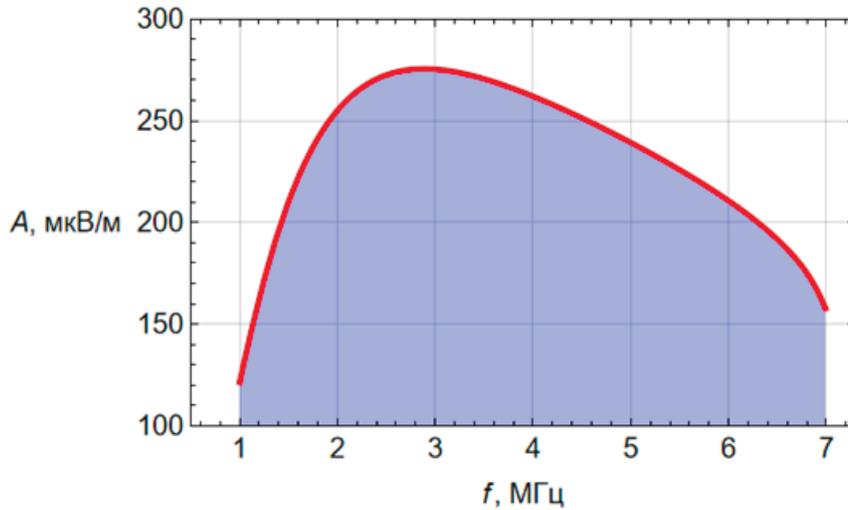


Рис. 13. Зависимость амплитуды  $A$  от рабочей частоты  $f$ .

На рис. 13 приведена зависимость амплитуды радиосигнала, рассчитанная по формуле (7). При этом предполагалось, что [28]

$$E_0 = \frac{\sqrt{30W}}{r_0}, \quad (18)$$

а мощность  $W = 1$  кВт.

Амплитуда имеет максимум в окрестности 2.5 МГц, так как, с одной стороны, расходимость растет с частотой, но с другой стороны — поглощение уменьшается.

### 3. Определение эффективной частоты соударений по амплитудным данным

Выполним численный эксперимент. Предположим, что амплитуда сигнала, начальная амплитуда  $E_0$  и расходимость известны. Найдем поглощение и восстановим эффективную частоту соударений электронов. Так как, с одной стороны, зная амплитуду, поглощение можно найти из формулы (7) (см. рис. 12)

$$\psi = -\ln \frac{A}{DE_0}, \quad (19)$$

а с другой стороны, поглощение определяется по формуле (15) и в неё входит эффективная частота соударений через  $\varepsilon_m$ , которая теперь считается неизвестной, можно получить интегральное уравнение:

$$\frac{\omega}{2} \int_0^{t_k} \varepsilon_m dt = \ln \frac{A}{DE_0}. \quad (20)$$

Предположим, что [17, 27]

$$\varepsilon_m \approx -XZ \quad (21)$$

и введём обозначения

$$V_e = \frac{4\pi e^2}{m_e}, \quad L = -\ln \frac{A}{DE_0}. \quad (22)$$

Тогда вместо уравнения (20) получаем:

$$\frac{V_e}{\omega^2} \int_0^{t_m} v_e N dt = L. \quad (23)$$

Это интегральное уравнение Вольтерра второго рода. Верхний предел интегрирования  $t_k = t_m$  — это время, за которое сигнал проходит расстояние от источника до точки отражения от ионосферы. Оно равно половине времени распространения сигнала из излучателя в приёмник и поэтому легко измеряется. Время  $t_m$  является функцией частоты. Величина  $L$  также является функцией частоты  $f$  и может быть найдена в точке приёма радиосигнала.

Эффективная частота соударений  $v_e$  и электронная концентрация  $N$  являются функциями высоты  $z$ . В свою очередь, высота  $z$  зависит от группового времени  $t$  вдоль лучевой траектории. Так как лучевые траектории для различных частот разные, то можно считать, что функция  $z_f(t)$  также зависит от частоты в (23) и вычисляется вдоль лучевой траектории.

Применим метод итераций [17, 18] для решения уравнения (23). Введем обозначение  $\Theta = \nu_e N V_c$ . Так как электронная концентрация равна нулю ниже определённой высоты, то можно предположить, что до некоторой частоты  $f_0$ , для которой время  $t_m$  равно  $t_{m0}$ , выполняется равенство:

$$\int_0^{t_{m0}} \Theta dt = 0. \quad (24)$$

Весь частотный интервал  $(f_0, f_n)$  разделим на  $n$  равных частей  $(f_0, f_1, \dots, f_j, \dots, f_n)$ . Частоту  $f_n$  выберем чуть меньше частоты просачивания волны через ионосферный слой. Функцию  $\Theta$  будем считать постоянной и равной  $\Theta_j$  на каждом интервале. Для каждой частоты  $f_j$  найдём время прохождения волны от источника до точки отражения  $t_{mj}$ . В результате получим цепочку равенств:

$$\Theta_1 = L_1 \frac{\omega_1^2}{t_{m1} - t_{m0}}, \Theta_2 = L_2 \frac{\omega_2^2}{t_{m2} - t_{m1}} - \Theta_1 \frac{t_{m1} - t_{m0}}{t_{m2} - t_{m1}}, \Theta_j = L_j \frac{\omega_j^2}{t_{mj} - t_{m,j-1}} - \sum_{i=1}^{j-1} \Theta_i \frac{t_{m,i} - t_{m,i-1}}{t_{mj} - t_{m,j-1}}, j \geq 2. \quad (25)$$

Решениями системы (25) являются величины  $\Theta_j$ . Будем считать, что функциональная зависимость электронной концентрации  $N$  от высоты  $z$  известна — например, восстановлена по зависимости задержки радиосигнала от частоты излучения. Тогда по формуле

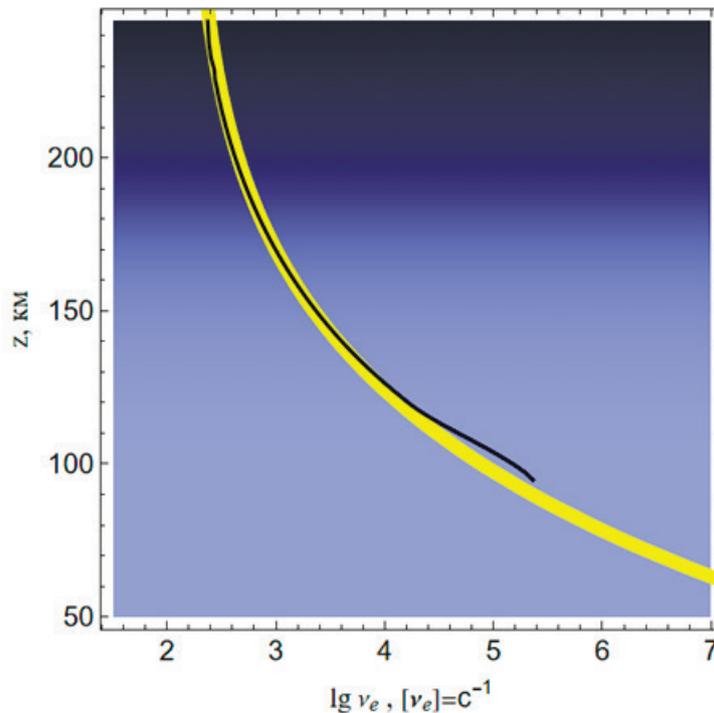
$$\nu_{ej} = \frac{\Theta_j}{N(z_f(t_{mj})) V_E} \quad (26)$$

находим эффективную частоту соударений как функцию высоты.

Описанный нами алгоритм восстановления эффективной частоты соударений электронов, обобщает на случай наклонного зондирования подход, описанный в [17, 18] для случая вертикального зондирования.

#### 4. Численные результаты восстановления высотного профиля эффективной частоты соударений

Результат восстановления высотного профиля эффективной частоты соударений электронов показан чёрной линией на рис. 14. Жёлтой широкой линией показан исходный профиль эффективной частоты соударений электронов. Видно, что на высотах более 100 км результат реконструкции показывает приемлемую точность.



**Рис. 14.** Сопоставление исходного и восстановленного высотных профилей эффективной частоты соударений.

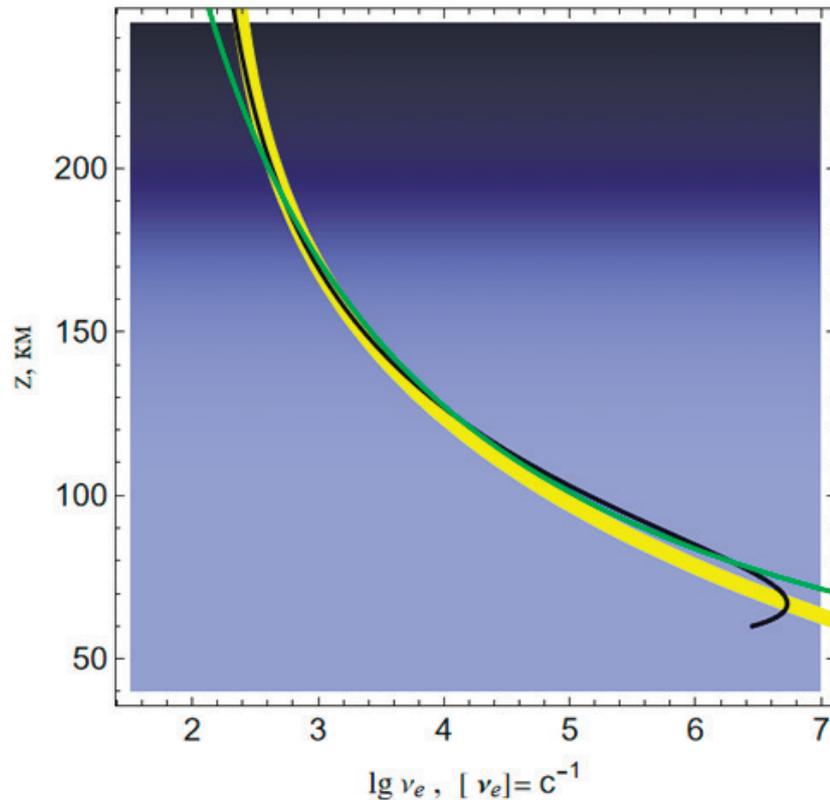
Построим методом наименьших квадратов по восстановленным данным две аппроксимации: двухпараметрическую

$$\lg \nu_e \approx 0.1731 + \frac{487.069}{z}, \quad (27)$$

и четырёхпараметрическую

$$\lg \nu_e \approx 2.64094 - \frac{483.933}{z} + \frac{119511}{z^2} - \frac{4.60491 \times 10^6}{z^3}. \quad (28)$$

Аппроксимация, полученная по формуле (27), на рис. 15 показана зелёной линией, а аппроксимация, полученная по формуле (28), чёрной линией.



**Рис. 15.** Сопоставление высотных профилей эффективной частоты соударений, полученных по аппроксимационным формулам, с исходными данными.

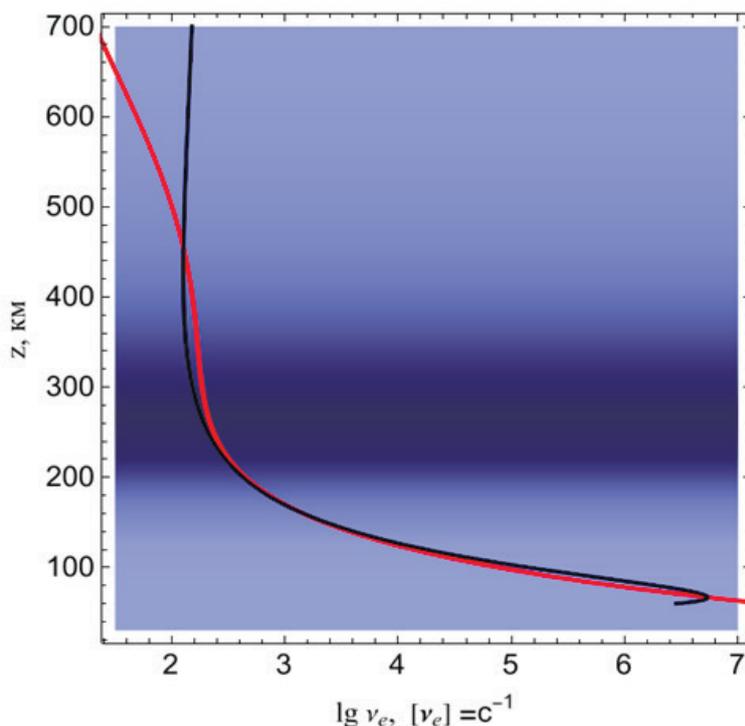
Видно, что графики, построенные по аппроксимационным формулам, хорошо ложатся на жёлтую широкую кривую (рис. 15), причём аппроксимация (27) лучше работает в нижней части кривой, и аппроксимация (28) — в верхней.

Из анализа рис. 14 и 15 следует, что аппроксимационные формулы позволяют экстраполировать оценки эффективной частоты соударений на более низкие высоты, чем те, для которых получены оценки при непосредственном вычислении.

На рис. 16 выполнено сопоставление исходной эффективной частоты соударений (красная линия) и аппроксимации, полученной по формуле (28) (чёрная линия). Из рис. 16 следует, что аппроксимационная формула неплохо работает даже при больших высотах (до 450 км). Существенные отличия возникают на высотах за пределами главного максимума ионосферного слоя.

### Заключение

Создан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов на основе данных об ослаблении радиосигналов при слабонаклонном зондировании ионосферы Земли. Координаты лучевых траекторий и волновые векторы рассчитаны методом бихарактеристик Гамильтона-Лукина. Для вычисления расходимости радиосигнала применена расширенная бихарактеристическая система Лукина. Для определения лучей, пришедших из источника в приёмник, решена задача «пристрелки». Построены графики лучевых траекторий вертикальной компоненты волновых векторов вдоль лучей как функции высоты. В точке приёма радиосигнала получены зависимости высот отражений лучей от времени прихода лучей в точки отражений, высот отражений лучей от частоты, а также зависимости времени прихода лучей в точки отражений от частоты. В точке приёма рассчитаны расходимость, поглощение и амплитуда радиосигнала как функции частоты. Установлено, что частотная зависимость амплитуды имеет максимум, так как расходимость с частотой растёт, а поглощение — падает.



**Рис. 16.** Сопоставление высотного профиля эффективной частоты соударений, полученного по четырёхпараметрической аппроксимационной формуле (28), с исходными данными.

В результате проведения численного эксперимента получено хорошее совпадение расчётных значений эффективной частоты соударений и исходных данных. Исследованы возможности экстраполяции результатов, полученных при восстановлении частотного профиля, для оценки эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 20-12-00299-П.

### Список литературы

1. Данилычев М. В., Кравченко В. Ф., Кутуза Б. Г., Чуриков Д. В. Спутниковые СВЧ радиометрические комплексы дистанционного зондирования Земли. Современное состояние и тенденции развития // Физические основы приборостроения. 2014. Т. 3. № 1(10). С. 3–25.
2. Басараб М. А., Волосюк В. К., Горячкин О. В., Зеленский А. А., Кравченко В. Ф., Ксендзук А. В., Кутуза Б. Г., Лукин В. В., Троцкий А. В., Яковлев В. П. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях. М.: ООО Издательская фирма «Физико-математическая литература», 2007. 544 с.
3. Иванов Д. В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений. Монография. Йошкар-Ола: Марийский гос. технический ун-т, 2006. 266 с.
4. Куркин В. И., Орлов И. И., Попов В. Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. М.: Наука, 1981. 124 с.
5. Andreeva, E.S., Frolov, V.L., Kunitsyn, V.E., Kryukovskii, A.S., Lukin, D.S., Nazarenko, M.O., and Padokhin, A.M. Radiotomography and HF ray tracing of the artificially disturbed ionosphere above the Sura heating facility // Radio Science. 2016. Vol. 51. Iss. 6. P. 638–644. DOI: 10.1002/2015RS005939
6. Danilkin, N.P., Denisenko, P.F., Barabashov, B.G., and Vertogradov, G.G. Electron collision frequency and HF-waves attenuation in the ionosphere // International Journal of Geomagnetism and Aeronomy. 2005. Vol. 5. Iss. 3. P. G13009. DOI: 10.1029/2004GI000081
7. Gubenko, V.N., Andreev, V.E., Kirillovich, I.A. et al. Determination of the Effective Collision Frequency of Electrons in the E and D Regions of the High-Latitude Ionosphere from Analysis of Radio Occultation Measurements // Cosmic Research. 2023. Vol. 61. Iss. 6. P. 464–470. DOI: 10.1134/S0010952523700491
8. Губенко В. Н., Андреев В. Е., Кириллович И. А., Губенко Т. В., Павельев А. А., Губенко Д. В. Коэффициент поглощения дециметровых радиоволн (~19 см) в ионосфере Земли по результатам решения обратной задачи в радиозатменных спутниковых исследованиях во время магнитной бури в июне 2015 г. // Космические исследования. 2022. Т. 60. № 6. С. 471–478.
9. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.
10. Denisenko, P.F., Noranovich, D.A. Errors in determining the vertical profile of the effective electron collision frequency from A1-method data // Geomagnetism and Aeronomy. 2000. Vol. 40. Iss. 2. P. 184.
11. Denisenko, P.F., Beloff, N., Noranovich, D.A., and Gough, M.P. Errors of ionospheric parameter diagnostics by vertical sounding method // Radio Science. 2001. Vol. 36. Iss. 5. P. 1103–1110. DOI: 10.1029/2000RS002358
12. Лебедев В. П., Подлесный А. В., Цедрик М. В., Куркин В. И. Измерение диаграммы направленности КВ антенн методом облета с привлечением беспилотного летательного аппарата DJIMATRICE 100 // В сборнике: Всероссийские открытые Арmandовские чтения. Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации,

- распространения и дифракции волн. Муром, 2022. С. 538–545.
13. Крюковский А.С., Куркин В.И., Ларюнин О.А., Лукин Д.С., Подлесный А.В., Растягаев Д.В., Черняк Я.М. Численное моделирование амплитудных карт для скорректированной модели IRI-2012 с плавными возмущениями ионосферы // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61. № 8. С. 794–799.
  14. Cedrik, M., Podlesnyi, A., and Kurkin, V. The Different Scale TIDs Diagnostics Based on Chirp-signals Amplitude Measurements Data in Vertical and Near-Vertical Ionosphere Sounding // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). 2020. P. 260–262. DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312341
  15. Podlesnyi, A., Kurkin, V., and Cedrik, M. Ionosond-MS ionosonde receiving antenna system // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). 2020. P. 263–265. DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312232
  16. Ryabova M.I., Ivanov D.V., Chernov A.A., Ovchinnikov V.V. Experimental Study of Phase-Frequency Responses of HF Radio Channels with the Use of SDR Ionosonde // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, Svetlogorsk, Russia, 2020. P. 1–4.
  17. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 2. С. 117–129.
  18. Kryukovsky, A.S., Lukin, D.S., Mikhaleva, E.V., and Rastyagaev, D.V. Application of the bi-characteristic method for reconstructing the effective frequency of electron collisions in the ionosphere // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1991. Iss. 1. P. 012001. DOI: 10.1088/1742-6596/1991/1/012001
  19. Kryukovsky, A.S., Lukin, D.S., Mikhaleva, E.V., Popchenko, O.V., and Rastyagaev, D.V. Diagnostics of the Effective Frequency of Electronic Collisions in the Ionosphere Based on Analysis of the Amplitude Characteristics of Continuous Linear Frequency Modulated Radio Signals // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). Moscow, Russia, 2020. P. 211–215. DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312352
  20. Крюковский А.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Амплитудный метод диагностики частоты соударений в ионосфере Земли методом бихарактеристик // Всероссийская открытая научная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн». Муром, 2024. С. 59–70. DOI: 10.24412/2304-0297-2024-1-59-70
  21. Hamilton, W.R. On a general method of expressing the paths of light, and of the planets, by the coefficients of a characteristic function. Hardy, 1833. 34 p.
  22. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические исследования. 1967. Т. 5. № 4. С. 593–600.
  23. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И. Моделирование поля в окрестности каустик обыкновенной и необыкновенной волн при ионосферном распространении // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 12. С. 1160–1169.
  24. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Моделирование распространения частотно-модулированного излучения в анизотропной ионосферной плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2017. Т. 22. № 5. С. 4–11.
  25. Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в неоднородной и нелинейной среде // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14. № 9. С. 1673–1677.
  26. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028–1034.
  27. Kryukovsky, A.S., Mikhaleva, E.V., Lukin, D.S., and Rastyagaev, D.V. Mathematical simulation of the reconstruction of the effective electron collision frequency based on the amplitude data of the ordinary and extraordinary waves // 8th All-Russian Microwave Conference. 2022. P. 334–336. DOI: 10.1109/RMC55984.2022.10079395
  28. Поляков В.Т. Волновая теория методов дистанционного зондирования. М.: МИИГАиК, 1981. 88 с.

Поступила 28 июля 2024 г.

## AMPLITUDE METHOD FOR DIAGNOSING THE FREQUENCY OF COLLISIONS IN THE EARTH'S IONOSPHERE USING THE BICHARACTERISTICS METHOD

KRYUKOVSKY A.S., MIKHALEVA E.V., AND RASTYAGAEV D.V.

Russian New University

doi: 10.25210/jfop-2403-MSYKDH | edn: MSYKDH

Based on the data on the radio signal amplitude during weakly-oblique sounding of the Earth's ionosphere, a method for reconstructing the effective frequency of electron collisions has been developed. The bi-characteristic method has been used to determine the ray trajectories and wave vectors, and the extended Lukin bi-characteristic system has been used to calculate the radio signal divergence. A numerical experiment has been conducted. A good match has been obtained between the initial values of the effective frequency of collisions and the calculated values. The possibilities of extrapolating the obtained results when reconstructing the profile of the effective frequency of electron collisions were investigated.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 535.36, 534.23

ОБ УПРУГООПТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ  
ЛИНЕЙНЫХ ИЗОТРОПНЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-ZRSDEL | edn: ZRSDEL

**Никитин П. А.** — к.ф.-м.н., с.н.с., Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Москва. E-mail: nikitin.pavel.a@gmail.com

**Пожар В. Э.** — д.ф.-м.н., проф., зав. отд., Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Москва. E-mail: vitold@ntcup.ru

**Аннотация**

В работе рассматривается теория фотоупругости на примере линейных изотропных диэлектриков. На основе базовых соотношений получено выражение для упругооптической постоянной через диэлектрическую восприимчивость. Для трёх фазовых состояний диэлектриков выведены формулы для расчёта упругооптической постоянной только на основе значения диэлектрической постоянной. Сделана оценка для максимального значения упругооптической постоянной в указанных средах.

**Ключевые слова:** фотоупругий эффект, упругооптическая постоянная, газ, жидкость, диэлектрик

**Abstract**

The paper deals with the theory of photoelasticity on the example of linear isotropic dielectrics. On the basis of basic relations, an expression for the elastic-optical constant through dielectric susceptibility is derived. For three phase states of dielectrics, formulas for the calculation of the elastic-optical constant only on the basis of the value of the dielectric constant are derived. The maximum value of the elastic-optical constant in these media is estimated.

**Keywords:** photoelastic effect, elastic-optical constant, gas, liquid, dielectric

**Введение**

В современных устройствах оптической обработки информации большое распространение получило использование акустооптического эффекта. Этот эффект основан на явлении фотоупругости: ультразвуковая волна формирует в среде периодическую фазовую структуру, на которой происходит дифракция излучения. Свойства указанной структуры можно изменять, а быстродействие определяется временем, за которое звук проходит сечение светового пучка. Благодаря этому устройства, основанные на акустооптическом эффекте, лёгкие, компактные, энергоэффективные и имеют лишь электронную перестройку без механических движущихся частей, что обеспечивает их высокую надёжность.

Теория фотоупругости развита достаточно давно. Достаточно вспомнить, что само явление фотоупругости было открыто около 200 лет назад Т.И. Зеебеком и Д. Брюстером [1]. Это явление состоит в изменении показателя преломления среды при её деформации и обусловлено несколькими факторами: 1) деформация электронных оболочек молекул; 2) изменение ориентации молекул и др. Акустооптический же эффект был предсказан Бриллюэном и открыт независимо Люка и Бикаром, а также Дебаем и Сирсом, лишь относительно недавно, примерно 100 лет назад [2]. Данный эффект может быть реализован в газах, жидкостях и кристаллах. Отметим, что используемые модели отличались друг от друга по сложности, а научные коллективы работали, как правило, только с одной из указанных фаз среды. Поэтому разработанные теории отличаются как математически аппаратом, так и используемой терминологией. Так для жидкостей и газов обычно использовался «упругооптический коэффициент», равный произведению плотности среды и частной производной показателя преломления по плотности [3]. Для кристаллических же сред использовалась «упругооптическая постоянная» [4] (или иногда «фотоупругая постоянная» [5], что с лингвистической точки зрения не совсем корректно), являющаяся коэффициентом пропорциональности между безразмерной деформацией и вызванном ей изменением диэлектрической непроницаемости. Для унификации нужно выбрать одну рабочую терминологию. Устройств на основе кристаллических сред на порядок больше, чем устройств на основе жидкостей, и, кроме этого, использование кристаллических сред существенно улучшает характеристики таких устройств, а также позволяет реализовать режимы работы, недоступные при использовании жидкостей. На основании этого целесообразно использовать «упругооптическую постоянную».

Существует множество моделей, связывающих диэлектрическую проницаемость с плотностью среды и позволяющих вычислить упругооптическую постоянную. В [6] представлен первый обзор применения таких моделей к акустооптическому эффекту и сравнение с экспериментальными данными для около 100 жидкостей, а точность оценки упругооптической постоянной относительно экспериментальных значе-



ний составляла около 10%. Целью же данной работы является вывод аналитического выражения для упругооптической постоянной диэлектриков, исходя из первопринципов теории фотоупругости. Поскольку в общем виде сделать это затруднительно, то в качестве сред были выбраны газы, жидкости и твёрдые изотропные диэлектрики.

### 1. Теория фотоупругости

В теории фотоупругости центральное место занимает диэлектрическая непроницаемость  $B$  — величина, равная обратному значению диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  [7, 8]

$$B = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{1 + 4\pi\chi}, \quad (1)$$

где  $\chi$  — диэлектрическая восприимчивость.

Как известно, фотоупругий эффект заключается в изменении диэлектрической непроницаемости  $B$  при деформации среды [9]

$$\Delta B = pS, \quad (2)$$

где  $S$  — относительная деформация,  $p$  — упругооптическая постоянная.

Если учесть, что относительная деформация при конечном растяжении или сжатии равна  $S = \Delta n / n$ , где  $n$  — концентрация молекул, то из (1) и (2) можно получить следующее выражение для упругооптической постоянной  $p$

$$p = \frac{\Delta B}{S} = n \frac{\Delta B}{\Delta n} = n \frac{\partial B}{\partial n} = n \frac{4\pi}{(1 + 4\pi\chi)^2} \frac{\partial \chi}{\partial n}, \quad (3)$$

где нами был использован предельный переход от конечной деформации к бесконечно малой.

Далее будет продемонстрирован принцип расчёта  $\chi$  как функции от  $n$ , а также получены аналитические соотношения.

### 2. Диэлектрическая восприимчивость

Согласно известной теории для линейных диэлектриков, в среде можно выделить некоторую область вокруг одной молекулы. Далее делаются следующие общие утверждения:

1) макроскопическое поле  $\mathbf{E}$  представить в виде суммы среднего поля  $\langle \mathbf{E}_{mol} \rangle$ , обусловленного наведённой поляризацией молекулы, и среднего поля  $\langle \mathbf{E} \rangle$  остальных молекул [8]

$$\mathbf{E} = \langle \mathbf{E} \rangle + \langle \mathbf{E}_{mol} \rangle. \quad (4)$$

2) дипольный момент  $\mathbf{i}$  молекулы наводится за счёт  $\langle \mathbf{E} \rangle$  [8]

$$\mathbf{i} = \alpha \langle \mathbf{E} \rangle, \quad (5)$$

где  $\alpha$  — поляризуемость одной молекулы.

3) поляризация вещества  $\mathbf{P}$  пропорциональна концентрации молекул  $n$  и дипольному моменту  $\mathbf{i}$  одной молекулы, если считать все молекулы одинаковыми [8]:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{i}, \quad (6)$$

4) поле  $\langle \mathbf{E}_{mol} \rangle$  определяется поляризацией вещества  $\mathbf{P}$  и связана с ней линейным законом

$$\langle \mathbf{E}_{mol} \rangle = -b4\pi\mathbf{P}, \quad (7)$$

где  $b$  — коэффициент пропорциональности, который зависит от формы молекулы (для неполярной молекулы, имеющей шарообразное облако электронов, этот коэффициент равен  $b = 1/3$ , а поляризуемость  $\alpha$  пропорциональна кубу радиуса этого облака [8]).

После нескольких несложных алгебраических преобразований можно получить следующее известное соотношение для поляризации вещества  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P} = \frac{n\alpha}{1 - 4\pi bn\alpha} \mathbf{E}. \quad (8)$$

Для линейных изотропных диэлектриков по определению  $\mathbf{P} = \chi\mathbf{E}$ . Поэтому диэлектрическая восприимчивость  $\chi$  связана с концентрацией молекул  $n$  следующим образом (хорошо известным для  $b = 1/3$  [10])

$$\chi = \frac{n\alpha}{1 - 4\pi bn\alpha}. \quad (9)$$

Если диэлектрик является полярным, то поляризуемость одной молекулы (обозначим здесь её через  $\alpha_0$ ) имеет добавку, зависящую от температуры  $T$  [11]

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\mu_{mol}^2}{3kT}, \quad (10)$$

где  $\mu_{mol}$  — собственный дипольный момент молекулы.

Важно также отметить, что для твёрдых изотропных полярных диэлектриков поляризуемость  $\alpha$  зависит от относительной деформации  $S$  и, как следствие, от концентрации молекул  $n$  [12, 13].

### 3. Упругооптическая постоянная

#### 3.1. Газы

Для газов можно считать, что  $n\alpha \ll 1$ . Тогда в первом приближении выражение для диэлектрической восприимчивости  $\chi$  имеет вид

$$\chi = n\alpha. \quad (11)$$

Как видно, полученное соотношение является линейным, что существенно упрощает дальнейший анализ. Подставляя (11) в (3) и учитывая, что

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi = 1 + 4\pi n\alpha, \quad (12)$$

а также выражая из (12)  $n\alpha$  через диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$ , мы приходим к соотношению для упругооптической постоянной  $p$

$$p_{\text{gas}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon^2}. \quad (13)$$

Для сильно разреженных газов диэлектрическая проницаемость близка к единице  $\varepsilon = 1 + \delta\varepsilon$ , где  $\delta\varepsilon \ll 1$ . В этом случае в линейном приближении можно считать, что

$$p_{\text{gas}} = \delta\varepsilon. \quad (14)$$

#### 3.2. Жидкости

В случае жидкостей, согласно (9), зависимость диэлектрической восприимчивости  $\chi$  от концентрации молекул  $n$  является принципиально нелинейной. Для расчёта упругооптической постоянной подставим (9) в (3)

$$p_{\text{liquid}} = -\frac{4\pi\alpha n}{[1 + 4\pi(1-b)n\alpha]^2}. \quad (15)$$

Далее перепишем уравнение (9), выразив диэлектрическую восприимчивость  $\chi$  через диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$

$$\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} = \frac{n\alpha}{1 - 4\pi b n\alpha} \quad (16)$$

и, выразив из (16)  $n\alpha$  через  $\varepsilon$ , подставим в (15)

$$p_{\text{liquid}} = \frac{(\varepsilon - 1)[1 + b(\varepsilon - 1)]}{\varepsilon^2}. \quad (17)$$

#### 3.3. Твёрдые изотропные диэлектрики

Для полярных твердых изотропных диэлектриков необходимо учесть эффект изменения поляризуемости молекулы при деформации, т.е.  $\beta = \beta(n)$ . В этом случае выражение для упругооптической постоянной усложняется

$$p_{\text{solid}} = -\frac{4\pi n\alpha}{[1 + 4\pi(1-b)n\alpha]^2} (1 + \lambda), \quad (18)$$

где  $\lambda$  — параметр деформационной поляризации, который часто используется в литературе [12, 13]

$$\lambda \equiv \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial S} = -\frac{n}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial n}. \quad (19)$$

Переходя от поляризуемости  $\beta$  и концентрации  $n$  к диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ , приходим к следующему выражению для упругооптической постоянной

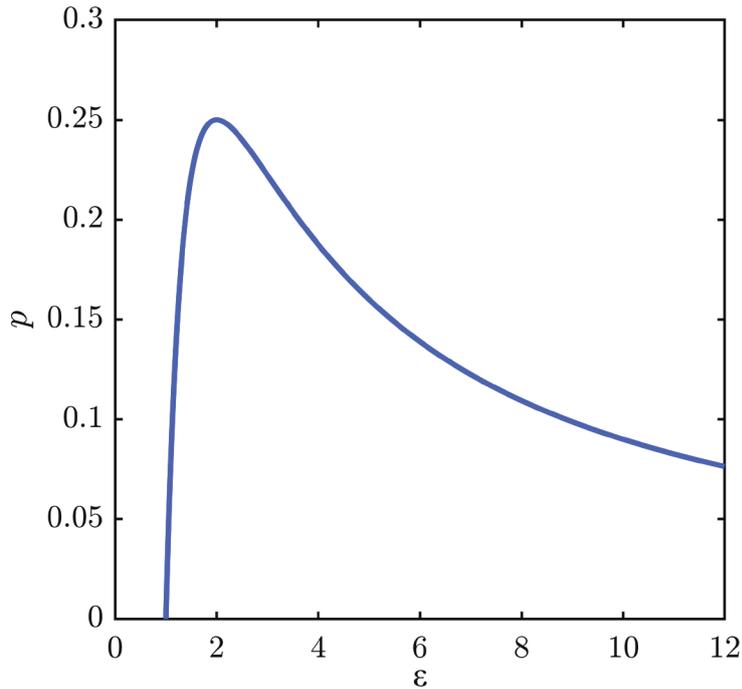
$$p_{\text{solid}} = \frac{(\varepsilon - 1)[1 + b(\varepsilon - 1)]}{\varepsilon^2} (1 - \lambda). \quad (20)$$

### 4. Обсуждение результатов

Для анализа полученных формул, построим график зависимости упругооптической постоянной  $p$  неполярных газов от диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  по формуле (13). Как видно из рис. 1, эта зависимость имеет один ярко выраженный максимум.

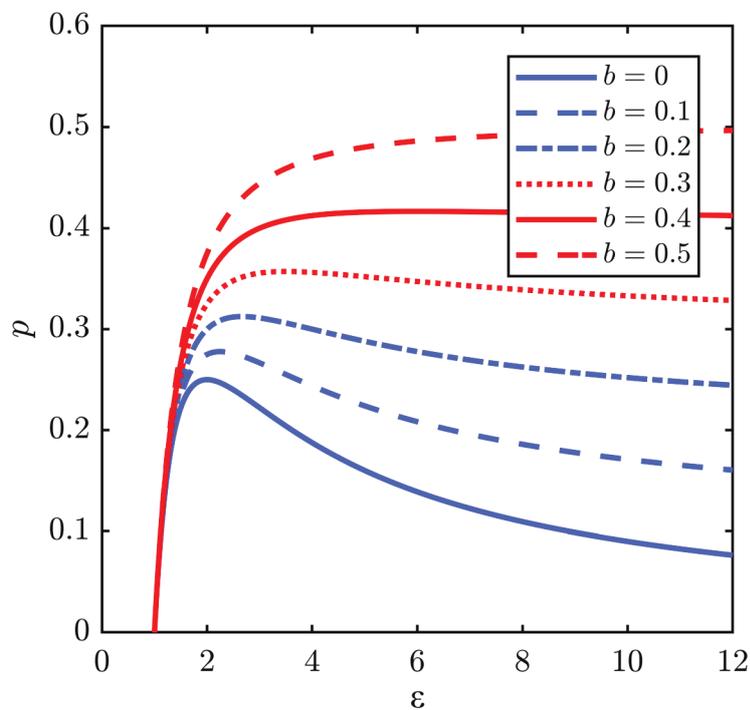
Положение максимума функции  $p(\varepsilon)$  определяется из равенства нулю производной

$$\varepsilon_{\text{opt}} = 2, \quad \max(p_{\text{gas}}) = 0.25. \quad (21)$$



**Рис. 1.** Зависимость упругооптической постоянной неполярных газов от диэлектрической постоянной.

Несмотря на то, что для неполярных жидкостей формула (17) для расчёта упругооптической постоянной  $p$  сложнее, чем (13) для газов, характер зависимости  $p(\epsilon)$  качественно остаётся таким же, что видно из рис. 2. Отметим, что при  $b = 1/3$  для шарообразных молекул формула (17) переходит в известную формулу Лорентц-Лоренца [6].



**Рис. 2.** Зависимость упругооптической постоянной неполярных жидкостей от диэлектрической постоянной.

Анализ показывает, что для неполярных жидкостей максимальное значение  $\max(p)$  упругооптической постоянной и соответствующее ему оптимальное значение  $\epsilon_{\text{opt}}$  диэлектрической постоянной определя-

ются следующими соотношениями:

$$\varepsilon_{\text{opt}} = \frac{2(1-b)}{1-2b}, \quad \max(p_{\text{liquid}}) = \frac{1}{4(1-b)}. \quad (22)$$

Рассмотрим более детально полученные выражения для упругооптической постоянной.

Сравнивая (17) и (13), а также (20) и (17), нетрудно выделить добавку к упругооптической постоянной жидкости относительно газов и добавку к упругооптической постоянной твёрдых изотропных диэлектриков относительно жидкостей

$$p_{\text{liquid}} = p_{\text{gas}} \left( 1 + \frac{b(\varepsilon - 1)^2}{\varepsilon^2} \right), \quad p_{\text{solid}} = p_{\text{liquid}} (1 - \lambda). \quad (23)$$

Отметим, что значения деформационной поляризации  $L$  полярных кристаллических диэлектриков сильно варьируются между различными кристаллами (1.1–1.3 для ZnO, ZnS и CdS [12] и 0.4–0.7 для щелочных галоидных соединений [13]), что влияет не только на абсолютное значение упругооптической постоянной  $p$ , но и на её знак.

Дадим также комментарий по поводу коэффициента  $b$ . Если молекула имеет шарообразную форму, то, как известно,  $b = 1/3$  [8, 10]. Рассмотрим другой случай, когда молекулы имеют форму тонкой пластины и ориентированы таким образом, что для всех молекул нормаль к плоскости параллельна внешнему полю. Ориентация молекул может быть обеспечена, например, за счёт использования ультразвуковой волны. Тогда можно воспользоваться известной формулой для напряжённости поля в плоском конденсаторе и затем рассчитать коэффициент  $b$  по соотношению (7):

$$\langle E_{\text{mol}} \rangle = \sigma = P, \quad b = \frac{1}{4\pi}, \quad (24)$$

где  $\sigma$  — поверхностная плотность зарядов.

Наиболее вероятно, что значения коэффициента  $b$  в обоих рассмотренных случаях являются предельными, т.е. ограничивают диапазон возможных значений. Как следует из рис. 2, чем больше значение  $b$ , тем больше максимальная упругооптическая постоянная  $\max(p)$ . Поэтому, подставляя  $b = 1/3$  в формулу (22), можно оценить  $\max(p)$

$$\varepsilon_{\text{opt}} = 4, \quad \max(p_{\text{liquid}}) = 0.375, \quad (25)$$

что, как следует из [6], совпадает с результатами для модели Лорентц-Лоренца, в то время как другие модели дают меньшую оценку для  $\max(p)$ .

Интересен тот факт, что упругооптическая постоянная  $p$  газов и жидких диэлектриков определяется только диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  и не зависит от поляризуемости молекул  $\alpha$ . Кроме этого, из всего вышесказанного следует важный вывод о принципиальной ограниченности значения упругооптической постоянной диэлектриков. Отметим, что это утверждение справедливо только для спектральных диапазонов, в которых диэлектрическая проницаемость больше единицы  $\varepsilon > 1$ . В то же время, согласно полученным формулам, в диапазоне  $\varepsilon < 1$  можно получить сколь угодно большое значение упругооптической постоянной. Однако в этом нет противоречия. Дело в том, что  $\varepsilon < 1$  соответствует области непрозрачности и у диэлектрической проницаемости есть значительная мнимая часть, которая не учитывается в рассматриваемой модели фотоупругости и, кроме этого, поляризуемость  $\alpha$  также резонансно зависит от длины волны излучения [14]. Тем не менее, мы считаем, что исследования в этом направлении позволили бы существенно расширить теорию фотоупругости.

### Заключение

В работе продемонстрировано, как можно рассчитать упругооптическую постоянную на основании зависимости диэлектрической восприимчивости от концентрации молекул. Для трёх фаз полярных и неполярных изотропных диэлектриков получены аналитические выражения для упругооптической постоянной. Показано, что упругооптическая постоянная определяется только диэлектрической проницаемостью, а также формой молекул. Определено максимальное значение упругооптической постоянной в диапазоне прозрачности. Также выдвинута гипотеза, что исследования в диапазоне непрозрачности позволят получить важные и интересные научные результаты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания Научно-технологического центра уникального приборостроения РАН (НТЦ УП РАН). Результаты работы получены с использованием оборудования Центра коллективного пользования НТЦ УП РАН [НТИРФ ID: 456451, <https://ckp.ntcup.ru/>].

## Список литературы

1. *Aben, H.* On the role of T. J. Seebeck in the discovery of the photoelastic effect in glass // *Proc. Estonian Acad. Sci. Eng.* 2007. Vol. 13. Iss. 4. P. 283–294. DOI:10.3176/eng.2007.4.03
2. *Omidali, M., Mardanshahi, A., Sarestoniemi, M., Zhao, Z., Myllyla, T.* Acousto-optics: recent studies and medical applications // *Biosensors.* 2023. Vol. 13. Iss. 2. P. 186. DOI:10.3390/bios13020186
3. *Uchida, N.* Elastooptic coefficient of liquids determined by ultrasonic light diffraction method // *Jpn. J. Appl. Phys.* 1968. Vol. 7. Iss. 10. P. 1259–1266.
4. *Sando, D., Yang, Y., Bousquet, E., Carretero, C., Garcia, V., Fusil, S., Dolfi, D., Barthelemy, A., Ghosez, Ph., Bellaiche, L., Bibes, M.* Large elasto-optic effect and reversible electrochromism in multiferroic BiFeO<sub>3</sub> // *Nat. Commun.* 2016. Vol. 7. P. 10718. DOI: 10.1038/ncomms10718
5. *Dickmann, J., Meyer, J., Gaedtke, M., Kroker, S.* Temperature-dependent photo-elastic coefficient of silicon at 1550 nm // *Sci. Rep.* 2023. Vol. 13. P. 19455. DOI:10.1038/s41598-023-46819-0
6. *Nikitin, P.A., Pozhar, V.E.* Evaluation of the acousto-optic figure of merit and the maximum value of the elasto-optic constant of liquids // *Materials.* 2024. Vol. 17. Iss. 12. P. 2810. DOI:10.3390/ma17122810
7. *Rouvaen, J.M., Ghazaleh, M.G., Bridoux, E., Torquet, R.* On a general treatment of acousto-optic interactions in linear anisotropic crystals // *Journal of Applied Physics.* 1979. Vol. 50. Iss. 8. P. 5472–5477. DOI:10.1063/1.326599
8. *Bottcher, C.J.F.* Theory of electric polarization: Dielectrics in static fields. Amsterdam: Elsevier, 1978. 378 p.
9. *Narasimhamurty, T.S.* Photoelastic and electro-optic properties of crystals. NY: Springer. 1981.
10. *Zahn, M.* Electromagnetic field theory: a problem solving approach. Malabar, FL: Krieger Publishing Company, 2003. 723 p.
11. *Putintsev, N.M., Putintsev, D.N.* The permittivity of polar dielectrics // *Russ. J. Phys. Chem.* 2007. Vol. 81. Iss. 4. P. 572–576. DOI: 10.1134/S0036024407040127
12. *Dikshit, U.C., Kumar, M.* Volume dependence of effective charge parameter and photoelastic behaviour of alkali halide crystals // *Physica Status Solidi (b).* 1992. Vol. 171. Iss. 2. P. 429–436. DOI:10.1002/pssb.2221710213
13. *Shanker, J., Sharma, H.P., Sharma, O.P., Sharma, J.C.* Theory of the photoelastic effect in ZnO, ZnS and CdS crystals // *Solid State Communications.* 1977. Vol. 22. Iss. 7. P. 401–404. DOI:10.1016/0038-1098(77)90111-9
14. *Loiko, P., Major, A.* Dispersive properties of alexandrite and beryllium hexaaluminate crystals // *Opt. Mater. Express.* 2016. Vol. 6. Iss. 7. P. 2177–2183. DOI:10.1364/OME.6.002177

**Поступила 19 сентября 2024 г.**

## ABOUT ELASTO-OPTIC CONSTANTS OF LINEAR ISOTROPIC DIELECTRICS

NIKITIN P.A., POZHAR V.E.

Scientific and Technological Centre of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences

doi: 10.25210/jfop-2403-ZRSDEL | edn: ZRSDEL

The paper deals with the theory of photoelasticity on the example of linear isotropic dielectrics. On the basis of basic relations, an expression for the elastic-optical constant through dielectric susceptibility is derived. For three phase states of dielectrics, formulas for the calculation of the elastic-optical constant only on the basis of the value of the dielectric constant are derived. The maximum value of the elastic-optical constant in these media is estimated.

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ  
В АКУСТООПТИКЕ И РАДИОФИЗИКЕ

УДК 621.391.01

АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО  
ПОСИМВОЛЬНОГО ПРИЕМА  
ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ С Пониженной  
СЛОЖНОСТЬЮ РЕАЛИЗАЦИИ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-EWLACU | edn: EWLACU

**Назаров Л. Е.** — д.ф.-м.н., гл. научный сотрудник, Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва. E-mail: levnaz2018@mail.ru**Батанов В. В.** — вед. инженер, Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва.**Аннотация**

Дано описание алгоритма оптимального посимвольного приема информационно-емких цифровых сигналов с пониженной сложностью программной реализации. Выполнение алгоритма основано на использовании экономичного представления чисел формата float, что снимает ограничение на динамический диапазон сигнал/помеха, на длину кодовых слов и на тип сигнальных «созвездий». Приведены результаты исследований помехоустойчивости рассматриваемого модифицированного алгоритма оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций на основе сигнальных «созвездий» цифровых сигналов с многофазовой манипуляцией, интенсивно используемых в приложениях, и простого корректирующего кода с проверкой на четность в недвоичных полях Галуа.

**Ключевые слова:** цифровые сигналы, поля Галуа, посимвольный прием, помехоустойчивость

**Abstract**

A description of the algorithm for optimal symbol-by-symbol reception of digital signals with reduced complexity of software implementation is given. The implementation of the algorithm is based on the use of an economical representation of numbers in the float format, which removes restrictions on the dynamic signal/noise range, on the length of codewords and on the type of signal “constellations”. The results of studies of the noise-immunity of the considered modified algorithm for optimal symbol-by-symbol reception of signal structures based on signal “constellations” of digital signals with multiphase shift keying intensively used in applications and on the simple correction code with parity checking in non-binary Galois fields are presented.

**Keywords:** digital signals, non-binary Galois fields, symbol-by-symbol decoding, noise-immunity

**Введение**

Для обеспечения требуемых информационных скоростей передачи при ограниченной частотной полосе используется класс информационно-емких цифровых сигналов [1–3]. Их основными характеристиками являются частотная эффективность  $m$ , которая определяется объемом  $M = 2^m$  соответствующих сигнальных «созвездий», и средняя вероятность ошибки на символ «созвездия»  $P_c$  [2]. Частный класс данных сигналов представляется цифровыми сигналами с многофазовой манипуляцией (ФМ–М), интенсивно используемыми в приложениях различного назначения [2].

При увеличении объема «созвездий» (при увеличении параметра  $m$ ) наблюдается деградация помехоустойчивости передачи информации (увеличивается вероятность ошибки  $P_c$ ) при фиксированной энергии сигналов на бит  $E_a$  [2, 3]. Это обуславливает требование к повышению помехоустойчивости передачи информации по каналам с шумами и с искажениями с использованием этого класса цифровых сигналов [2, 4, 5].

Перспективное направление решения данной проблемы представляет использование сигнальных конструкций на основе рассматриваемого класса сигналов и корректирующего кодирования в недвоичных полях Галуа с размерностью, совпадающей с объемом «созвездий», в сочетании с алгоритмами посимвольного приема [6–9]. При реализации алгоритмов посимвольного приема минимизируется средняя вероятность ошибочного приема  $P_c$  в отличие от алгоритмов приема максимального правдоподобия, минимизирующих вероятность ошибки на кодовое слово (на дискретное сообщение).

В работах [8–10] приведено описание разработанного алгоритма оптимального посимвольного приема. Результаты исследований показывают сложность его реализации из-за высокой требуемой разрядности представления чисел при вычислениях [11].



Актуальной проблемой является модификация рассматриваемого алгоритма оптимального посимвольного приема с целью снижения сложности его реализации и исследование помехоустойчивости результирующего алгоритма.

### 1. Постановка задачи

Введем обозначение  $\vec{A} = (a_i; 0 \leq i \leq k-1)$  — последовательность  $k$  информационных символов как элементов поля Галуа  $GF(2^m)$ , формируемого по модулю неприводимого примитивного многочлена  $\gamma(x)$  степени  $m$ . Элементы поля  $a_i$  представляются многочленами  $a_i = \sum_{p=0}^{m-1} \alpha_p(a_i)x^p$ ,  $\alpha_p(a_i) \in GF(2)$  [1,12]. Соответствующее кодовое слово корректирующего кода в поле  $GF(2^m)$  задается как  $\vec{B} = \vec{A} \cdot H$ ;  $H$  — порождающая матрица кода с размером  $n \times k$ ;  $n$  — длина кодовых слов;  $r = n - k$  — параметр избыточности кода (число проверочных символов); арифметические вычисления выполняются в используемом поле Галуа [12]. Для корректирующих кодов в систематическом виде выполняются условия  $b_i = a_i$ ,  $i = 0, \dots, k-1$ .

Символы  $b_i$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ) кодового слова  $\vec{B}$  сопоставляются цифровым сигналам с «созвездием» объемом  $2^m$ , передаваемым по каналам передачи.

На вход приемника поступает реализация  $\vec{Y} = (\dot{y}_l; 0 \leq l \leq n-1)$ , где  $\dot{y}_l$  — комплексные отсчеты с выхода демодулятора сигналов. При выполнении оптимального посимвольного приема принимается решение относительно символов  $\hat{b}_i$  с использованием правила [10]

$$\hat{b}_i = \max_{\hat{a} \in GF(2^m)} (\Pr(b_i = \hat{a} | \vec{Y})), \quad (1)$$

$\Pr(b_i = \hat{a} | \vec{Y})$  — апостериорные вероятности передаваемых символов.

В работах [8–10] приведено описание разработанного алгоритма вычисления  $\Pr(b_i = \hat{a} | \vec{Y})$ , дан анализ его свойств. Значимым ограничением при реализации алгоритма является требование представления чисел высокого порядка при вычислениях, который зависит от ряда параметров: от отношения сигнал/помеха, от длины кодовых слов  $n$ , от объема «созвездия» используемых сигналов. При моделировании алгоритма ограничивался диапазон значений чисел, что снижало помехоустойчивость алгоритма приема [11].

Цель работы — модификация рассматриваемого алгоритма оптимального посимвольного приема с пониженной сложностью реализации за счет снятия ограничения на диапазон значений чисел при вычислениях и исследование помехоустойчивости результирующего алгоритма для ряда информационно-емких цифровых сигналов ФМ-М.

### 2. Алгоритм оптимального посимвольного приема цифровых сигналов в полях $GF(2^m)$

Одной из основных характеристик цифровых сигналов  $s(t)$  является коэффициент их частотной эффективности  $m = \log_2 M$  (бит/с/Гц), определяющий максимальную информационную скорость передачи без корректирующего кодирования  $R = m\Delta F$  (бит/с) для канала с частотной полосой  $\Delta F$  [2].

Рассматриваемые сигналы  $s(t)$  задаются соотношением [2]

$$s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i U(t) \cos(2\pi ft + \phi_i), \quad (2)$$

$f$  — центральная частота;  $U(t) = 1$  при  $iT \leq t < (i+1)T$ , иначе  $U(t) = 0$ ;  $A_i$ ,  $\phi_i$  — амплитуда и фаза радиоимпульсов  $s_i(t)$  в составе  $s(t)$ , задающие «созвездия»;  $T$  — длительность  $s_i(t)$ .

Цифровые сигналы (2) формируются, отображая  $m$  двоичных символов  $\alpha_p(b_i)$  ( $p = 0, 1, \dots, m-1$ ) в символы комплексных огибающих  $\dot{V}_i = A_i \exp(j\phi_i)$  «созвездия» [2]. На рис. 1 приведен пример сигнального «созвездия» цифровых сигналов ФМ-16, даны правила отображения  $m$  двоичных символов в символы комплексных огибающих «созвездий».

Выражение для апостериорных вероятностей  $\Pr(b_j = \beta | \vec{Y})$  имеет вид [10]:

$$\Pr(b_j = \beta | \vec{Y}) = \sum_{\vec{B}: b_j = \beta} \Pr(\vec{B} | \vec{Y}) = \sum_{\vec{B}: b_j = \beta} \frac{\Pr(\vec{B})}{p(\vec{Y})} p(\vec{Y} | \vec{B}). \quad (3)$$

Здесь  $\Pr(\vec{B} | \vec{Y})$  — условная вероятность кодового слова  $\vec{B}$  для реализации  $\vec{Y}$ .

Для канала без памяти выполняется условие  $p(\vec{Y} | \vec{B}) = \prod_{j=0}^{n-1} p(\dot{y}_j | b_j)$ . Сообщения  $\vec{B}$  полагаются равновероятными  $\Pr(\vec{B}) = 2^{-mk}$ .

Сложность вычисления  $\Pr(b_i = \hat{a} | \vec{Y})$  с использованием (3) определяется требуемым объемом вычислительных операций  $P_1 \approx 2^{mk}$  и даже для малых значений  $m, k$  представляет трудоемкую задачу.

В работах [8–10] приведено описание производительного алгоритма вычисления  $\Pr(b_i = \hat{a} | \vec{Y})$ , не требующего вычисления полного множества  $P_1 \approx 2^{mk}$  условных вероятностей  $\Pr(\vec{B} | \vec{Y})$ . Для пояснения алгоритма приема рассматриваемого класса цифровых сигналов, включающего три шага вычислений [10], ниже дано его описание.

Шаг 1. Вычисляется множество спектральных составляющих  $C_i(r)$  в базисе Уолша-Адамара для последовательностей  $p(\dot{y}_i | \dot{V}_i)$

$$C_i(r) = \sum_{l=0..2^m-1} p(\dot{y}_i | \dot{V}_i) w_l(r), \quad r \in GF(2^m), \quad (4)$$

где  $i = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ ;  $l = 0, 1, \dots, 2^m - 1$  — номера символов в составе кодового слова;  $w_l(r)$  — базисные функции Уолша-Адамара с перемежением номеров  $l$ .

Шаг 2. Вычисляется множество  $T_i(\lambda)$  с использованием  $C_i(r)$

$$T_i(\lambda) = \frac{\sum_{r_p: R \in C_H} C_i(r_i - \lambda) \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq l}}^{n-1} C_p(r_p)}{\sum_{r_p: R \in C_H} \prod_{p=0}^{n-1} C_p(r_p)}. \quad (5)$$

Здесь  $R$  — множество кодовых слов кода  $C_H$  с параметрами  $(n, n-k)$ , дуального к используемому корректирующему коду; обозначение  $r_p: R \in C_H$  в (5) определяет операции для символов  $r_p$  в составе кодового слова  $R$  кода  $C_H$ .

Шаг 3. Вычисляются апостериорные вероятности  $\Pr(b_i = \beta | \vec{Y})$  с использованием спектрального преобразования в базисе Уолша-Адамара размерностью  $2^m$  над множеством  $T_i(\lambda)$

$$\Pr(b_i = \beta | \vec{Y}) = \sum_{\lambda=0..2^m-1} T_i(\lambda) w_\beta(\lambda). \quad (6)$$

Решение относительно символов кодового слова  $\vec{B}$  принимается на основе вычисленных значений  $\Pr(b_i = \beta | \vec{Y})$  в соответствии с правилом (1).

Сложность вычисления соотношений (4-6) оценивается как  $P_2 \cong 2^{m(n-k)}$ , для значений  $n-k \ll k$  (для корректирующих кодов с низкой избыточностью) выполняется условие  $P_2 \ll P_1$ .

### 3. Анализ сложности реализации алгоритма оптимального посимвольного приема

Ниже приведены результаты сложности реализации алгоритма оптимального посимвольного приема (4-6) для канала с аддитивным белым гауссовским шумом без памяти со спектральной плотностью мощности  $N_0$  (АБГШ канал). В этом случае нормированные отсчеты  $\dot{y}_i$  для  $\text{Re}(\dot{y}_i)$ ,  $\text{Im}(\dot{y}_i)$  с выхода демодулятора

представляют случайные величины со средними  $\sqrt{\frac{2mE_i}{N_0}} \cos(\phi_i)$ ,  $\sqrt{\frac{2mE_i}{N_0}} \sin(\phi_i)$  и с единичной дисперсией,

$E_i$  — энергии символов «созвездия», удовлетворяющие условию  $E_{\dot{a}} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} E_i$ ;  $E_{\dot{a}}$  — средняя энергия на

бит; плотности вероятности  $p(\dot{y}_i | \dot{V}_i)$  при вычислении спектральных составляющих  $C_i(r)$  задаются как [8]

$$p(\dot{y}_i | \dot{V}_i) = K \exp\left(-\|\dot{y}_i - \mu \dot{V}_i\|^2 / 2\right), \quad (7)$$

где  $\|x\|$  — Евклидова метрика;  $K$  — коэффициент нормировки;  $\mu$  — коэффициент передачи канала.

Для рассматриваемого канала значения  $\|\dot{y}_i\|^2$  в (7) можно не учитывать подобно правилу приема максимального правдоподобия [2]

$$p(\dot{y}_i | \dot{V}_i) = K_1 \exp\left((\text{Re}(\dot{y}_i) A_i \cos(\phi_i) + \text{Im}(\dot{y}_i) A_i \sin(\phi_i)) - \|\dot{V}_i\|^2 / 2\right). \quad (8)$$

Вычисление  $T_i(\lambda)$  (5) с использованием  $C_i(r)$  на основе  $p(\dot{y}_i | \dot{V}_i)$  требует соответствующей точности представления чисел, критичность точности обусловлена вычислением произведений в соотношении (5). Для форматов чисел float (32 разряда для порядка и мантиссы) или double (64 разряда для порядка и мантиссы) резуль-

тирующие значения произведений могут превышать или быть меньшими предельных значений ( $\approx 10^{\pm 38}$  для формата float,  $\approx 10^{308}$  для формата double). Это приводит к ограничению диапазона значений (к обнулению результатов вычислений) и к деградации вероятностных характеристик  $P_c$  при приеме [11].

Для решения этой проблемы при вычислении  $p(\dot{y}_i | \dot{V}_i)$  с использованием соотношения (8) в работе [11] приведена и исследована методика ограничения диапазона значений путем нелинейной нормализации в виде  $(p(\dot{y}_i | \dot{V}_i))^{1/\alpha}$ , где  $\alpha$  — коэффициент нормализации, значения которого зависят от отношений сигнал/помеха  $E_6 / N_0$ , от типа «сигнального «созвездия», от длины кодовых слов  $n$  (при моделировании задавались значения  $\alpha = 1.5 \dots 8.0$ ). В этом случае требовался формат представления чисел double.

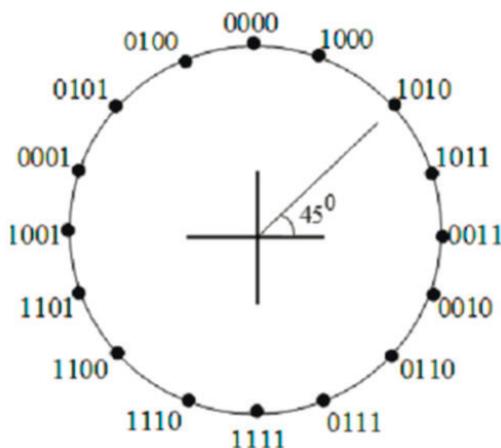


Рис. 1. Вид сигнального «созвездия» ФМ-16.

Альтернатива по отношению к данному методу адаптивного ограничения диапазона значений чисел основана на использовании соотношения (7) при вычислении  $p(\dot{y}_i | \dot{V}_i)$ . В этом случае слагаемое  $\dot{y}_i$  компенсирует требуемое увеличение диапазона значений аргумента в соотношении (8), что дает возможность использования формата экономичного представления чисел float без потери информативности. Этот подход существенно упрощает выполнение рассматриваемого алгоритма приема.

Ниже приведены результаты моделирования алгоритма оптимального посимвольного приема для ряда сигналов ФМ-М с использованием данного метода ограничения диапазона значений чисел.

#### 4. Результаты моделирования

Наиболее простым является алгоритм оптимального посимвольного приема для сигнальных конструкций на основе цифровых сигналов с объемом «созвездий»  $2^m$  и корректирующего кода с проверкой на четность в недвоичном поле  $GF(2^m)$  [8,12–14]. В этом случае кодовые векторы  $R$  кода  $C_n$  представляют собой последовательность длительностью  $k + 1$  одинаковых элементов поля, избыточность кода  $r = 1$  [3,8].

При моделировании алгоритма оптимального посимвольного приема задавалась передаваемая по каналу АБГШ с известным коэффициентом передачи канала  $\mu$  случайная информационная последовательность объемом  $\approx 50$  битов, значения  $k$  равны соответственно 25, 16 и 12 для рассматриваемых сигнальных «созвездий» ФМ-4, ФМ-8 и ФМ-16 с частотной эффективностью 2, 3 и 4 бит/с/Гц [2]. Анализируемые сигнальные конструкции соответствовали корректирующему коду с проверкой на четность в полях  $GF(2^2)$ ,  $GF(2^3)$ ,  $GF(2^4)$ , их порождаемые многочлены  $\gamma(x)$  приведены в табл. 1 [12].

Таблица 1. Порождающие многочлены  $\gamma(x)$  для полей  $GF(2^2)$ ,  $GF(2^3)$ ,  $GF(2^4)$

| Многочлены  | $GF(2^2)$     | $GF(2^3)$     | $GF(2^4)$     |
|-------------|---------------|---------------|---------------|
| $\gamma(x)$ | $x^2 + x + 1$ | $x^3 + x + 1$ | $x^4 + x + 1$ |

При выполнении моделирования производилась интервальная оценка вероятности  $P_6$  путем вычисления параметра  $w = x / u$ , где  $x$  — число ошибочных решений в последовательности испытаний  $u$ . Требуемое количество экспериментов  $u$  определяется размером доверительного интервала, вероятностью  $P_c$  и доверительной вероятностью  $P_{\text{дов}}$  [15]. Например, для значения  $P_c = 10^{-5}$ , доверительного интервала  $[0.5P_c, 1.5P_c]$  и  $P_{\text{дов}} = 0.95$  требуемое количество экспериментов оценивается значением 150000.

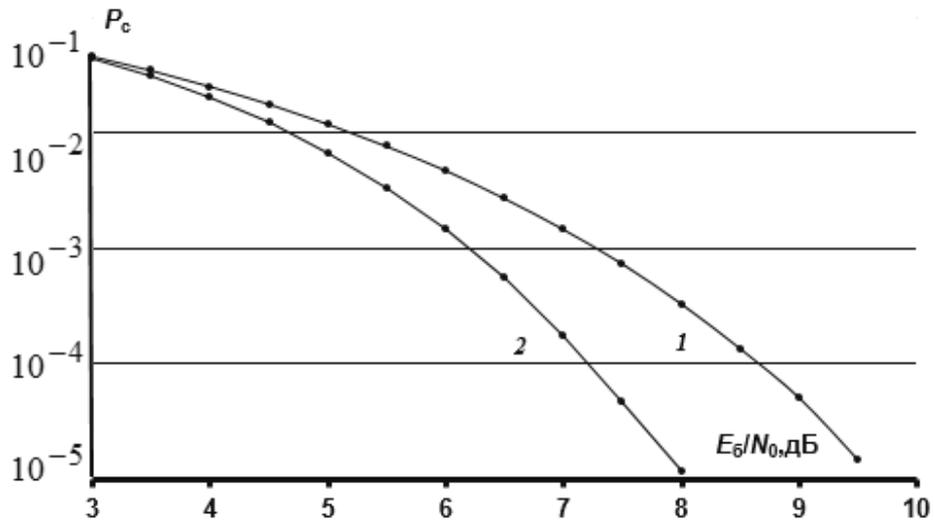


Рис. 2. Вероятности ошибки при приеме сигнальной конструкции на основе сигналов ФМ-4: 1 — без кодирования; 2 — с использованием корректирующего кода в поле  $GF(2^2)$ .

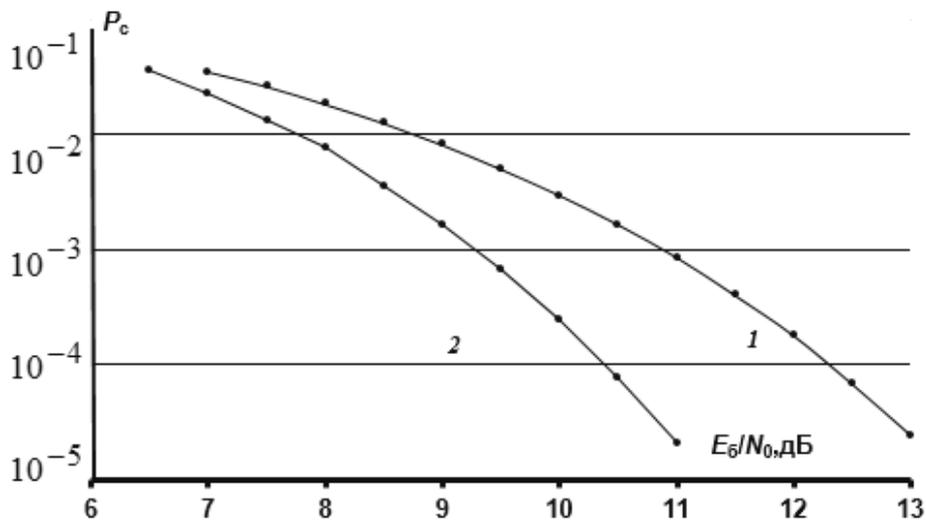


Рис. 3. Вероятности ошибки при приеме сигнальной конструкции на основе сигналов ФМ-8: 1 — без кодирования; 2 — с использованием корректирующего кода в поле  $GF(2^3)$ .

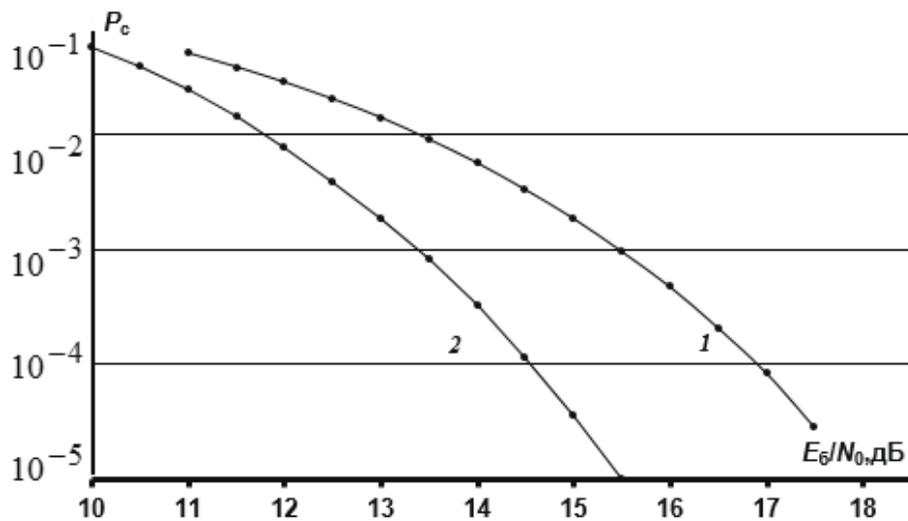


Рис. 4. Вероятности ошибки при приеме сигнальной конструкции на основе сигналов ФМ-16: 1 — без кодирования; 2 — с использованием корректирующего кода в поле  $GF(2^4)$ .

На рис. 2-4 приведены вероятностные кривые при приеме сигнальных конструкций на основе «созвездий» ФМ-4, ФМ-8, ФМ-16, кривые 2 соответствуют использованию рассматриваемого корректирующего кода в полях  $GF(2^2)$ ,  $GF(2^3)$ ,  $GF(2^4)$  соответственно, кривые 1 — без кодирования. Видно, что для сигнальной конструкции на основе ФМ-4 (рис. 2) вероятность ошибки  $P_c = 10^{-5}$  достигается при отношении сигнал/помеха  $E_c/N_0$ , равном 8.0 дБ с кодированием и 9.5 дБ без кодирования, энергетический выигрыш  $\Delta E$  достигает 1.5 дБ. Подобные оценки энергетических выигрышей для сигнальных конструкций  $\Delta E$  вычисляются с использованием вероятностных кривых на рис. 3 и рис. 4. В табл. 2 приведены соответствующие значения  $E_c/N_0$  и значения энергетических выигрышей  $\Delta E$ , требуемые для достижения вероятности ошибки  $P_c = 10^{-5}$  без корректирующего кодирования и с кодированием.

Из табл. 2 следует, что энергетические выигрыши  $\Delta E$  при использовании алгоритма оптимального посимвольного приема анализируемых сигнальных конструкций зависят от типа и объемов  $2^m$  сигнальных «созвездий» (от объемов полей Галуа  $GF(2^m)$ ) — для  $P_c = 10^{-5}$  значения  $\Delta E$  при использовании рассматриваемой простой схемы кодирования достигают значимых величин 1.5, 2.0, 2.5 дБ.

**Таблица 2.** Значения сигнал/помеха  $E_c/N_0$  для достижения  $P_c = 10^{-5}$  ( $E_a^{(1)}/N_0$  — без кодирования;  $E_a^{(2)}/N_0$  — с кодированием,  $\Delta E$  — энергетический выигрыш)

| Энергетические характеристики | ФМ-4 | ФМ-8  | ФМ-16 |
|-------------------------------|------|-------|-------|
| $E_a^{(1)}/N_0$ , дБ          | 9.5  | 13.25 | 18.0  |
| $E_a^{(2)}/N_0$ , дБ          | 8.0  | 11.25 | 15.5  |
| $\Delta E$ , дБ               | 1.5  | 2.0   | 2.5   |

### Заключение

Дано описание алгоритма оптимального посимвольного приема информационно-емких цифровых сигналов с пониженной сложностью программной реализации. Выполнение алгоритма основано на использовании экономичного представления чисел в формате float, что снимает ограничение на динамический диапазон параметра сигнал/помеха, на длину кодовых слов и на тип сигнальных «созвездий». Приведены результаты исследований помехоустойчивости рассматриваемого модифицированного алгоритма оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций на основе цифровых сигналов с многофазовой манипуляцией ФМ-4, ФМ-8, ФМ-16, интенсивно используемых в приложениях, и простого корректирующего кода с проверкой на четность в недвоичных полях Галуа  $GF(2^m)$ .

Путем компьютерного моделирования показано, что для вероятности ошибочного приема на символ  $P_c = 10^{-5}$  применение модифицированного алгоритма оптимального посимвольного приема обеспечивает значимый энергетический выигрыш до 1.5, 2.0 и 2.5 дБ соответственно для рассматриваемых сигнальных конструкций по отношению к передаче исследуемого ряда цифровых сигналов без кодирования.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

### Список литературы

1. Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications Part 2: DVB-S2 Extensions (DVB-S2X) DVB. Document A083-2. European Broadcasting Union CH-1218, Geneva, 2020. Режим доступа: [https://dvb.org/wp-content/uploads/2019/10/A083-2\\_DVB-S2X\\_Draft-EN-302-307-2-v121\\_Feb\\_2020.pdf](https://dvb.org/wp-content/uploads/2019/10/A083-2_DVB-S2X_Draft-EN-302-307-2-v121_Feb_2020.pdf)
2. Склад Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1104 с.
3. Johnson, S.J. Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge: Univ. Press, 2010. 335 p.
4. Кравченко В.Ф., Назаров Л.Е., Пустовойт В.И. Помехоустойчивый прием сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием и обработкой весовыми функциями Кравченко // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. 2020. Т. 495. С. 95–99.
5. Кравченко В.Ф., Назаров Л.Е., Пустовойт В.И. Исследование эффективности весовых окон Кравченко при приеме сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов при наличии сосредоточенных по спектру помех // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. №10. С. 976–983.
6. Steiner, F., Bocherer, G., Liva, G. Bit-Metric Decoding of Non-Binary LDPC codes with Probabilistic Amplitude Shaping // IEEE Communications Letters. 2018. Vol. 22. Iss. 11. P. 2210-2213.
7. Kaipa, K. An Improvement of the Asymptotic Elias Bound for Non-Binary Codes // IEEE Communications Letters. 2018. Vol. 22. Iss. 11. P. 2210-2213.
8. Назаров Л.Е. Исследование помехоустойчивости оптимального посимвольного приема частотно-эффективных сигналов с корректирующим кодированием в недвоичных полях Галуа // Радиотехника и электроника. 2023. Т. 68. № 9. С. 873-878. DOI: 10.31857/S003384942309019X

9. Назаров Л.Е. Алгоритм оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций на основе ортогональных сигналов и корректирующих кодов в не двоичных полях Галуа // Физические основы приборостроения. 2022. Т. 11. № 3 (45). С. 44-49.  
DOI: 10.25210/jfor-2203-044049
10. Смольянинов В.М., Назаров Л.Е. Оптимальный посимвольный прием сигналов, основанных на линейных кодах в полях  $GF(2^m)$  // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 7. С. 838-841.
11. Назаров Л.Е. Помехоустойчивость оптимального посимвольного приема цифровых сигналов с корректирующим кодированием в полях Галуа // Труды XVI Международной научно-технической конференции «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации». Суздаль, 2023. С. 41-45.  
DOI: 10.25210/armimp-2023-EFECNV
12. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976. 594 с.
13. Farhadi, G., Jamali, S.H. Performance Analysis of Fiber-Optic BPPM CDMA Systems with Single Parity-Check Product Codes // IEEE Transactions on Communications. 2006. Vol. 54. Iss. 9. P. 1643-1653.
14. Назаров Л.Е., Батанов В.В., Кузнецов О.О. Алгоритмы итеративного посимвольного приема блоковых турбо-кодов на основе кодов с проверкой на четность // Журнал радиоэлектроники. 2014. № 9.  
Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/sep14/1/text.pdf>
15. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез. М.: Наука, 1984. 472 с.

**Поступила 6 сентября 2024 г.**

## ALGORITHM FOR OPTIMAL SYMBOL-BY-SYMBOL RECEPTION OF DIGITAL SIGNALS WITH REDUCED IMPLEMENTATION COMPLEXITY

NAZAROV L.E., BATANOV V.V.

Fryazino Branch of the Kotelnikov Institute  
of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences

doi: 10.25210/jfop-2403-EWLACU | edn: EWLACU

A description of the algorithm for optimal symbol-by-symbol reception of digital signals with reduced complexity of software implementation is given. The implementation of the algorithm is based on the use of an economical representation of numbers in the float format, which removes restrictions on the dynamic signal/noise range, on the length of codewords and on the type of signal “constellations”. The results of studies of the noise-immunity of the considered modified algorithm for optimal symbol-by-symbol reception of signal structures based on signal “constellations” of digital signals with multiphase shift keying intensively used in applications and on the simple correction code with parity checking in non-binary Galois fields are presented.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ ДЛЯ БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЫ

УДК 621.396, 537.6

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МОДУЛИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С ЖИВЫМИ БИОЛОГИЧЕСКИМИ ОРГАНИЗМАМИ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfor-2403-ZPDFDM | edn: ZPDFDM

**Дмитриев А. С.** — д.ф.-м.н. Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва. E-mail: chaos@cplire.ru**Аистова Л. Г.** — АО «Концерн Гранит», Москва. E-mail: aistovalg@sgaz.pro**Грязнов В. Г.** — к.ф.-м.н., АО «Концерн Гранит», Москва. E-mail: vgg\_ngg@rambler.ru**Ицков В. В.** — Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва. E-mail: chaos@cplire.ru**Рыжов А. И.** — к.ф.-м.н., Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва. E-mail: mef.box@gmail.ru**Турканов И. Ф.** — к.ф.-м.н., АО «Концерн Гранит», Москва. E-mail: vgg\_ngg@rambler.ru**Аннотация**

Статья посвящена проблеме взаимодействия модулированных электромагнитных полей с живыми биологическими объектам (ЖБО). Организм рассматривается как многомасштабная динамическая нелинейная система, на верхних уровнях иерархии которой имеется совокупность разнообразных низкочастотных автоколебаний, и он, в соответствии с теорией нелинейных динамических систем, может быть чувствителен к воздействию внешних переменных низкочастотных полей, вообще говоря, разной физической природы. Наличие и характер этой чувствительности определяется, как динамическими свойствами систем ЖБО, так и частотно-временной структурой воздействующих полей. При определенных условиях воздействие внешних переменных низкочастотных полей может качественно изменять динамическое состояние живых биологических объектов, даже при достаточно малых интенсивностях воздействия.

Высокочастотные электромагнитные колебания, поля и излучения, наряду с низкочастотными, являются составной частью внешней колебательной среды для живых биологических объектов. В отличие от низкочастотных полей, в рамках рассматриваемой динамической модели высокочастотные поля с ЖБО напрямую не взаимодействуют. Выдвинуто предположение о том, что взаимодействие высокочастотного излучения с ЖБО в рамках динамической модели может быть реализовано за счет его модуляции низкочастотными процессами, характерными для колебательных систем самого организма. Высокочастотное электромагнитное излучение при этом выполняет роль переносчика аналоговой информации в форме низкочастотных колебательных паттернов, создавая коммуникационный канал, по которому эти паттерны доставляются из одной точки пространства в другую. В процессе взаимодействия излучения с живым объектом в ряде случаев может происходить непосредственная демодуляция исходных высокочастотных колебаний с получением в результате электрических или других физических типов колебаний, свойственных внутренним процессам в самих живых организмах. Примеры таких взаимодействий известны и приводятся в статье.

**Abstract**

The article is devoted to the problem of interaction of modulated electromagnetic fields with living biological objects (LBO). The organism is considered as a multiscale dynamic nonlinear system, at the upper levels of the hierarchy of which there is a set of various low-frequency self-oscillations, and, in accordance with the theory of nonlinear dynamic systems, it can be sensitive to the influence of external variable low-frequency fields, generally speaking, of different physical nature. The presence and nature of this sensitivity is determined both by the dynamic properties of reinforced concrete systems and by the time-frequency structure of the influencing fields. Under certain conditions, the influence of external variable low-frequency fields can qualitatively change the dynamic state of living biological objects, even at fairly low intensities of influence.

High-frequency electromagnetic oscillations, fields and radiation, along with low-frequency ones, are an integral part of the external oscillatory environment for living biological objects. Unlike low-frequency fields, within the framework of the dynamic model under consideration, high-frequency fields do not directly interact with the liquid concrete. It has been suggested that the interaction of high-frequency radiation with the liquid-breeding agent within the framework of a dynamic model can be realized due to its modulation by low-frequency processes characteristic of the oscillatory systems of the body itself. In this case, high-frequency electromagnetic radiation acts as a carrier of analog information in the form of low-frequency oscillatory patterns, creating a communication channel through which these patterns are delivered from one point in space to another. In the process of interaction of radiation with a living object, in a number of cases, direct demodulation of the initial high-frequency oscillations can occur, resulting in electrical or other physical types of oscillations characteristic of internal processes in living organisms themselves. Examples of such interactions are known and are given in the article.



Отмечается, что технологическое развитие предоставляет и другую, эквивалентную с динамической точки зрения, но универсальную возможность использования модулированного высокочастотного излучения как для дистанционного снятия информации о низкочастотных процессах в живых системах, так и для воздействия на такие системы низкочастотными колебаниями. Это специальные системы датчиков (сенсоров) и актуаторов, размещаемых на поверхности живого организма (неинвазивный вариант) или внутри него (разного рода импланты), которые производят модуляцию/демодуляцию высокочастотного излучения. И в естественном, и в искусственном вариантах принципы воздействия модулированных электромагнитных полей и излучений одинаковы, такие же, как и у низкочастотных колебаний, взаимодействующих с живыми системами (акустических, механических, контактных электромагнитных и др.).

**Ключевые слова:** модулированное электромагнитное поле, живая материя, демодуляция

It is noted that technological development provides another, equivalent from a dynamic point of view, but universal possibility of using modulated high-frequency radiation both for remotely obtaining information about low-frequency processes in living systems, and for influencing such systems with low-frequency oscillations. These are special systems of sensors and actuators placed on the surface of a living organism (non-invasive option) or inside it (various types of implants), which modulate/demodulate high-frequency radiation. In both natural and artificial versions, the principles of the influence of modulated electromagnetic fields and radiation are the same, the same as those of low-frequency oscillations interacting with living systems (acoustic, mechanical, contact electromagnetic, etc.).

**Keywords:** modulated electromagnetic field, living matter, demodulation

*«Frustra fit per plura quod potest fieri per pauciora» («Излишне объяснять через многое то, что можно через меньшее») — Лезвие Оккама  
«Всё следует упрощать до тех пор, пока это возможно, но не более того» — А. Эйнштейн*

## Введение

История исследований в области воздействия электромагнитного излучения (электромагнитных полей) на биологические объекты началась практически одновременно с появлением радио и насчитывает к настоящему времени уже около 130 лет [1–8]. Не будет преувеличением сказать, литература по этому вопросу насчитывает не одну тысячу научно-исследовательских статей, а также других, относящихся к теме, материалов. Однако говорить о понимании целостной картины воздействия/взаимодействия электромагнитных полей и живой материи пока не приходится. Некоторым исключением можно считать лишь ситуацию с воздействием достаточно интенсивных полей, при которых происходит нагрев биологических структур либо в целом, либо локально, приводящий к обратимым или необратимым изменениям в этих структурах.

Наибольший же интерес представляют ситуации, когда воздействие/взаимодействие имеет значительно более низкие интенсивности и при этом фиксируются (в основном косвенными методами) некоторые, часто нетривиальные, результаты такого воздействия/взаимодействия.

Проблема выяснения причин, приводящих к изменению «состояния» биологических объектов под воздействием электромагнитных полей сталкивается с целым рядом обстоятельств, отличающих экспериментальную деятельность в пограничной области «физика электромагнитных явлений — живые биологические системы» от классических задач электродинамики тем, что модели взаимодействия излучения с веществом, разработанные в классической электродинамике, могут применяться к «веществу» биологических живых систем в очень ограниченной степени, в основном на уровне представления усредненных линейных электродинамических характеристик «вещества» живых систем. Это позволяет делать некоторые оценки по проникновению/прохождению электромагнитных полей сквозь живые объекты, но совершенно ничего не дает для понимания взаимодействия этих полей со сложной структурой живых объектов и динамическими процессами в них.

С практической точки зрения интерес к рассматриваемой проблеме диктуется по меньшей мере следующими факторами:

- интенсивным развитием средств беспроводной связи, в том числе мобильных, и необходимостью обеспечения электромагнитной экологической безопасности при их использовании;
- возможностью и имеющейся практикой применения электромагнитного излучения в медицинских целях;
- развитием технологии нейроинтерфейсов, особенно их беспроводной реализации.

Интересно отметить, что при общем обилии работ по влиянию электромагнитного излучения (электромагнитных полей) на биологические объекты, в тени остается роль «информационного содержания», взаимодействующего с живой материей излучения, начиная с такого фундаментального фактора, как его модуляция (стационарная, а, возможно, и более сложная). При этом имеется ряд ярких примеров, в которых моду-

ляция излучения, очевидно, является необходимым условием получения результата воздействия. Приведем два из них, для которых достоверность декларируемого результата практически не вызывает сомнений.

В СССР в 1954–1975 годах была создана установка «Радиосон», способная при воздействии в течение нескольких минут приводить к засыпанию людей, находящихся на определенной территории. Судя по фотографиям из Интернета с изображений фрагментов решения семинара в ИРЭ АН СССР, посвященного рассмотрению этого вопроса (рис. 1), речь шла об излучении в частотном диапазоне 20–40 МГц, модулированных прямоугольными или синусоидальными импульсами в диапазоне частот 0,1–20000 Гц. При отсутствии модуляции эффект не наблюдался.

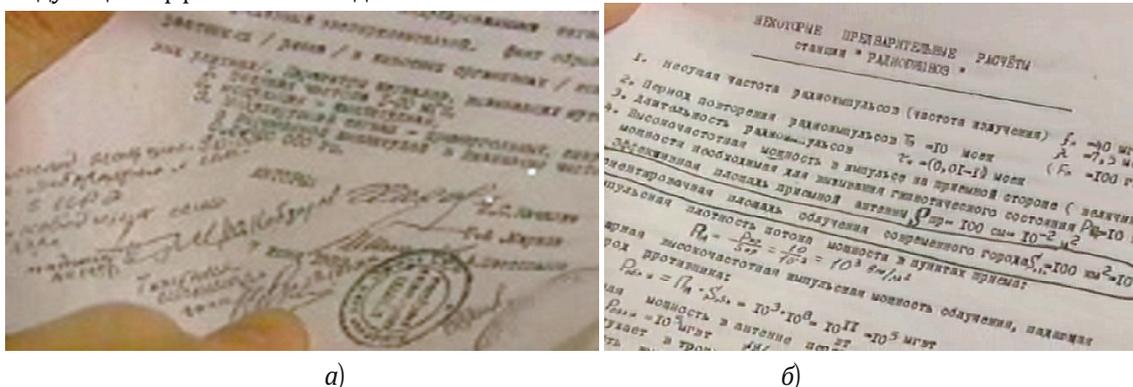


Рис. 1. Фрагменты решения семинара в ИРЭ АН СССР, посвященного устройству «Радиосон»: а) с подписью Ю.Б. Кобзарева; б) с предварительными расчетами характеристик устройства

Вторым показательным примером воздействия электромагнитного излучения с живыми объектами является «радиозвук» — микроволновый слуховой эффект или эффект Фрея, заключающийся в слуховом восприятии модулированного микроволнового излучения. Воспринимаемые звуки возникают непосредственно внутри черепа человека без использования дополнительного радиоэлектронного оборудования. Впервые эффект был зарегистрирован при работе обслуживающего персонала вблизи радаров [9]. Позже явление было объяснено Аланом Фреем и исследовалось как им самим [10], так и другими авторами [11, 12]. Как оказалось, при воздействии импульсного или модулированного микроволнового излучения на участки вокруг улитки уха происходит его поглощение тканями внутреннего уха, сопровождающееся их термическим расширением. Предполагается, что в ходе этого процесса могут возникать ударные волны, воспринимаемые человеком как звук, который больше никому не слышен. В процессе исследований было также обнаружено, что при соответствующем выборе модулирующего сигнала существует возможность передавать человеку информацию в виде отдельных слов, фраз и других звуков.

«Радиозвук» наблюдается в широком диапазоне микроволновых частот (по меньшей мере от одного до нескольких ГГц) при длине модулирующих импульсов  $10^{-6}$ – $10^{-3}$  сек и частоте следования импульсов от 10 Гц до 20 кГц.

В зависимости от параметров излучения, создаваемый в голове звук может раздражать, вызывать тошноту и даже выводить из строя.

На факторе роли модуляции излучения при воздействии на живые биологические объекты и концентрируется внимание в данной работе.

Прежде всего обращается внимание на то, что собственная динамика живых организмов всегда содержит низкочастотные колебания и, как правило, здоровому функционированию биологического объекта соответствует определенный «нормальный» вид этих колебаний. Это обстоятельство широко используется, например в медицинских целях, как для диагностики, так при терапии.

Далее совокупность макроскопических колебательных (автоколебательных) систем в организме рассматривается как иерархическая многомасштабная нелинейная динамическая система, которая поддерживает свой гомеостаз, а при нарушении гомеостаза, за счет искусственных обратных связей и внешних воздействий может в него возвращаться и находиться там в принудительном порядке. Современные методы нелинейной динамики, включая методы управления сложными режимами, например хаотическими, позволяют успешно решать подобные задачи.

Заметим, что макроскопические колебания в живых биологических организмах — это процессы, частоты которых значительно ниже частот микроволнового и радиодиапазона. И именно столь же низкочастотные колебательные структуры — паттерны, могут быть использованы для корректировки собственных колебательных режимов живых систем, либо в выведение динамики живых систем в нужные режимы и поддер-

жание этих режимов. Имеется значительное число медицинских методик и аппаратуры, реализующих такие принципы.

Высокочастотное электромагнитное излучение, модулированное низкочастотными колебательными паттернами, может рассматриваться как способ дистанционного переноса колебательных паттернов, получаемых в одном месте пространства, в другое место пространства. Воздействие модулированного электромагнитного излучения в этом случае может сводиться к демодуляции (детектированию) поступающего в живой биологический объект излучения на нелинейностях, свойственных автоколебательным системам (предположение, выдвигаемое в работе) и взаимодействию образующихся при этом низкочастотных паттернов с колебательными структурами живой материи. Эффективность воздействия будет при этом определяться величиной «уровня коэффициента детектирования» и соответствием структуры получаемых при демодуляции колебательных паттернов структуре колебательных паттернов, к которым чувствительны колебательные системы организма.

Приводятся примеры, когда такая ситуация, видимо, имеет место.

Но даже в том случае, если величина «коэффициента детектирования» не позволяет напрямую выделить нужные колебательные паттерны, рассматриваемые принципы контроля и управления (воздействия) динамическими процессами в организме можно реализовать с использованием искусственных сенсорных и актуаторных элементов, как это делается в беспроводных нейроинтерфейсах.

### 1. Живые объекты и динамические системы

При взаимодействии с электромагнитным полем будем рассматривать живой организм как сложную иерархическую пространственно-временную динамическую систему.

В силу своей иерархичности живой биологический объект (ЖБО) потенциально может реагировать на электромагнитные излучения/поля как на уровне системы в целом, так и на уровне подсистем самых разных пространственных масштабов, вплоть до клеточных и молекулярных. С динамической точки зрения это может быть связано с наличием в живых объектах множества собственных автоколебательных процессов и колебательных структур на разных масштабах иерархии с частотно зависимой чувствительностью к внешним воздействиям.

Однако здесь есть нюансы.

Например, пока нет прямых доказательств, подтверждающих возможность генерации электромагнитных колебаний на высоких, сверхвысоких и крайне высоких частотах (КВЧ) в живых организмах и общепринятых теорий о их возможной природе. То же самое относится и к частотной избирательности элементов живой материи по отношению к излучению в различных узких диапазонах частот (например, в КВЧ диапазоне). Исследованиям и дискуссиям по этим вопросам посвящено значительное число работ, в которых авторам, для правдоподобного объяснения реально наблюдающихся эффектов, часто приходится прибегать к достаточно тонким физическим построениям на микроскопическом уровне, включая квантовые свойства биомолекул (см., например, [6, 13, 14]).

С другой стороны, в любой живой биологической системе заведомо присутствуют низкочастотные колебания на макроскопическом уровне, т.е. на уровне достаточно крупных подсистем организма, которые определяют жизненные процессы и без которых бессмысленно вообще говорить о живой материи. Любое животное дышит (колебательный процесс), имеет ритмически работающее сердце, пищеварительную систему, нейронную систему головного мозга и другие автоколебательные и колебательные подсистемы. Взаимодействуя между собой, эти подсистемы образуют макроскопический уровень единой иерархической нелинейной динамической системы живого организма. Изучение динамических систем живых организмов на макроскопическом уровне представляет собой широкую область исследований с большим объемом полученных экспериментальных и теоретических результатов по наблюдению и анализу колебательных процессов различной степени сложности, включая динамический хаос. Диапазон частот собственных колебаний макроскопического уровня в живых организмах, как правило, лежит в пределах от долей герца до единиц килогерц.

В данной статье рассматривается именно воздействие электромагнитных полей на живую систему в целом и на ее достаточно крупные подсистемы, т.е. на объекты макроскопических размеров, относящиеся к верхним уровням иерархии систем организма. Предполагается, что механизмы электромагнитного воздействия на таких масштабах, не связаны непосредственно с микроскопическими процессами и не требуют рассмотрения, ни на клеточном уровне, ни на молекулярном уровне. Поэтому описание воздействия электромагнитного излучения на макроскопическом уровне живых биологических систем может быть осуществлено на уровне макропеременных, подобно тому, как описываются процессы в классической электродинамике: с помощью макроскопической переменной тока и напряженности поля, а не в микроскопиче-

ских терминах зарядов частиц и их квантовых свойств. Далее уже токи используются в качестве макропеременных для описания колебаний в электрических и электромагнитных цепях и системах.

Поскольку речь идет о живом организме, как о динамической системе, его возможная реакция на внешнее воздействие заключается в изменении характера пространственно-временных процессов, в том числе колебательных и автоколебательных режимов жизненно важных органов и структур.

Естественно, возникает вопрос о границах применимости такого подхода. Они определяются частотными характеристиками макроскопических систем, с которыми взаимодействует излучение (или внешние электромагнитные поля). Предполагается, что для эффективного взаимодействия, должно быть определенное соответствие между частотно-временными характеристиками электромагнитного излучения (электромагнитного поля) и частотами автоколебаний (собственных колебаний) тех динамических подсистем организма, которые будут чувствительны к этому излучению.

Когда это может быть? По меньшей мере в трех случаях.

1. Частоты электромагнитного излучения сами по себе соответствуют частотам каких-то колебаний макроскопических систем живого организма. Это возможно при очень низких частотах внешних полей. В этом случае может происходить непосредственное взаимодействие внешних колебаний и колебаний внутри организма. Частично наличие таких эффектов подтверждается результатами исследований по воздействию слабых переменных магнитных полей на живые системы, включая человека. В том числе при вариациях магнитных полей на частотах резонанса Шумана (7,83 Гц и ее гармоники), во время солнечных магнитных бурь [15], в системах коррекции и терапии сна [16, 17] с вариациями напряженности поля в пределах 20–150 мкТл и диапазоном воздействующих частот 1–40 Гц.

2. Частоты электромагнитного поля (излучения) значительно выше характерных частот колебаний в подсистемах организма (дыхательная, сердечно-сосудистая, пищеварительная, кровеносная и, конечно, центральная нервная система и мозг). Однако электромагнитное поле/излучение модулируется низкочастотными колебаниями, частоты которых, соответствуют диапазону частот колебаний макроскопических систем самого живого организма. В этом случае взаимодействие внешнего излучения с собственными колебаниями организма может происходить, если при попадании в биологический объект и в процессе поглощения в живой материи происходит его демодуляция — выделение модулирующего (информационного) сигнала в виде низкочастотных колебаний. И уже эти низкочастотные колебания осуществляют взаимодействие с собственными колебаниями внутри биологического объекта.

3. Организм снабжается специальным искусственным приемником, который принимает модулированное излучение, демодулирует его и воздействует полученными сигналами в виде низкочастотных колебательных паттернов на живой организм через систему актуаторов.

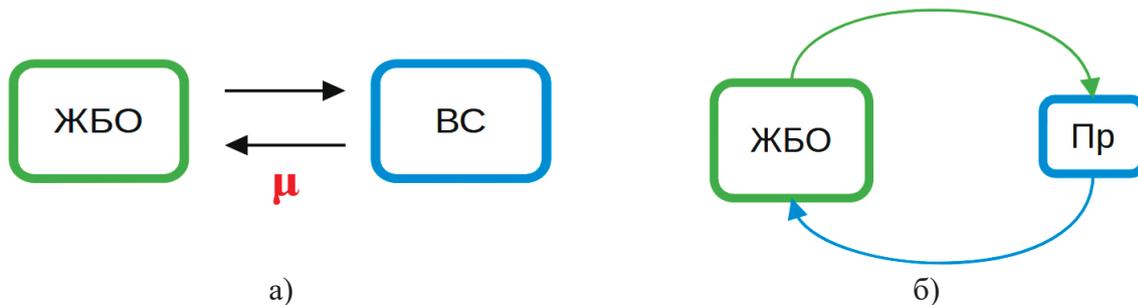
Важно отметить, что утверждение о иерархическом характере воздействия электромагнитного излучения на живую материю хорошо согласуется с результатами исследований в области сложной нелинейной динамики (динамического хаоса) в понимании того, что человеческое тело (как типичный пример живого биологического объекта) представляет собой совершенный образец сложной динамической системы, который может рассматриваться, как пробный камень для оценки эффективности любого подхода к феномену сложности [18]. Из этой согласованности следует, что к рассматриваемой проблеме могут быть применимы подходы нелинейной динамики, в том числе идея о том, что постижение глобальных свойств сложных систем возможно независимо от локальных деталей с помощью предельно упрощенных математических моделей.

Это потенциально дает возможность понять многие процессы и явления, связанные с болезненными состояниями, создавая и изучая математические модели, представляющие собой системы всего из нескольких неавтономных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, моделирующих динамику биологических объектов при наличии воздействия модулированного излучения/поля. (колебаний).

При этом физическая природа внешних колебаний (излучений) может быть очень разной: механические, прикладываемые сразу ко всему объекту или его части, акустические, электрические, электромагнитные, колебания магнитного поля, колебания интенсивности света в видимом диапазоне частот и т.д. Однако в данной статье речь идет только полях и излучениях электромагнитной природы.

Физическая природа колебаний в самих живых организмах тоже разнообразна: химическая, электрическая, механическая, гидравлическая и др. При этом собственные колебательные процессы в том или ином виде взаимодействуют между собой, либо напрямую, либо через промежуточные стадии, связанные, например, с управляющей деятельностью мозга. Следует также отметить, что сами по себе колебательные процессы в живых организмах интенсивно изучаются уже на протяжении многих лет (см., например, [19]), в том числе путем создания достаточно простых математических моделей и их исследования качественными методами нелинейной динамики. При этом анализируются как автономные режимы поведения, так

и неавтономные, когда модели биологических объектов находятся под воздействием внешних возмущений. Специфика рассматриваемой ситуации заключается в том, что здесь речь идет о живом объекте в целом (рис. 2), который рассматривается не как отдельная автоколебательная система, а как сложная иерархическая динамическая система, включающая множество взаимосвязанных автоколебательных систем (вообще говоря, пространственно-распределенных), колебательные подсистемы, сами по себе не генерирующие автоколебания, но обладающие частотной избирательностью к определенным типам колебательных воздействий, а также и многочисленную совокупность датчиков (в том числе распределенных), воспринимающих внешние воздействия и преобразующие их в сигналы — колебания, непосредственно влияющие на внутреннюю динамику живого объекта.



**Рис. 2.** Взаимодействие живого биологического объекта (ЖБО): а) с внешней средой (ВС); б) с преобразователем колебаний (Пр), порождаемых ЖБО.

Относительно многих физических типов внешних колебательных воздействий (в т.ч. полей и излучений) имеется значительный объем исследований и длительная история. Разнообразие физических типов колебаний в живых системах при безусловном их кооперативном взаимодействии было бы невозможно без существования в живых организмах механизмов трансформации одних физических типов колебаний в другие (а также, на сигнальном уровне, преобразования одних типов (форм — паттернов) сигналов в другие). То же самое справедливо и для воздействия внешних по отношению к живому объекту колебательных процессов на колебательные системы живого объекта.

## 2. Гомеостаз

Для того чтобы характеризовать влияние внешних колебаний и переменных полей на состояние (динамику, колебания) живого объекта необходимо описать это состояние в терминах понятных с биологической точки зрения. Естественным кандидатом для такого описания такого состояния является гомеостаз [20].

В биологии гомеостаз — состояние устойчивых внутренних, физических и химических условий, поддерживаемых живыми системами. Это условие оптимального функционирования организма, включающее множество переменных, таких как температура тела и баланс жидкости, которые поддерживаются в определенных заранее заданных пределах (гомеостатический диапазон). Другие переменные включают рН внеклеточной жидкости, концентрации ионов натрия, калия и кальция, а также уровень сахара в крови, и их необходимо регулировать, несмотря на изменения в окружающей среде, диете или уровне активности. Каждая из этих переменных контролируется одним или несколькими регуляторами, или гомеостатическими механизмами, которые вместе поддерживают жизнь.

Согласно идеям, заложенным У.Р. Эшби [21] и П.К. Анохиным [22], живые и другие сложные системы, для которых вводится понятие гомеостаза, рассматриваются именно как многоуровневые (многомасштабные, иерархические), многосвязные динамические системы. Такой взгляд, лежащий в основе современных представлений о характере сложности живых биологических объектов [18], немедленно привел к необходимости использовать систему понятий, принятую в теории динамических систем. При анализе работ [21, 22] следует учитывать, что понятие гомеостаза включает в себя не только сам организм, но и окружающую среду, которая взаимодействует с ним. Поэтому, когда мы говорим об описании гомеостаза в рамках теории динамических систем, под динамической системой понимается совокупная система, в которую входит как сам организм, так и окружающая среда.

В книге [21] Эшби аксиоматически ввел понятия «машины», «динамической системы», переменных состояния, фазового пространства и поля, рассмотрение организации как машины, организации и среды, существенных переменных и т.д. Он также отмечал, что в системе определенной организации изменение состояния может быть обусловлено изменением величины параметра, а изменение величины параметра ведет к изменениям стабильности.

В переводе на язык современной теории динамических систем с параметрами ситуацию можно представить так. Действующие лица: объект (организм), внешняя (окружающая) среда, взаимодействующая с объектом и вектор параметров.

- Объект — динамическая система некоторой размерности, в биологическом варианте число переменных вплоть до бесконечности —  $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x}$  — вектор переменных.
- Внешняя среда — динамическая система, взаимодействующая с объектом и характеризуемая оператором эволюции  $\mathbf{u}(\mathbf{y})$ , где  $\mathbf{y}$  — вектор переменных внешней среды.
- Вектор параметров —  $\boldsymbol{\mu}$ , характеризующий воздействие на биологический объект со стороны внешней среды.

Если редуцировать операторы эволюции биологического живого объекта и внешней среды к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, то математическая модель будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) + \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, t), \\ \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{u}(\mathbf{y}, t). \end{cases} \quad (1)$$

В (1) предполагается, что в общем случае воздействие внешней среды на биологический объект через нелинейное преобразование переменных внешней среды  $\boldsymbol{g}(\mathbf{y}, t)$ .

Для того, чтобы конструктивно работать с биологическим объектом, как системой, необходимо выбрать совокупность существенных переменных, представляющих основные свойства объекта, в том числе отражающие свойства его гомеостаза.

### 3. Выбор существенных переменных

Подходы здесь могут быть самые разные и во время работы над книгой [21] их разработка находилась в зачаточном состоянии. Однако к настоящему времени имеется набор подходов и методов, позволяющих корректно и целенаправленно формировать для (биологического) объекта совокупность существенных переменных, число которых значительно меньше исходной совокупности переменных, редуцируя тем самым первоначальную динамическую систему к динамической системе со значительно меньшей размерностью, с сохранением динамических свойств. Среди них: параметры порядка Г. Хакена [23], теория катастроф [24], теория нормальных форм [25], реконструкция фазового пространства динамической системы по одной (нескольким) переменным методом запаздывания [26].

Для определенности будем полагать, что уравнения (1) записаны уже для существенных переменных (параметров порядка) редуцированной системы.

Предполагается, что поведение системы в целом описывается детерминированной динамической системой с подсистемами, относящимися к организму, и окружающей среде с вектором параметров  $\boldsymbol{\mu}$ . Исходно эта динамическая система может иметь очень высокую размерность, однако ее эффективная размерность (например, число параметров порядка, или размерность ее нормальной формы около положения равновесия, считается, что таковое также имеет место) значительно ниже исходной размерности. При этом имеется притягивающее многообразие, которое и определяет эффективную размерность. В свою очередь, это притягивающее многообразие состоит из двух подмногообразий: на одном из них динамика крайне проста и сводится к притягиванию к неподвижной точке на этом многообразии (устойчивое многообразие, в принципе это может быть узел, устойчивый фокус по нескольким парам переменных или их комбинация). Но кроме того, может существовать подмногообразие, на котором образуется более сложная динамика. Для этого, например, при трех параметрах порядка у неподвижной точки нужно иметь хотя бы одно неустойчивое направление с положительным значением собственным числа линеаризованной системы или пару комплексно-сопряженных собственных значений с положительными действительными частями.

### 4. Динамический гомеостаз

В классическом понимании гомеостаза с точки зрения теории динамических систем, это положение равновесия типа устойчивый узел. То есть динамическая система с предельно простой динамикой. Нигде даже не говорится о том, что в динамике гомеостаза присутствуют затухающие колебания, свидетельствующие о наличии у подмногообразий устойчивых фокусов.

Здесь же мы говорим о совокупности динамических систем живого организма, которым сопоставляется математическая модель, обладающая многокомпонентной и многоуровневой колебательной динамикой, и соответствующей конструкцией траекторий в фазовом пространстве. Ей в исходном живом биологическом объекте соответствует состояние устойчивых внутренних, физических и химических условий, поддерживаемых живыми системами, но устойчивость относится не к статическому состоянию равновесия, а к стационарному состоянию, включающему и стационарные колебательные режимы.

А почему надо говорить о такой, достаточно сложной конструкции? Не достаточно ли просто использовать определение гомеостаза, как положения равновесия редуцированной динамической системы, описывающей динамику живого объекта? Для целей данной статьи заведомо нет. И причин здесь несколько:

- во-первых, в живых системах всегда присутствует динамика в виде одночастотных, многочастотных или более сложных колебаний и описание только статической составляющей будет давать неполное представление о процессах в организме в целом;
- во-вторых, рассмотрение только статических переменных серьезно сужает возможности в использовании оценки гомеостаза для оперативной диагностики состояния организма;
- в-третьих, наличие динамической составляющей в наблюдении гомеостаза, как для здорового организма, так и при болезненных состояниях дает возможность сформировать внешние корректирующие воздействия путем изменения параметров системы, или с помощью воздействия корректирующих колебаний через цепь обратной связи.

По этим причинам для описания стационарного состояния организма, как колебательной системы, уместно использовать термин «динамический гомеостаз», позволяющий идентифицировать состояние организма, включая и динамическую составляющую стационарного состояния системы, и статическую часть гомеостата в традиционном смысле.

### 5. Роль низкочастотной модуляции/демодуляции

Почему модулированное излучение может оказывать большее влияние на процессы внутри живых организмов по сравнению с немодулированным?

Концептуально это связано с тем, что модуляция электромагнитного излучения/поля означает введение в него некоторой информации. Само по себе немодулированное излучение, как сигнал, содержит в себе минимальную информацию (частота, амплитуда). Модуляция же такого излучения/поля колебательными паттернами, свойственными, например, какому-то колебательному процессу в самом организме, создает условия для взаимодействия внешних колебаний с внутренними и обеспечивает на аналоговом уровне использование поступающей от внешних колебаний информации для управления внутренним колебательным процессом, в том числе для изменения его информационной составляющей. Особенно это важно для систем живого организма, в которых происходят интенсивные информационные процессы, т.е. в первую очередь для нейронных систем мозга.

Диапазон частот от долей герца до десятков килогерц представляет собой совокупность частот, характерных для живого организма. Поэтому причина эффективности воздействия, модулированных этими частотами высокочастотных сигналов может быть связана с фундаментальным свойством нелинейных колебаний: воздействие внешнего сигнала на колебательную систему наиболее эффективно (например, с точки зрения амплитуды внешнего воздействия), когда воздействующий сигнал и собственные колебания сопоставимы по диапазону частот. При этом частота модулируемого сигнала, как переносчика колебательных информационных паттернов может сказываться на эффективности воздействия только в том случае, если частотно зависим уровень демодуляции воздействующего излучения.

Классическим примером, демонстрирующим зависимость эффективности воздействия внешнего сигнала на автоколебательную систему от соответствия частоты внешнего сигнала и частоты собственных колебаний, является синхронизация автоколебаний внешним периодическим сигналом (см. напр. [27]).

Так, например, для мягких режимов автоколебаний генератора Ван-дер-Поля, динамика в безразмерных единицах описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -x + \mu [\xi x + (1 - x^2)y + E_0 \cos(t)], \end{cases} \quad (2)$$

где  $0 < \mu \ll 1$ ,  $\xi$  — расстройка,  $\frac{\omega_0^2}{\omega^2} = 1 - \mu\xi$ ,  $\omega_0$  — частота собственных автоколебаний,  $\omega$  и  $E_0$  соответственно частота и амплитуда внешнего воздействия.

В системе (2) минимально возможная амплитуда внешнего воздействия, при которой происходит синхронизация автоколебаний, зависит от расстройки между частотой внешнего воздействия и собственной частотой генератора. При расстройке  $\xi \rightarrow 0$ , синхронизация автоколебаний внешним сигналом может быть осуществлена при сколь угодно малой амплитуде внешнего воздействия  $E_0$ . Амплитуда синхронизованных автоколебаний  $\rho$  при этом определяется величиной параметра  $\mu$ :  $\rho = \sqrt{\mu}$ , и может иметь значительные размеры. Это пример показывает, что в определенных условиях внешние воздействия на автоколебательные системы могут быть очень эффективными, даже при исчезающе малых амплитудах воздействия.

Осталось понять, как низкочастотная модуляция высокочастотных колебаний может быть выделена живым организмом или его частями из высокочастотного сигнала.

Для этого введем два правдоподобных предположения.

Первое из них относится к преобразованию колебаний различной физической природы друг в друга, имеющее место в живых организмах (электрохимические в механические, механические в электрические и электромагнитные, акустические в электрические и т.д.). наличие ряда таких преобразований известно. Например, электрокардиограмма отражает процесс преобразования части энергии механических колебаний сердца в электрические колебания, фиксируемые с помощью электрокардиографа. Спайки активности нейронов и химические процессы в межнейронной среде при усреднении приводят к электромагнитным колебаниям различных типов, которые фиксирует электроэнцефалограмма или магнитоэнцефалограмма.

Второе — к механизмам, с помощью которых низкочастотная (например, амплитудная) модуляция порождает соответствующие колебания низких частот различной физической природы, непосредственно воздействующие на колебательные структуры в живой материи. Здесь уместно вспомнить, что живая материя в силу своих свойств (например наличия автоколебаний) представляет собой нелинейную систему, что подразумевает наличие нелинейных преобразований. Простейшей же нелинейностью является квадратичная нелинейность. Поэтому эффекты демодуляции, типа, квадратичного детектирования могут иметь место и проводить к появлению в системе низкочастотных колебаний, с частотами, соответствующими частотам модуляции.

Примерами того, что демодуляция модулированных высокочастотных колебаний приводит к реальному взаимодействию с живой материей (в рассматриваемых случаях с головной частью тела, в том числе с мозгом), являются рассмотренные во введении явления «радиосон» и «радиослух».

## **6. Диагностика на основе электрических и электромагнитных колебаний**

Наличие множественных источников колебаний в живых системах позволяет говорить о наличии целого «оркестра», вообще говоря, скоординированных между собой осцилляций. Нарушение гармонии в этом оркестре может служить признаком выхода живой системы из стационарного здорового состояния и наступления патологической ситуации. Анализ более тонких аспектов таких изменений может быть использован для диагностики нормальных и патологических состояний.

Примерами таких методов диагностики являются, уже упоминавшиеся электрокардиография, электроэнцефалография и магнитоэнцефалография.

На этом основана также комплексная система биорезонансной диагностики и терапии, основателем которой считается Ф. Морель [28]. Суть методов биорезонанса заключается в записи собственных колебаний организма на основе измерения электрических потенциалов кожного покрова, сопоставлении характера этих колебаний с соответствующими колебаниями в здоровом состоянии организма (диагностическая часть) и использовании этого сравнения для коррекции колебательного процесса в организме путем воздействия колебаний, корректирующих патологию (терапевтическая часть).

К биорезонансным методам имеются определенные претензии со стороны официальной медицины, но их не больше, чем к акупунктурной диагностике. По существу, некоторые варианты биорезонансного метода являются реинкарнацией акупунктурных методов на основе достижений современной радиоэлектроники.

По сути дела, «динамический гомеостаз», о котором шла речь выше, представляет собой описание состояния живого объекта на основе свойств его аттрактора, который в общем случае характеризует совокупность колебательных процессов в объекте, позволяющих идентифицировать состояние организма, включая и статическую часть гомеостата в виде неподвижной точки, около которой развиваются колебательные процессы, и которая характеризует статическую часть гомеостата в традиционном смысле.

В теории нелинейных динамических систем разработаны экспериментально реализуемые методы восстановления топологической структуры аттракторов, что может быть применено и к динамическому гомеостазу. В соответствии с теоремой Такенса [26] такое восстановление в принципе возможно на основе снятия и обработки реализаций нескольких, или даже одной временной переменной о состоянии организма.

В качестве таких переменных видимо могут быть использованы переменные электрические потенциалы точек акупунктуры, а также компоненты пульсовых волн. Это предположение хорошо согласуется с данными по диагностике с использованием анализа пульса в восточной медицине, где, как утверждается, опытный диагност способен различать по ощущениям до нескольких тысяч состояний организма. Широкими возможностями по распознаванию различных состояний организма на основе анализа паттернов колебаний электрических потенциалов точек акупунктуры в живых организмах, судя по заявленным официальным характеристикам, обладают и современные аппараты биорезонансной диагностики типа MORA, BICOM [28] и др.

## 7. Идеи Мореля с точки зрения теории динамических систем

Как отмечалось выше, идеи Мореля основываются на наличии и использовании колебательных процессов в системах и подсистемах живых биологических систем (живой материи) для диагностики и терапии (биорезонансная диагностика и терапия в терминологии самого автора). Ее революционность для своего времени (как и предмет постоянного оспаривания) связана прежде всего с ее терапевтической составляющей, поскольку диагностическая составляющая метода является достаточно признанной, в том числе медицинским сообществом. Терапевтическая составляющая, в свою очередь, состоит из двух частей «электрофизической» и «гомеопатической». Здесь будет идти речь только об электрофизической части, связанной с наличием в живом организме колебательных процессов разной физической природы, наличие и характер которых могут наблюдаться с помощью аппаратурного измерения физических параметров признанными официальной наукой методами.

Перед обсуждением метода Биорезонансной терапии (МОРА-терапии), рассмотрим основные понятия и терминологию, предложенные и использовавшиеся его основоположниками.

Ф. Морелль и его последователь и соратник Э. Раш в ходе своей работы ввели ряд постулатов, многие из которых являются чисто биофизическими закономерностями, некоторые являются научными фактами, а некоторые до сих пор окончательно не доказаны, но принимаются за аксиому, как часть методики. Следует отметить, что эти постулаты, в большинстве своем связанные с колебательными процессами в живом организме и его подсистемах, опирались в значительной степени на знания о закономерностях поведения (нелинейных) колебательных систем, известных к концу 60-х годов. В связи с бурным развитием теории нелинейных колебаний и нелинейной динамики в целом в последующие годы, многие постулаты теории нелинейных колебаний претерпели качественные изменения. Поэтому, чтобы адекватно оценить идеи Мореля и степень их устойчивости к произошедшим изменениям в области понимания нелинейных процессов, следует еще раз проанализировать основные положения, заложенные в метод биорезонансной диагностики и терапии, основываясь на современном понимании этих процессов в нелинейной динамике.

Всего Ф. Морелем было предложено 12 (далее под номерами 1–12) биофизических и нейрофизиологических постулатов и 5 постулатов, относящихся к технической реализации (далее под номерами 13–17) были добавлены Э. Рашем [28,29]. Ниже, под соответствующими номерами, приведены те из них, которые непосредственно имеют отношение к данной работе, вместе с комментариями для части из них (шрифт италик), в случае необходимости коррекции с точки зрения современной теории нелинейных динамических систем.

### 7.1. Биофизические и нейрофизиологические постулаты

5. Функционирование человеческого организма в принципе невозможно без участия электромагнитного поля, так как оно заложено в первооснове жизни — клетке.

6. На сегодняшний день выделяют следующие уровни регуляции в организме: волновой → молекулярный → клеточный → органнй → системный → организменный.

7. При любой патологии в организме, в первую очередь нарушается самый основной — волновой уровень регуляции. Соответственно, цель биорезонансной терапии — восстановление регуляции на самом низшем иерархическом уровне, то есть, данная терапия во всех смыслах этиотропная.

*Речь идет о вещах, близких к гомеостазу. Авторы считают, что восстановление регуляции должно начинаться на низшем уровне, по другим источникам, решающими являются верхние уровни.*

8. В процессе жизнедеятельности в организме человека и животных постоянно продуцируется широкий спектр физиологических колебаний. Они были названы гармоническими (H). При патологии образуются новые источники колебательных процессов. Они были названы дисгармоническими (D).

*Морелем используется нестандартное понимание гармонических колебаний по отношению к радиофизическому. Он использует этот термин, в смысле типичных колебаний, свойственных данной системе.*

*Механизмы возникновения новых типов колебаний — патологических (дисгармонических) Морель связывает с появлением новых источников колебательных процессов. Скорее речь должна вестись о бифуркационных явлениях, в результате которых происходят качественные изменения в структуре колебаний.*

9. При относительном здоровье биокibernетический круг регулирования поддерживает определенный баланс между гармоническими и дисгармоническими спектрами частот, либо некоторое преобладание гармонических. В таком состоянии система регуляции уравновешена, и физиологические процессы протекают в нормальном режиме.

*Соответственно предыдущему замечанию, при относительном здоровье параметры совокупной колебательной системы имеют значения, отвечающие ее «штатному» функционированию, и физиологические процессы протекают в нормальном режиме.*

10. Заболевание (с точки зрения Мореля) — это состояние, когда организм не способен поддерживать равновесие между гармоническими и дисгармоническими спектрами частот, последние начинают преобладать (в начальных стадиях), либо доминировать в регуляционном цикле (в тяжелых, дегенеративных случаях).

*В целом с этим можно согласиться, но природа этих изменений — бифуркационная, а сами патологии связаны с отклонениями в параметрах системы.*

11. Гармонические колебания в организме имеют постоянные пейсмейкеры (функциональные клетки и органы). Дисгармонические колебательные процессы не имеют постоянной пейсмейкерской поддержки, и, по сути, являются «шумами», помехами, создающими препятствия в регуляционной системе, поэтому чисто физически дисгармонические колебания являются нестойкими и более подверженными элиминации (угасанию), чем гармонические.

*Здесь слабое место в обосновании причин возникновения колебаний. Откуда-то возникают новые колебания, но не имеющие постоянной «пейсмейкерской» поддержки. Но причина возникновения колебаний вопрос принципиальный, поскольку исходя из нее формируется способ борьбы с этими «помеховыми» колебаниями.*

Совокупность всех колебательных процессов системы (в данном случае живого организма) является своеобразным «белым шумом», в котором по принципу суперпозиции волновые процессы от разных источников следуют независимо друг от друга. Все упорядоченные волновые процессы, являющиеся физиологическими, образуют так называемый «биофизический гомеостаз» организма.

*С другой стороны, «совокупность всех колебательных процессов системы», которая является «своеобразным «белым шумом»», конечно без оговорок, что здесь работает принцип суперпозиции и процессы не зависят друг от друга, формирует гомеостаз (электромагнитный?), который является ядром динамической системы организма и ключом к пониманию того, как внешние воздействия или дополнительные обратные связи меняют его (организма) состояние. Возможно, это рациональный путь к объяснению механизмов воздействия, сначала «резонансных» относительно низких частот, а затем и КВЧ (низкие модулирующие частоты выступают в этом случае в качестве информационного содержания излучения КВЧ).*

Так как все волновые процессы при биорезонансной терапии происходят из организма пациента, они являются абсолютно когерентными сами себе, поэтому происходит интерференция колебательных процессов в организме, т.е. происходит нарастание амплитуд гармонических колебаний, элиминация (угасание) дисгармонической составляющей, таким образом ПОСТЕПЕННО восстанавливается нормальная регуляция функций клеток и органов, восстанавливается биологический гомеостаз, разблокируются проводящие и ферментные системы, происходит активация механизмов саногенеза.

*Этот тезис предполагает линейность совокупности колебательных систем организма и должен быть пересмотрен с учетом основ и новых результатов теории динамических систем.*

## **7.2. Технические постулаты**

13. Все виды колебательных процессов можно зарегистрировать приборами, уловить их от места их максимальной силы и концентрации излучения (специальными электродами и резонаторами).

*Логично. Более того важно, что Раш говорит об уровне сигналов-колебаний, которые могут быть зафиксированы физическими приборами. Никакой мистики, которая проскакивает в последующих новых трактовках метода биорезонанса, когда колебаниям приписывается сверхмалая амплитуда, выводящая проблему из зоны амплитуд колебаний, где возможны нормальные физические эксперименты.*

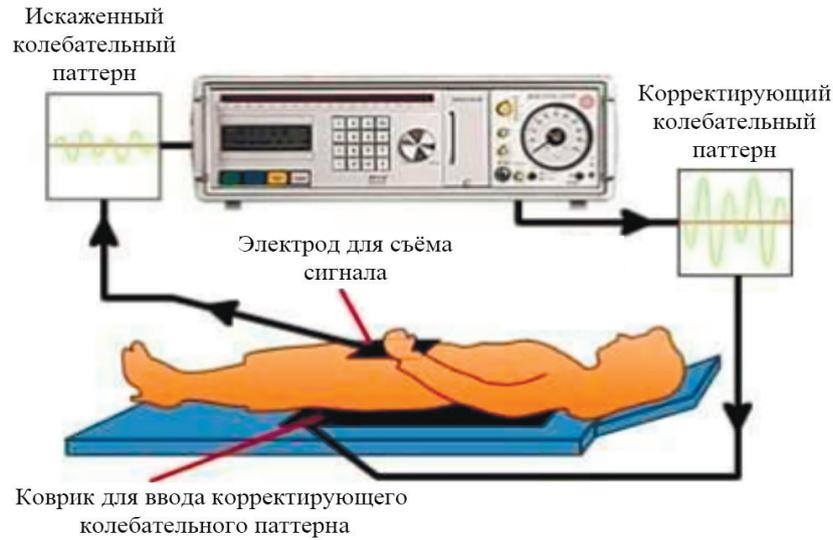
14. Электромагнитные колебания можно передать по проводникам (проводам, электродам) на расстояние, усилить (с помощью аппаратного усилителя), отфильтровать (выделение определенных спектров фильтрами низких, высоких частот и полосовым фильтром), инвертировать (перевести в обратную фазу).

*Отмеченные преобразования сигналов физически реализуемы, синтез любых их комбинаций, при необходимости, не вызывает технических затруднений.*

15. Между телом пациента и аппаратом биорезонансной терапии устанавливается замкнутый контур («цепь»), где вся поступающая от организма электромагнитная информация передается по электродам и проводам в аппарат, усиливается, меняются ее физические параметры, и формируется терапевтический импульс, который подается обратно на тело пациента (рис. 3).

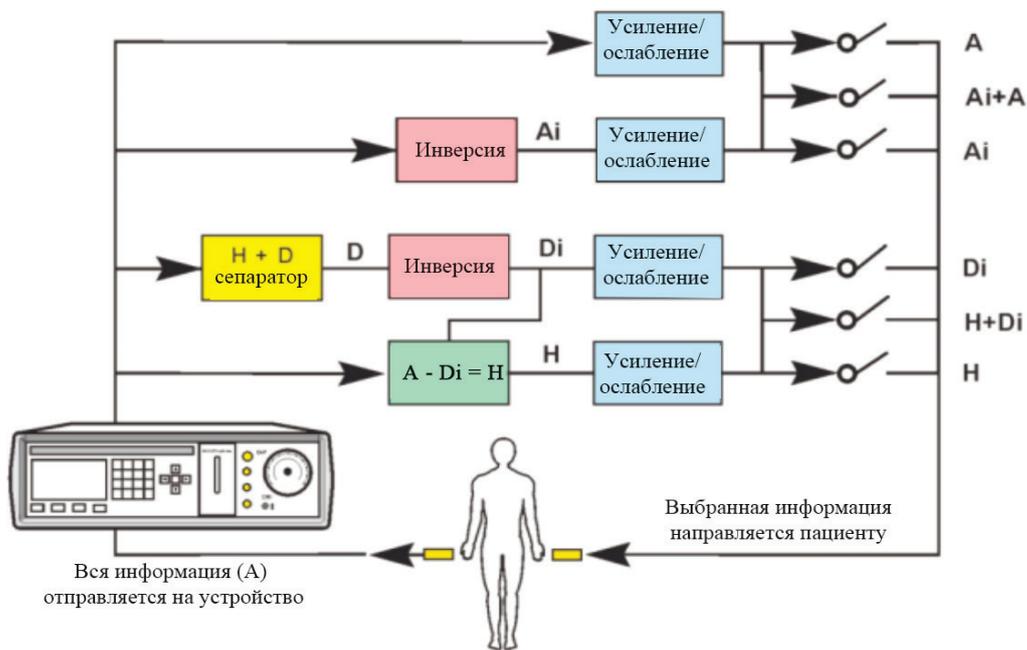
*Идея использования для коррекции состояния организма информацию о его текущем состоянии и использования с этой целью обратной связи, на концептуальном уровне представляется очень разумной. Вопрос встает о соответствующей подготовке этой информации и методах ее ввода в цепь обратной связи.*

Следует отметить, что разработчиками средств на основе идеи биорезонансной диагностики/терапии создано большое число корректирующих паттернов, которые используются для купирования различных болезненных состояний, что, видимо, позволяет достаточно эффективно использовать этот подход. Дело, конечно не ограничивается только первоначальной идеей инвертирования патогенных колебаний и использования инвертированных копий для борьбы с болезненными состояниями.



**Рис. 3.** Взаимодействие между пациентом (ЖБО) и аппаратом биорезонансной диагностики/терапии.

Прежде всего с этой целью создаются большие банки образцов патогенных колебаний на разные типы заболеваний. Это позволяет осуществлять достаточно адекватную диагностику. Затем, в основном эмпирически, подбираются образцы колебаний, вводимые специальным образом в цепь обратной связи и приводящие к подавлению патогенной составляющей собственных колебательных процессов (рис. 4).



**Рис. 4.** Структура цепи обратной связи для формирования корректирующих колебаний в аппарате биорезонансной терапии.

Частным примером системы коррекции колебательных процессов в медицине являются, например, кардиостимуляторы.

Как можно построить корректирующую колебания систему, за счет введения обратной связи в общем случае и без эмпирики? Возможно, здесь будет полезна техника управления колебаниями, называемая контролем хаоса (chaos controlling). Об этом пойдет речь ниже.

### 8. Возможность коррекции динамического гомеостаза методами нелинейной динамики

Идея Мореля об использовании патологических компонентов колебаний для терапии обнаруженных заболеваний была проста и интуитивно выглядела привлекательной: давайте давить патогенную состав-

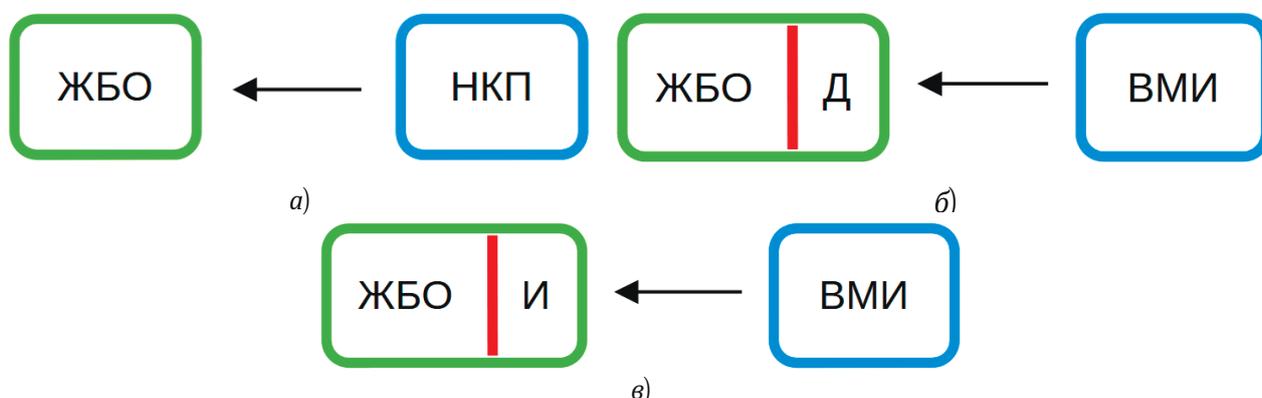
ляющую ее же инвертированной копией. Вскоре стало понятно, что в большинстве случаев такое «очевидное» решение не работает, но мысль об использовании самих патологических колебаний для борьбы с болезнью оказалась достаточно плодотворной и используется в упомянутой выше аппаратуре.

Исследования разработки в области биорезонансной диагностики и терапии, начавшиеся в середине 70 годов Морелем и его последователями и конкурентами в научном плане опирались на существовавшие в то время представления и результаты теории колебаний. Речь в основном шла о колебаниях и автоколебаниях в слабо нелинейных системах. Отсюда происходили подходы и рекомендации. С тех пор нелинейная динамика в целом, и теория нелинейных колебаний в частности, проделали громадный путь. И сейчас имеется значительно более глубокое понимание в вопросах принципов синхронизации многочастотных колебаний, условий поддержания этой синхронизации, причин разрушения регулярных колебаний и перехода к более сложным их формам, воздействия внешних сигналов на колебательные и автоколебательные системы. Разработаны методы однопараметрического, двух и много параметрического анализа, которые могут быть использованы для параметрического управления колебательными процессами. Развито специальное направление по управлению динамическим хаосом и сложными колебаниями в нелинейных динамических системах. Созданы методы и основанные на них программные комплексы, обеспечивающие восстановление топологии странных аттракторов по наблюдаемым временным реализациям и многое другое. Все это вместе взятое позволяет с оптимизмом смотреть на применение «биорезонансных», а в современной трактовке «биодинамических» методов для терапии (или коррекции гомеостаза), во всяком случае, на верхних уровнях системной иерархии живого биологического организма.

В целом подход Мореля (биорезонансные методы) неплохо согласуется с идеями о живых объектах, как о сложных динамических системах [18, 19]. И нелинейная динамика, с оговорками, о которых шла речь выше, может рассматриваться в качестве одного из важных компонентов научного обоснования «биорезонансных методов».

### 9. Беспроводной нейроинтерфейс

Среди множества колебательных процессов в иерархической сложной динамике систем живого организма безусловно выделяются колебательные процессы в коре головного мозга. Если в большинстве подсистем имеют место стационарные колебаний и изменение их характера рассматривается как некоторое отклонение от нормы, то в мозге превалируют нестационарные колебательные процессы и это — норма. Мозг является «управляющей структурой» для остальных частей живого биологического организма и ответственен за возникновение, сбор, обработку и распространение информации по всему организму. Происходит это на физическом уровне путем формирования низкочастотных колебательных паттернов, в структуре которых, на аналоговом уровне содержится существенная информация, которая может восприниматься другими частями мозга и обрабатываться ими, либо передаваться периферийным подсистемам — исполнительным элементам для осуществления взаимодействий внутри живого объекта, либо с внешней по отношению к нему средой. Разнообразие колебательных паттернов и их информационная насыщенность резко отличает характер колебаний, связанных с мозговой активностью от других типов колебаний в живом организме. Тем не менее, это тоже колебательная динамическая система, которая может быть подвергнута внешнему воздействию и соответствующим образом реагировать на нее.



**Рис. 5.** Дистанционное воздействие внешних полей на живой биологический объект: а) низкочастотные колебательные паттерны (Н КП) (переменные магнитные поля); б) высокочастотные модулированные поля (ВМП) с детектированием (Д) («Радиосон», «Радиозвук»; в) ВМП с имплантом (И) («Stimoceiver»).

В связи с работами в области динамического хаоса, синхронизации колебательных процессов и управления ими значительное внимание уделяется и вопросам колебательных процессов в мозге, их связи с наблюдаемыми колебаниями на скальпе (ЭЭГ, МЭГ и др.) и изменению поведения при воздействии на них внешними сигналами. Работы здесь ведутся на теоретическом, с помощью компьютерного моделирования и в реальных биофизических экспериментах [30–33].

Что касается непосредственно методов и подходов исследования динамики, контроля и целенаправленного управления мозговой деятельностью, они идеологически связаны с биодинамическими методами (экспериментальное наблюдение колебаний, их анализ, использование структуры получаемых данных о колебаниях для коррекции, контроля и управления), но при этом имеют и свои яркие особенности, с далеко идущими последствиями.

### 9.1. *Stimoceiver*

Собственно история отношений колебаний мозга с внешними электромагнитными воздействиями началась более шестидесяти лет назад. В 1963 году впервые на широкой публике было продемонстрировано воздействие на животное электрических сигналов, подаваемых в его мозг через электроды от электронного прибора *Stimoceiver* [34–38], который дистанционно управлялся по беспроводному каналу с помощью FM-радио. Прибор был изобретен испанским и американским ученым испанского происхождения Хосе Дельгадо и испытан в мозге быка. Дельгадо вышел против быка на арену для корриды, а когда тот побежал на него, нажал кнопку на пульте управления и изменил направление движения животного.

Его изобретение сработало! Он придумал способ управления мозгом. В 1950-е годы!

Что же представляла из себя система радиостимуляции с прибором *Stimoceiver*?

Система состояла из двух блоков (частей): 1) **радиочастотного передатчика**, который имел размеры 30×25×15 см и включал схему для контроля частоты повторений, продолжительности и амплитуды (интенсивность) стимулирующих импульсов. Частота повторений могла варьироваться с шагом от 10 до 200 Гц и продолжительностью между импульсами от 0,1 и 1,5 мс. Одиночные импульсы также могли генерироваться. Контроль интенсивности достигался за счет изменения частоты трех поднесущих генераторов, в диапазоне частот от 100 до 500 кГц. Генератор с частотой колебаний 100 МГц включался и выключался последовательностью импульсов от поднесущих генераторов. Длительность этой последовательности импульсов задавалась переключателем длительности импульса. Эти всплески 100 мегагерцовой радиочастотной энергии принимались 2) **приемником-стимулятором**, который переносился субъектом, имел размеры 3,7 x 3,0 x 1,4 см, и весил 20 г. Твердотельная схема была капсулирована эпоксидной смолой, которая обеспечивала ей очень хорошую механическую прочность и делала ее водонепроницаемой. После детектирования радиочастотного сигнала, результирующая частота поднесущей демодулировалась в амплитуду. Эта амплитуда контролировала текущую интенсивность импульса стимуляции с помощью использования транзистора постоянного тока в выходную цепь приемника. Этот метод делает интенсивность импульса независимой от изменений биологического импеданса в широких пределах. В средних условиях стимуляции срок службы батареи составлял примерно 1 неделю. Рабочий диапазон дальностей был до 30 метров, для стимуляции были доступны три канала. Интенсивность импульса в каждом канале можно было контролировать индивидуально с передатчика. Продолжительность импульса и скорость восполнения были одинаковы для всех трех каналов.

Таковыми были первые импланты, который использовались для дистанционной стимуляции мозга животных. С помощью подобных имплантов, встроенных в черепа животных, ученый добился впечатляющих результатов, которые варьировались от непроизвольного движения конечностей до внушения разных эмоций и вызывания аппетита.

С точки зрения вопросов, рассматриваемых в данной статье обратим внимание на два факта: 1) сама стимуляция производилась прямоугольными электрическими импульсами с частотой следования от 10 до 200 Гц и 2) радиоизлучение использовалось как «канал» передачи информационных аналоговых паттернов в виде этой низкочастотной последовательности импульсов.

После этих успехов Дельгадо начал экспериментировать с *Stimoceiver* на человеческом мозге и, увидел те же реакции, что и у животных. Дельгадо смог использовать свое устройство, чтобы заставить людей чувствовать себя счастливыми или грустными, но это было нечто большее, чем просто базовые эмоции. Состояния счастья могли варьироваться от «хорошего самочувствия» до «легкой эйфории» и «эйфории, выходящей за естественные пределы». Другими словами, он мог провести людей через весь диапазон человеческого удовлетворения: от полного неприятия до абсолютного восторга — и все это одним нажатием кнопки. Дельгадо овладел элементарным контролем над разумом и мог поставить людей в тупик одним нажатием кнопки, и все это в эпоху, задолго до появления персональной вычислительной техники и мобильной связи.

Так было сделано одно из самых важных изобретений в истории человечества. Какова была его судьба?

Надо отдать должное социальной зрелости и ответственности американского (основные события происходили в США) общества в начале 70-х годов. Оно было серьезно обеспокоено возможным негативным потенциалом этой технологии, тем более, что в это время в США проводились масштабные исследования в области управления сознанием с использованием химиотерапии и наркотиков (Программа «МК-ультра», финансируемая ЦРУ), которая, кроме основных направлений, включала в себя и воздействие внешних звуковых и электромагнитных полей (см., например, [39]). Опасения в отношении участия Дельгадо в программе «МК – ультра» были связаны еще и с тем, что часть его исследований финансировалась подразделением министерства обороны США — Управлением военно-морских исследований (Office of Naval Research — ONR). Сам Дельгадо называл себя пацифистом и настаивал на том, что его проекты никогда не финансировались ЦРУ (рис. 6).



Рис. 6. Дельгадо с двумя устройствами *Stimoceiver* (2005 г).

Так или иначе, интерес к исследованиям Дельгадо в США постепенно сошел на нет, и в 1974 году он принял предложение испанского правительства переехать на родину в Испанию. В Испании научные интересы Дельгадо сдвинулись в область неинвазивных методов воздействия на мозг, которые, как он надеялся будут более приемлемы с медицинской точки зрения, чем импланты.

Вместе с его отъездом, в значительной степени закончилась первая «революционная» эпоха исследований в области дистанционного воздействия низкочастотных аналоговых паттернов на мозг. И этические аргументы широкой общественности сыграли в этом не последнюю роль.

Новый серьезный интерес к этой тематике и связанные с ней термины — нейроинтерфейс, интерфейс мозг — компьютер (МКИ), Brain — Computer Interface (BCI) — возникли много лет спустя, когда морально этические, связанные с возможными катастрофическими негативными последствиями проблемы стерлись в памяти общества и отошли на второй план. Кроме того, стала упорно продвигаться мысль, что эта технология на новом этапе развивается исключительно для блага тяжело больных людей, лишенных без неё возможности вести активную жизнь.

Человечество сангвентально и забывчиво.

## 9.2. Современные нейроинтерфейсы

Технологический прорыв в области нейроинтерфейсов произошел 15–20 лет назад, когда появились достаточно мощные компьютеры и новые алгоритмы, включаемые в контур обратной связи с глубокой обработкой сигналов, снимаемых с коры головного мозга (рис. 7). Если раньше можно было расшифровывать только самые простые намерения, например, хочет человек пошевелить правой рукой или левой, то современный нейроинтерфейс может управлять даже отдельными пальцами протеза руки. Для этого нужно внедрить на участке мозга, отвечающем за движение рук, более 100 электродов.

Конечно, новые технологии предоставили новые возможности в этой сфере, но принципиальная идея нейроинтерфейса такая же, как и полвека назад. В интерфейсе «мозг — компьютер» нет ничего мистического: технология позволяет регистрировать электрическую активность мозга и преобразовывать ее в команды для внешних устройств. И для коррекции внутреннего состояния колебательной активности систем его организма.

В нейроинтерфейсах мысленные команды человека расшифровываются по записи электрической активности его мозга, или электроэнцефалограммы. Считывание сигналов мозга производится с помощью инвазивных (вживляемых в мозг пациента) датчиков или неинвазивных датчиков, которые регистрируют ЭЭГ с поверхности головы.



**Рис. 7.** Современные нейроинтерфейсы: а) взаимодействие между МОЗГом и компьютером (К) через имплант по проводам; б) беспроводной интерфейс МОЗГ — компьютер.

С точки зрения современной нелинейной динамики для анализа активности мозга формально достаточно снимать данные в течении определенного периода времени с помощью одного электрода, однако наращивание числа электродов, как правило, резко улучшает ситуацию: во-первых, при построении искусственного фазового пространства высокой размерности с целью определения топологии пучков фазовых траекторий и размерности множеств на которых развиваются динамические процессы; во-вторых, время требуемое для наблюдения сокращается обратно пропорционально числу используемых при измерениях электродов, что очень важно ввиду нестационарности «мозговых колебаний» во времени; в-третьих, использование нескольких разных координат позволяет снизить уровень шумов при измерениях. Поэтому корректный переход от измерений колебательной активности мозга (как и воздействие на нее) с помощью единичных электродов к десяткам и сотням электродов, безусловно характеризует резких скачок качества и возможностей измерения активности мозга. Для инвазивного нейроинтерфейса требуется операция: электроды вживляются прямо в кору мозга. Выглядят они как маленькая пластинка, примерно пять на пять миллиметров, которая покрыта сотнями иглоочек-электродов. Они регистрируют электрическую активность отдельных нервных клеток в том месте, куда внедрены. Такие датчики отличаются более сильным сигналом, однако инвазивное вмешательство сопряжено с последствиями для здоровья человека. Даже отличные характеристики датчиков нового поколения могут вызвать ряд проблем: риск воспалений, необходимость повторной имплантации из-за отмирания нейронов и даже такие необъяснимые последствия, как эпилепсия. Поэтому такие интерфейсы используют в крайних случаях, для тяжелобольных пациентов, которым не могут помочь другие методы.

Неинвазивный нейроинтерфейс не предполагает вторжения в организм — электроды прикрепляют к коже головы. Несмотря на то, что мозг располагается глубоко в черепе, электрические поля, создаваемые нервными клетками, улавливаются электродами на поверхности головы. Этот метод уже давно применяется при снятии электроэнцефалограмм. С использованием нейрогарнитуры возможно построить интерфейс «мозг — компьютер», обеспечивающий точность распознавания команд пользователя до 95%.

Неинвазивные нейроинтерфейсы могут использовать «мокрые» и «сухие» электроды. В первом случае электроды с подушечками нужно смачивать и лишь затем прикреплять к голове. Как известно, жидкость служит проводником электричества и облегчает снятие данных. Однако у такого метода есть недостатки, и это не только мокрые волосы.

Нейроинтерфейсы на сухих электродах выглядят в виде шлема, который можно легко надеть без какой-либо дополнительной помощи и подготовки. Специальные электроды не требуют использования электропроводящего геля, при этом высокое качество регистрируемого сигнала обеспечивает система активного подавления помех.

### 9.3. Беспроводные нейроинтерфейсы

Интерфейсы «мозг-компьютер» разрабатываются для повышения независимости и восстановления связи в условиях отсутствия физического движения. За последнее десятилетие было показано, что люди с параличом конечностей могут быстро набирать текст на экране и управлять планшетными приложениями с помощью интракорткальных МКИ типа «укажи и щелкни», которые декодируют предполагаемые движения рук на основе нервных сигналов, записанных имплантированными микроэлектродами в массивы данных. Однако кабели, используемые для передачи нервных сигналов от мозга, привязывают участников к усилителям и декодирующим компьютерам и требуют экспертного надзора, что серьезно ограничивает, когда и где МКИ могут быть доступны для использования.

В работе [40] была продемонстрирована одна из первых версий использования человеком беспроводного широкополосного МКИ.

На основе прототипа системы, ранее использовавшейся в доклинических исследованиях, внешние кабели 192-электродного МКИ были заменены на беспроводные передатчики и при этом удалось добиться записи и декодирования с высоким разрешением широкополосных полевых потенциалов и пиковой активности от МКИ имплантов, расположенных на головном мозге пациентов, страдающих параличом. Два участника пилотного клинического исследования выполнили задачи по выбору элементов на экране, чтобы оценить управление курсором с помощью МКИ. Результаты: скорость передачи данных была одинаковой в кабельной и беспроводной конфигурациях. Участники также использовали беспроводной МКИ для управления стандартным коммерческим планшетным компьютером для просмотра веб-страниц и использования нескольких мобильных приложений.

Таким образом, было продемонстрировано, что беспроводная многоэлектродная запись широкополосных нейронных сигналов в течение длительных периодов времени представляет собой ценный инструмент для исследований в области нейробиологии человека и является важным шагом на пути к практическому внедрению технологии МКИ для независимого использования людьми с параличом.

#### **9.4. Нейролинк**

В качестве примера следующего шага в развитии беспроводных нейроинтерфейсов рассмотрим разработку компании Neuralink [41]

Чем чип отличается от других беспроводных МКИ?

Neuralink нацелен на активность отдельных нейронов — подход, который требует электродов, проникающих в мозг. Другие компании разрабатывают электроды, которые размещаются на поверхности мозга (некоторые из них легко снимаются) для записи усредненных сигналов, вырабатываемых популяциями нейронов. Нейробиологи уже давно утверждают, что данные от отдельных нейронов необходимы для сложного декодирования мыслей. Но исследования показывают, что и усредненные сигналы могут позволить декодировать сложные когнитивные процессы, такие как внутренняя речь.

Как и рассмотренный выше МКИ, система Neuralink полностью имплантирована и беспроводна. Однако это первый случай беспроводного МКИ, который записывает информацию с отдельных нейронов. Раньше такие системы нужно было физически подключать к компьютеру через порт в черепе. Это создавало риск заражения и ограничивало использование в реальных условиях.

Устройство Neuralink использует тонкие гибкие нити, оснащенные 1024 электродами, которые записывают активность нейронов, отправляющих сообщения по всему телу, управляя таким путем практически всеми функциями человека. Гаджет размером с монету (рис. 6), включает специальный чип внутри, который обрабатывает эти сигналы и передает их на цифровое устройство через стандартное беспроводное соединение Bluetooth — новый шаг в развитии МКИ. Хирургические роботы тщательно вплетают эти нити в кору головного мозга, отвечающую за процессы более высокого уровня, такие как обучение и эмоции, чтобы обеспечить точное размещение электродов.



**Рис. 8.** Нейрочип компании Neuralink

Первоначально ориентированный на помощь людям с тяжелым параличом, чип Neuralink нацелен на восстановление личного контроля над конечностями, протезами или устройствами связи. Записывая и декодируя нейронные сигналы от отдельных нейронов, а затем передавая их обратно в мозг с помощью электрической стимуляции, чип позволяет пользователям управлять устройствами исключительно посредством мысли.

По мнению нейробиологов, устройство Neuralink не предлагает особых новых технологических разработок — ряд компаний уже несколько десятилетий разрабатывают поверхностные электроды, предлагающие аналогичную технологию. Однако инновация Neuralink заключается в том, что ее устройство объединяет множество существующих технологий в единую систему и соединяет электроды с отдельными нейронами.

На сегодняшний день беспроводные нейроинтерфейсы представляют самое горячее направление исследований взаимодействия модулированных электромагнитных излучений с живой материей, в качестве которой выступает нейросистема мозга. Воздействие на мозг как динамическую систему организуется здесь через специальный беспроводный имплант, обеспечивающий сбор исходной информации о состоянии мозга в виде аналоговых колебательных паттернов, несущих существенную информацию об интеллектуальных процессах, и последующее преобразование этой информации в модуляцию высокочастотных колебаний, выполняющих в этом случае роль носителя информации о процессах внутри мозга (это в режиме передачи). При воздействии внешних модулированных электромагнитных колебаний на живую биологическую систему в беспроводном импланте нейроинтерфейса происходит демодуляция поступающего излучения с выделением модулирующей низкочастотной компоненты (в режиме приема). Полученные таким образом колебательные информационные паттерны уже непосредственно воздействуют на динамические процессы в мозге, производя коррекцию его динамики или способствуя управлению этими процессами в нужном для поставленных целей направлении.

К настоящему времени существуют определенные ограничения, связанные с этой технологией анализа информационных аспектов колебательных процессов в системах мозга.

Ситуация здесь сходна с картиной в области биодинамических методов в целом, в частности с приборами типа ВИСОМ: критически важным для успеха технологии (опуская этические проблемы) является разработка принципов обработки, интерпретации и использования получаемых из колебательных процессов в живом объекте данных. Совокупность колебательных процессов систем мозга и их связь с информационными процессами, по-прежнему, в значительной степени представляет собой черный ящик и задача текущих и будущих исследований заключается в исследовании его свойств и последующем их использовании. Конечно, рамки возможных применений развиваемых здесь возможностей выходят за рамки узких медицинских применений, которые заявляются авторами разработки аппаратуры и алгоритмов ее применения. Например, вполне вероятно, учитывая участие в этом процессе И. Маска, что участники первых полетов и колоний людей на Марсе, будут чипированы в обязательном порядке, чтобы получить сообщество с контролируемыми свойствами поведения. Последнее может оказаться крайне желательным для обеспечения, например, устойчивости этого сообщества в экстремальных условиях марсианской среды.

## Заключение

Анализ проблемы позволяет сделать следующие выводы.

1. Взаимодействие живых биологических организмов, рассматриваемых как системы со сложной динамикой, происходит и может происходить с внешними колебательными процессами различной природы. Сами живые организмы на разных уровнях иерархии также насыщены колебательными и волновыми процессами, совокупность которых условно можно сопоставлять с биологическим понятием гомеостаза. Поскольку речь идет не о статических, а о динамических процессах, в статье для этой комплексной характеристики используется термин **динамический гомеостаз**.

2. На верхних уровнях системной иерархии собственная динамика живого организма характеризуется наличием целого ряда низкочастотных колебаний (диапазон типичных частот 0.1 Гц до 20 КГц), и он, в соответствии с теорией нелинейных динамических систем, может быть чувствителен к воздействию внешних переменных низкочастотных полей, вообще говоря, разной физической природы.

3. Наличие и характер этой чувствительности определяется, как динамическими свойствами систем ЖБО, так и частотно-временной структурой воздействующих полей.

4. При определенных условиях воздействие внешних переменных низкочастотных полей может качественно изменять динамическое состояние живых биологических объектов, даже при достаточно малых интенсивностях воздействия.

5. Высокочастотные электромагнитные колебания, поля и излучения, наряду с низкочастотными, являются составной частью внешней колебательной среды для живых биологических объектов. В отличие от низкочастотных полей, в рамках динамической модели они с ЖБО напрямую не взаимодействуют.

6. С учетом того, что многие наблюдаемые колебания различных подсистем живых объектов лежат в области низких частот, выдвинуто предположение о том, что взаимодействие высокочастотного излучения с ЖБО в рамках динамической модели может быть реализовано за счет его модуляции низкочастотными процессами, характерными для колебательных систем самого организма.

7. Высокочастотное электромагнитное излучение при этом выполняет роль переносчика аналоговой информации в форме низкочастотных колебательных паттернов — канала по которому эти паттерны доставляются из одной точки пространства в другую. В процессе взаимодействия излучения с живым объектом в ряде случаев может происходить непосредственная демодуляция исходных высокочастотных исходных колебаний с получением в результате электрических или других физических типов колебаний, свойственных внутренним процессам в самих живых организмах. Примеры таких взаимодействий известны и приводятся в статье.

8. Однако технологическое развитие предоставляет и другую, универсальную, возможность использования модулированного высокочастотного излучения как для дистанционного снятия информации о низкочастотных процессах в живых системах, так и для воздействия на такие системы низкочастотными колебаниями. Это — специальные системы датчиков (сенсоров) и актуаторов, размещаемых на поверхности живого организма (неинвазивный вариант) или внутри него (разного рода импланты), которые производят модуляцию/демодуляцию высокочастотного излучения. И в естественном, и в искусственном вариантах принципы воздействия модулированных электромагнитных полей и излучений одинаковы, такие же, как и у низкочастотных колебаний, взаимодействующих с живыми системами (акустических, механических, контактных электромагнитных и др.). При этом с развитием технологий имплантирования будет стираться грань между естественной модуляцией/демодуляцией излучения в живых организмах и искусственной, за счет роста числа контактов сенсорных устройств, их дисперсного размещения в организме и снижения травмирующих факторов инвазивности.

### Список литературы

1. Гурвич А.Г. Теория биологического поля. М.: Советская наука, 1944. 156 с.
2. Кажинский Б. Б. Биологическая радиосвязь. Киев: АН УССР, 1962. 168 с.
3. Пресман А. С. Электромагнитные поля и живая природа. М.: Наука, 1968. 288 с.
4. Гуляев Ю. В. Физические поля и излучения человека. Новые неинвазивные методы медицинской диагностики. М.: РБОФ «Знание» им. С. И. Вавилова, 2009. 28 с.
5. Девятков Н. Д. Влияние электромагнитного излучения миллиметрового диапазона волн на биологические объекты // УФН. 1973. Т. 110. № 7. С. 453–454. DOI: 10.3367/UFN.0110.1973071.0453.
6. Бецкий О. В., Кислов В. В., Лебедева Н. Н. Миллиметровые волны и живые системы. М.: САЙНС-ПРЕСС, 2004. 272 с.
7. Дмитриев А.С., Рыжов А.И. Взаимодействие электромагнитного излучения с биологическими объектами и социальными системами // Известия вузов. «ПНД». 2021. Т. 29. № 4. С. 549–558.
8. Bunkin, N.F., Bolotskova, P.N., Bondarchuk, E.V., Gryaznov, V.G. et al. Stochastic Ultralow-Frequency Oscillations of the Luminescence Intensity from the Surface of a Polymer Membrane Swelling in Aqueous Salt Solutions // *Polymers*. 2022. Vol. 14. P. 688. DOI:10.3390/polym14040688
9. *Airborne Instruments Laboratory*. An Observation on the Detection by the Ear of Microwave Signals // *Proc. IRE*. 1956. Vol. 44. Iss. 10. P. 2A-9
10. Allan F. Auditory system response to radio frequency energy // *Aerospace Med*. 1961. Vol. 32. P. 1140–1142.
11. Баранов В.К., Кыдырбаева Д.А., Тамбовцев Д.К. Механизм воздействия модулированного высокочастотного сигнала на идеальный диэлектрик. Радиозвук. Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2016. Т. 16. № 2. С. 68–73.
12. Elder, J.A., Chou, C.K. Auditory Response to Pulsed Radiofrequency Energy. 2003. *Bioelectromagnetics Supplement*. Vol. 6. P. 162–173. DOI: 10.1002/bem.10163
13. Давыдов А.С. Солитоны в биоэнергетике. К.: Наукова думка. 1986. 159 с.
14. Галль Л. Квант мироздания. Квантовая физика и биоэнергетика живых организмов. М., СПб.: Пальмира, 2023. 446 с.
15. Рагульская М.В., Любимов В.В. Приборное изучение воздействий естественных магнитных полей на БАТ человека: методы, средства, результаты. // *Журнал радиоэлектроники*. 2000. № 11. С. 14.
16. Gleim, P., Klopp, R. Apparatus for stimulating local and higher homeostatic autoregulatory mechanisms in the organism. Patent US 8,808,259. Aug. 19. 2014.
17. Блохин И.С., Дорохов В.Б., Блохин А.С. Способ и система физиотерапевтической коррекции и терапии сна человека. Патент РФ № 2725076. Опубликовано 26.06.2024.
18. Глик Д. ХАОС. Создание новой науки. М.: АСТ, 2021. 410 с.
19. Гласс Л., Мэки М. От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.
20. Homeostasis. Wikipedia. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Homeostasis>.
21. Эшби У.Р. Конструкция Мозга. М.: ИИЛ, 1962. 398 с.
22. Анохин П.К. Идеи и факты в разработке теории функциональных систем. *Психологический журнал*. 1984. Т. 5. С. 107–118.
23. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.
24. Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978. 304 с.
25. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Москва. 1980. 607 с.
26. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001. 295 с.
27. Некоркин В.И. Лекции по основам теории колебаний. НН: Изд. Нижегородского университета, 2012. 310 с.
28. Hennecke, J. Bioresonance: a new view of medicine. *Scientific principles and practical experience*. 2017. Books on Demand. www.bod.de. 182 p.
29. Теслин Е.В. Классическая биорезонансная терапия по Ф. Морелю. Методическое руководство для врачей. М.: ТОКРАН. 2012.
30. Spano, M.L., Ditto, W.L. Chaos Control in Biological Systems. *Handbook of Chaos and Control*. // Wiley-VHC Verlag Gmb H. 1999. P. 427–456.
31. Weiss, J.N., Garfinkel, A., Spano, M.L., Ditto, W.L. Chaos and Chaos Control in Biology. // *Journal of Clinical Investigations*. V. 93. April 1994. P. 1355–1360.
32. Schiff, S.J., Jerger, K., Doung, D.H., et al. Controlling chaos in the brain. // *Nature*. Vol. 370. 25 August 1994. P. 615–620.

33. Boccaletti, S., Grebogi, C., Lai, Y.-C., et al. The Control of Chaos: Theory and Applications. // Physics Reports. 2000. Vol. 329. P. 103–197.
34. Delgado, J.M.R. Physical Control of the Mind. Toward to Psychocivilized Society. NY: HARPER&ROW. 1969. 296 p.
35. Horgan, J. The Forgotten Era of Brain. The work of Jose Delgado, a pioneering star. // Scientific American. October 2005. P. 66–73.
36. Salinas, D. Mind Control: From Nazis to DARPA // SM Phys Med Rehabil. 2018; № 2(1): P. 1007.
37. Horgan, J. The Myth of Mind Control. Will anyone ever decode the human brain? // Discover. 2004. Vol. 25. P. 40–47.
38. Delgado, J.M.R., Mark, V., Sweet, W., et al. Intracerebral radio stimulation and recording in completely free patients // The Journal of Nervous and Mental Disease. 1968. Vol. 147 No 4. P. 329–340. DOI: 10.1097/00005053-196810000-00001.
39. Доктор Менгеле из США: как раскрыли самый неприятный секрет ЦРУ. РИА — Новости. 27.05.2024. URL: <https://ria.ru/20240527/sekret-1948207293.html>
40. Simeral, J.D., Hosman, T., Saab, J., et al. Home Use of a Percutaneous Wireless Intracortical Brain-Computer Interface by Individuals with Tetraplegia // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. 2021. Vol. 68. Iss. 7. P. 2313–2325.
41. Drew, L. Neuralink Brain Chip: Advance Sparks Safety and Secrecy Concerns // Nature. 7 March 2024. Vol. 627. P. 19.

Поступила 13 июня 2024 г.

## ON THE INTERACTION OF MODULATED ELECTROMAGNETIC FIELDS WITH LIVING BIOLOGICAL ORGANISMS

DMITRIEV A.S.\*, AISTOVA L.G.\*\*\*, GRYZANOV V.G.\*\*\*,  
ITSKOV V.V.\*, RYZHOV A.I.\*, AND TURKANOV I.F.\*\*

\*Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences;  
\*\*Concern Granit JSC

doi: 10.25210/jfop-2403-ZPDFDM | edn: ZPDFDM

The article is devoted to the problem of interaction of modulated electromagnetic fields with living biological objects (LBO). The organism is considered as a multiscale dynamic nonlinear system, at the upper levels of the hierarchy of which there is a set of various low-frequency self-oscillations. and, in accordance with the theory of nonlinear dynamic systems, it can be sensitive to the influence of external variable low-frequency fields, generally speaking, of different physical nature. The presence and nature of this sensitivity is determined both by the dynamic properties of reinforced concrete systems and by the time-frequency structure of the influencing fields. Under certain conditions, the influence of external variable low-frequency fields can qualitatively change the dynamic state of living biological objects, even at fairly low intensities of influence.

High-frequency electromagnetic oscillations, fields and radiation, along with low-frequency ones, are an integral part of the external oscillatory environment for living biological objects. Unlike low-frequency fields, within the framework of the dynamic model under consideration, high-frequency fields do not directly interact with the liquid concrete. It has been suggested that the interaction of high-frequency radiation with the liquid-breeding agent within the framework of a dynamic model can be realized due to its modulation by low-frequency processes characteristic of the oscillatory systems of the body itself. In this case, high-frequency electromagnetic radiation acts as a carrier of analog information in the form of low-frequency oscillatory patterns, creating a communication channel through which these patterns are delivered from one point in space to another. In the process of interaction of radiation with a living object, in a number of cases, direct demodulation of the initial high-frequency initial oscillations can occur, resulting in electrical or other physical types of oscillations characteristic of internal processes in living organisms themselves. Examples of such interactions are known and are given in the article.

It is noted that technological development provides another, equivalent from a dynamic point of view, but universal possibility of using modulated high-frequency radiation both for remotely obtaining information about low-frequency processes in living systems, and for influencing such systems with low-frequency oscillations. These are special systems of sensors and actuators placed on the surface of a living organism (non-invasive option) or inside it (various types of implants), which modulate/demodulate high-frequency radiation. In both natural and artificial versions, the principles of the influence of modulated electromagnetic fields and radiation are the same, the same as those of low-frequency oscillations interacting with living systems (acoustic, mechanical, contact electromagnetic, etc.).

## ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.3.019

# МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ НОРМАЛЬНЫХ КОНТРОЛЬНЫХ И ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА БЕЗОТКАЗНОСТЬ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-BYYWLX | edn: BYYWLX

**Баттулга Э.** — аспирант, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва. E-mail: enhee\_jrgl@yahoo.com

**Сидняев Н. И.** — д.т.н., профессор, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва. E-mail: sidnyaev@yandex.ru

**Аннотация**

Изложены методы математической статистики, позволяющие контролировать качество аэрокосмических систем в процессе их экспериментального исследования и заранее сигнализировать о возможных нарушениях при контроле качества оборудования. Установлено, что прогнозирование среднего числа отказов по авиационному оборудованию (БО) аэрокосмической техники в целом необходимо проводить в тех случаях, когда по отдельным агрегатам в полном объеме дано небольшое число отказов и их прогнозирование на назначенную наработку для этих агрегатов приводит к значительным ошибкам. В статье предложена методика планирования и проведения эквивалентно-циклических нормальных контрольно-определяющих испытаний бортового оборудования (БО) на надежность, а также эквивалентно-циклических ускоренных контрольных испытаний электронного и электрического БО самолетов и космических аппаратов на надежность. Предложены эквивалентно-циклические определители для оценки фактических значений достигнутых уровней надежности БО.

**Ключевые слова:** вероятность, статистика, контроль, методики, закон распределения, точность, обработка

**Введение**

Статистико-математические методы контроля дают возможность контролировать непосредственно сам ход производства космических аппаратов (КА) с точки зрения его устойчивости в соблюдении заданных технических условий и на основании непрерывного наблюдения за качеством изготавливаемой продукции упреждать дефекты [1–3]. Это предупреждение брака возможно потому, что статистический метод контроля указывает на необходимость вмешательства в производственный процесс [4–7] тогда, когда количество брака еще не возросло, когда выпускаемая продукция удовлетворяет техническим условиям КА но, когда определенные статистические характеристики дают основание подозревать появление систематических ошибок, нарушающих устойчивое состояние процесса. Такое предупреждение брака особенно важно в высокотехнологичном производстве космических аппаратов при изготовлении деталей, где задача контроля заключается в том, чтобы не допускать просачивания дефектных деталей, и чтобы добиться возможной однородности качества и взаимозаменяемости деталей [8–11]. Статистический контроль позволяет уменьшить и практически свести к нулю дефекты КА [10–12]. Кроме того, статистико-математические методы позволяют надежно пользоваться выборочным контролем и получать достаточно обоснованные выводы относительно всего парка КА, исходя из данных анализа сравнительно небольшой выборки [13, 14].

**Abstract**

Methods of mathematical statistics are described, which make it possible to monitor the quality of aerospace systems during its experimental research and to signal in advance about possible violations during quality control of equipment. It has been established that forecasting the average number of failures for aircraft equipment (BO) of aerospace equipment as a whole must be performed when a small number of failures are given for individual units in full and their prediction for the assigned operating time for these units leads to significant errors. The article proposes a method for planning and conducting equivalent-cyclic normal control and determination tests of on-board equipment (BO) for reliability, as well as equivalent-cyclic accelerated control tests of electronic and electrical BO of aircraft and spacecraft for reliability. Equivalent-cyclic determinants are proposed to assess the actual values of the achieved reliability levels of the BO.

**Keywords:** probability, statistics, control, methods, distribution law, accuracy, processing



Уменьшение объема выборки удешевляет организацию контроля и позволяет более тщательно производить отдельные измерения, что приводит часто к лучшим результатам, чем сплошной контроль. Если процесс производства приведен в устойчивое состояние, то методы математической статистики довольно эффективно используются для того, чтобы заблаговременно определить возможные нарушения этого состояния [15, 16].

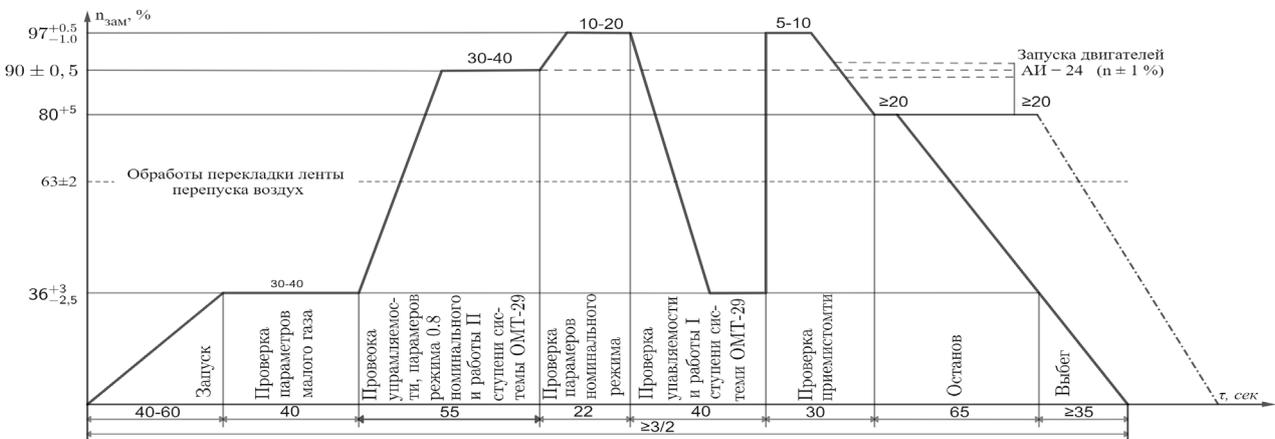


Рис. 1. Циклограмма комплексного нагружения.

При испытаниях, проводимых в реальном масштабе времени, БО подвергается циклическому воздействию внешних факторов (ВВФ), имитирующих предполетные, полетные и послеполетные условия, составляющие типовые циклы, которые объединяются в базовые циклы, каждый из которых имитирует условный год эксплуатации БО на борту летательного аппарата (ЛА). Базовый цикл эксплуатации БО состоит из типовых циклов количество которых  $n_r$  определяется соотношением среднегодового налета  $t_r$  ЛА к продолжительности имитации полетных условий  $t_{II}$  в типовом цикле испытаний. При проведении испытаний с целью контроля или оценки средней наработки на отказ  $T_0$  годовой цикл дополняется наработкой БО в условиях, соответствующих условиям проведения регламентных работ. Для формирования базового цикла испытаний разрабатывается несколько типовых циклов, учитывающих сезонные (зима, лето, весна, осень) изменения климатических факторов, и ВВФ, возникающие на борту при выполнении различных типовых задач, характерных для соответствующего самолета (вертолета). Последовательность реализации типовых циклов при проведении испытаний определяется средней частотой полетов соответствующего ЛА в течение условного года эксплуатации. Количество базовых циклов эксплуатации  $L$  (включая неполный базовый цикл), реализуемых при испытаниях, определяется по формуле  $L = [n^* / n_r] + 1$ , где  $n^*$  — общее количество типовых циклов, реализуемое в процессе испытаний;  $[n^* / n_r]$  — целая часть отношения  $n^* / n_r$ . В каждом типовом цикле испытаний воспроизводятся следующие ВВФ: широкополосная случайная вибрация (ШСВ) (для вертолетов с добавлением узкополосных составляющих); механические нагрузки режимов взлет-посадка; механические нагрузки режимов работы стрелково-пушечного вооружения или(и) нагрузки, возникающие при срабатывании катапульт; термовоздействия; баровоздействия; воздействие влаги при испытаниях по последовательной схеме; дополнительные воздействия, характерные для БО конкретного ЛА. Пример циклограммы комплексного нагружения приведен на рис. 1.

В случае отсутствия испытательного оборудования, позволяющего комплексировать ВВФ, испытания допускается проводить циклами с реализацией ВВФ по последовательной схеме в следующем порядке: механические воздействия; воздействие влаги; температурные и барометрические воздействия.

Пример циклограммы испытаний, проводимых по последовательной схеме, определяющей последовательность воспроизведения ВВФ при имитации одного полетного цикла в зимнее время, приведен на рис. 2. В технически обоснованных случаях допускается проводить баровоздействия отдельными циклами вне циклов комплексного нагружения, а в случае реализации последовательной схемы испытаний — между механическими и термовлаговоздействиями. Пример циклограммы комплексного нагружения в термовлаговиброкамере, определяющей последовательность воспроизведения ВВФ при имитации одного полетного цикла в зимнее время, приведен на рис. 2, а для осенне-весеннего периода — на рис. 3.

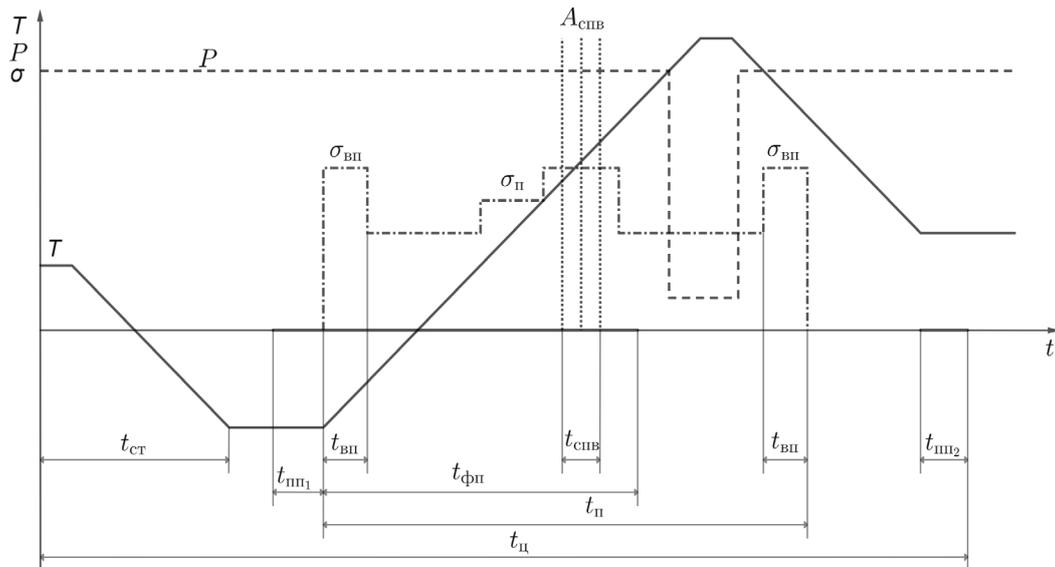


Рис. 2. Циклограмма в зимнее время.

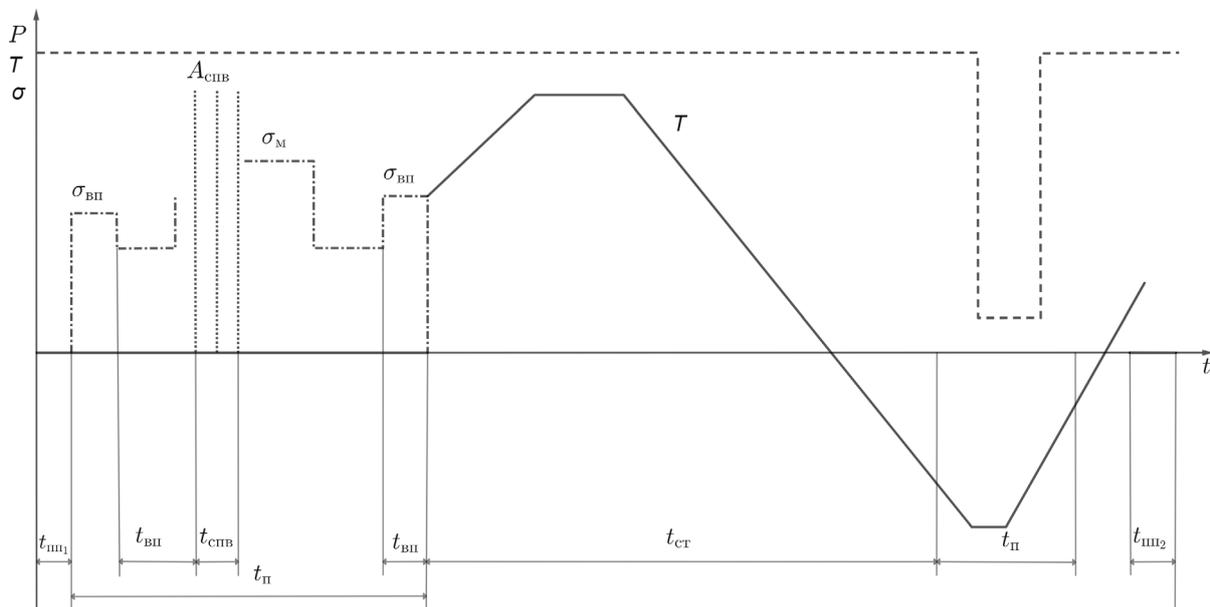


Рис. 3. Циклограмма в осенне-весенний период.

На рисунках введены следующие обозначения:  $P$  — давление воздуха в термобаровиброкамере;  $T$  — температура воздуха в термобаровиброкамере;  $\sigma$  — среднее квадратическое значение ускорения;  $\sigma_{вп}$  — среднее квадратическое значение ускорения на режиме «взлет-посадка»;  $\sigma_M$  — среднее квадратическое значение ускорения во время маневра;  $A_{спв}$  — максимальная амплитуда виброускорения при работе стрелково-пушечного вооружения;  $t_{ст}$  — продолжительность имитации предполетных условий (стоянки);  $t_o$  — продолжительность выхода БО на заданный режим;  $t_{вп}$  — продолжительность воспроизведения режима «взлет-посадка»;  $t_{фп}$  — продолжительность функционирования БО в полете;  $t_{спв}$  — продолжительность имитации работы стрелково-пушечного вооружения;  $t_{пп1}$  ( $t_{пп2}$ ) — продолжительность проведения предполетной (послеполетной) проверки;  $t_{п}$  — продолжительность имитации полета;  $t_{ц}$  — общая продолжительность проведения цикла.

Функционирование и контроль санкционирования БО на участке  $t_{пп1}$  и  $t_{пп2}$  осуществляется в режимах предполетной и послеполетной проверок.

На участке  $t_n$  в режимах, соответствующих выполнению конкретных полетных заданий, одновременно с помощью тестов встроенного контроля, контрольно-проверочной аппаратуры и контрольно-записывающей аппаратуры, ведутся проверки качества функционирования БО в соответствии с программой испытаний (ПИ).

## 1. Воздействия внешних факторов

Требования к исходной информации, заданию и воспроизведению ВВФ при проведении испытаний. При подготовке исходных данных результаты измерений должны быть упорядочены: по профилям полетов, соответствующих типовым задачам, выполняемым самолетом (вертолетом); по климатическим районам для сезонных периодов эксплуатации.

### 1.1. Механические ВВФ

Механические воздействия задаются и воспроизводятся по одной оси в эксплуатационном положении БО (амортизированное оборудование должно находиться на штатных амортизаторах). Циклограммы механических воздействий формируются путем задания временной последовательности характеристик механических ВВФ, полученных в процессе обработки измерений, произведенных на характерных режимах полета в местах установки БО на борту ЛА. Вибрационные воздействия, соответствующие различным режимам полета, представляют собой шкалу случайных вибраций (ШСВ) и задаются:

- спектральными плотностями ускорения  $S_w(f)$ ;
- суммарными средними квадратическими значениями ускорения  $\sigma_\Sigma(\Pi)$ , где  $\Pi$  — количество воспроизводимых режимов;
- продолжительностями режимов  $t(\Pi)$ .

Для моделирования работы стрелково-пушечного вооружения (СПВ) в случаях, не оговоренных особо, продолжительность  $t_{СПВ}$ , не должна превышать 2 с с интервалами между ними не менее 60 с. Для моделирования ударов от срабатывания катапульт информации задается в виде:

- спектральной плотности ускорения  $S_{\text{св}}(f)$ ;
- максимальной амплитуды виброускорения  $A_{\text{max}}$  и процентного распределения виброускорения по частотам.

Для моделирования, режима взлет-посадка информация задается

- в виде ШСВ;
- в виде максимальной амплитуды виброускорения для нескольких частот заполнения, длительности и количества ударов.

При моделировании виброударных процессов, возникающих при взлете (посадке) самолета (вертолета) корабельного базирования, дополнительно задаются следующие характеристики:

- спектр, максимальное значение виброускорения и длительности виброударов при трамплинном (катапультном) взлете;
- спектр, максимальное значение виброускорения и длительности виброудара при срабатывании аэрофинишера.

Для формирования базового цикла разрабатываются 2–3 циклограммы механических воздействий, соответствующих различным типовым задачам, решаемым самолетом (вертолетом), и содержащих большую часть возможных режимов полетов. Частота воспроизведения различных циклограмм в базовом цикле должна соответствовать частоте выполнения соответствующих задач при боевой подготовке. При отсутствии реальных замеров уровней ШСВ на ЛА или его прототипе допускается формировать циклограммы механических воздействий на основе основных технических требований (ОТТ) с соблюдением распределения продолжительности воздействия соответствующих уровней виброускорения в процентном соотношении от всего времени испытаний.

### 1.2. Климатические ВВФ

Основными климатическими ВВФ, воспроизводимыми при испытаниях, являются барометрическое давление и температура воздуха в отсеке ЛА, влажность при испытаниях по последовательной схеме. Подготовка исходных данных для формирования циклограмм климатических воздействий проводится с учетом особенностей изменения их характеристик и функциональных воздействий на этапах: предполетном; полета; послеполетном. Длительность послеполетного этапа определяется временным интервалом от момента посадки ЛА до момента достижения БО значения суточной температуры на этапе стоянки. Изменение барометрического давления в течение типового цикла должно соответствовать (с учетом возможностей оборудования) его изменению в отсеке самолета (вертолета) в зависимости от высоты  $H(t)$  моделируемого полетного задания. При формировании базового цикла эксплуатации разрабатываются температурные циклограммы типовых циклов для трех климатических районов, задающих экстремальные условия сезонных периодов эксплуатации ЛА:

- очень холодный — зимний период;
- умеренно холодный — весенне-осенний период;
- очень жаркий — летний период.

Температурная циклограмма типового цикла эксплуатации состоит из двух этапов;

- $t'_0$  – время, в течение которого моделируется условие стоянки на земле для соответствующего периода, эксплуатации, включая режим функционирования на земле при проверках;
- $t_n$  — продолжительность имитации полетных условий в типовом цикле испытаний.

Формирование базового цикла эксплуатации проводится на основе данных по распределению температур на этапе стоянки самолета (вертолета) для трех климатических районов, задающих экстремальные условия сезонных периодов за календарный год эксплуатации, путем задания экстремальных значений температур в соответствующих температурных диапазонах и приведением их к условному году эксплуатации.

Количество типовых циклов, соответствующих  $i$ -м условиям стоянки, определяется по формуле  $n_i = n_r \mu_i$ . В технически обоснованных случаях по решению разработчика ЛА или разработчика и изготовителя БО в состав ВВФ могут назначаться дополнительные факторы (например, влажность, массовая скорость перемещения воздуха, поступающего на охлаждение, туман, термоудары, броски напряжения питания и т.д.), оказывающие существенное влияние на работоспособность БО, устанавливаемого на конкретном ЛА. Уровни дополнительных ВВФ должны соответствовать реальным значениям, а время воздействия должно быть согласовано с основными циклограммами испытаний. При назначении в состав ВВФ относительной влажности базовый цикл формируется в соответствии с данными по распределению температур и относительной влажности на стоянках ЛА за календарный год эксплуатации, и данными по распределению температур, частоты  $i$ -х условий стоянки,  $\mu_i$  и относительной влажности в условном году эксплуатации по климатическим районам.

## 2. Порядок проведения испытаний

Беспилотное оборудование, поступившее на испытание, проходит проверку и регулировку согласно техническим условиям (ТУ) и ПИ. После контроля и регулировок БО устанавливается на испытательных стендах и подключается к контрольно-проверочной аппаратуре, контрольно-записывающей аппаратуре, имитаторам внешних систем и т.д. В случае испытаний на комплексные воздействия последовательно имитируется  $L$  базовых циклов эксплуатации. Реализация полетных циклов внутри годового цикла производится в соответствии с циклограммами полетных циклов. При последовательной схеме испытаний в базовом цикле сначала воспроизводятся нагрузки, задаваемые циклограммами механических воздействий в годовом объеме  $N_T$ , а затем нагрузки, задаваемые циклограммами климатических воздействий. При реализации температурных циклограмм контроль производится по показаниям датчика, контролирующего температуру воздуха в камере.

Воспроизведение ВВФ и имитация работы стрелково-пушечного вооружения участками ШСВ проводятся по ГОСТ 30630.0.0-99 «Методы испытаний на стойкость к внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Общие требования». При испытаниях фиксируются:

- характеристики воздействий внешних факторов;
- наработка и значения входных и выходных (определяющих) параметров во время контроля испытуемого БО;
- моменты возникновения отказов (повреждений);
- режимы работы, при которых зарегистрированы отказы, их характер;
- моменты снятия БО с испытаний.

При возникновении отказа испытания останавливаются, БО восстанавливается, а при необходимости — дорабатывается. После восстановления БО испытания не заканчиваются, но засчитывается количество проведенных циклов. При возникновении повреждения цикл продолжается. После его окончания БО при необходимости восстанавливается (дорабатывается), после чего производится корректировка числа испытательных циклов, если имело место учитываемое повреждение, и испытания продолжаются. После окончания испытаний производится дефектация БО с целью выявления возникших повреждений.

### 2.1. Планирование контрольных и определительных испытаний систем

Предполагается, что на момент испытаний информация о фактическом вне безотказности испытываемого БО отсутствует. Необходимо спланировать число испытаний для определения или подтверждения вероятности безотказной работы БО за время одного полета (или цикла испытаний).

В том случае, если показатель безотказности задан в виде наработки или налета:

- для показателя среднего налета на отказ, приводящего к невыполнению боевого задания  $T_{б,з}$ , вероятность безотказной работы при выполнении боевого задания  $P_{б,з}$  рассчитывается по формуле

$$P_{б,з} = T_{б,з} / T_{б,з} + t_n.$$

Для показателя наработки (налета) на отказ в полете  $T_{оп(по)}$  вероятность безотказной работы в полете

$P_{оп(по)}$  рассчитывается по формуле

$$P_{оп(по)} = \frac{2T_{оп(по)} - t_{фп(п)}}{2T_{оп(по)} + t_{фп(п)}},$$

где  $t_{фп(п)}$  — продолжительность функционирования системы в полете. Для показателя средней наработки на отказ в полете и на земле  $T_0$  вероятность безотказной работы  $P_0$  рассчитывается по формуле:

$$P_0 = \frac{2T_0 - t_{фп(п)} - t_{пров}}{2T_0 + t_{фп(п)} + t_{пров}},$$

где  $t_{пров}$  — суммарная продолжительность предполетной и послеполетной проверок. Для показателя средней наработки на отказ и повреждений, выявленных в полете и на земле при всех видах технического обслуживания,  $T_c$  вероятность безотказной работы  $P_c$  рассчитывается по формуле:  $P_c = (T_c - t) / T$ . Для показателя средней наработки на отказ и повреждений, выявленных в полете и на земле при всех видах технического обслуживания,  $T'_c$  вероятность безотказной работы  $P'_c$ , рассчитывается по формуле:

$$P'_c = \frac{T'_c - t_{фп} - t_{пров} - qt_{повт.пров}}{T'_c},$$

где  $q$  — частота повторных проверок;  $t_{повт.пров}$  — продолжительность повторных проверок. Зависимость общего количества типовых циклов  $n^*$ , необходимых для подтверждения требуемого значения вероятности безотказной работы с заданной доверительной вероятностью  $\gamma$ , от количества отказов и повреждений  $m^*$  при отсутствии доработок задается уравнением:

$$\gamma = \frac{\Gamma(n^* + 2)}{\Gamma(n^* - m^* + 1)\Gamma(m^* + 1)} \int_{P_H} p^{n^* - m^*} (1 - p)^{m^*} dp,$$

где  $P_H$  — нижняя граница вероятности безотказной работы.

Решение уравнения — общее количество типовых циклов  $n^*$ , реализуемых в процессе испытаний, необходимых для подтверждения требуемого значения вероятности безотказной работы  $P$  с заданной доверительной вероятностью  $\gamma$  приведено в [1], а определение общего количества типовых циклов  $n^*$ , реализуемых в процессе испытаний, с помощью аппроксимирующей зависимости приведено в [3]. При планировании контрольных испытаний в качестве  $P_H$  выбирается требуемый уровень вероятности безотказной работы, соответствующий ТТЗ(ТЗ). Допускается планировать испытания по нижней доверительной границе. При этом для систем со средней наработкой (налетом) на отказ  $T_0 < 150$  ч — значение относительной погрешности  $d \leq 0.1$ ; для систем со средней наработкой (налетом)  $1 T_0$  от 150 до 500 ч  $d = 0.15$ , а для остальных  $d = 0.20$ . При планировании определительных испытаний на безотказность должны быть указаны ожидаемое значение вероятности безотказной работы  $P_{ож}(T_{ож})$  и максимально допустимая дисперсия оценки  $D(P_{ож})$  оценки  $P_{ож}$ .

Общее количество типовых циклов  $n^*$  при отсутствии доработок БО в процессе испытаний и отсутствии информации о вероятности безотказной работы  $P$  перед началом испытаний вычисляется по формуле

$$n^* = \left\lceil \frac{P_{ож}(1 - P_{ож})}{D(P_{ож})} - 3 \right\rceil.$$

Планирование контрольных испытаний подсистем с целью контроля соответствия вероятности безотказной работы  $P$  систем заданным уровням. Планирование испытаний подсистем осуществляется на основе заданных на систему значений вероятности безотказной работы системы  $P$  и вероятности безотказной работы ее подсистемы  $P_i$ , на основе заданных значений  $P$  и  $\gamma$ , выбирается план испытаний  $(n^*; m^*)$  для системы и вычисляется значение условной частоты отказов системы  $R: R(n^*; m^*; \gamma) = \hat{Q} / Q$ , где  $Q$  — вероятность отказа,  $\hat{Q}$  — частота отказов системы. Для каждой составляющей определяется допустимое значение частоты отказов  $i$ -й составляющей системы (толерантная граница)  $Q_i$  для частоты отказов при реализации выбранного для системы плана испытаний  $\tilde{Q}_i = Q[R(n^*; m^*; \gamma)]^{1/a_i}$ , где  $Q_i = 1 - P_i$ ,  $a_i$  — кратность резервирования  $i$ -й составляющей системы.

Допустимое количество отказов и повреждений подсистемы  $m_i^*$  и общее количество типовых циклов подсистемы  $n_i^*$  для каждой составляющей (подсистемы) вычисляется по формулам

$$m_i^* = \begin{cases} [\tilde{Q}_i n^*] + 1, & \text{если } \tilde{Q}_i \cdot n^* > 1, \\ [\tilde{Q}_i n^*], & \text{если } \tilde{Q}_i \cdot n^* = 1, \\ 0, & \text{если } \tilde{Q}_i \cdot n^* < 1, \end{cases} \quad n_i^* = \begin{cases} \frac{m_i^*}{\tilde{Q}_i}, & \text{если } \tilde{Q}_i n^* \geq 1 \\ n^*, & \text{если } \tilde{Q}_i n^* < 1 \end{cases}.$$

План испытаний для  $i$ -й подсистемы назначается в зависимости от значения  $\tilde{Q}_i n^*$ . Если  $\tilde{Q}_i n^* < 1$ , то для  $i$ -й подсистемы назначается план испытаний объемом  $n^*$  с нулем отказов; если  $\tilde{Q}_i n^* \geq 1$ , то для  $i$ -й подсистемы назначается план испытаний для подтверждения вероятности безотказной работы подсистемы  $P_i$  с ограничением объема значения  $n_i^*$ . При планировании испытаний подсистем, проводимых с целью оценки показателей безотказной системы, объем испытаний каждой подсистемы назначается равным объему, рассчитанному для системы.

При оценке и контроле показателей безотказности не учитываются зависимые отказы, отказы, происшедшие по вине обслуживающего персонала, отказы, возникшие в результате превышения при испытаниях реальных уровней ВВФ. При оценке и контроле показателей  $P_{бз}(T_{бз})$ ,  $P_{оп(по)}(T_{оп(по)})$  не учитываются отказы, происшедшие при воспроизведении участков циклограмм, имитирующих предполетные и послеполетные условия, а для систем, включающих резервные группы элементов, не учитываются отказы отдельных элементов резервных групп (отказом считается отказ всех групп элементов). При оценке и контроле показателя  $P_o(T_o)$  учитываются отказы отдельных элементов резервных групп, возникшие при имитации предполетных и послеполетных условий, и отказ всех элементов резервной группы, возникший при имитации полета (отказы отдельных элементов резервной группы, возникшие при имитации полета, не учитываются). При оценке и контроле показателя  $P_c(T'_c)$  учитываются все отказы и повреждения, возникшие на любом участке циклограммы испытаний. При отсутствии информации о вероятности безотказной работы БО и отсутствии доработок в процессе испытаний оценка вероятности безотказной работы  $\hat{P}$  и ее дисперсия  $D(\hat{P})$  вычисляются по формулам:

$$\hat{P} = \frac{k+1}{k+m+2}; \quad D(\hat{P}) = \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{k+m+1},$$

где  $m$  — число испытаний, в которых произошли отказы;  $k$  — число успешных испытаний изделия. В том случае, если в процессе испытаний проводились доработки, оценка вероятности безотказной работы  $\hat{P}$  и ее дисперсия  $D(\hat{P})$ , соответственно определялись по формулам:

$$\hat{p} = \frac{k+1}{1}; \quad D(\hat{P}) = \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{1};$$

$$k+m_0 + \sum_{i=1}^l r_i + m_i + 2, \quad k+m_0 + \sum_{i=1}^l r_i + m_i + 3, \quad r_i = \frac{\frac{k_i + j}{n_i + k_i + j}}{\frac{k_i + j}{n_i + k_i + j} + l},$$

где  $m_0$  — количество отказов, по причинам возникновения которых доработки не проводились;  $l$  — количество причин отказов, по которым проведены доработки;  $r_i$  — вероятность неустранения, проведенной доработкой  $i$ -й причины отказа;  $k_i$  — количество успешных испытаний до проведения доработки БО с целью устранения  $i$ -й причины отказа;  $m_i$  — количество отказов по  $i$ -й причине, происшедших до проведения соответствующей доработки;  $n_i$  — количество успешных циклов испытаний после доработки БО с целью устранения  $i$ -й причины отказа.

Если после доработки БО с целью устранения  $i$ -й причины отказа вновь возникает отказ по этой причине, то считаем  $r_i = 1$  до момента следующей доработки по  $i$ -й причине отказа.

Оценка безотказности в форме наработки на отказ определяется по формулам:

$$T_{бз} = \frac{(k+1)t_{пл}}{m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i}, \quad T_{оп(по)} = \frac{(k+1)t_{фп(п)}}{m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i} + 0.5t_{фп(п)}, \quad T_0 = \frac{(k+1)(t_{фп} + t_{пров})}{m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i} + 0.5(t_{фп} + t_{пров}),$$

где  $m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i \geq 1$ ;

$$T_c = \frac{\left(k + m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + 1\right) t_{пл}}{m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_{ни} d_i}, \quad T'_c = \frac{\left(k + m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + 1\right) (t_{фп} + t_{пров} + q t_{повт.пров})}{m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_{ни} d_i},$$

где  $m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_{ни} d_i \geq 1$   $d_0$  — количество повреждений, по причинам возникновения которых доработки не проводились. Если в приведенных зависимостях знаменатель принимает значение, меньшее единицы, то принимаем его равным единице.

Дисперсия оценок этих показателей определяется по формулам

$$D(T_{\delta,з(оп,по)}) = \frac{(k+1)(k+2)t_{\pi(оп,по)}^2}{(m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i)(m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i - 1)} - T_{\delta,з(оп,по)}^2; \quad D(T_0) = \frac{(k+1)(k+2)(t_{\pi} + t_{\pi\text{пов}})^2}{(m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i)(m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i - 1)} - T_0^2$$

при  $m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i \geq 2$ ;

$$D(T_0) = \frac{(k + m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + 1)(k + m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + 2)t^2}{(m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_i d_i)(m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i - 1)} - T_c^2$$

при  $m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_i d_i \geq 2$ ;

где  $l_H$  — количество причин повреждений, по которым проведены доработки;  $d_i$  — количество повреждений, происшедших по  $i$ -й причине;  $r_{ni}$  — вероятность неустранения проведенной доработкой БО  $i$ -й причины повреждения.

Контроль соответствия показателя безотказности требованиям, заданным ТЗ(ТТЗ) при отсутствии доработок осуществляется следующим образом:

- если в первых  $n_0^*$  испытаниях отказов не было, то принимаются решения о соответствии БО заданным требованиям;
- если произошел один отказ(повреждение), то общее число испытаний увеличивается до  $n_1^*$ , если два, то до  $n_2^*$  и т.д.;
- если при проведении  $n_m^*$  испытаний количество отказов(повреждений) меньше или равно  $m^*$ , то принимается решение о соответствии БО заданным требованиям, в противном случае, испытания продолжают вплоть до максимального допустимого объема испытаний  $n_{\max}^*$ , соответствующего числу отказов(повреждений)  $m_{\max}^*$ ;
- если при проведении  $n_{\max}^*$  испытаний число отказов (и повреждений) меньше или равно  $m_{\max}^*$ , то принимается решение о соответствии БО требованиям ТЗ по безотказности, в противном случае принимается решение о несоответствии ТЗ. В том случае, если в процессе испытаний проводятся доработки БО, то контроль на соответствие ТЗ проводится так, что если на некоторый момент испытаний выполняется условие

$$\left. \begin{aligned} k + m_0 \pm \sum_{i=1}^l r_i m_i &\geq n_m^* \\ m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i &\leq m^*, \end{aligned} \right\}$$

то с уровнем доверия  $\gamma$  требования ТЗ выполнены.

При контроле показателя  $P_c(T_c)$  должны выполняться условия:

$$\left. \begin{aligned} k + m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i &\geq n_m^*; \\ m_0 + \sum_{i=1}^l r_i m_i + d_0 + \sum_{i=1}^l r_i d_i &\leq m^*; \end{aligned} \right\}$$

Если перед началом испытаний имелась информация о безотказности из эксплуатации или предыдущего этапа испытаний, то необходимое число испытаний может быть уменьшено. Оценка и контроль соответствия показателя безотказности систем заданным требованиям по результатам испытаний подсистем

При планировании испытаний применяется следующее правило контроля:

- для планов с нулевым количеством отказов подсистема считается выдержавшей испытания, если при проведении  $n^*$  испытаний, отказов зарегистрировано не было, а в случае возникновения отказов, устраненных путем доработок — при выполнении условия:

$$\sum_{j=1}^l r_{ij} m_{ij} < \tilde{Q}_i n^*,$$

где  $r_{ij}$  — вероятность неустранения доработкой  $i$ -й подсистемы  $j$ -й причины отказа;  $m_{ij}$  — число отказов  $i$ -й подсистемы, происшедших по  $j$ -й причине.

Эквивалентные результаты испытаний «укрупненной» системы, состоящей из последовательно соеди-

ненных подсистем, вычисляются по формулам:

$$\hat{P}_i = \frac{k_i}{k_i + m_i + \sum_{j=1}^l r_{ij} m_{ij}}; \hat{P}_U = \prod_{i=1}^r \hat{P}_i; N_U = \min(k_i + m_i + \sum_{j=1}^l r_{ij} m_{ij}); K_U = N_U \hat{P}_U; m_U = N_U - K_U,$$

где  $\hat{P}_i$  — частота невозникновения отказов  $i$ -й подсистемы с учетом проведенных доработок);  $\hat{P}_U$  — эквивалентная частота успешных испытаний укрупненной системы;  $N_U$  — общее эквивалентное количество испытаний укрупненной системы;  $k_U$  — эквивалентное количество успешных испытания укрупненной системы;  $m_U$  — эквивалентное количество испытаний с отказами укрупненной системы.

Нижняя  $\gamma$ -я доверительная граница показателя безотказности вычисляется с заменой  $k^*$  и  $m^*$  на  $k_U$  и  $m_U$ . Нижняя  $\gamma$ -я доверительная граница вероятности безотказной работы «укрупненной» подсистемы, состоящей из параллельно соединенных подсистем  $P_U$  вычисляется по формуле  $\underline{P}_U = 1 - (1 - \underline{P}_U^{1/r})r$ , где  $\underline{P}_U$  — нижняя  $\gamma$ -я доверительная граница для последовательной цепочки, состоящей из тех же элементов. В том случае, если все элементы идентичны, нижняя  $\gamma$ -я доверительная граница определяется по формуле:  $\underline{P}_U = 1 - (1 - \underline{P}_i)r$ . Частота успешных испытаний для «укрупненной» подсистемы, состоящей из параллельно соединенных подсистем, определяется по формуле

$$\hat{P}_U = 1 - \prod_{i=1}^r (1 - \hat{P}_i).$$

Эквивалентное количество испытаний  $N_U$  определяется из уравнения

$$\gamma = \frac{\Gamma(N_U + 2)}{\Gamma(N_U \hat{P}_U + 1)\Gamma(N_U + N_U \hat{P}_U + 1)} \int_{P_U} P^{N_U \hat{P}_U} (1 - p)^{N_U(1 - \hat{P}_U)} dp.$$

После получения значений  $k_U$  и  $m_U$  для системы находится нижняя  $\gamma$  доверительная граница контролируемой вероятности безотказной работы системы в соответствии с приложением Г и ее точечная оценка. Контроль соответствия системы заданным в ТЗ(ТТ 3) требованиям производится путем сравнения полученной нижней  $\gamma$ -й доверительной границы  $\underline{P}_U$ , с заданной на систему величиной  $P_{ТР}$ . Если  $\underline{P}_U \geq P_{ТР}$ , то считаем, что система удовлетворяет заданным требованиям. Изложенная методика должна использоваться при выдаче окончательного заключения для систем, содержащих резервные группы элементов, и при проведении контрольных испытаний в сборе в случае отказав подсистем, входящих в резервные группы. При этом, если резервные группы состоят из идентичны элементов, то значение  $P_i$  определяется исходя из объема испытаний  $n_i$ :  $n_i = \sum_{i=1}^r (k_i + m_i)$ .

### 2.1. Эквивалентно-циклические ускоренные испытания БО на безотказность

Данный раздел устанавливает методы планирования и проведения эквивалентно-циклических ускоренных контрольных испытаний БО на безотказность. Планирование эквивалентно — циклических ускоренных контрольных испытаний на безотказность. Ускорение достигается за счет увеличения значений воздействующих факторов и ужесточения режимов функционирования БО при испытаниях. Испытания на безотказность проводятся последовательным методом с усечением продолжительности испытаний и числа отказов  $m_{yc}$  при контроле средней наработки на отказ, или средней наработки до отказа, или усечением по числу циклов, испытаний  $N_{yc}$  и количеству отказов  $r_{yc}$  при контроле вероятности безотказной работы БО с сохранением рисков заказчика и поставщика.

Для ремонтируемого БО продолжительность испытаний ограничивается ресурсом до первого ремонта  $T_p$ , а для неремонтируемого БО — назначенным ресурсом  $T_{АН}$ . Количество испытываемых образцов БО определяется по выбранному плану испытаний. При этом учитывается сложность БО, его стоимость, объем заказов, требования директивных документов и т.д. Количество испытываемых образцов БО допускается устанавливать равным количеству образцов, предъявляемых на периодические испытания. Для выбора плана испытаний при контроле средней наработки на отказ или средней наработки до отказа БО используются следующие исходные данные:

$\alpha$  — риск поставщика;

$\beta$  — риск заказчика;

$T_\alpha$  — приемочное значение средней наработки на отказ или средней наработки до отказа, при котором вероятность приемки БО равна  $1 - \alpha$ ;

$T_\beta$  — браковочное значение средней наработки на отказ или средней наработки до отказа, при котором вероятность браковки БО равна  $1 - \beta$ ;

$T_{ТР}$  — значение средней наработки на отказ или средней наработки до отказа, заданное в ТТЗ(ТЗ) или ТУ.

При установлении интервала  $[T_\alpha, T_\beta]$  значения  $T_\beta$  принимают равным  $T_{TP}$  заданному в ТТЗ (ТЗ) или ТУ. Отношение  $T_\alpha / T_\beta$  следует устанавливать равным: 1,5–2,0 — для комплексов и систем БО и 2,0–3,0 — для подсистем БО. Риски поставщика  $\alpha$  и заказчика  $\beta$  устанавливаются по согласованию между ними. Для принятых  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $T_\alpha / T_\beta$  шифр планов испытаний, уравнения линий, определяющих область соответствия и несоответствия, значения  $m_{yc}$ ,  $B_{yc}$ . Средняя продолжительность испытаний для контроля средней наработки на отказ или средней наработки до отказа БО  $\tilde{t}_{k,u}$  определяется по формуле  $\tilde{t}_{k,u} \leq B T_\alpha / n$ , где  $B$  — нормируемый коэффициент;  $n$  — число испытываемых образцов. Продолжительность испытаний  $\tilde{t}_{k,u}$  разбивается не менее чем на три основных цикла. По согласованию с заказчиком может быть выбрано число циклов испытаний более трех. Продолжительность одного цикла соответственно будет равна одной трети к менее  $\tilde{t}_{k,u}$ . Для планирования испытаний при контроле вероятности безотказной работы задаются следующие исходные данные:

- приемочное значение вероятности отказа  $q_0$  при котором вероятность приемки БО равна  $1 - \alpha$ ;
- браковочное значение вероятности отказа  $q_1$ , при котором вероятность браковки БО равна  $1 - \beta$ .

Значение  $q_1$  определяется по формуле  $q_1 = 1 - P(t)$ , где  $P(t)$  — значение вероятности безотказной работы, заданное в ТТЗ(ТЗ) или ТУ. Отношение  $q_1 / q_0$  следует устанавливать равным: 1.5–2.0 — для комплексов и систем БО, а 2.0–3.0 — для подсистем БО. Порядок графического представления планов испытаний для контроля вероятности безотказной работы БО определяется в соответствии с ГОСТ 30630.0.0-99. Средняя продолжительность испытаний для контроля вероятности безотказной работы БО определяется по формуле  $\tilde{t}_{k,u} \leq (N \cdot t_{б,p}) / n$ , где  $N$  — число циклов испытаний длительность  $t_{б,p} / n$  каждый;  $t_{б,p}$  — продолжительность непрерывной работы, заданная в ТТЗ(ТЗ) или ТУ.

По согласованию с заказчиком при наличии предварительной информации о соответствии средней наработки на отказ или средней наработки до отказа БО требованиям, заданным в ТТЗ (ТЗ) или ТУ, значения  $T_\alpha$  и  $T_\beta$  определяются из выражений:

$$T_\alpha = (m_{yc} \cdot T_{TP}) / t_{1-\alpha}; \quad T_\beta = (m_{yc} \cdot T_{TP}) / t_\beta,$$

где  $t_{1-\alpha}$ ,  $t_\beta$  — квантили пуассоновского распределения.

### 3. Способы реализации воздействия внешних факторов при испытаниях

Реализация воздействующих факторов при испытании БО на безотказность проводится одним из следующих способов;

- комплексным — реализация воздействующих факторов осуществляется на одном испытательном стенде одновременно;
- комбинированным — реализация отдельных сочетаний воздействующих факторов осуществляется поочередно.

При комбинированных испытаниях количество испытательных стендов меньше количества воздействующих факторов. Частным случаем комбинированного способа является комплексный способ реализации воздействующих факторов. При отсутствии необходимого испытательного оборудования для реализации воздействующих факторов комплексным или комбинированным способами допускается проводить испытания БО на безотказность последовательным способом: реализация каждого воздействующего фактора осуществляется поочередно на соответствующем количестве испытательных стендов.

Выбор способа реализации воздействующих факторов и их состав: осуществляется разработчиком БО с учетом оснащенности и перспективы развития лабораторно-экспериментальной базы, а также степени влияния каждого воздействующего фактора на БО. Здесь  $t_{U1}^{PB}$  — продолжительность воздействия повышенной влажности в одном цикле испытаний;  $t'_{U1}$  — продолжительность максимального из воздействий широкополосной случайной вибрации (ШСВ) или циклического воздействия температур в одном цикле испытаний;  $t_{U1}^{ШСВ}$  — продолжительность воздействия ШСВ в одном цикле испытаний по одной координатной оси;  $t_{U1}^{\Delta T}$  — продолжительность циклических воздействий температур в одном цикле испытаний;  $t_{U1}$  — продолжительность одного цикла ускоренных испытаний.

#### 3.1. Испытания БО на воздействие вибрации

При ускоренных испытаниях имитация эксплуатационных вибрационных нагрузок на БО осуществляется последовательным воспроизведением ШСВ в заданном диапазоне частот. При отсутствии испытательного оборудования, необходимого для воспроизведения ШСВ, испытания проводятся последовательно на:

- синусоидальную вибрацию (СВ), эквивалентную ШСВ, методом качающейся частоты;
- СВ с фиксированными частотами (при необходимости имитации вибрации БО от воздействия воздушных винтов самолета или вертолета);

— ударные воздействия.

БО должно подвергаться воздействию вибрации в режимах, имитирующих основные  $\eta$ -е режимы эксплуатации:

- полет (взлет-посадка, набор высоты, работа синусоидальных полетных вибраций (СПВ), выполнение фигур высшего пилотажа и т.д.);
- руление и обслуживание на земле.

Исходная информация по вибрационным воздействиям должна представляться в виде:

- максимальных значений спектральной плотности виброускорений для различных участков нормируемого диапазона частот по трем координатным осям для основных  $\eta$ -х режимов эксплуатации  $S_{\max}^{\eta}(f)$ ;
- суммарной наработки БО на земле и в полете  $T_p$ ;
- наработки БО в полете  $T_{\Pi}$ ;
- суммарных средних квадратических виброускорений для  $\eta$ -х режимов эксплуатации  $\delta_{\Sigma i}^{\eta}$ ;
- максимальных средних квадратических виброускорений для  $\eta$ -х режимов эксплуатации  $\delta_{\max}^{\eta}(f)$ ;
- наработок БО в каждом  $\eta$ -м ( $\eta = 1 - k$ ) режиме эксплуатации  $T^{\eta}$ .

БО должно испытываться поочередно по трем координатным осям в эксплуатационном положении с закреплением, имитирующим установку на борту ЛА. Под эксплуатационным положением понимается положение, при котором направление действия силы тяжести БО, установленного на вибростенде, соответствует ее направлению на ЛА.

Испытательный уровень спектральной плотности виброускорений  $S_{\eta}^{\eta}(f)$ , эквивалентны  $\eta$ -му ( $\eta = 1 - k$ ) режиму эксплуатации, устанавливается разработчиком по результатам исследований и предварительных расчетов, проводимых с учетом запаса прочности конструкции и ее элементов, требований к БО по вибропрочности, заданным в ТТЗ(ТЗ) и ТУ, и технологических особенностей.

Коэффициент жесткости  $K_{ж}$  определяется по формуле:

$$K_{ж} = \sigma_{\Sigma u}^{\eta}(f) / \sigma_{\max}^{\eta}(f).$$

Коэффициент ускорения испытаний на воздействие ШСВ, имитирующих  $\eta$ -й режим эксплуатации  $K_y^{\eta ШСВ}$  в зависимости от величины средней продолжительности испытаний  $\tau_{ку}$ . Продолжительность воздействия ШСВ при испытаниях, имитирующих  $\eta$ -й режим эксплуатации  $K_y^{\eta ШСВ}$ , определяется по формуле

$$t_u^{\eta ШСВ} = (\tilde{t}_{ку} \cdot A \cdot B^{\eta}) / K_y^{\eta ШСВ},$$

где  $A$  — доля наработки БО  $\eta$ -м режиме эксплуатации  $T_{\Pi}$  от наработки БО на земле в полете  $T_p$ ;  $B^{\eta}$  — доля наработки БО  $\eta$ -м режиме эксплуатации  $T^{\eta}$  от наработки БО в полете  $T_{\Pi}$ .

Доля наработки БО в полете от суммарной наработки БО на земле и в полете  $A$  определяется по формуле  $A = T_{\Pi} / T_p$ . Доля наработки БО в  $\eta$ -м режиме эксплуатации от наработки БО в полете  $B^{\eta}$  определяется по формуле  $B^{\eta} = T^{\eta} / T_{\Pi}$ . Продолжительность воздействия ШСВ при испытаниях, имитирующих  $\eta$ -е ( $\eta = 1 - k$ ) режимы эксплуатации, в одном цикле испытаний по одной координатной оси  $t_{U1}^{\eta ШСВ}$  определяется по следующей формуле:

$$t_{U1}^{\eta ШСВ} = \left( \tilde{t}_{ку} \cdot A \cdot \sum_{\eta=1}^k B^{\eta} / K_y^{\eta ШСВ} \right) / N.$$

### 3.2. Испытания на воздействие синусоидальной вибрации методом качающейся частоты

Синусоидальное виброускорение  $\alpha_{zi}^{\eta}$ , эквивалентное максимальному значению спектральной плотности  $S_{\max}^{\eta}$  для  $i$ -й частоты и  $\eta$ -го режима эксплуатации, определяется по формуле

$$\alpha_{zi}^{\eta} = K_{СВ.К.Ч} \sqrt{S_{\max}^{\eta} i \Delta f_{pj}},$$

где  $K_{СВ.К.Ч}$  — коэффициент перевода из ШСВ в СВ с качающейся частотой;  $\Delta f_{pj}$  — ширина резонансной полосы частот в зависимости от диапазона частот. По рассчитанным значениям  $\alpha_{zi}^{\eta}$  строится спектр синусоидальных виброускорений  $\alpha_s^{\eta}(f)$ , эквивалентный спектру  $S_{\max}^{\eta}$ , по которому разработчик БО формирует базовый спектр  $\alpha_b^{\eta}(f)$ . Под базовым спектром  $\alpha_b^{\eta}(f)$  понимается спектр, сформированный по максимальным значениям синусоидальных виброускорений  $\alpha_{sj}^{\eta}$  в  $j$ -х ( $j = 1 - M$ ) диапазонах частот, устанавливаемых разработчиком БО, т.е.  $\alpha_{s\bar{p}}^{\eta}(f) = \max \{ \alpha_s^{\eta} \} j$ .

Значения частотных диапазонов с постоянным уровнем виброускорений устанавливаются с учетом возможностей их реализации на испытательном оборудовании. Испытательный уровень виброускорения  $\alpha_{ij}^{\eta}(f)$  в  $j$ -м диапазоне, соответствующий  $\eta$ -му режиму эксплуатации, устанавливается разработчиком по результатам исследований предварительных расчетов, проводимых с учетом запаса прочности, конструкции и ее элементов, требований к БО по вибропрочности, заданным в ТТЗ (ТЗ) или ТУ, и технологических

особенностей. Коэффициент жесткости  $K_{ж}$  определяется по формуле  $K_{ж} = \alpha_{ij}^{\eta}(f) / \alpha_{sj}^{\eta}(f)$ .

Продолжительность испытаний на воздействие синусоидальной вибрации методом качающейся частоты определяется по формуле

$$t_u^{CB.K.Ч} = \sum_{\eta=1}^k \sum_{j=1}^M \tilde{t}_{ку} AB^{\eta} \frac{\eta_j l_n (f_B / f_H)^j}{K_{жj}^{mj}},$$

где  $f_B, f_H$  — соответственно верхняя и нижняя частоты  $j$ -го ( $j = 1 - M$ ) диапазона;  $K_{жj}$  — коэффициент жесткости для  $j$ -го диапазона частот. Здесь значения условной добротности на резонансной частоте  $\eta_j$  и тангенс угла наклона кривой усталости  $m_j$  для  $j$ -х диапазонов частот заданы. Продолжительность испытаний на воздействие синусоидальной вибрации методом качающейся частоты в одном цикле испытаний по одной координатной оси  $t_{U1}^{CB.K.Ч}$  определяется по формуле  $t_{U1}^{CB.K.Ч} = t_u^{CB.K.Ч} / N$ .

Синусоидальное виброускорение  $\alpha_{эi}^{\eta}$ , эквивалентное максимальному значению спектральной плотности  $S_{\max i}^{\eta}$  для фиксированной  $i$ -й ( $i = 1 - D$ ) частоты БО и  $\eta$ -го ( $\eta = 1 - k$ ) режима эксплуатации, определяется по формуле  $\alpha_{эi}^{\eta} = K_{CB.ф.и} \sqrt{S_{\max i}^{\eta} \Delta f_{pj}}$ , где  $K_{CB.ф.и}$  — коэффициент перевода из ШСВ в СВ с фиксированными частотами;  $\Delta f_{pj}$  — ширина узкополосной полосы частот в зависимости от диапазона частот. Испытательный уровень виброускорения  $\alpha_d^{\eta}$  для  $i$ -й ( $i = 1 - D$ ) фиксированной частоты БО и  $\eta$ -го режима эксплуатации устанавливает разработчик по результатам предварительных расчетов, производимых с учетом запаса прочности конструкции и ее элементов, требований к БО по прочности, заданным в ТТЗ (ТЗ) или ТУ, и технологических особенностей. Коэффициент жесткости КЖ определяется по формуле  $K_{ж} = \alpha_{ui}^{\eta} / \alpha_{sj}^{\eta}$ . Продолжительность испытаний на СВ с фиксированными частотами  $t_{U1}^{\text{н.а.о.ч}}$ , определяется по формуле:

$$t_u^{CB.ф.и} = \sum_{\eta=1}^k \sum_{j=1}^D \frac{\tilde{t}_{ку} \cdot A \cdot B^{\eta}}{K_{жj}^{mj}}.$$

Продолжительность испытаний на СВ с фиксированными и частотами в одном цикле испытаний по одной координатной оси  $t_{U1}^{CB.ф.ч}$  определяется по формуле:  $t_{U1}^{CB.ф.ч} = t_u^{CB.ф.ч} / N$ . Для проведения испытаний на воздействие СВ с фиксированными частотами фиксированные частоты БО устанавливаются экспериментально.

### 3.3. Испытания на ударные воздействия

Уровень ударных нагрузок при испытании на безотказность назначается исходя из результатов измерений (или прогноза) ударных воздействий в местах установки БО на ЛА.

Суммарное количество ударов  $\varphi_{U1}^{yD}$  по трем координатам осей, эквивалентное установленному в ТТЗ(ТЗ) и ТУ назначенному сроку службы, определяется по формуле

$$\varphi_{U1}^{yD} = Q_{г} \cdot T_{CH}$$

где  $Q_{г}$  — количество полетов самолета(вертолета) за год эксплуатации;  $T_{CH}$  — назначенный срок службы БО. Количество ударов в одном цикле испытаний по одной координатной оси  $\varphi_{U1}^{yD}$  определяется так

$$\varphi_{U1}^{yD} = \varphi_{U1}^{yD} / N.$$

Продолжительность ударных воздействий в цикле испытаний по одной координатной оси  $t_{U1}^{yD}$  определяется по формуле

$$t_{U1}^{yD} = \varphi_{U1}^{yD} / (F \cdot 60),$$

где  $F$  — количество ударов в одну минуту ( $F = 40\_80$ ).

### 3.4. Испытания на воздействие повышенной влажности

Продолжительность воздействия повышенной влажности в одном цикле испытаний  $t_{U1}^{PB}$  при контроле показателей безотказности определяется по формуле  $t_{U1}^{PB} = t_{U1}^{PB} \cdot T_c / N$  где  $t_{U1}^{PB}$  — продолжительность ускоренных испытаний на воздействие повышенной влажности, эквивалентная воздействию влаги в течение года эксплуатации в зависимости от установившейся температуры в камере;  $T_c$  — срок службы БО, соответствующий наработке, равной  $\tilde{t}_{ку}$ . В процессе воздействия повышенной влажности БО должно находиться в камере в выключенном состоянии. Периодически необходимо осуществлять кратковременное включение-выключение БО. По согласованию с заказчиком в технически обоснованных случаях с учетом конструктивно-технологических особенностей БО испытание на воздействие повышенной влажности допускается не проводить.

### 3.5. Испытания на циклическое воздействие температур

Исходная информация по циклическому воздействию температур должна представляться в виде:

- значения температуры окружающей среды в отсеке самолета(вертолета) в режиме применения  $T_{OT}$
- количества полетов самолета(вертолета)  $Q$  продолжительностью более 1 ч за подтверждаемый срок службы;
- количества кратковременных полетов самолета (вертолета)  $Q_{к.п}$  продолжительностью, равной или менее 1 ч за подтверждаемый срок службы;
- количества кратковременных стоянок самолета (вертолета)  $Q_{к.ст}$  продолжительностью, равной или менее 1 ч за подтверждаемый срок службы;
- назначенного срока службы  $T_{сн}$ .

Количество испытательных термоциклов  $\varphi_{UH}^{\Delta T}$ , эквивалентное  $Q$ , определяется по формуле:  $\varphi_{UH}^{\Delta T} = \varphi_{UH}^{\Delta T} Q / 100$ , где  $\varphi_{UH}^{\Delta T}$  — количество испытательных термоциклов, эквивалентное  $Q = 100$ . Количество испытательных термоциклов  $\varphi_{U\epsilon.i}^{\Delta T}$ , эквивалентное  $Q_{к.п}$ , определяется по формуле

$$\varphi_{U\epsilon.i}^{\Delta T} = Q_{к.п} \left( \frac{T_{OT} \cdot (1 - e^{-mt_{к.п}})}{\Delta T_u} \right)^3,$$

где  $m$  — темп нагрева БО при естественном нагреве (охлаждении). Для БО массой менее 0.5 кг  $m = (0.72 \pm 3.60)ч^{-1}$ . Для БО массой более 0.5 кг  $m = 0.72ч^{-1}$ ;  $t_{к.п}$  — продолжительность кратковременного полета (принимается равной 1 ч).

Количество испытательных термоциклов  $\varphi_{Uк.ст}^{\Delta T}$ , эквивалентное  $Q_{к.ст}$ , определяется по формуле

$$\varphi_{Uк.ст}^{\Delta T} = Q_{к.ст} \left( \frac{e^{-mt_{к.ст}}}{\Delta T_u} \right)^3,$$

где  $t_{к.ст}$  — продолжительность кратковременных стоянок (принимается равной 1 ч).

Количество испытательных термоциклов  $\varphi_{Uxp}^{\Delta T}$ , эквивалентное количеству циклов изменения температур на стоянке самолета(вертолета) за подтверждаемый срок службы  $T_c$ , определяется по формуле:  $\varphi_{Uxp}^{\Delta T} = \varphi_{Uxp}^{\Delta T} \cdot T_c$ , где  $\varphi_{Uxp}^{\Delta T}$  — количество испытательных термоциклов, эквивалентное количеству циклов изменения температур на ЛА за год эксплуатации. Общее количество испытательных термоциклов в одном цикле испытаний БО для выбранного значения испытательного диапазона изменения температур определяется по формуле  $\varphi_{u1}^{\Delta T} = (\varphi_{UH}^{\Delta T} + \varphi_{Uк.п}^{\Delta T} + \varphi_{Uк.ст}^{\Delta T} + \varphi_{Uxp}^{\Delta T}) / N$ .

Продолжительность циклических воздействий температур в одном цикле испытаний  $t_{u1}^{\Delta T}$  определяется по формуле

$$t_{u1}^{\Delta T} = \varphi_{u1}^{\Delta T} (\tau_o + \tau_n),$$

где  $\tau_n$ ,  $\tau_o$  — продолжительность достижения (нагрева  $\tau_n$ , охлаждения  $\tau_o$ ), наиболее массивным узлом (элементом) БО установленной температуры в испытательной камере. Значения  $\tau_n$ ,  $\tau_o$  и определяются экспериментально. Циклическое воздействие температур на БО должно осуществляться методом двух камер — тепле и холода. Время переноса БО из одной камеры в другую должно определяться объемом монтажных работ. Допускается испытание БО на циклическое воздействие температур проводить в одной камере, при этом скорость изменения температуры должна быть не менее  $2^\circ C \cdot мин^{-1}$ .

### 4. Режим работы БО ЛА

Форсирование режима работы БО при испытаниях с целью обеспечения эквивалентности по продолжительности функционирования в эксплуатации достигается:

- работой БО в ужесточенном режиме — с повышенной электрической нагрузкой и повышенной температурой окружающей среды;
- работой БО в нормальном режиме при воздействии увеличенных значений воздействующих факторов. Электрическая нагрузка и температура окружающей среды при работе БО в ужесточенном режиме не должны превышать максимально допустимых значений, установленных действующими нормативными документами для наименее надежного комплектующего изделия (КИ) БО. Коэффициент ускорения работы БО в ужесточенном режиме определяется по формуле  $K_{y\phi} = \lambda_u(P) / \lambda_y(P)$ , где  $\lambda_u(P)$  — интенсивность отказов наименее надежного КИ БО, соответствующая электрической нагрузке и температуре корпуса КИ при работе БО в ужесточенном режиме;  $\lambda_y(P)$  — интенсивность отказов наименее надежного КИ БО, соответствующая электрической нагрузке и температуре корпуса КИ при работе БО в режиме применения. Отношение  $\lambda_u(P) / \lambda_y(P)$  равно отношению коэффициентов режима  $K_p$  или его составляющих.

Значения температур корпуса КИ при работе БО в ужесточенном режиме и режиме применения определяются экспериментально.

Работа БО в нормальном режиме при воздействии увеличенных значений воздействующих факторов осуществляется следующим образом:

- при вибрационных воздействиях БО должно находиться в рабочем состоянии. При этом осуществляется периодическое кратковременное включение-выключение аппаратуры;
- при ударных нагрузках БО должно находиться в рабочем состоянии. При этом осуществляется периодическое кратковременное включение-выключение БО;
- при воздействии повышенной влажности БО должно находиться в выключенном состоянии. В процессе испытаний необходимо осуществлять периодическое кратковременное включение-выключение БО;
- при испытаниях на циклическое воздействие температур БО должно находиться в рабочем состоянии. При этом осуществляется периодическое кратковременное включение-выключение БО. Количество включений-выключений БО  $\psi$  определяется по формуле  $\psi = 2Q + 2Q_{к.п}$ . При ускоренных испытаниях количество включений-выключений распределяется прямо пропорционально продолжительностям испытаний на воздействие испытательных факторов. При проведении испытаний последовательным способом продолжительность работы БО в ужесточенном режиме  $t_{u\phi}$  определяется по формуле  $t_{u\phi} = t_{u\phi_0} - t_{u,привед}^{\Delta T}$  где  $t_{u\phi_0}$  — продолжительность работы БО в ужесточенном режиме, эквивалентная продолжительности работы БО в нормальных условиях в режиме применения;  $t_{u,привед}^{\Delta T}$  — приведенная продолжительность работы БО при испытаниях на воздействие циклических изменений температур.

Значение  $t_{u\phi_0}$  определяется по формуле

$$t_{u\phi_0} = \tau_{ки} / K_{y,\phi}$$

Приведенная продолжительность работы БО при испытаниях на воздействие циклических изменений температур определяется по формуле

$$t_{u,привед}^{\Delta T} = t_u^{\Delta T} / K_{y,\phi}^{\Delta T}$$

где  $K_{y,\phi}^{\Delta T}$  — коэффициент ускорения работы БО при испытании на воздействие циклических изменений температур за счет повышения температуры окружающей среды при испытаниях.

Коэффициент ускорения работы БО при испытаниях на циклическое изменение температур  $K_{y,\phi}^{\Delta T}$ , определяется по формуле  $K_{y,\phi}^{\Delta T} = \lambda_u / \lambda_\phi$ , где  $\lambda_u$ ,  $\lambda_\phi$  — интенсивности отказов наименее надежного КИ БО, соответствующие температурам окружающей среды при испытании на циклическое воздействие температур и работе в режиме применения. При проведении испытаний комбинированным способом продолжительность работы БО в ужесточенном режиме  $t_{u\phi}$  определяется по формуле:

$$t_{u\phi} = t_{u\phi_0} - \sum_{ae}^{z-1} t_{u\phi_{ae},привед}$$

где  $t_{u\phi_{ae},привед}$  — приведенная продолжительность работы БО при воздействии комбинации воздействующих факторов.

Приведенная продолжительность работы БО при воздействии комбинации факторов определяется по формуле  $t_{u\phi_{ae},привед} = t_{u_{ae}} / K_{y,\phi_{ae}}$  где  $t_{u_{ae}}$  — коэффициент ускорения работы БО при воздействии комбинации  $\chi$  [ $\chi = 1 - (z - 1)$ ] воздействующих факторов;  $K_{y,\phi_{ae}}$  — коэффициент ускорения работы БО при испытаниях на воздействие комбинации  $\chi$  [ $\chi = 1 - (z - 1)$ ] воздействующих факторов.

Коэффициент ускорения работы БО  $K_{y,\phi_{ae}}$  определяется так

$$K_{y,\phi_{ae}} = \lambda_{u_{ae}} / \lambda_\phi$$

где  $\lambda_{u_{ae}}$  — интенсивность отказов наименее надежного комплектующего изделия БО, соответствующая температуре окружающей среды при испытаниях на воздействие комбинации  $\chi$  [ $\chi = 1 - (z - 1)$ ] воздействующих факторов.

При проведении испытаний комплексным способом продолжительность работы БО в ужесточенном режиме  $t_{u\phi} = t_{u\phi_{п}}$ .

Объемы испытаний на воспроизведение режима работы БО могут быть сокращены, если:

- предварительными исследованиями установлено, что тепловые и электрические нагрузки КИ БО находятся в пределах допустимых значений;
- срок службы и ресурс БО не превышает сроков службы и ресурсов КИ БО.

В этом случае коэффициент ускорения работы БО определяется по формуле

$$K_y = 1 / \left( \sum_{\eta=1}^k B^\eta \cdot \exp \left[ -\frac{E}{R} \left( \frac{T_B^* - T^*}{T_B^* \cdot T_\eta^*} \right) \right] \right)$$

где  $E$  — энергия активации. При отсутствии экспериментальных данных энергия активации принимается равной  $E = 15$  ккал/моль;  $R$  — универсальная газовая постоянная ( $R = 2$ );  $T_U^*$  — температура при воспроизведении работы БО;  $T_{Э\eta}^*$  — температура в  $\eta$ -м режиме эксплуатации. Испытания БО, по которому отсутствуют данные по  $\lambda$ -характеристикам, проводятся по методикам, согласованным с заказчиком и, при необходимости, с головным научно-исследовательским институтом.

### 5. Определение продолжительности цикла испытаний на безотказность

Продолжительность одного цикла ускоренных испытаний на безотказность определяется продолжительностью воздействия каждого фактора и способом их реализации. Продолжительность цикла ускоренных испытаний  $t_{U1}$  при комплексном способе реализации определяется воспроизведением  $\nu$ -го из  $x$  факторов, имеющего максимальную продолжительность  $t_{U1} = \max\{t_u^v\}_x$ .

Продолжительность цикла ускоренных испытаний  $t_{U1}$  при комбинированном способе реализации определяется суммой максимальных значений продолжительностей из числа реализуемых факторов в группах и вычисляется по формуле

$$t_{U1} = \sum_2^y \max\{t_u^v\}_\omega,$$

где  $U$  — количество групп, в которых реализуемые факторы комплексированы ( $U = 2, 3, \dots$ );  $\omega$  — количество факторов в каждой группе.

Продолжительность цикла ускоренных испытаний при последовательном способе реализации определяется суммой значений продолжительностей реализуемых факторов по формуле  $t_{U1} = \sum_{x=1}^z \max\{t_{U1}\}_x$ .

Коэффициент ускорения испытаний  $K_y$  определяется по формуле  $K_y = \tau_{KU} / N \cdot t_{U1}$

### Заключение

Форсирование режима работы бортового оборудования (БО) при испытаниях с целью обеспечения эквивалентности по продолжительности функционирования в эксплуатации достигается работой БО в ужесточенном режиме — с повышенной электрической нагрузкой и повышенной температурой окружающей среды, также работой БО в нормальном режиме при воздействии увеличенных значений воздействующих факторов. Электрическая нагрузка и температура окружающей среды при работе БО в ужесточенном режиме не должны превышать максимально допустимых значений, установленных действующими нормативными документами для наименее надежного комплектующего изделия (КИ) БО. Работа БО в нормальном режиме при воздействии увеличенных значений воздействующих факторов осуществляется при вибрационных воздействиях БО должно находиться в рабочем состоянии. При этом осуществляется периодическое кратковременное включение-выключение аппаратуры, а при ударных нагрузках БО должно находиться в рабочем состоянии. При этом осуществляется периодическое кратковременное включение-выключение БО причем при воздействии повышенной влажности БО должно находиться в выключенном состоянии. В процессе испытаний необходимо осуществлять периодическое кратковременное включение-выключение БО. При испытаниях на циклическое воздействие температур БО должно находиться в рабочем состоянии, когда осуществляется периодическое кратковременное включение-выключение БО. Для БО таким же способом определяется среднее число отказов по ЛА в целом за установленные значения наработок и за наработку, на которую необходимо установить прогноз. Прогнозирование среднего числа отказов по БО ЛА в целом необходимо выполнять, когда по отдельным агрегатам наблюдается небольшое число отказов и прогнозирование их за назначенную наработку по этим агрегатам приводит к значительным погрешностям.

### Список литературы

- ГОСТ 27.002.2015 «Надежность в технике (ССНТ). Термины и определения (с Поправкой)», Москва: Издательство стандартов, 2016. 28 с.
- Микрин Е.А. Бортовые комплексы управления космических аппаратов. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 254 с.
- Haigang, G., Hongxing, L., Weijing, Z., and Zhankui, S. Direct Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control with Variable Universe Fuzzy Switching Term for a Class of MIMO Nonlinear Systems // *Mathematical Problems in Engineering*. Vol. 2012. P. 1–21. DOI: 10.1155/2012/543039
- Jang, J.-S.R., Chen, J.-L. Wafer map failure pattern recognition and similarity ranking for large-scale data sets. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*. 2014. Vol. 28. No. 1. P. 1–12.
- Сидняев Н.И. Модели и методы оценки остаточного ресурса изделий радиоэлектроники. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 382 с.
- Макриденко Л.А., Геча В.Я., Сидняев Н.И., Онуфриев В.В. Обзор космических факторов влияющих на эксплуатационные характеристики низкоорбитальных спутников // Труды Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы создания и применения малых космических аппаратов и робототехнических средств в интересах Вооруженных сил РФ». 2016. Т. 2. С. 234–239.
- Макриденко Л.А., Геча В.Я., Сидняев Н.И., Онуфриев В.В. Определение высотно-скоростных характеристик космических аппаратов методами теории планирования экспе-

- римента // Тезисы докладов Четвертой международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы создания космических систем дистанционного зондирования Земли». 2016. С. 39–41.
8. Мельников, И.В. Применение имитационной модели надежности при проектировании изделий ракетно-космической техники // Молодой ученый. 2011. № 9. С. 39–42.
  9. Геча В.Я., Сидняев Н.И., Бутенко Ю.И. и др. Методология оценки надежности космических аппаратов при проектной и конструкторской проработке // Надежность. 2019. Т. 19. № 2. С. 3–8. DOI: 10.21683/1729-2646-2019-19-2-3-8
  10. Севастьянов Н.Н., Андреев А.И. Основы управления надежностью космических аппаратов с длительными сроками эксплуатации. Томск: ИД ТГУ, 2015. 266 с.
  11. Гурьянов А.В. и др. Алгоритм классификации учитываемых и неучитываемых отказов при оценке показателей надежности изделий авионики // Известия Самарского научного центра РАН. 2017. Т. 19. № 1–2. С. 341–345.
  12. ГОСТ Р 56523–2020. Системы и комплексы космические. Программа обеспечения безопасности эксплуатации. 2020. № 845-ст
  13. Губарев, А.В. Анализ принципов и методов обеспечения надежности космических аппаратов на этапах жизненного цикла // NovaInfo. 2022. № 135. С. 8–9.
  14. Абрамшин А.Е., Жаднов В. В., Жаднов И. В. Расчетная цена надежности электронных модулей аппаратуры космических аппаратов // Технологии электромагнитной совместимости. 2012. № 1(40). С. 29–33.
  15. Половко А.М., Гуров С. В. Основы теории надёжности. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 704 с.

**Поступила 10 апреля 2024 г.**

## METHOD FOR PLANNING OF NORMAL CHECK AND DETERMINATION TESTS OF AIRCRAFT EQUIPMENT FOR FAILURE-FREE OPERATION

BATTULGA E., SIDNYAEV N. I.

Bauman Moscow State Technical University

doi: 10.25210/jfop-2403-BYYWLX | edn: BYYWLX

The methods of mathematical statistics are described, which make it possible to monitor the quality of aerospace systems in the course of its experimental research and to signal in advance about possible violations in the quality control of equipment. It is established that the forecasting of the average number of failures for the products of on-board equipment (OE) of aerospace equipment as a whole should be performed when a small number of failures is observed for individual units and their forecasting for the assigned operating time for these units leads to significant errors. A method of planning and conducting equivalent-cyclic normal control and determinative tests of onboard equipment (OE) for failure-free operation, as well as equivalent-cyclic accelerated control tests of radio-electronic and electrotechnical OE of airplanes and spacecraft for failure-free operation is proposed. Equivalent-cyclic determinative tests are proposed to assess the actual values of the achieved levels of failure-free operation, as well as the conformity of BO to the requirements for failure-free operation specified in the tactical-technical (technical) task (TTZ (TK)) and technical specifications (TS). Control equivalent-cyclic tests are considered as part of preliminary or state (interdepartmental) tests, as well as periodic and type tests. Control tests are used to identify design, technological and manufacturing deficiencies, as well as to assess the compliance of failure-free performance of the BO with the requirements specified in the technical specifications (TOR) and specifications and to assess the effectiveness of measures to ensure and improve the reliability of the BO. During normal testing of FBs, cyclic impacts of external influencing factors (EIF) are modeled. During the research, all the requirements established in the test program (TP) and TU are provided: conditions and ways of realization of test factors; test procedure, providing for the frequency of operations and taking into account the specifics of the tested BW; failure criteria, determined on the basis of the requirements for tactical and technical characteristics; test plans and modes; methods of evaluation of their results; list of failures and malfunctions, taken into account when assessing the actual value of the failure rate and evaluating its compliance with the test results; and the list of failures and malfunctions, taken into account when assessing the actual value of the failure rate and evaluating its conformity with the test results. Levels of test modes are assigned based on the results of measurements of the values of real operational impacts in the locations where the FBs are installed. During the study the operating time, current values of output (determining) parameters, moments of failures occurrence, total number of failures, operating modes at which failures appeared, time of serviceability recovery, causes and nature of failures, as well as moments of withdrawal of non-failed BW from testing are recorded.

## ОСНОВЫ ПРИБОРОВ И УСТРОЙСТВ

УДК 51-74

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ  
ЛОКАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
ПОЛНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКОГО КОММУТАТОРА  
И МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfor-2403-FJBTQJ | edn: FJBTQJ

**Барабанова Е. А.** — д.т.н., доцент, в.н.с., Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, Москва. E-mail: elizavetaalex@yandex.ru**Вытовтов К. А.** — д.т.н., доцент, в.н.с., Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, Москва. E-mail: vytovtov\_konstan@mail.ru**Казаков С. Э.** — студент, Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва. E-mail: staskazackoff@yandex.ru**Аннотация**

В данной работе представлены физические принципы построения локальных устройств управления полностью оптического коммутатора  $64 \times 64$  с децентрализованным управлением и методики его расчета. Представлена его структура в виде двухзвенной композиции из элементарных коммутирующих устройств  $8 \times 8$ . Определены логические схемы обработки управляющих (адресных) сигналов, представляемых в виде последовательности импульсов с разным монохроматическим заполнением. Описаны методы селективной фильтрации сигналов в коммутирующих элементах первого и второго звена, которые могли бы быть реализованы на многослойных фильтрах Брэгга с использованием метаматериалов. Рассчитаны параметры фильтров, обеспечивающих передачу управляющих и информационных сигналов, и спектры сигналов при прохождении каждого звена. Показана возможность адресации информационных оптических импульсов на произвольный выход составного коммутатора. Представлена методика расчета задержки сигналов при прохождении через фильтры Брэгга, а также проведена оценка быстродействия коммутирующих элементов, которая определяется скоростью переходных процессов в цепях обработки и преобразования управляющих сигналов.

**Ключевые слова:** оптический коммутатор, фильтр Брэгга, коэффициент отражения, коэффициент прохождения, задержка, быстродействие

**Abstract**

This paper presents the physical principles of constructing local control devices for an all-optical  $64 \times 64$  switch with decentralized control and the calculating methods. Its structure is presented as a two-link composition of elementary  $8 \times 8$  switching devices. Logical circuits for processing control (address) signals presented as a sequence of pulses with different monochromatic filling are defined. Methods for selective filtering of signals in switching elements of the first and second links that could be implemented on multilayer Bragg filters using metamaterials are described. Parameters of filters that ensure transmission of control and information signals and signal spectra during passage of each link are calculated. The possibility of addressing information optical pulses to an arbitrary output of the composite switch is shown. A method for calculating signal delays during passage through Bragg filters is presented, and an assessment of the speed of switching elements, which is determined by the speed of transient processes in the circuits for processing and converting control signals, is carried out.

**Keywords:** optical switch, Bragg filter, reflectance, transmittance, delay, performance

**Введение**

В последние годы среди актуальных тенденций развития оптических систем связи определилось новое направление — фотонные или так называемые полностью оптические сети. Их особенностью является возможность передавать информацию без дополнительных преобразований оптического сигнала в электрический, что способствует уменьшению задержек при передаче информации и повышению пропускной способности сети [1, 2], а также повышению ее энергоэффективности.

Ключевым звеном полностью оптической сети является оптический коммутатор. На сегодняшний день разработаны различные типы полностью оптических коммутаторов. Они отличаются технологией и архитектурой построения коммутационной матрицы, а также используемым способом управления [1–3]. В этой связи различают термооптические, акустооптические, микроэлектромеханические и электрооптические переключатели, основанные на соответствующих физических принципах [3–5]. Следует отметить, что наиболее перспективными полностью оптическими коммутаторами являются электрооптические устройства



с децентрализованным управлением, на основе которых возможно построение высокоскоростных и масштабируемых оптических систем [6, 7]. Это связано с тем, что наличие внешнего электронного управляющего устройства уменьшает быстродействие таких систем на порядок и более [8], что особенно сказывается на системах большой размерности [9]. В связи с этим в последнее время получили распространение гибридные оптико-электронные системы, где пассивные оптические коммутационные матрицы большой размерности используются для высокоскоростной коммутации оптических сигналов, а электронные коммутаторы обеспечивают сложный процесс управления буфером и маршрутизации потоков информации [9].

Уменьшить нагрузку на электронные блоки управления возможно, используя коммутационные структуры с децентрализованным управлением, в которых коммутация осуществляется с помощью локальных оптических управляющих элементов [10]. При этом управляющая информация содержится в заголовке передаваемого оптического пакета и преобразуется в локальных управляющих элементах в электрические сигналы управления, определяющие выход коммутатора.

Параметры локальных управляющих устройств влияют на характеристики производительности оптического коммутатора в целом, поэтому разработка принципов построения локальных оптических управляющих устройств и разработка методик расчета их характеристик являются актуальными задачами и имеют важное практическое значение при проектировании оптических коммутаторов.

В работе рассматривается двухзвенный полностью оптический коммутатор  $64 \times 64$  с децентрализованным управлением, составленный из шестнадцати коммутационных оптических элементов  $8 \times 8$ . Целью данной работы является разработка физических принципов построения этих элементарных коммутаторов, способов их объединения и коммутации сигналов, алгоритма работы всей системы и ее элементов, методов расчета их параметров и характеристик управляющих сигналов.

### 1. Архитектура и принципы работы коммутаторов

Составная коммутационная система  $64 \times 64$  состоит из двух звеньев, каждое из которых содержит 8 оригинальных элементарных коммутационных устройств  $8 \times 8$ , схема соединения которых приведена на рис. 1. Каждый из 64-х выходов составного коммутатора однозначно определяется шестибитным числом (от 000000 до 111111) и кодируется комбинацией управляющих оптических сигналов, поступающих на длинах волн  $\lambda_1, \dots, \lambda_6$ . При этом амплитуда каждого из шести соответствующих им электрических сигналов после оптоэлектрического преобразования может принимать одно из двух значений  $u^0$  или  $u^1$  ( $u^0 < u^1$ ), первое из которых соответствует логическому нулю, а второе — единице.

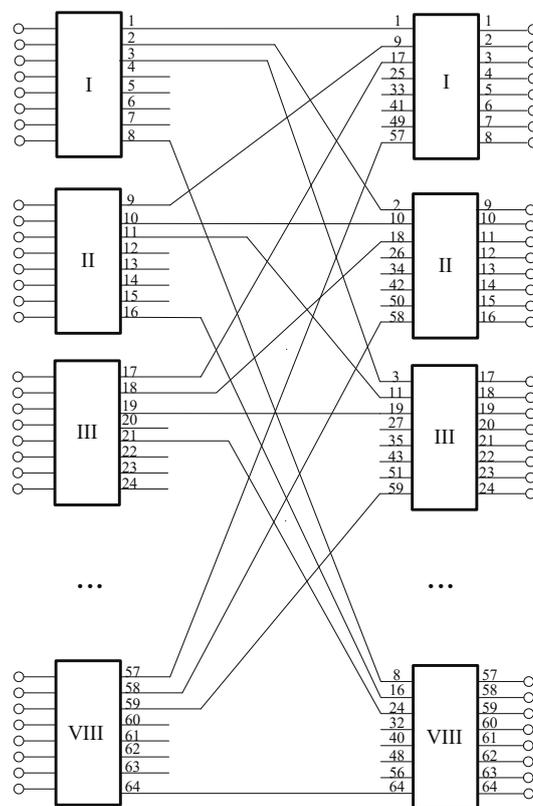


Рис. 1. Структурная схема оптического коммутатора  $64 \times 64$ .

На несколько входов системы  $64 \times 64$  одновременно поступают оптические пакеты, содержащие управляющие сигналы на шести длинах волн и информационный сигнал на длине волн  $\lambda_7$ . Информационный сигнал несет полезную информацию, а две тройки управляющих сигналов на длинах волн  $\lambda_1 - \lambda_3$  и  $\lambda_4 - \lambda_6$  используются для его адресации в коммутаторах первого и второго звена.

Каждое элементарное коммутирующее устройство  $8 \times 8$  содержит следующие компоненты (рис. 2): фильтр Брэгга (ФБ), частотный детектор (ЧД), отклоняющую систему  $1 \times 8$  (ОС), формирователь управляющего сигнала (ФУС), а также и буферное устройство.

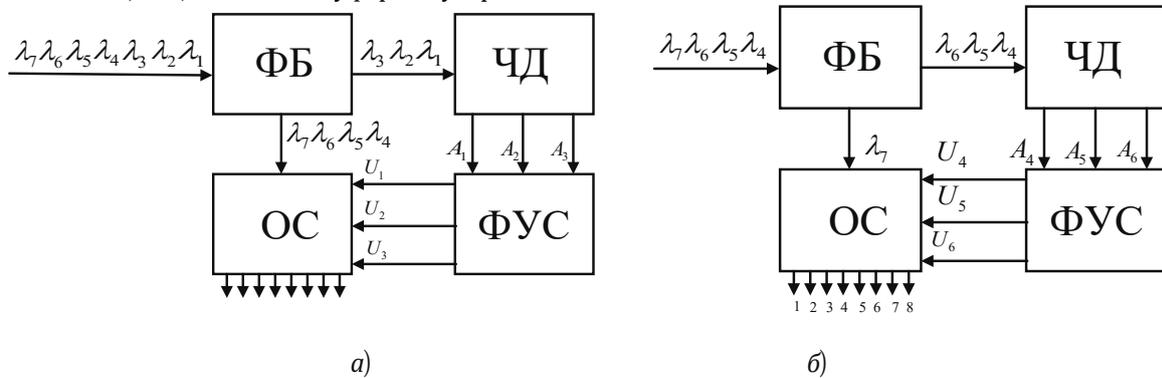


Рис. 2. Схема элементарного коммутатора  $8 \times 8$  в первом и втором (б) звеньях.

Фильтр Брэгга производит разделение управляющих сигналов, передаваемых на различных длинах волн. При этом три первых сигнала, кодирующие адрес одного из восьми выходов устройства, проходят через фильтр и поступают на частотный детектор, а остальные, включая информационный сигнал, отражаются от фильтра Брэгга и поступают на оптический вход отклоняющей системы. Прошедшие на частотный детектор сигналы преобразуются в сигналы  $A_1, A_2, A_3$ , и в формирователе управляющих сигналов вырабатываются три электрических сигнала  $U_1, U_2, U_3$ , которые селектируются по амплитуде, усиливаются и подаются на управляющие входы отклоняющей системы, задача которой отправить входной сигнал на один из восьми выходов (рис. 3).

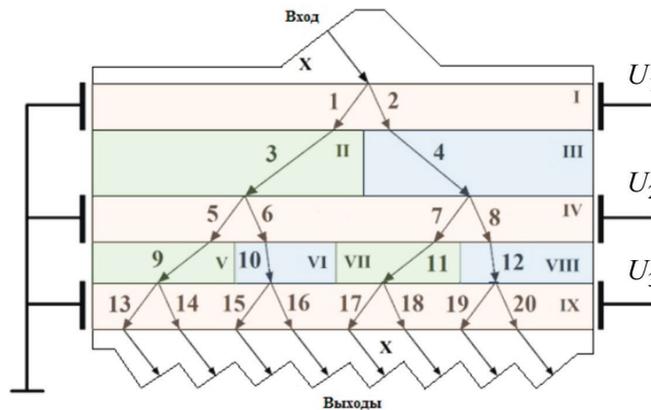


Рис. 3. Схема отклоняющей системы (маршрутизатора).

Особенностью ее является отсутствие механических отклоняющих элементов, вместо чего используется электрооптическое управление трассой прохождения оптических сигналов (маршрутизация). Это происходит за счет подачи на управляющие (электрические) входы отклоняющей системы, размещенные в слоях I, IV, IX соответствующего напряжения. Отклоняющая система представляет собой многослойную структуру (рис. 3): I, IV, IX — слои ниобата лития, в которых осуществляется управление, III, VI, VIII — слои обычного диэлектрика, II, V, VII — слои оптического метаматериала с особыми свойствами [11]. Для пространственного управления траекторией распространения лучей используется эффект «отрицательного преломления» в резонансной области анизотропного материала [12]. Для большего пространственного разнесения в структуре использованы слои метаматериала с отрицательным углом преломления [13].

Принцип работы отклоняющей системы можно объяснить на примере передачи информационного сигнала на 5-й выход. Для этого комбинация управляющих напряжений должна повторять двоичную запись адреса — 110:  $U_1 = u^0, U_2 = u^1, U_3 = u^1$ . Тогда поступающий на вход оптический луч, несущий информаци-

онный сигнал, проследует по траектории: 2–4–7–11–17. При этом преломление луча под «отрицательным углом» осуществляется в тех слоях, на которые подано напряжение  $u^1$ . Более подробное описание принципа работы аналогичной отклоняющей системы представлено в [11].

## 2. Расчет параметров фильтров Брэгга

Для разделения сигналов, представленных в виде различных спектральных компонент, можно использовать фильтры Брэгга (рис. 4) в виде периодической структуры, содержащей чередующиеся слои двух разных диэлектриков с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  и толщиной слоя  $z_1$  и  $z_2$ . При этом число периодов (пар слоев)  $N$  может достигать несколько десятков.

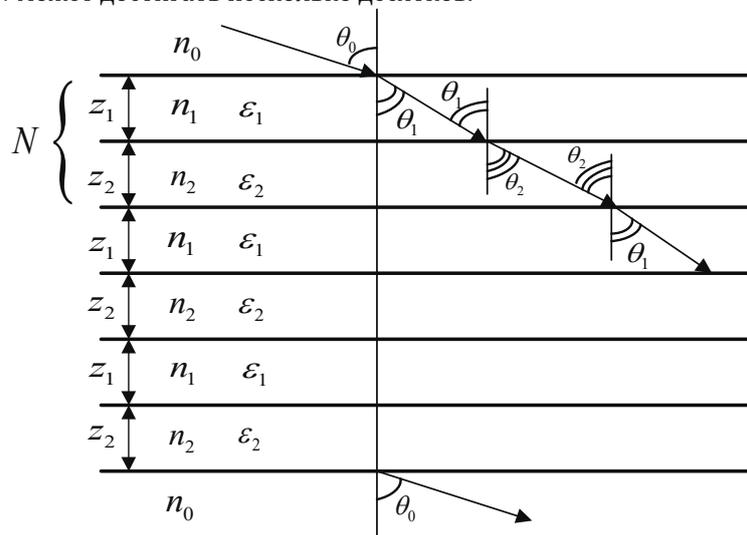


Рис. 4. Структура фильтра Брэгга элементарного оптического коммутатора.

Задача заключается в том, чтобы обеспечить прохождение света на одних длинах волн и отражение — на других. В пределах диапазона прозрачности оптоволокна  $1235 \div 1585$  нм необходимо выбрать семь равномерно распределенных длин волн и подобрать параметры фильтров Брэгга для первого и второго звеньев таким образом, чтобы одни длины волн отражались с коэффициентом, близким к 100%, а другие с высокой эффективностью проходили (рис. 5).

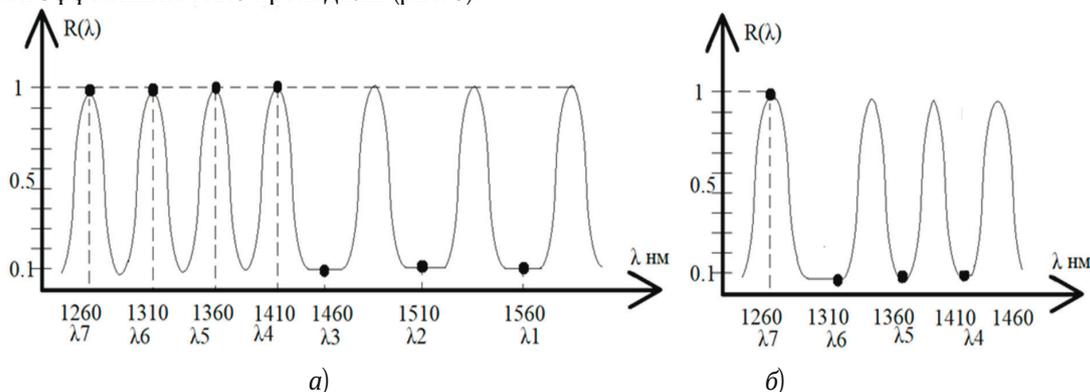


Рис. 5. Искомый спектр отражения фильтров Брэгга 1-го (а) и 2-го звеньев (б).

Разработка принципов работы полностью оптического коммутатора проводится в рамках волновой теории [14,15]. В частности, для построения требуемой спектральной функции фильтров Брэгга ниже используется метод, основанный на нахождении характеристической матрицы  $\mathbf{M}$  [16], которая связывает компоненты  $x$  и  $y$  электрического (или магнитного) вектора в однородной среде на плоскости  $z = 0$  с этими компонентами на произвольной плоскости  $z = \text{const}$ :

$$M(z) = \begin{bmatrix} \cos(k_0 n z \cos \theta) & -\frac{i}{\cos \theta} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \sin(k_0 n z \cos \theta) \\ -i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cos \theta \sin(k_0 n z \cos \theta) & \cos(k_0 n z \cos \theta) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$ ,  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемость однородного диэлектрического слоя,  $n$  — показатель преломления диэлектрика,  $k_0$  — волновое число,  $\theta$  — угол падения (см. рис. 4).

Тогда, если матрица  $\mathbf{M}(h) = \mathbf{M}(z_1)\mathbf{M}(z_2)$  соответствует одному периоду из двух слоев, то согласно [16] элементы матрицы  $\mathbf{M}(Nh)$ , описывающей  $N$  периодов структуры, определяются по формуле:

$$\mathbf{M}(Nh) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11}U_{N-1}(\alpha) - U_{N-2}(\alpha) & m_{12}U_{N-1}(\alpha) \\ m_{21}U_{N-1}(\alpha) & m_{22}U_{N-1}(\alpha) - U_{N-2}(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $U_N(x) = \frac{\sin[(N+1)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}}$  — полиномы Чебышева второго рода,  $m_{11}$ ,  $m_{12}$ ,  $m_{21}$ ,  $m_{22}$  — элементы матрицы  $\mathbf{M}(h)$ ,  $\alpha = \frac{1}{2}(m_{11} + m_{22})$ .

Это позволяет вычислить коэффициент отражения фильтра Брэгга [11] на разных длинах волн:

$$R(\lambda) = \left| \frac{(M_{11}(\lambda) + M_{12}(\lambda)p_0) \cdot p_0 - (M_{21}(\lambda) + M_{22}(\lambda)p_0) \cdot p_0}{(M_{11}(\lambda) + M_{12}(\lambda)p_0) \cdot p_0 + (M_{21}(\lambda) + M_{22}(\lambda)p_0) \cdot p_0} \right|, \quad (3)$$

где  $p_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} \cos \alpha_0$ .

С использованием этой формулы были выбраны параметры фильтров Брэгга первого и второго звеньев (см. табл. 1), обеспечивающие коэффициенты отражения по энергии не менее 95% и коэффициент пропускания не менее 80% при следующем выборе длин волн:  $\lambda_7 = 1.26$  мкм,  $\lambda_6 = 1.31$  мкм,  $\lambda_5 = 1.36$  мкм,  $\lambda_4 = 1.41$  мкм,  $\lambda_3 = 1.46$  мкм,  $\lambda_2 = 1.51$  мкм,  $\lambda_1 = 1.56$  мкм. Результаты расчетов представлены на рис. 6.

Таблица 1. Параметры фильтров Брэгга

| Номер звена | $z_1$ , мкм | $\varepsilon_1$ , мкм | $z_2$ , мкм | $\varepsilon_2$ , мкм | $\theta_0$ | $N$ |
|-------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|------------|-----|
| 1           | 6           | 1.2                   | 7.2         | 2.5                   | 25         | 12  |
| 2           | 5           | 1.2                   | 6.2         | 2.5                   | 35         | 12  |

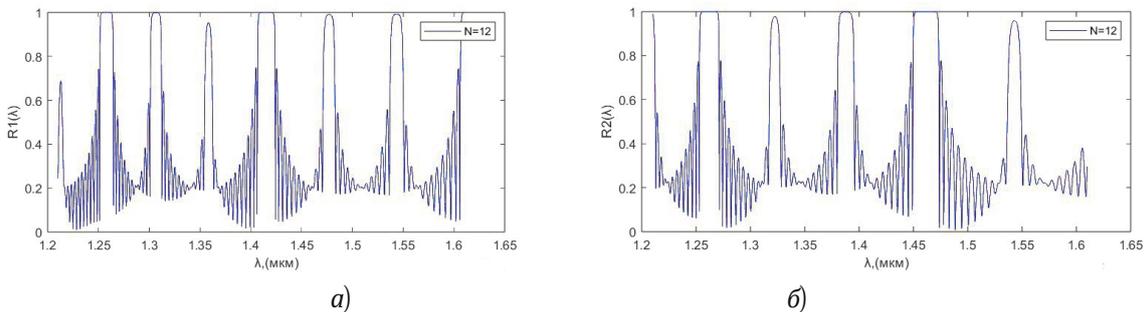


Рис. 6. Коэффициенты отражения фильтров Брэгга 1-го (а) и 2-го (б) звеньев.

### 3. Анализ искажений оптических импульсов

Важной характеристикой коммутатора является степень искажения оптических импульсов. Для оценки этих искажений необходимо рассчитать спектры оптических импульсов, поступающих на вход коммутатора и приходящих на выход.

Спектральная плотность прямоугольных импульсов имеет вид [17]:  $S(\omega) = E_m T \left[ \sin \frac{\omega T_u}{2} / \frac{\omega T_u}{2} \right]$ , где  $\omega = 2\pi c / \lambda$ , типичная их длительность  $T_u = 1.527$  пс, а напряжение  $E_m = 1$  В.

Спектральные характеристики оптических импульсов, прошедших через фильтр Брэгга первого или второго звеньев, описываются выражениями (рис. 7)

$$\left| S_{\text{вых}1i}(\lambda) \right| = \left| R_1(\lambda) \sum_{i=1}^7 S_{i1}(\lambda) \right|, \quad 1.21 \leq \lambda \leq 1.61, \quad (4)$$

$$\left| S_{\text{вых}2i}(\lambda) \right| = \left| R_2(\lambda) \sum_{i=4}^7 S_{\text{вых}1i}(\lambda) \right|, \quad 1.210 \leq \lambda \leq 1.460, \quad (5)$$

где  $R_1(\lambda)$ ,  $R_2(\lambda)$  — спектральные зависимости коэффициентов отражения фильтров Брэгга первого и второго звена;  $S_{i1}(\lambda) = TE \sin((1/\lambda_i - 1/\lambda_1)\pi T c) / [(1/\lambda_i - 1/\lambda_1)\pi T c]$  — входная спектральная плотность  $i$ -го импульса, который имеет несущую частоту  $\omega_i = 2\pi c / \lambda_i$ .

Анализ задержки сигнала при прохождении оптических импульсов через фильтры Брэгга был выполнен по следующей методике с использованием фазо-частотных характеристик (ФЧХ)  $\arg\{S_{\text{вых}1i}(\lambda)\}$  и  $\arg\{S_{\text{вых}2i}(\lambda)\}$ .

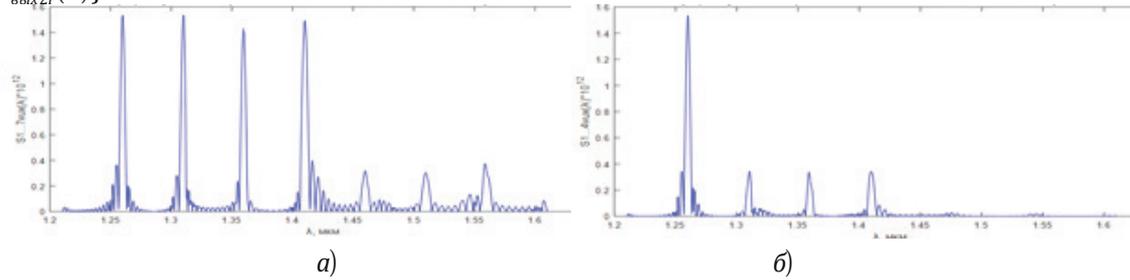


Рис. 7. Спектры сигналов, прошедших через фильтр Брэгга 1-го (а) и 2-го (б) звеньев.

С учетом ширины области участков ФЧХ (рис. 8), соответствующих информационному и управляющим сигналам, задержки в каждом звене коммутатора определены по формуле:  $\Delta t_{ji} = \Delta \lambda_{ji} / c$ , где  $j$  — номер звена,  $i$  — номер импульса (и длины волны). Для каждого звена определена максимальная задержка управляющего сигнала и вычислены величины полной задержки для управляющих и для информационного сигналов, прошедших через весь коммутатор:  $\Delta t_{\text{упр}} = \Delta t_{1\text{упр}} + \Delta t_{2\text{упр}}$  и  $\Delta t_{\text{инф}} = \Delta t_{1\text{инф}} + \Delta t_{2\text{инф}}$ .

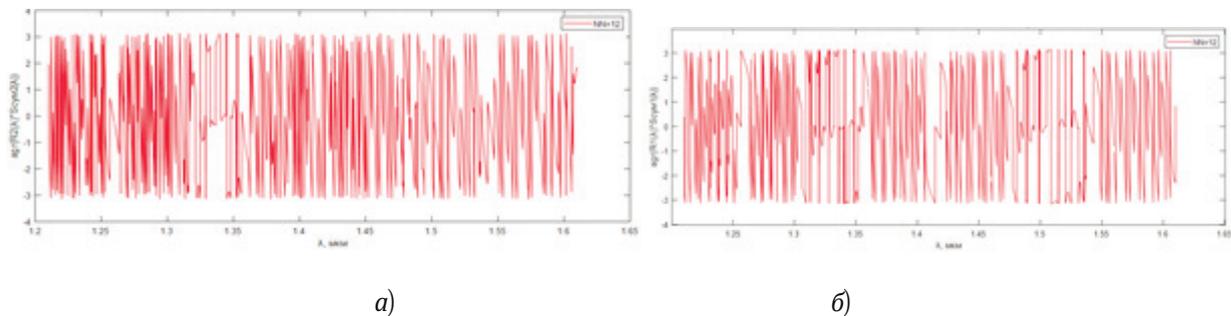


Рис. 8. Фазо-частотные характеристики сигналов, прошедших через фильтр Брэгга 1-го (а) и 2-го (б) звеньев.

Суммарное время задержки управляющих сигналов, вычисленное с использованием описанной выше методики, составило  $\Delta t_{\text{упр}} = 35 \cdot 10^{-17}$  с, а информационного сигнала —  $\Delta t_{\text{инф}} = 5 \cdot 10^{-17}$  с.

С использованием обратного преобразования Фурье [17] были построены временные диаграммы отдельных прямоугольных импульсов на выходе первого и второго звеньев (рис. 9), демонстрирующие искажения формы прямоугольных импульсов исходной длительностью  $\tau_{\text{имп}} = 1.4$  пс, подаваемого на вход коммутатора. Полученные временные диаграммы выходных сигналов свидетельствуют о том, что при передаче оптических импульсов появляются искажения, обусловленные различием ширины полосы пропускания фильтров Брэгга и спектральной ширины сигналов. Анализ показывает, что для детектирования последовательности импульсов должно выполняться условие на скважность следования импульсов:  $q \geq 4$ . Коэффициент добротности  $\Gamma \approx 1 - 1.7 \cdot \tau_r / \tau_{\text{им}} \approx 0.8$ , где  $\tau_r$  — время нарастания фронта импульса.

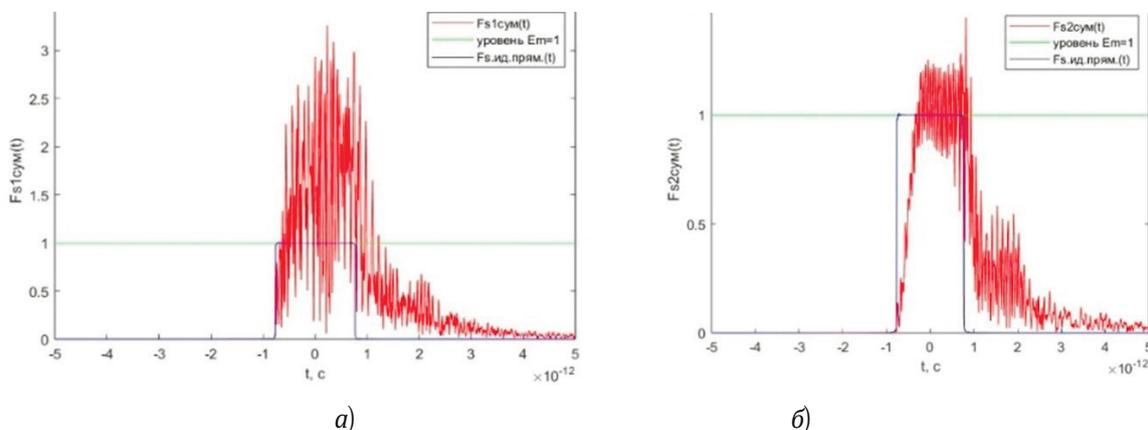


Рис. 9. Временные профили оптических прямоугольных импульсов на выходе фильтра Брэгга 1-го (а) и 2-го (б) звеньев.

#### 4. Расчет быстродействия локальной системы управления

Принципиальным вопросом при проектировании полностью оптического коммутатора является оценка его быстродействия. Самое большое влияние на быстродействие коммутатора оказывает время установления управляющего сигнала при преобразовании его из оптической формы в электрическую. Для оценки быстродействия необходимо составить эквивалентную электрическую схему формирователя управляющего сигнала и рассчитать время переходного процесса. В качестве схемы формирователя управляющего сигнала в данной работе предлагается использовать два последовательно соединенных каскада на дифференциальных схемах, включающих усилитель мощности, эмиттерный повторитель, а также одновибратор (рис. 10). На вход схемы подключается фотодиод, на выход — отклоняющая система с емкостью  $C_3$ .

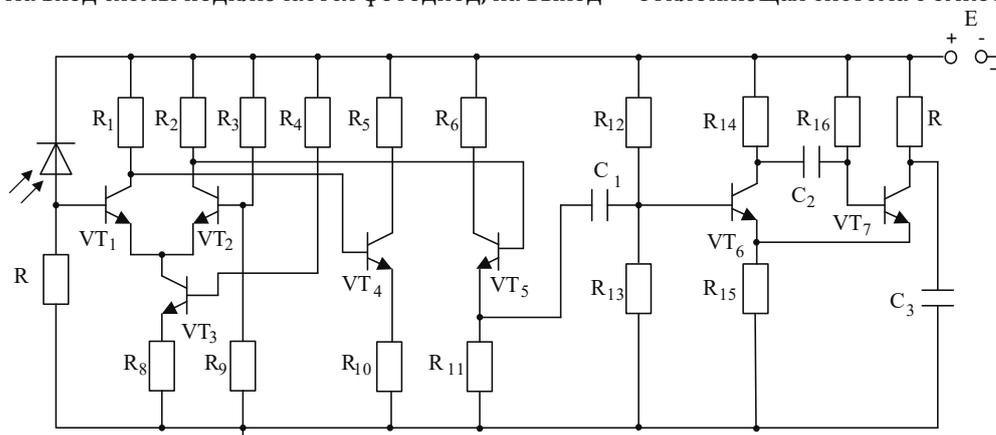


Рис. 10. Эквивалентная схема формирователя управляющего сигнала.

Расчет переходного режима в цепи ФУС с подбором оптимальных номиналов элементов в схеме позволил сократить время переходного процесса до 4 пс (рис. 11).

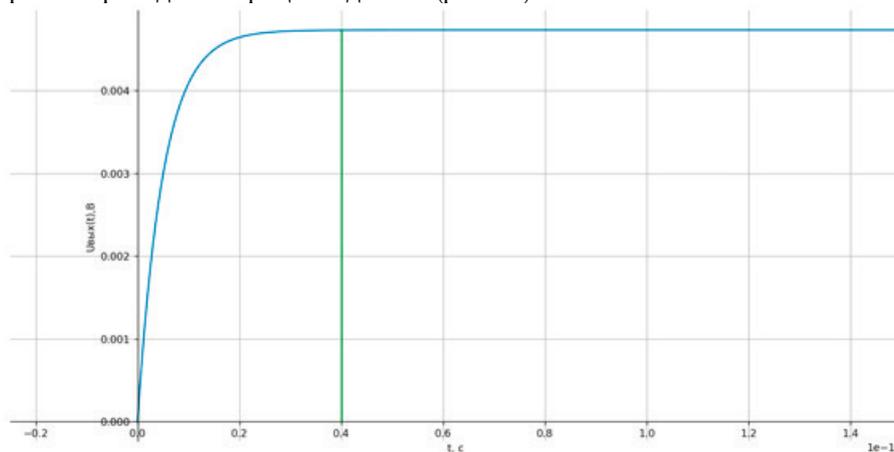


Рис. 11. Динамика нарастания напряжения на выходе.

#### Заключение

Представленные схемы, проведённые расчеты и полученные результаты демонстрируют принципиальную возможность построения составного оптического коммутатора  $64 \times 64$ . Описанные методы позволяют рассчитать необходимые фильтры Брэгга для обеспечения маршрутизации оптических импульсов. Рабочий диапазон был выбран в пределах окна прозрачности существующих оптоволоконных линий передачи. Методика оценки задержки проходящих оптических импульсов позволила определить требуемую скважность импульсов при заданной их длительности для возможности детектирования сигналов на выходе коммутатора. Методика расчета времени переходных процессов в цепи управления позволила оценить потенциальное быстродействие полностью оптического коммутатора.

Разработанные методы переноса, селекции и адресации информационных и управляющих сигналов открывают возможности построения элементарных  $(8 \times 8)$  оптических коммутирующих элементов и построения на их основе составного полностью оптического коммутатора оптических импульсных сигналов.

#### Благодарности

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда № 23-29-00795, <https://rscf.ru/project/23-29-00795/>.

## Список литературы

1. *El-Bawab, T.S.* Optical switching. Springer Science and Business Media, 2006. 451 p.
2. *Барабанова Е. А., Вытовтов К. А., Вишневецкий В. М., Подлазов В. С.* Новый принцип построения оптических устройств обработки информации для информационно-измерительных систем // Датчики и системы. 2019. № 9 (239). С. 3–9.
3. *Cheng, Q., Rumley, S., Bahadori, M., Bergman, K.* Photonic switching in high performance datacenters // Optics Express. 2018. Vol. 26. Iss. 12. P. 16022–16043. DOI: 10.1364/OE.26.016022
4. *Yoo, S.J.B.* Photonic switching technologies, architectures, and integrated-systems for future disaggregated and optically reconfigurable data centers // 2022 International Conference on Optical Network Design and Modelling (ONDM). P. 1–6. DOI: 10.23919/ONDM54585.2022.9782842
5. *Никитин П. А.* Энергоэффективный акустооптический модулятор таргерцевого излучения // Физические основы приборостроения. 2022. Т. 11. № 3(45). С. 64–71. DOI: 10.25210/jfop-2203-064071
6. *Ma, X., Kuo, G.S.* Optical Switching Technology Comparison: Optical Mems vs. Other Technologies // IEEE Optical Communications. 2003. Vol. 41. Iss. 11. P. S16-S23. DOI: 10.1109/MCOM.2003.1244924
7. *Sato, K.* Design and Performance of Large Port Count Optical Switches for Intra Data Centre Application // 22nd International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON). 2020. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICTON51198.2020.9203276
8. *Xue, X., Calabretta, N.* Nanosecond optical switching and control system for data center networks // Nature communications. 2022. Vol. 13. Iss. 1. P. 2257. DOI: 10.1038/s41467-022-29913-1
9. *Seok, T.J., Kwon, K., Henriksson, J., Luo, J., Wu, M.C.* High Port Count Silicon Photonic Switches // 2019 24th OptoElectronics and communications conference (OECC) and 2019 International Conference on Photonics in Switching and Computing (PSC). 2019. P. 1–3. DOI: 10.23919/PS.2019.8817661
10. *Barabanova, E.A., Vytovtov, K.A., Podlazov, V.S.* Model and algorithm of next generation optical switching systems based on 8x8 elements // Lecture Notes in Computer Science. 2019. Vol. 11965. P. 58–70. DOI: 10.1007/978-3-030-36614-8\_5
11. *Vytovtov, K.A., Barabanova, E.A., Barabanov, I.O.* Next-generation switching system based on 8x8 self-turning optical cell // IEEE Proceedings of the International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering (APEDE). 2018. P. 306–309. DOI: 10.1109/APEDE.2018.8542431
12. *Силин Р. А.* Необычные законы преломления и отражения. М.: ФАЗИС, 1999. 80 с.
13. *Dolling, G. et al.* Cut-wire pairs and plate pairs as magnetic atoms for optical metamaterials // Optics Letters. 2005. Vol. 30. Iss. 23. P. 3198–3200. DOI: 10.1364/OL.30.003198
14. *Кравченко В. Ф.* Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами: моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 316 с.
15. *Кравченко В. Ф., Лабунько О. С., Лерер А. М., Синяевский Г. П.* Вычислительные методы в современной радиофизике. М.: Физматлит, 2009. 463 с.
16. *Борн М., Вольф Э.* Основы Оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
17. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.

Поступила 17 июня 2024 г.

# PHYSICAL BASE FOR BUILDING A LOCAL CONTROL SYSTEM OF FULLY OPTICAL COMMUTATOR AND METHOD OF CALCULATING ITS ELEMENTS

BARABANOVA E.A.\*, VYTOVTOV K.A.\*, AND KAZAKOV S.E.\*\*

\*Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences;

\*\*National Research University «MPEI»

doi: 10.25210/jfop-2403-FJBTQJ | edn: FJBTQJ

This paper presents the physical principles of constructing local control devices for an all-optical  $64 \times 64$  switch with decentralized control and the calculating methods. Its structure is presented as a two-link composition of elementary  $8 \times 8$  switching devices. Logical circuits for processing control (address) signals presented as a sequence of pulses with different monochromatic filling are defined. Methods for selective filtering of signals in switching elements of the first and second links that could be implemented on multilayer Bragg filters using metamaterials are described. Parameters of filters that ensure transmission of control and information signals and signal spectra during passage of each link are calculated. The possibility of addressing information optical pulses to an arbitrary output of the composite switch is shown. A method for calculating signal delays during passage through Bragg filters is presented, and an assessment of the speed of switching elements, which is determined by the speed of transient processes in the circuits for processing and converting control signals, is carried out.

## НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 537.874.6; 621.371.334

# О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫХ СОЛВЕРОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ АКТУАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ

© Автор, 2024

doi: 10.25210/jfor-2403-IUSLTP | edn: IUSLTP

Вестник М. В. — д.ф.-м.н., в.н.с. ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, Москва. E-mail: vesnik@cplire.ru

**Аннотация**

Предложен алгоритм создания высокоэффективных солверов для решения актуальных проблем, основанных на решении задач дифракции электромагнитных волн и волн других типов. Алгоритм основан на применении эвристических методов теории дифракции. Недавно предложенный метод базовых компонентов, отличающийся от традиционных эвристических методов наличием процедуры настройки, позволяет создавать высокоэффективные (т.е. быстрые и точные) солверы, открывающие новые возможности в области изучения актуальных научно-технических проблем.

**Ключевые слова:** дифракция электромагнитных волн, распространение электромагнитных волн, геометрическая оптика, физическая оптика, физическая теория дифракции, высокочастотные методы, метод базовых компонентов, импедансные граничные условия

**Abstract**

An algorithm for creating highly efficient solvers to address current problems, based on solving diffraction problems of electromagnetic waves and other types of waves, is presented. The algorithm is based on the application of heuristic methods of diffraction theory. The recently proposed method of fundamental components, which differs from traditional heuristic methods by including a tuning procedure, allows for the creation of highly efficient (i.e., fast and accurate) solvers, opening new possibilities for studying current scientific and technical problems.

**Keywords:** electromagnetic diffraction, electromagnetic waves propagation, geometrical optics, physical optics, physical theory of diffraction, high frequency methods, method of fundamental components, impedance boundary conditions

**Введение**

Существует ряд актуальных проблем, таких как рассеяние электромагнитных волн на воздушных, наземных и морских целях с пониженной радиолокационной заметностью, распространение электромагнитных волн в условиях городской застройки, дифракция света на матрицах фотоприемников, дифракция элементарных частиц на ловушках и других объектах, дифракция упругих волн на неоднородностях в среде распространения и т.п. При исследовании этих проблем применяют специальные вычислители (солверы) — компьютеры и/или пакеты прикладных программ, предназначенные для решения задач дифракции. Если размеры исследуемых объектов относительно невелики по сравнению с длиной волны, солверы хорошо справляются с поставленными задачами, даже если эти задачи поставлены математически строго. При увеличении размеров исследуемого объекта или при уменьшении длины волны возникают проблемы, связанные с уменьшением быстродействия солвера. Приходится отказываться от математически строгой постановки и применять эвристические подходы, основанные на знании физических особенностей процесса дифракции.

**1. Математическая постановка задачи**

Под геометрией задачи понимают форму рассеивателя и граничные условия на его поверхности, а также взаимное расположение рассеивателя, источника падающей волны, точки наблюдения и поляризации падающей и рассеянной волн.

На языке математики решение задачи дифракции означает, что мы ищем решение краевой задачи, удовлетворяющее [1]:

- волновому уравнению;
- граничным условиям на поверхности;
- условиям регулярности излучения;
- условию Мейкснера на ребре.

Такое решение удовлетворяет условиям существования и единственности и может считаться надежным результатом (численным экспериментом, или критерием истины), поскольку, в отличие от приближенных подходов, описывает истинное поведение поля.



Математически строгое решение можно получать в аналитическом или численном виде. Строгие аналитические решения можно получить далеко не всегда, поскольку их, как правило, получают методом разделения переменных, а количество ортогональных систем координат, в которых можно применить этот метод («разделяющих» систем координат), ограничено [2]. Для большинства рассеивателей сложной формы, представляющих практический интерес, строгих аналитических решений не существует, поскольку разделение переменных провести невозможно, или же решение получить очень сложно. Например, с момента получения аналитического решения задачи дифракции на клине до получения аналитического решения задачи дифракции на плоском угловом секторе прошло около 100 лет [1].

Численные решения можно получить для большого количества рассеивателей. Но и здесь существуют ограничения, связанные с допустимыми размерами рассеивателя. Для рассеивателей большого размера может не хватить ресурсов даже самого современного компьютера.

Приближенные решения можно получить для рассеивателей любого типа. Но в этом случае точность может не соответствовать требованиям практической задачи.

## **2. Эвристические подходы**

### **2.1. Традиционные эвристические подходы в теории дифракции**

К традиционным эвристическим подходам (ТЭП) относят метод геометрической оптики (ГО) [3, 4], метод физической оптики (ФО) [5], геометрическую теорию дифракции (ГТД) [6–8], физическую теорию дифракции (ФТД), или, что то же самое — метод краевых волн (МКВ) [9–11]. Термин ФТД вначале применяли для обозначения МКВ, но позже термин ФТД получил расширенное толкование для обозначения, в том числе, и других эвристических подходов. Традиционные эвристические подходы сыграли важную роль в теории дифракции [12]. Наряду с традиционными эвристическими подходами применяют гибридные методы [13], сочетающие в себе черты строгих и эвристических подходов.

Традиционные эвристические подходы основаны на «постулатах» (или предписаниях совершить ряд математических процедур, результат которых считают приближенным решением задачи дифракции). Эти постулаты имеют под собой физическую основу, но могут давать результаты, не совпадающие с математически строгим решением. Иногда точность традиционных эвристических подходов достаточна для описания задачи дифракции, иногда — нет.

1. В приближении ГО рассеянное поле находят в виде совокупности лучей, пришедших от точек зеркального отражения на рассеивателе;

2. В приближении ФО рассеянное поле находят в виде интеграла по поверхности рассеивателя от отраженного ГО поля;

3. В приближении ГТД поле, рассеянное кромкой, находят в виде поля от касательной структуры, с учетом возмущения поля вблизи кромки касательной структуры;

4. В приближении ФТД (МКВ) поле, рассеянное кромкой, находят в виде интеграла по поверхности рассеивателя с учетом возмущения поля касательной структуры вблизи кромок.

Разницу между результатами счета по «постулатам» и математически строгим решением будем называть заложенной методической погрешностью. Все ТЭП обладают заложенной методической погрешностью.

### **2.2. Точность эвристических подходов**

В некоторых случаях точность традиционного эвристического подхода вполне соответствует требованиям практической задачи. Так, радиолокационный сигнал от объекта с поверхностью, имеющей плавные скругления, можно достаточно точно представить в виде суммы вкладов зеркальных точек, найденных в приближении ГО. Главный луч, первый и второй лепестки зеркальной антенны можно достаточно точно найти в приближении ФО. Сигнал, рассеянный объектом со скругленными кромками, можно достаточно точно найти в приближении ГТД. Сигнал, рассеянный многогранниками, можно достаточно точно найти в приближении ФТД (МКВ).

Тем не менее, иногда точности ФТД (МКВ) может быть недостаточно. Например, при решении обратных задач сочетание быстродействия и точности имеет критически важное значение. Поэтому, если есть возможность увеличить точность при сохранении быстродействия, то такой возможностью следует обязательно воспользоваться.

### **2.3. Области стационарной фазы**

Одним из способов представления рассеянного поля является интеграл по поверхности рассеивателя. Если точно знать поле на поверхности, то и в точке наблюдения этот интеграл даст точное решение. Важно отметить, что самые точные решения традиционных эвристических подходов, о которых мы гово-

рили в предыдущем пункте, связаны с тем, что сигналы от некоторых областей интегрирования попадают в точку наблюдения синфазно. К таким случаям относятся зеркальное отражение от поверхности (а также рассеяние «прямо вперед», когда рассеиватель затеняет падающую волну) или рассеяние на кромке, когда углы между кромкой и направлениями на источник и на точку наблюдения совпадают (эта ситуация называется «дифракционный конус»). При интегрировании по синфазной области (поверхности или кромке) расчет по ТЭП в точке наблюдения соответствует строгому решению. Это обстоятельство помогает при построении эвристических формул [14].

#### 2.4. Условие дальней зоны

При построении эвристических формул важную роль играет условие дальней зоны. С физической точки зрения оно означает, что как из точки наблюдения, так и из точки расположения источника рассеиватель виден под очень малым углом. Если условие дальней зоны выполняется, эвристические формулы существенно упрощаются.

#### 2.5. Применение эталонных решений на полубесконечных рассеивателях

При построении эвристических решений используют принцип локальности поля. В соответствии с этим принципом возмущение поля какой-либо неоднородностью происходит только в окрестности этой неоднородности. Под неоднородностью понимаем, например, ограничение бесконечной плоской поверхности кромкой или ограничение бесконечной кромки вершиной. Поэтому возмущение поля вблизи неоднородности на трехмерном рассеивателе можно считать таким же, как возмущение поля на «эталонном» полубесконечном рассеивателе. В отличие от большинства трехмерных («3D») рассеивателей конечного размера, в случае полубесконечных рассеивателей с большей вероятностью существуют «разделяющие» системы координат (см. п. 2), и можно рассчитывать на получение строгих аналитических решений. Если же это не удастся, можно воспользоваться численными решениями для эталонных рассеивателей.

Эталонные эвристические формулы на полубесконечных и бесконечных рассеивателях мы помечаем индексами 1D — 3D. Эти индексы означают размерность задач, из которых взяты соответствующие строгие решения, для последующего их включения в эвристические формулы. Индекс 1D означает одномерную задачу (зеркальное отражение от плоской поверхности), 2D — двумерную, 2.5D — двумерную при наклонном падении, 3D — трехмерную задачу.

В рамках «постулатов» эвристических подходов ГТД и ФТД (МКВ) заменяют реальное поле на 3D рассеивателе приближенным и считают, что возмущение поля вблизи кромки трехмерного рассеивателя происходит так же, как в соответствующей 2D эталонной задаче. Задав таким образом поле на трехмерном рассеивателе, применяют ГТД или ФТД (МКВ).

В рамках ФТД (МКВ) заданное приближенное поле интегрируют вдоль кромки.

Что касается ГТД, то в рамках данного подхода решение существует только тогда, когда точка наблюдения лежит на дифракционном конусе, поскольку в соответствующей двумерной задаче лучи попадают в точку наблюдения только из соответствующей области стационарной фазы на кромке бесконечной длины, других решений нет. В трехмерной же задаче может быть ситуация, когда для конкретной точки наблюдения область стационарной фазы на кромке конечной длины отсутствует. Тогда в приближении ГТД никакого решения нет, в то время как в приближении ФТД (МКВ) решение есть, хотя и неточное. Это обстоятельство сыграло главную роль при выборе именно ФТД (МКВ) для проекта «Стелс».

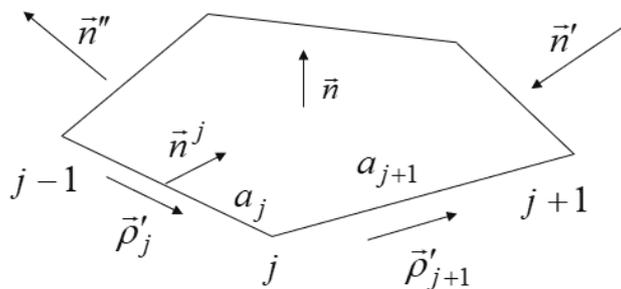


Рис. 1. Падение электромагнитной волны на плоский многоугольник.

### 3. Основы метода базовых компонентов

Как мы уже говорили ранее, в некоторых случаях решения по ТЭП имеют точность, удовлетворяющую требованиям исследуемой актуальной проблемы. Если же это не так, приходится искать способы повышения точности. Недавно предложенный метод базовых компонентов (МБК) [1, 15] позволяет увеличить точ-

ность эвристического решения до заранее заданных величин. Отличие МБК от ТЭП состоит в том, что применение МБК предусматривает проведение процедуры настройки — сравнения первичной эвристической функции с верификационным решением (как правило, численным), проведения коррекции и получения окончательной эвристической формулы.

В качестве первичной эвристической формулы выбирают наиболее подходящее физически обоснованное решение. Например, это может быть одна из формул ТЭП или какая-то другая. После проведения процедуры настройки получают окончательную эвристическую формулу, которая уже не имеет заложенной методической погрешности, поскольку процедура настройки сводит погрешность к минимуму.

#### 4. Основные базовые компоненты, описываемые первичными эвристическими формулами

##### 4.1. Форма теневого контура (3D)

Как уже было сказано, строгих аналитических решений на трехмерных рассеивателях очень мало, поскольку для решения краевой задачи требуется осуществить разделение переменных. Систем координат, допускающих сделать это («канонических»), мало (не более двух десятков). Но если отказаться от полного решения краевой задачи и «назначить» поле на поверхности рассеивателя, то можно затем провести интегрирование поля по поверхности и найти рассеянное поле приближенно, в том числе для «неканонической» системы координат.

Рассмотрим плоский многоугольник конечных размеров, на который падает плоская электромагнитная волна (рис. 1).

На рис. 1 использованы следующие обозначения:  $\vec{n}'$  — направляющий вектор падающей волны,  $\vec{n}''$  — направляющий вектор точки наблюдения,  $\vec{n}$  — вектор нормали к рассеивателю,  $\vec{n}^j$  — вектор единичной внутренней нормали к контуру  $C$ , окружающему рассеиватель,  $\vec{\rho}'$  — единичный вектор, касательный к контуру,  $N$  — количество сторон и вершин многоугольника.

На прямолинейной  $j$ -ой стороне, идущей от вершины  $j - 1$  к вершине  $j$ , вектор  $\vec{n}^j$  не меняется, а вектор  $\vec{\rho}$  текущей координаты точки контура связан с радиус-вектором исходной вершины  $\vec{\rho}_{j-1}$ , координатой вдоль контура  $t$  и постоянным касательным вектором  $\vec{\rho}'_j$  соотношением  $\vec{\rho} = \vec{\rho}_{j-1} + t\vec{\rho}'_j$ .

Важную роль играет вспомогательный вектор  $\vec{\Delta}$ :

$$\vec{\Delta} = (\vec{n}' - \vec{n}'') - \vec{n}[(\vec{n}' - \vec{n}'') \cdot \vec{n}], \quad (1)$$

представляющий собой проекцию на поверхность рассеивателя разности  $(\vec{n}' - \vec{n}'')$  между направляющими векторами падающей волны и точки наблюдения.

Влияние на рассеянный сигнал формы теневого контура плоского рассеивателя при выполнении условия дальней зоны можно описать при помощи формулы, математически строгой в приближении ФО. При этом интеграл по площади рассеивателя  $S$  сводится к интегралу по его контуру  $C$

$$I = \iint_S \exp\{ik(\vec{\Delta}, \vec{\rho})\} ds = \frac{i}{k|\vec{\Delta}|^2} \oint_C (\vec{\Delta}, \vec{n}^j) \exp\{ik(\vec{\Delta}, \vec{\rho})\} dt, \quad (2)$$

где  $\vec{n}^j = [\vec{n} \times \vec{\rho}'] / |\vec{\rho}'|$  — единичная внутренняя нормаль к контуру  $C$ , окружающему рассеиватель,  $\vec{\rho}' = \frac{d\vec{\rho}/dt}{|d\vec{\rho}/dt|}$  — единичный вектор, касательный к контуру,  $t$  — координата, отсчитываемая вдоль контура.

Ключевую роль в интегралах из (2) играет стоящая в показателе экспоненты функция фазы в точке интегрирования:

$$\Phi = k(\vec{\Delta}, \vec{\rho}). \quad (3)$$

Если на каких-то участках контура  $\Phi \rightarrow \text{const}$ , то интеграл по этим участкам дает наиболее существенный вклад в рассеянное поле. Интеграл (2) [16] представляет другую форму соотношений, полученных в [17] независимо от более ранней работы на эту тему [18].

Просуммировав рассеянное поле по всем сторонам многоугольника, получим

$$I = \sum_{j=1}^N I_j, \quad I_j = \frac{ia_j(\vec{\Delta}, \vec{n}^j) \sin[(\Phi_j - \Phi_{j-1})/2]}{k|\vec{\Delta}|^2 (\Phi_j - \Phi_{j-1})/2} \exp\{i(\Phi_j + \Phi_{j-1})/2\}, \quad (4)$$

где  $\Phi_j = k(\vec{\Delta}, \vec{\rho}_j)$  — фаза сигнала, рассеянного  $j$ -ой вершиной с направляющим вектором  $\vec{\rho}_j$ ,  $a_j$  — длина  $j$ -ой стороны многоугольника (расположенной между  $(j - 1)$ -ой и  $j$ -ой вершинами).

Впоследствии формулу (4) можно усовершенствовать, выделив в ней дифракционные коэффициенты в приближении ФО и заменив их эталонными решениями — строгими дифракционными коэффициентами на кромке исследуемого рассеивателя. Это было сделано в работах [1, 15, 19, 20].

#### 4.2. Профиль кромки (2D, 2.5D)

При падении ТН- или ТЕ-поляризованной электромагнитной волны на кромку идеально проводящей полуплоскости можно из общего решения выделить дифракционные коэффициенты известной формы [1, 9–11, 15]

$$f(\varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} - \frac{1}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right) (\text{ТН}),$$

$$g(\varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} + \frac{1}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right) (\text{ТЕ}).$$
(5)

В случае, если граничные условия на безграничной поверхности таковы, что коэффициенты отражения и прохождения равны  $R$  и  $T$  соответственно, для полуплоскости с теми же граничными условиями из (5) можно получить эвристическую формулу «обобщенного дифракционного коэффициента» для полупрозрачной полуплоскости [1, 15]:

$$fg(R, T, \varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - T}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} + \frac{R}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right).$$
(6)

При  $T = 0$ ,  $R = \pm 1$  выражение (6) совпадает с одним из выражений (5). Таким образом, в зависимости от значения  $R$  (6) описывает обе поляризации электромагнитной волны.

Корректируя поведение поля на кромках, в эвристических формулах можно учесть также форму профиля кромки, как при нормальном, так и при наклонном падении. Учет формы кромки при помощи метода обобщенного эйконала реализован в работах [1, 15].

#### 4.3. Граничные условия (1D, 2D, 2.5D)

Помимо формы теневого контура и формы профиля кромки можно также учитывать граничные условия на поверхности рассеивателя. В эвристическую формулу для дифракционного коэффициента идеально проводящей полуплоскости можно добавить коэффициенты отражения и прохождения для плоской безграничной поверхности и получить первичную эвристическую формулу. После проведения процедуры настройки можно получить уточненные формулы, пригодные для исследования нормального и наклонного падения [1, 15].

Для примера рассмотрим падение электромагнитной волны на полуплоскость с двухсторонними импедансными граничными условиями [21, 22]. Геометрия задачи показана на рис. 2.

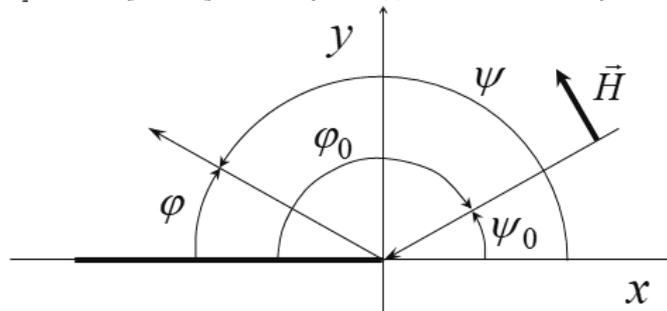


Рис. 2. Падение ТН-поляризованной электромагнитной волны на полуплоскость.

На рис. 2 показаны две системы угловых координат  $(\varphi, \varphi_0)$  и  $(\psi, \psi_0)$ , причем  $\psi = \pi - \varphi$ ,  $\psi_0 = \pi - \varphi_0$ . Это сделано для того, чтобы легче интегрировать в формулы результаты различных работ, в которых применяется либо одна, либо другая система координат.

Введем также обозначения для углов в точках сингулярностей  $\varphi_{s1} = \pi + \varphi_0$ ,  $\varphi_s = \pi - \varphi_0$ , откуда следует  $\varphi_{s1} - \varphi_0 = \pi$ ,  $\varphi_s + \varphi_0 = \pi$ . Когда угол точки наблюдения равен одному из углов точек сингулярностей, знаменатель первого или второго слагаемого в выражениях (5) или (6) обнуляется, а соответствующее слагаемое становится сингулярным.

Поскольку в данной статье мы ограничимся изложением лишь методики получения эвристического решения, не будем останавливаться на подробностях получения методом Винера-Хопфа верификационного решения  $fr(X, \varphi, \varphi_0)$  [23, 24], которое здесь и далее по тексту будем называть «решение МВХ».

Для случая падения ТН-поляризованной волны на безграничную поверхность с двухсторонними импедансными граничными условиями коэффициенты отражения  $R_{ТН}$  и прохождения  $T_{ТН}$  равны

$$R_{ТН}(X, \varphi_0) = \frac{-W_0}{W_0 + 2i \sin(\varphi_0)X}, \quad W_0 = 120\pi, \quad (7)$$

$$T_{ТН} = 1 + R_{ТН}. \quad (8)$$

Подставляя выражения  $R_{ТН}$  и  $T_{ТН}$  в (6), получим выражение для соответствующего обобщенного дифракционного коэффициента

$$fg(R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - T_{ТН}}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} + \frac{R_{ТН}}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right). \quad (9)$$

Сравнение эвристического выражения (9) с решением МВХ показывает, что точного соответствия между ними нет, и нужна коррекция (в рамках МБК называемая нами процессом «настройки»). Процесс настройки позволил получить более точное выражение

$$fh(m_{ТН}, R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0) = fg(R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0) \frac{cx_{ТН}(m_{ТН}, X, \varphi)}{cx_{ТН}(m_{ТН}, X, \varphi_s)}, \quad (10)$$

где

$$cx_{ТН}(m_{ТН}, X, \varphi) = R_{ТН} \left( 2X \cdot m_{ТН}, \frac{\varphi}{2} \right). \quad (11)$$

Числовой коэффициент  $m_{ТН}$  является множителем, который умножаем на  $X$ . Таким образом, из (10) следует, что окончательная эвристическая формула представляет собой первичную эвристическую формулу (9), умноженную на добавочный множитель.

В первом приближении можно считать, что  $m_{ТН}(X) = 1$ . Для дальнейшего увеличения точности окончательной эвристической формулы введем формулу количественной оценки точности в виде интеграла по области значений угла  $\varphi$

$$Lfh(m_{ТН}, R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0) = \lg \left( \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \left| \frac{fr(X, \varphi, \varphi_0)}{fh(m_{ТН}, R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0)} \right| - 1 \right) d\varphi. \quad (12)$$

Чем ближе между собой функции  $fr$  и  $fh$  (10), тем меньше значение  $Lfh$  (12). Минимизируя функцию  $Lfh$  по параметру  $m_{ТН}$  для каждого значения  $X$ , можно феноменологически найти массив значений  $m_{ТН}$ , который обеспечивает во всей области значений угла  $\varphi$  наилучшее совпадение между верификационным решением МВХ  $fr(X, \varphi, \varphi_0)$  и окончательной эвристической функцией  $fh(m_{ТН}, R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0)$  (10).

Для данного типа граничных условий (двухсторонние импедансные граничные условия), когда известны аналитические выражения  $R_{ТН}$  и  $T_{ТН}$ , оказалось возможным найти аналитическое выражение для функции  $m_{ТН}(X)$  и сравнить его с ранее найденным массивом значений  $m_{ТН}$ . Для этого на окончательную эвристическую формулу наложили условие выполнения принципа взаимности. Применительно к эвристической формуле для дифракционного коэффициента принцип взаимности означает, что если в ней поменять местами угловые координаты источника и точки наблюдения, то значение рассеянного поля не изменится. Нетрудно показать, что для формул (5) принцип взаимности выполняется, а для (9) — нет, поскольку коэффициент отражения (7) зависит только от угла падения, ведь в случае безграничной поверхности подразумевается, что отражение происходит под зеркальным углом. А формула дифракционного коэффициента должна содержать оба угла, которые, в общем случае, отличаются. Поэтому подстановка угла рассеяния, отличного от угла падения, приведет к отличию результатов расчета, что противоречит принципу взаимности.

Рассмотрим теперь формулу (10). В соответствии с принципом взаимности должно выполняться равенство

$$fh(m_{ТН}, R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi_0, \varphi) = fh(m_{ТН}, R_{ТН}, T_{ТН}, \varphi, \varphi_0). \quad (13)$$

Проведя необходимые выкладки [24], можно получить выражение для функции  $m_{ТН}(X)$

$$m_{ТН}(X) = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{4}(W_0/X)^2}}{2}}. \quad (14)$$

Данная функция  $m_{ТН}(X)$  полностью соответствует массиву  $m_{ТН}$ , который был ранее получен феноменологическим образом. Интересно, что функция  $m_{ТН}(X)$  не зависит от углов  $\varphi$  и  $\varphi_0$ , в то время как параметр  $m_{ТН}$  имеет слабую зависимость от  $\varphi_0$ . Влияние функции  $m_{ТН}(X)$  на окончательную эвристическую формулу (10) подробно описано в работе [24].

На рис. 3 показаны графики количественной оценки (12) в зависимости от параметра  $X$ . Поскольку  $0 < X < \infty$ , для удобства представления результатов введем новую функцию  $x(X)$  следующим образом:  $x(X) = 1 - \exp(-X/W_0)$ , и тогда  $0 < x(X) < 1$ .

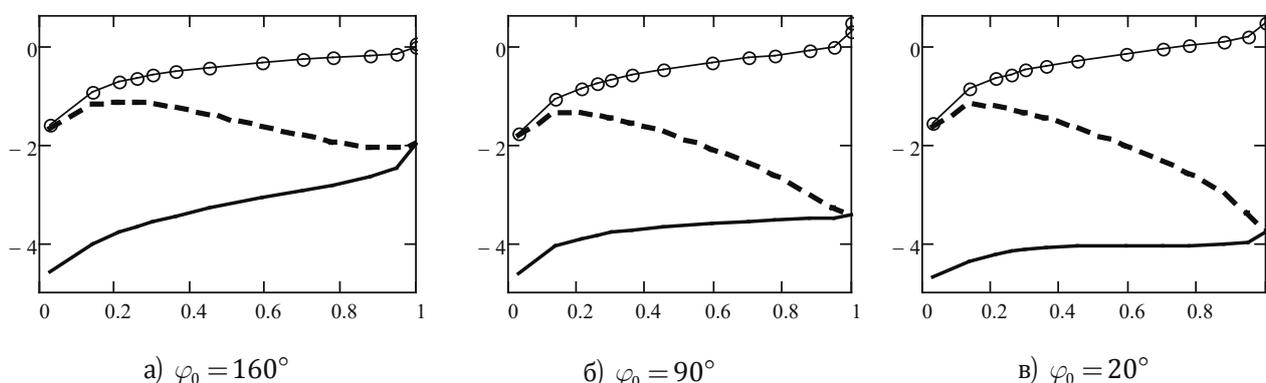


Рис. 3. Графики количественной оценки для эвристических формул при разных значениях угла падения.

По горизонтали отложены величины  $x(X)$ , по вертикали отложены параметры количественной оценки (ПКО), полученные по методике (12) для формул (9) и (10). Графики с кружочками соответствуют ПКО для формулы (9). Пунктирная линия соответствует ПКО для формулы (10) при  $m_{ТН} = 1$ . Сплошная линия соответствует ПКО для формулы (10) для величин  $m_{ТН}$ , рассчитанных по формуле (14).

Таким образом, в данном случае применение МБК позволяет увеличить точность первичной эвристической формулы (9) на два порядка.

Состав базовых компонентов, как и необходимая точность расчета, определяется требованиями практической задачи. Один из возможных наборов приведен в [15].

## 5. Приемы МБК

При построении при помощи МБК эвристических формул была продемонстрирована эффективность ряда приемов.

### 5.1. Выполнение принципа взаимности

Налагая на формулу условие выполнения принципа взаимности, можно подтвердить или, наоборот, опровергнуть правильность этой формулы [24].

### 5.2. Условная кромка

Условная кромка — это прямая на рассеивателе, по отношению к которой источник и точка наблюдения находятся на дифракционном конусе. Условная кромка совпадает с реальной кромкой в случае, когда реальная кромка является осью дифракционного конуса.

Получение решения на условной кромке является альтернативой традиционным эвристическим методам и, в отличие от ГТД и ФТД (МКВ), удовлетворяет принципу взаимности. Вместе с тем, решение на условной кромке сочетает в себе характерные особенности как ГТД, так и ФТД (МКВ) [1, 15, 19, 20].

### 5.3. Настраечные параметры в эвристических формулах

В процессе настройки можно применять настроечные параметры, местоположение и величина которых обеспечивают максимальную точность окончательной эвристической формулы.

### 5.4. Количественная оценка точности

Для сравнения точности разных эвристических формул применяют формулы количественной оценки точности. Их можно применять как для оценки точности, так и в процессе настройки [24].

## 6. Перспективы применения МБК

### 6.1. Цели с малой радиолокационной заметностью

Преимущество: можно находить дифракцию импульсов с широким спектром. Уточнение решения ФТД (МКВ) при помощи эвристического решения задачи дифракции на плоском угловом секторе.

## 6.2. Распространение радиоволн в условиях городской застройки

В рамках МБК была построена теория распространения радиоволн в условиях городской застройки. На предварительно построенной трассе распространения луча находят его ослабление в результате взаимодействия с препятствиями различной формы и с различными граничными условиями.

При вычислении ослабления луча применяется подход «зона, существенная для распространения радиоволн» (ЗСРВ) [25]. В рамках этого подхода луч, проведенный в соответствии с ГТД, окружают пространственной областью, примерно равной первой зоне Френеля, и учитывают влияние только тех объектов (или частей объектов), которые находятся внутри этой зоны. Ослаблением луча другими объектами пренебрегают, что позволяет сэкономить значительную часть ресурсов компьютера.

Этот же подход можно применять в задачах дифракции на радиолокационных целях больших размеров и сложной формы.

## 6.3. Дифракция упругих волн

Подход МБК можно применять не только в электродинамике, но и в других областях физики. К относительно простым (при выполнении условия дальней зоны) эвристическим формулам можно применять преобразование Фурье и без чрезмерных усилий переходить из частотной области во временную область и обратно. В частности, МБК показывает хорошие результаты при исследовании дифракции упругих волн [1, 26].

## 6.4. Задачи, связанные с дистанционным зондированием.

Применение МБК к задаче дистанционного зондирования Земли из космоса также показало хорошие результаты [27, 28].

## 7. Обсуждение

Основной принцип МБК состоит в применении процедуры уточнения эвристической формулы. Для начала данной процедуры нужно иметь первичную эвристическую формулу (например, выражение из числа ТЭП, или комбинацию таких выражений, или другую физически обоснованную формулу) и верификационное решение (расчет или эксперимент). Процедура состоит из следующих шагов: [первичная эвристическая формула + верификационное решение]  $\Rightarrow$  [процесс настройки]  $\Rightarrow$  [окончательная эвристическая формула (компактная и уточненная)]. В процессе настройки с целью увеличения точности к первичной эвристической формуле подбирают добавочные элементы (множители или слагаемые), а также (если есть необходимость) подбирают места расположения и значения настроечных параметров.

Как показано в данной статье, удачно выбранная первичная эвристическая формула может стать основой для получения очень точной (по сравнению не только с ТЭП, но и с верификационным решением) окончательной эвристической формулы. В свою очередь, эта формула может стать основой для дальнейших исследований, т.е. выступить в качестве первичной эвристической формулы при дальнейшем исследовании задач с похожей постановкой. Например, формула (10) может стать основой для решения задачи дифракции на полуплоскости в случае выполнения соотношения (8).

Альтернатива МБК — заранее рассчитанные базы данных значений эталонных задач и гибридные методы [13]. Другая альтернатива — инженерные формулы, имеющие точность, соответствующую заданным параметрам актуальной проблемы, но не имеющие физического обоснования. Такие формулы обычно непригодны для проведения физической интерпретации.

Построенный пакет эвристических формул для 3D задачи можно проверить при помощи численного решения. Если размеры рассеивателя таковы, что строгое численное решение получить невозможно, можно уменьшить размеры рассеивателя и провести сравнение эвристических формул и строгого расчета на уменьшенной модели. При увеличении размера рассеивателя точность эвристических решений лишь увеличивается.

Один способ применения окончательных эвристических формул МБК — использование вместо численных решений в солверах. Другой способ — физическая интерпретация численного решения.

## Выводы

Продemonстрировано на ряде примеров, что на основе подхода МБК можно создавать пакеты эффективных (компактных и точных) эвристических формул для описания актуальных проблем, связанных с решениями задач дифракции.

Для применения МБК нужно иметь надежное верификационное решение и первичную эвристическую формулу, соответствующую физическим особенностям задачи и тенденциям поведения верификационного решения.

В свою очередь, правильно подобранный набор эвристических формул с удачно расположенными настроечными параметрами может стать основой создания высокоэффективного (быстродействующего и точного) солвера.

### Список литературы

1. *Vesnik, M.V.* The Method of the Generalized Eikonal: New Approaches in the Diffraction Theory. Berlin: Walter de Gruyter; 2015. 201 p.
2. *Морс Ф.М., Фейнбах Г.* Методы теоретической физики. Том 1. М.: ИЛ, 1958. 931 с.
3. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
4. *Kravtsov, YA., Zhu, N.Y.* Theory of diffraction: heuristic approaches. Oxford: Alpha Science Int., 2010. 400 p.
5. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
6. *Keller, J.B.* Geometrical theory of diffraction // J Opt Soc Am. 1962. Vol. 52 (2). P. 116–130. DOI: 10.1190/1.9781560803232
7. *James, G.L.* Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. London: Peter Peregrinus Ltd., 1976. 264 p.
8. *Боровиков В.А., Кинбер Б.Е.* Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 247 с.
9. *Уфимцев П.Я.* Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов. радио, 1962. 243 с.
10. *Уфимцев П.Я.* Теория дифракционных краевых волн в электродинамике. Введение в физическую теорию дифракции. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 372 с.
11. *Уфимцев П.Я.* Основы физической теории дифракции. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. 353 с.
12. *Pelosi, G. et al.* High-Frequency Techniques in Diffraction Theory: 50 Years of Achievements in GTD, PTD, and Related Approaches // IEEE Antennas Propag. Magazine. 2013. Vol. 55. Iss. 4. P. 17–19. DOI: 10.1109/MAP.2013.6645133
13. *Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И.* Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: Медиа Паблишер, 2014. 226 с.
14. *Весник М.В.* Точки стационарной фазы, области постоянной фазы и зона, существенная для распространения радиоволн в задачах дифракции // Сборник трудов VI Всероссийской Микроволновой конференции, ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2018. С. 189–193.
15. *Весник М.В.* Физическая интерпретация математически строгого решения задачи дифракции при помощи эвристических формул // Современная математика. Фундаментальные направления. 2016. Т. 62. С. 32–52.
16. *Vesnik, M.V.* Elimination of Infinities in Diffraction Coefficients of Physical Optics Current's Components for a Shadow Contour of a Scatterer // Proceedings of the 1995 International Symposium on Electromagnetic Theory, 1995. P. 407–409.
17. *Vesnik, M.V., Ufimtsev, P.Ya.* An Asymptotic Feature of Corner Waves Scattered by Polygonal Plates // Electromagnetics. 1992. Vol. 12. Iss. 3–4. P. 265–272. DOI: 10.1080/02726349208908315
18. *Gordon, W.B.* Far field approximations to the Kirchhoff-Helmholtz representations of scattered fields // IEEE Trans. A&P. 1975. Vol. 23. Iss. 4. P. 590–592. DOI: 10.1109/TAP.1975.1141105
19. *Весник М.В.* Свойства дифракционных коэффициентов в задаче дифракции на трехмерном плоском многоугольнике. Ч. 1: Основы метода базовых компонентов // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 11. С. 1052–1060. DOI: 10.31857/S0033849420110194
20. *Весник М.В.* Свойства дифракционных коэффициентов в задаче дифракции на трехмерном плоском многоугольнике. Ч. 2: Применение метода базовых компонентов для решения практических задач // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 12. С. 1147–1159. DOI: 10.31857/S0033849420120189
21. *Весник М.В.* Применение метода базовых компонентов для получения эвристического решения задачи дифракции на полуплоскости с неидеальными граничными условиями // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 11. С. 1103–1109. DOI: 10.1134/S003384941911024X
22. *Банков С.Е., Весник М.В., Кравченко В.Ф.* Эвристическое решение задачи дифракции на сверхпроводящей полуплоскости // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 4. С. 363–371. DOI: 10.31857/S0033849420040014
23. *Vesnik, M.* Physical Interpretation of the Solution to the Problem of Diffraction on a Half-plane with Non-Ideal Boundary Conditions // Journal of Engineering Research and Sciences. 2022. Vol. 1. Iss. 3. P. 52–58. DOI: 10.55708/js0103006
24. *Vesnik, M.V.* A technique for obtaining analytical heuristic solutions in problems of diffraction on two-dimensional semi-infinite objects with non-ideal boundary conditions // Waves in Random and Complex Media. 2022. P. 1–17. DOI: 10.1080/17455030.2022.2108160
25. *Весник М.В.* Учет дифракционного ослабления на трассах распространения радиоволн в условиях городской застройки // Физические основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 1 (27). С. 73–78.
26. *Vesnik, M.V.* Analytical heuristic solution for the problem of elastic wave diffraction by a polygonal flat 3D scatterer // Abstracts of International conference Days on Diffraction, St. Petersburg, 2013. P. 27–31.
27. *Данилычев М.В., Смирнов М.Т., Весник М.В., Кутуза Б.Г.* Вклад радиоизлучения Солнца в излучение морской поверхности в L-диапазоне // Материалы 14-й Международной научно-технической конференции Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации. 2021. С. 40–47. DOI: 10.25210/armimp-2021
28. *Данилычев М.В., Весник М.В., Смирнов М.Т., Кутуза Б.Г.* Вклад радиоизлучения Солнца на частоте 1.42 ГГц в излучение морской поверхности. Сравнение результатов эксперимента и модельных расчетов // Материалы 19-й Международной конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». Электронный сборник материалов конференции. Институт космических исследований Российской академии наук. Москва, 2021. С. 18. DOI: 10.21046/19DZZconf-2021a

Поступила 11 мая 2024 г.

# ON THE POSSIBILITY OF CREATING HIGHLY EFFICIENT SOLVERS FOR TOPICAL DIFFRACTION PROBLEMS

VESNIK M.V.

Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences

doi: 10.25210/jfop-2403-IUSLTP | edn: IUSLTP

There are a number of topical problems, such as electromagnetic wave scattering by air, land and sea targets with reduced radar visibility, electromagnetic wave propagation in urban areas, light diffraction by photo detector matrices, elementary particle diffraction by traps and other objects, elastic wave diffraction by inhomogeneity in the propagation medium, etc. When studying these problems, special calculators (solvers) are used - computers and/or software packages designed to solve diffraction problems. If the sizes of the objects under consideration are relatively small compared to the wavelength, solvers cope well with the tasks set, even if these problems are set mathematically rigorously. When the sizes of the object under consideration increase or the wavelength decreases, problems associated with a decrease in the solver's performance arise. It is necessary to abandon the mathematically rigorous formulation and apply heuristic approaches based on knowledge of the physical characteristics of the diffraction process.

It is difficult and time-consuming to obtain rigorous analytical solutions. For example, a rigorous analytical solution to the problem of diffraction on a plane angular sector was obtained 100 years later than the solution to the problem of diffraction on a perfectly conducting wedge. At the same time, the range of available numerical solutions has recently been significantly expanded due to the development of numerical methods and computer technology. Numerical methods have limitations in terms of speed and the permissible dimensions of the scatterer that can be loaded into the solver for research.

An alternative to numerical and rigorous analytical approaches are heuristic formulas. Traditional heuristic approaches include methods of geometrical and physical optics (GO) and (PO), geometrical theory of diffraction (GTD) and the method of edge waves (MEW). These approaches are based on certain postulates (i.e. algorithms for finding approximate values of the field at the observation point). The use of postulates leads to the emergence of an inherent methodological error in the solution. All heuristic approaches at the development stage require verification, i.e. checking their accuracy employing a reliable solution (usually numerical).

A very important task is to obtain heuristic analytical formulas of increased accuracy. For this purpose, the method of fundamental components (MFC) has recently been developed. Employing the MFC, it is possible to obtain refined heuristic formulas based on a verification solution (usually numerical). At the first stage of applying the MFC, a verification solution (VS) is obtained and the calculation results are compared with the primary heuristic formula (PHF) constructed on the basis of strict analytical solutions of the simplest problems. Then, based on this comparison, formalizing the differences between the VS and the PHF, an adjustment formula is obtained, which includes tuning parameters. Then, the values of the tuning elements are selected that provide a minimum difference between the VS and the PHF. As a result, a final heuristic formula (FHF) is obtained. As shown in this article, the difference between the VS and the PHF can be almost zero, which means that the MFC, unlike traditional heuristic approaches, is free from the inherent methodological error.

This article presents the basics of the MFC and demonstrates the operation of this method based on solving the problem of diffraction of a TH-polarized electromagnetic wave on an impedance half-plane. The above-described stages of the MFC application consistently affected the primary heuristic formula. A quantitative assessment of the results showed an increase in accuracy by two orders of magnitude. This and a number of other examples showed that there is a prospect of creating packages of effective (compact and accurate) heuristic formulas, based on the MFC, for describing topical problems associated with solving diffraction problems.

Compact and precise analytical formulas are of great value in any field of physics. For example, in diffraction theory, analytical formulas are used for the physical interpretation of the results of numerical calculations, as well as for constructing effective (precise and fast) solvers, which open up new possibilities in the study of current scientific and technical problems. In particular, the simultaneous combination of accuracy and speed is critically important in solving inverse problems.

## НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 519.248

# ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ЛЕМАНА ПО НЕПОЛНЫМ ДАННЫМ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-QGSOUB | edn: QGSOUB

Тимонин В. И. — д.ф.-м.н., доцент, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва. E-mail: timonin@bmstu.ru

Тяникова Н. Д. — к.ф.-м.н., доцент, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва. E-mail: tiannikova@bmstu.ru

**Аннотация**

В работе рассматривается проблема проверки гипотезы о степенной зависимости между функциями распределения наработок до отказа изделий (элементов), функционирующих в двух различных режимах (гипотеза Лемана). В каждом режиме исходными данными являются наработки до отказа параллельных систем, составленных из этих элементов. Нарботки систем совпадают с наибольшей наработкой составляющих ее элементов. Системы в различных режимах могут иметь различную кратность. Время испытаний ограничено, то есть не все системы отказывают в процессе испытаний. Авторами предложен критерий типа Реньи проверки гипотезы, статистика которого основана на сравнении предложенных авторами ранее оценок типа Каплана-Мейера функций распределения элементов. Получен метод вычисления точных распределений статистики критерия. Доказана сходимость распределения данной статистики к стандартному распределению Реньи при условии справедливости проверяемой гипотезы. Методом Монте-Карло исследованы статистические свойства минимаксной оценки параметра степенной модели Лемана.

**Ключевые слова:** *Непараметрическая статистика, гипотеза Лемана, критерий типа Реньи, оценка Каплана-Мейера, параллельные системы*

**Abstract**

The paper considers the problem of testing the hypothesis about the power-law dependence between the distribution functions of the operating times before failure of products (elements) operating in two different modes (Lehmann hypothesis). In each mode, the initial data are the operating times before failure of parallel systems composed of these elements. The operating times of the systems coincide with the greatest operating time of their constituent elements. Systems in different modes can have different multiplicity. The testing time is limited, i. e. not all systems fail during testing. The authors proposed a Renyi-type criterion for testing the hypothesis, the statistics of which are based on a comparison of the Kaplan-Meier-type estimates of the element distribution functions proposed earlier by the authors. A method for calculating the exact distributions of the criterion statistics is obtained. The convergence of the distribution of this statistics to the standard Renyi distribution is proved, provided that the hypothesis being tested is valid. The statistical properties of the minimax estimate of the Lehmann power-law model parameter are investigated using the Monte Carlo method.

**Keywords:** *Renyi-type criteria, Lemann hypothesis, nonparametric statistics, parallel systems*

**Введение**

На практике часто возникает задача сравнения законов распределения наработок до отказа элементов в различных режимах в случае, когда имеются данные по отказам состоящих из этих элементов параллельных систем. В этом случае наблюдаются наработки только наиболее надежных элементов, входящих в эти системы. В работах авторов [1,2] для случая полных результатов испытаний (все системы доводятся до отказа) решалась задача проверки степенной зависимости функций распределения наработок элементов в разных режимах по наработкам систем, состоящих из этих элементов. Авторами было предложено использовать критерий типа Колмогорова-Смирнова, построенный на основе сравнения оценок функций распределения наработок до отказа элементов типа Каплана-Мейера. В настоящей работе авторы предлагают и исследуют критерий типа Реньи, который позволяет проверять гипотезу Лемана в случае, когда не все системы испытаны до отказа.

**1. Постановка задачи**

В двух различных режимах работы  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  испытывают  $n_1$  сложных систем, состоящих из  $m_1$  параллельно соединенных элементов, и  $n_2$  систем, состоящих из  $m_2$  параллельно соединенных элементов соответственно. Испытания проходят таким образом, что  $(m_j - 1), j = 1, 2$  отказов не наблюдаются, а наблюдаются только отказы последних элементов систем. Предполагается, что на распределение наработок до отказа элементов в системах не влияют отказы составляющих систему элементов. По испытаниям такого рода наблюдают две выборки  $\Theta_1 = (\theta_1^1, \dots, \theta_1^{n_1}), \Theta_2 = (\theta_2^1, \dots, \theta_2^{n_2})$  из максимумов наработок до отказа элементов систем, работающих в режимах  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ .



По испытаниям такого рода требуется проверить гипотезу Лемана [3]

$$H_0 : F_1(t) = [F_2(t)]^k, \quad (1)$$

где  $F_1(t)$  — функция распределения наработок до отказа элементов в режиме  $\varepsilon_1$ ,  $F_2(t)$  — функция распределения наработок до отказа в режиме  $\varepsilon_2$ ,  $k$  — некоторое фиксированное число.

В работе [1] для проверки гипотезы (1) в случае, когда наблюдаются отказы всех систем, был предложен критерий типа Колмогорова–Смирнова. Он основан на сравнении впервые предложенных в [2] оценок  $\widehat{F}_{\theta_1}(t), \widehat{F}_{\theta_2}(t)$  функций распределения  $F_1(t), F_2(t)$  — аналогов оценок Каплана–Мейера [4,5] функций надежности по цензурированным выборкам, вид и свойства которых были рассмотрены в работе [3].

Эти оценки имеют вид

$$\widehat{F}_{\theta_j}(t) = \begin{cases} 0, d_j(t) = 0; \\ \prod_{i=1}^{n_j - d_j(t)} \left( 1 - \frac{1}{m_j(n_j - i + 1)} \right), 1 \leq d_j(t) \leq (n_j - 1); j = 1, 2, \\ 1, d_j(t) = n_j, \end{cases} \quad (2)$$

где  $d_j(t)$  — количество отказов систем к моменту времени  $t$  выборки  $\Theta_j$ .

Свойства (2) более подробно рассмотрены в работе [3].

В силу того, что далеко не всегда удается испытать все системы до отказа, важное значение имеет задача проверки (1) для случая, когда не все системы испытаны до отказа [6].

Введем некоторые обозначения. Обозначим  $r_1 \leq n_1$  — число отказов систем за время испытаний в режиме  $\varepsilon_1$ , аналогично  $r_2 \leq n_2$  — число отказов систем в режиме  $\varepsilon_2$ . Пусть  $G_j(t) = F_j^{m_j}(t), j = 1, 2$  — функции распределения наработок до отказа систем. Объединённую эмпирическую функцию распределения изделий по выборкам  $(\theta_1^1, \dots, \theta_1^{r_1}), (\theta_2^1, \dots, \theta_2^{r_2})$  обозначим  $\widehat{F}_0(t)$ . Как и в работе [2]

$$\widehat{F}_0(t) = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \widehat{G}_1^{\frac{1}{m_1}} + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \widehat{G}_2^{\frac{k}{m_2}}.$$

Для проверки справедливости (1) в настоящей работе предлагается критерий типа Реньи [7], статистика которого имеет вид

$$R_\lambda = \frac{m_1 m_2 \sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{k^2 \rho m_1^2 + m_2^2}} \sqrt{\frac{\lambda}{1 - \lambda}} \max_{t: \psi(\widehat{F}_0(t)) < 1 - \lambda} \frac{\widehat{F}_0(t)^{m_1 + \frac{m_2}{k} - 1} \cdot \left| \widehat{F}_{\theta_1}(t) - (\widehat{F}_{\theta_2}(t))^k \right|}{k_2 \widehat{F}_0(t)^{\frac{m_2}{k}} + k_1 \widehat{F}_0(t)^{m_1} - \widehat{F}_0(t)^{m_1 + \frac{m_2}{k}}}. \quad (3)$$

Здесь  $\psi(x) = x^{\frac{m_2}{k}} / (k_2 x^{\frac{m_2}{k} - m_1} + k_1), x \in (0, 1], \psi(0) = 0$ , строго возрастающая функция,

$$k_1 = \frac{\rho m_1^2 k^2}{\rho m_1^2 k^2 + m_2^2}, k_2 = \frac{m_2^2}{\rho m_1^2 k^2 + m_2^2}, \rho = \frac{n_1}{n_2}.$$

В (3) в случае  $\widehat{F}_0(t) = 0$  функция, максимум которой определяется, равна 0.

Тогда продолжительность испытаний можно определить следующим образом. Пусть  $0 < \lambda < 1$  — некоторое фиксированное число. Испытания прекращаются в момент времени, когда нарушается неравенство  $\psi(\widehat{F}_0(t)) < 1 - \lambda$ . Параметр  $\lambda$  назовём параметром Реньи.

## 2. Точные распределения статистики $R_\lambda$

Для вычисления точных распределений статистики  $R_\lambda$ , введем модель случайного блуждания частицы по целочисленной решетке [8,9]. Для этого запишем статистику (3) в виде  $R_\lambda = \max_t H(t)$ , где  $H(t)$  определяется видом статистики.

Для вычисления точных распределений статистики (3) составим  $Q = \{\theta_1^1, \dots, \theta_1^{r_1}, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{r_2}\}$  — объединённую выборку из отказов систем в обоих режимах. Расположим элементы выборки  $Q$  в порядке убывания и составим из них ряд  $\Gamma = \{\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \gamma_3 \geq \dots \geq \gamma_{n_1 + n_2}\}$ .

**Замечание.** То, что рассматриваются полные выборки  $Q = \{\theta_1^1, \dots, \theta_1^{r_1}, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{r_2}\}$  и  $\Gamma = \{\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \gamma_3 \geq \dots \geq \gamma_{n_1 + n_2}\}$  из отказов систем, введено лишь для удобства изложения. В дальнейшем не требуется, чтобы при расчете распределений использовались полные данные.

Введем вектор  $\mathbf{Z} = (z_1, z_2, \dots, z_{n_1+n_2})$ , состоящий из  $n_1$  единиц и  $n_2$  нулей, где

$$z_l = \begin{cases} 1, & \text{если } \gamma_l = \theta_1^i, i = \overline{1, n_1} \\ 0, & \text{если } \gamma_l = \theta_2^j, j = \overline{1, n_2} \end{cases}, l = 1, \dots, n_1 + n_2.$$

В работе [2] была доказана следующая лемма.

Лемма 1. Распределение вероятностей векторов  $\mathbf{Z} = (z_1, z_2, \dots, z_{n_1+n_2})$  не зависит от распределения наработок до отказа и определяется следующим выражением:

$$p(\mathbf{Z}) = \prod_{l=1}^{n_1+n_2} \left( \frac{((n_1 - V_{l-1})m_1 k)^{z_l} ((n_2 - U_{l-1})m_2)^{1-z_l}}{(n_1 - V_{l-1})m_1 k + (n_2 - U_{l-1})m_2} \right),$$

где  $V_l = \sum_{i=1}^l z_i, V_0 = 0$  — количество единиц в векторе  $\mathbf{Z}$  до  $l$ -ого места включительно,  $U_l = l - \sum_{i=1}^l z_i, U_0 = 0$  — количество нулей в векторе  $\mathbf{Z}$  до  $l$ -ого места включительно.

Пусть  $(i, j), 0 \leq i \leq n_1, 0 \leq j \leq n_2$  — целочисленная решетка на плоскости. Частица на первом шаге выходит из точки  $(0, 0)$  и на  $(n_1 + n_2)$ -ом шаге она заканчивает блуждание в точке  $(n_1, n_2)$ , совершая  $n_1$  скачков «вправо» и  $n_2$  скачков «вверх». Траектории частицы будут находиться во взаимно однозначном соответствии с векторами  $\mathbf{Z}$ . Равенство  $z_l = 1, l = 1, \dots, (n_1 + n_2)$  в векторе  $\mathbf{Z}$  соответствует скачку вправо на  $l$  шаге, если же  $z_l = 0, l = 1, \dots, (n_1 + n_2)$  — скачку вверх.

Точные вероятности  $P(R_\lambda < h) = \pi_{n_1, n_2}(h)$  вычисляются при помощи алгоритма, основанного на модели случайного блуждания по множеству точек, которое показано на рис. 1.

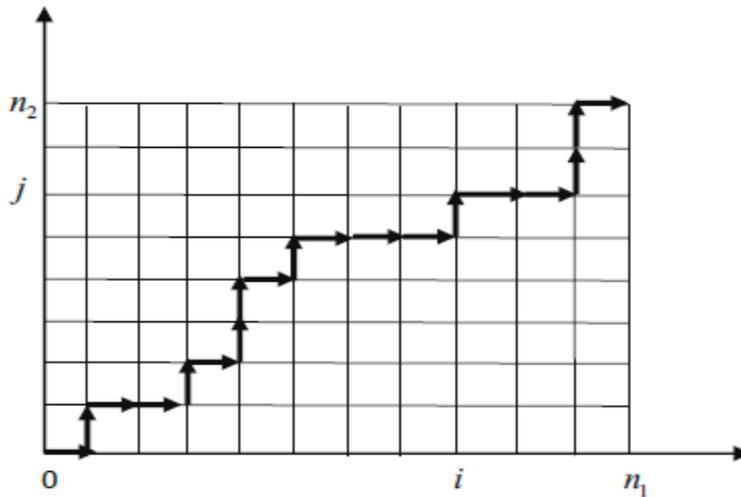


Рис. 1. Случайное блуждание частицы по целочисленной решетке

При прохождении блуждания через точку  $(i, j)$  (что соответствует  $V_{i+j} = i, U_{i+j} = j$ ) функция  $H(t)$  принимает значение, равное

$$H_{ij} = \frac{m_1 m_2 \sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{k^2 \rho m_1^2 + m_2^2}} \sqrt{\frac{\lambda}{1-\lambda}} \frac{F_{ij}^{m_1 + \frac{m_2}{k} - 1} \cdot \Delta_{ij}}{k_2 F_{ij}^{\frac{m_2}{k}} + k_1 F_{ij}^{m_1} - F_{ij}^{m_1 + \frac{m_2}{k}}}.$$

Здесь

$$\Delta_{ij} = \left| \prod_{s_1=1}^i \left( 1 - \frac{1}{m_1(n_1 - s_1 + 1)} \right) - \left( \prod_{s_2=1}^j \left( 1 - \frac{1}{m_2(n_2 - s_2 + 1)} \right) \right)^k \right|$$

— значения модуля разности оценок типа

Каплана-Мейера функций распределения элементов двух выборок,

$$F_{ij} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \left( \frac{n_1 - i}{n_1} \right)^{\frac{1}{m_1}} + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \left( \frac{n_2 - j}{n_2} \right)^{\frac{k}{m_2}}$$

— значение объединенной оценки  $\hat{F}_0(t)$  функции распределения.

**Теорема 1.** Вероятность  $P(R_\lambda < h) = \pi_{n_1, n_2}(h)$  может быть получена путем применения следующего рекуррентного соотношения:

$$\pi_{ij}(h) = \begin{cases} 1, & \text{если } i = 0, j = 0; \\ \left( \frac{m_2(n_2 - j + 1)}{m_1 k(n_1 - i) + m_2(n_2 - j + 1)} \pi_{i, j-1}(h) \right) \chi_{ij}(h), & i = 0, 1 \leq j \leq n_2; \\ \left( \frac{m_1 k(n_1 - i + 1)}{m_1 k(n_1 - i + 1) + m_2(n_2 - j)} \pi_{i-1, j}(h) \right) \chi_{ij}(h), & 1 \leq i \leq n_1, j = 0; \\ \left( \frac{m_1 k(n_1 - i + 1)}{m_1 k(n_1 - i + 1) + m_2(n_2 - j)} \pi_{i-1, j}(h) + \frac{m_2(n_2 - j + 1)}{m_1 k(n_1 - i) + m_2(n_2 - j + 1)} \pi_{i, j-1}(h) \right) \chi_{ij}(h), & 1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \end{cases} \quad (4)$$

$\chi_{ij}(h) = \begin{cases} 1, & a_{ij} \in A_0(h) \\ 0, & a_{ij} \notin A_0(h) \end{cases}$  — индикатор множества  $A_0(h)$ , где  $A_0(h) = \{a_{ij}\}$ , а индексы  $i, j$  удовлетворяют

следующим условиям:

1.  $i = n_1, j = n_2$ .
2.  $\frac{(F_{ij})^{\frac{m_2}{k}}}{k_2 (F_{ij})^{\frac{m_2}{k} - m_1} + k_1} \geq 1 - \lambda$ .
3.  $\left( \frac{(F_{ij})^{\frac{m_2}{k}}}{k_2 (F_{ij})^{\frac{m_2}{k} - m_1} + k_1} < 1 - \lambda \right) \wedge (H_{ij} < h)$ .

**Доказательство.** Вероятность каждой траектории  $\omega$  можно записать в следующем виде:

$$p(\mathbf{Z}) = p(\omega) = \prod_{l=1}^{n_1+n_2} \left( \frac{((n_1 - V_{l-1})m_1 k)^{z_l} ((n_2 - U_{l-1})m_2)^{1-z_l}}{(n_1 - V_{l-1})m_1 k + (n_2 - U_{l-1})m_2} \right) = \prod_{l=1}^{n_1+n_2} \lambda_l(\omega).$$

Пусть  $\omega_{ij}$  — множество «частичных» траекторий, начинающихся в точке  $(0,0)$  и оканчивающихся в точке  $(i, j)$  (соответствующие  $\mathbf{Z}$  имеют  $i$  единиц и  $j$  нулей на  $l$ -ом месте, где  $l = i + j$ ). Обозначим  $p_{ij}(\omega) = \prod_{s=1}^l \lambda_s(\omega)$ . Вероятность любой траектории, совершающей скачок  $(i-1, j) \rightarrow (i, j)$  (что соответствует

$z_l = 1$ ), имеет множитель  $\lambda_l(\omega) = \frac{m_1 k(n_1 - i + 1)}{m_1 k(n_1 - i + 1) + m_2(n_2 - j)}$ . Если же происходит скачок  $(i, j-1) \rightarrow (i, j)$

(что соответствует  $z_l = 0$ ), то  $\lambda_l(\omega) = \frac{m_2(n_2 - j + 1)}{m_1 k(n_1 - i) + m_2(n_2 - j + 1)}$ . Пусть  $\pi_{ij} = \sum_{\omega_{ij}} p_{ij}$ . Тогда (4) следует из того, что в  $(i, j)$  за один скачок можно попасть только из точки  $(i-1, j)$  или из  $(i, j-1)$ .

Множество  $A_0(h)$  имеет такой вид вследствие того, что неравенство  $R_\lambda < h$  не проверяется вне области  $\psi(\hat{F}_0(t)) < 1 - \lambda$ . При этом учитывается, что эмпирические функции распределения наработок до отказа систем равны  $\hat{F}^1 = \frac{n_1 - i}{n_1}, \hat{F}^2 = \frac{n_2 - j}{n_2}, i = \overline{1, n_1}, j = \overline{1, n_2}$ . Соотношения (1) и (2) задают начальные и граничные условия.  $\triangleright$

В табл. 1 представлены вычисленные вероятности точного распределения статистики  $R_\lambda$  для квантилей  $h=1.96, h=2.24$ , которые являются соответственно квантилями уровней 0.9, 0.9498 асимптотического распределения статистики Реньи [10].

В целях сравнения сходимости распределения статистики (3) при различных  $m_1, m_2, k$  со сходимостью распределения классической статистики Реньи проверки однородности были вычислены точные вероятности  $P(R_\lambda < h)$  при  $m_1 = m_2 = k = 1$  для равных объёмов выборок при  $\lambda = 0.2$ .

**Таблица 1.** Точные вероятности  $P(R_\lambda < h)$  в случае равных объёмов выборок при  $m_1 = 2, m_2 = 3, \lambda = 0.2$

| $n_1 = n_2$ | $P(R_\lambda < h)$ |        |          |        |
|-------------|--------------------|--------|----------|--------|
|             | $h=1.96$           |        | $h=2.24$ |        |
|             | $k=1$              | $k=2$  | $k=1$    | $k=2$  |
| 100         | 0.9211             | 0.9180 | 0.9619   | 0.9592 |
| 400         | 0.9079             | 0.9080 | 0.9564   | 0.9551 |
| 700         | 0.9069             | 0.9082 | 0.9535   | 0.9532 |
| 1000        | 0.9057             | 0.9056 | 0.9530   | 0.9530 |
| 1300        | 0.9043             | 0.9050 | 0.9523   | 0.9526 |
| 1600        | 0.9043             | 0.9041 | 0.9523   | 0.9523 |
| 1900        | 0.9043             | 0.9040 | 0.9522   | 0.9520 |
| 2200        | 0.9037             | 0.9036 | 0.9519   | 0.9519 |
| 2500        | 0.9035             | 0.9033 | 0.9516   | 0.9516 |
| $\infty$    | 0.9000             | 0.9000 | 0.9498   | 0.9498 |

**Таблица 2.** Точные вероятности  $P(R_\lambda < h)$  в случае равных объёмов выборок при  $m_1 = m_2 = k = 1$

| $n_1 = n_2$        |          | 100    | 1000   | 1600   | 1900   | 2200   | 2500   | $\infty$ |
|--------------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| $P(R_\lambda < h)$ | $h=1.96$ | 0.9240 | 0.9063 | 0.9041 | 0.9038 | 0.9041 | 0.9034 | 0.9000   |
|                    | $h=2.24$ | 0.9550 | 0.9530 | 0.9520 | 0.9522 | 0.9519 | 0.9518 | 0.9498   |

Результаты расчёта показали, что скорость сходимости к предельному распределению приблизительно одинакова в обоих случаях.

**3. Асимптотическое распределение статистики  $R_\lambda$**

Без ограничения общности будем считать, что  $F_1(t) = t, F_2(t) = t^{1/k}, 0 \leq t \leq 1$ . В работе [1] для асимптотической ковариации процесса  $Z_n(t) = \sqrt{n_1} \left( \widehat{F}_{b_1}(t) - \left( \widehat{F}_{b_2}(t) \right)^k \right), 0 < \Delta \leq t \leq 1$ , который определяет статистику (3), была доказана следующая теорема. Обозначим  $K_n(t_1, t_2)$  функцию ковариации  $Z_n(t)$ .

**Теорема 2.** Пусть  $0 < \Delta \leq t_1 \leq t_2 \leq 1$ , тогда  $K_n(t_1, t_2) \xrightarrow[n_2 \rightarrow \infty]{n_1 \rightarrow \infty} K(t_1, t_2) = K_1(t_1, t_2) + \rho K_2(t_1, t_2) =$

$$= t_1 t_2 \left( \frac{1 - t_2^{m_1}}{m_1^2 t_2^{m_1}} + \frac{\rho k^2 \left( 1 - t_2^{\frac{m_2}{k}} \right)}{m_2^2 t_2^{\frac{m_2}{k}}} \right) = t_1 \left( \frac{1 - t_2^{m_1}}{m_1^2 t_2^{m_1-1}} + \frac{\rho k^2 \left( 1 - t_2^{\frac{m_2}{k}} \right)}{m_2^2 t_2^{\frac{m_2}{k}-1}} \right).$$

Введём процесс  $Y_n(t) = \frac{m_1 m_2}{\sqrt{k^2 \rho m_1^2 + m_2^2}} Z_n(t)$ . При стандартных ограничениях  $0 < \Delta \leq t_1 \leq t_2 \leq 1$  процесс  $Y_n(t)$  сходится к гауссовскому процессу  $Y(t)$  с нулевым математическим ожиданием и ковариацией

$$E[Y(t_1) \cdot Y(t_2)] = \frac{m_1^2 m_2^2}{k^2 \rho m_1^2 + m_2^2} t_1 \cdot \left( \frac{1 - t_2^{m_1}}{m_1^2 t_2^{m_1-1}} + \frac{\rho k^2 \left( 1 - t_2^{\frac{m_2}{k}} \right)}{m_2^2 t_2^{\frac{m_2}{k}-1}} \right) = t_1 \cdot \frac{k_2 t_2^{\frac{m_2}{k} - m_1} + k_1 - t_2^{\frac{m_2}{k}}}{t_2^{\frac{m_2}{k}-1}} =$$

$$= t_1 \cdot \frac{k_2 t_2^{\frac{m_2}{k} + 1} + k_1 t_2^{m_1 + 1} - t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1 + 1}}{t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1}}, \quad 0 < \Delta \leq t_1 \leq t_2 \leq 1.$$

**Теорема 3.** При  $n_1 \rightarrow \infty, n_2 \rightarrow \infty, \frac{n_1}{n_2} \rightarrow \rho$  и справедливости гипотезы (1) распределение статистики (3) сходится к стандартному распределению Реньи

$$L(h) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i+1} \exp \left\{ -\frac{(2i+1)^2 \pi^2}{8h^2} \right\}.$$

**Доказательство.** Рассмотрим преобразование времени

$$\tau(t) = \frac{t^{\frac{m_2}{k} + m_1}}{k_2 t^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t^{m_1} - t^{\frac{m_2}{k} + m_1}}, t \neq 0, t \neq 1.$$

Тогда  $\tau'(t) > 0$ . Так как  $\lim_{t \rightarrow 0} \tau(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = 1$ , то доопределяя  $\tau(0) = 0$  получим строго возрастающее отображение  $[0; 1) \rightarrow [0; \infty)$ . Тогда существует обратное преобразование  $t = t(\tau)$ .

Пусть  $\tau_1 \leq \tau_2 \Leftrightarrow t(\tau_1) = t_1 \leq t_2 = t(\tau_2)$ .

Введем в рассмотрение процесс

$$W(\tau) = Y(t(\tau)) \cdot \frac{(t(\tau))^{\frac{m_2}{k} + m_1 - 1}}{k_2 (t(\tau))^{\frac{m_2}{k}} + k_1 (t(\tau))^{m_1} - (t(\tau))^{\frac{m_2}{k} + m_1}}.$$

$$E[W(\tau)] = 0,$$

$$E[W(\tau_1) \cdot W(\tau_2)] = \frac{t_1^{\frac{m_2}{k} + m_1 - 1}}{k_2 t_1^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t_1^{m_1} - t_1^{\frac{m_2}{k} + m_1}} \cdot \frac{t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1 - 1}}{k_2 t_2^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t_2^{m_1} - t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1}} \cdot E[Y(t_1)Y(t_2)] =$$

$$= \frac{t_1^{\frac{m_2}{k} + m_1 - 1}}{k_2 t_1^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t_1^{m_1} - t_1^{\frac{m_2}{k} + m_1}} \cdot \frac{t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1 - 1}}{k_2 t_2^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t_2^{m_1} - t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1}} \cdot t_1 \cdot \frac{k_2 t_2^{\frac{m_2}{k} + 1} + k_1 t_2^{m_1 + 1} - t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1 + 1}}{t_2^{\frac{m_2}{k} + m_1}} =$$

$$= \frac{t_1^{\frac{m_2}{k} + m_1}}{k_2 t_1^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t_1^{m_1} - t_1^{\frac{m_2}{k} + m_1}} = \tau_1.$$

Таким образом, процесс  $W(\tau)$  является винеровским процессом.

Рассмотрим неравенство  $\psi(t) < 1 - \lambda$ , задающее область поиска максимума в статистике (3)

$$\psi(t(\tau)) = \frac{t^{\frac{m_2}{k}}}{k_2 t^{\frac{m_2}{k} - m_1} + k_1} = \frac{t^{\frac{m_2}{k} + m_1}}{k_2 t^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t^{m_1}} = \frac{t^{\frac{m_2}{k} + m_1}}{k_2 t^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t^{m_1} - t^{\frac{m_2}{k} + m_1}} \cdot \frac{k_2 t^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t^{m_1} - t^{\frac{m_2}{k} + m_1}}{k_2 t^{\frac{m_2}{k}} + k_1 t^{m_1}} = \frac{\tau}{1 + \tau} < 1 - \lambda.$$

Решив неравенство относительно  $\tau$ , получим  $\tau < \frac{1 - \lambda}{\lambda}$ .

В асимптотике  $\hat{F}_0(t)$  — объединенную эмпирическую оценку функции распределения элементов по двум полным выборкам  $\Theta_1, \Theta_2$  можно заменить [11] на  $t$ . Тогда, учитывая, что для винеровского процесса  $W(t)$  справедливо  $\sqrt{C}W(t) = W(Ct)$  [12] в пределе при  $n_1 \rightarrow \infty, n_2 \rightarrow \infty$  получим

$$P(R_\lambda < h) = P\left(\sqrt{\frac{\lambda}{1 - \lambda}} \max_{\tau < \frac{1 - \lambda}{\lambda}} |W(\tau)| < h\right) = P\left(\max_{\tau < \frac{1 - \lambda}{\lambda}} \left|W\left(\frac{\lambda}{1 - \lambda} \tau\right)\right| < h\right) =$$

$$= P\left(\max_{u < 1} |W(u)| < h\right) = L(h), \text{ где } u = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \tau.$$

Доказанная теорема позволяет проверять гипотезы при достаточно больших объемах выборок  $n_1, n_2$ . Но учитывая, что скорость сходимости распределений статистик типа Реньи медленная [13], на практике лучшим является использование точных распределений статистики  $R_\lambda$ .

#### 4. Оценка степенного параметра

Аналогично работе [1] рассмотрим возможность нахождения оценки параметра  $k$  в модели Лемана минимизацией статистики (3). Пусть испытания проводились до момента времени  $\tau$ , когда отказала лишь часть систем, находящихся на эксплуатации. В качестве оценки степенного параметра  $k$  будем использовать значение, которое даёт минимум статистики (3), т.е.  $\hat{k} = \arg \min R_\lambda$ . Рассмотрим алгоритм моделирования оценки параметра модели Лемана.

1. Моделируются  $n_1 m_1$  одинаково распределенных случайных величин  $(\xi_1^1, \dots, \xi_{m_1 n_1}^1)$  с функцией распределения  $G_0(t)$ .

2. Нарботки случайным образом разбиваются на  $n_i$  групп по  $m_i$  величин в каждой. Элементы  $i$ -й группы обозначим  $(\xi_1^{1,i}, \dots, \xi_{m_i}^{1,i}), i = 1, n_1$ . Определяются наработки до отказа систем  $\theta_1^i = \max(\xi_1^{1,i}, \dots, \xi_{m_i}^{1,i})$ .

3. Аналогичным образом моделируются  $n_2 m_2$  одинаково распределенных случайных величин  $(\xi_1^2, \dots, \xi_{m_2 n_2}^2)$  с функцией распределения  $(G_0(t))^{\frac{1}{k}}$ , где  $k$  — некоторое заданное значение степенного параметра. Нарботки  $(\xi_1^2, \dots, \xi_{m_2 n_2}^2)$  случайным образом разбиваются на  $n_2$  групп по  $m_2$  величин в каждой. Элементы  $i$ -й группы обозначим  $(\xi_1^{2,i}, \dots, \xi_{m_2}^{2,i}), i = \overline{1, n_2}$ . Определяются наработки до отказа систем во втором режиме работы  $\theta_2^i = \max(\xi_1^{2,i}, \dots, \xi_{m_2}^{2,i})$ .

4. Задается глубина цензурирования испытаний  $\Lambda, 0 < \Lambda < 1$ , равная доле числа отказавших систем в обоих режимах от общего количества систем. Определяется число  $r$  такое, что  $\frac{r}{n_1 + n_2} \leq \Lambda < \frac{r+1}{n_1 + n_2}$ .

Нарботки  $(\theta_1^1, \dots, \theta_1^{n_1}), (\theta_2^1, \dots, \theta_2^{n_2})$  располагаются в порядке возрастания. Пусть  $\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_{n_1+n_2}$  — объединенный вариационный ряд из этих наработок. По вариационному ряду и числу  $r$  определяется наработка  $\gamma_r = \tau$ , а также  $r_1$  и  $r_2$  — число отказов систем в режимах  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  до момента  $\gamma_r$  соответственно. Определяются две выборки  $\Theta_1 = (\theta_1^1, \dots, \theta_1^{r_1}), \Theta_2 = (\theta_2^1, \dots, \theta_2^{r_2})$  из наблюдаемых до момента  $\gamma_r$  наработок.

5. Для заданного значения  $\tilde{k}, 1 \leq \tilde{k} \leq K$  вычисляется текущая глубина цензурирования

$$\tilde{\Lambda}_k = \left(\frac{r_1}{n_1}\right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot \frac{n_1}{n_1 + n_2} + \left(\frac{r_2}{n_2}\right)^{\frac{1}{m_2}} \cdot \frac{n_2}{n_1 + n_2} = \hat{F}_0(\gamma_r).$$

Параметр Реньи в статистике (3) полагается равным глубине цензурирования  $\lambda(\tilde{k}) = 1 - \hat{F}_0(\gamma_r)$ . Для этого  $\lambda(\tilde{k})$  вычисляется значение статистики (3).

6. Определяется оценка  $\hat{k}$ , которая даёт минимальное значение статистики  $R_\lambda(\tilde{k})$ , т.е.

$$\hat{k} = \underset{1 \leq \tilde{k} \leq K}{\operatorname{arg\,min}} R_\lambda(\tilde{k}).$$

В качестве примера для расчёта в качестве  $G_0(t)$  использовались экспоненциальное распределение с параметром  $\beta = 0.001$  и распределение Вейбулла с параметрами  $\beta = 0.001, p = 1.5$ . На рис. 2 изображены гистограммы оценок  $\hat{k}$  для  $m_1 = 2, m_2 = 3, n_1 = n_2 = 100$ . Количество испытаний  $N = 500$ , действительное значение параметра Лемана  $k = 3$ .

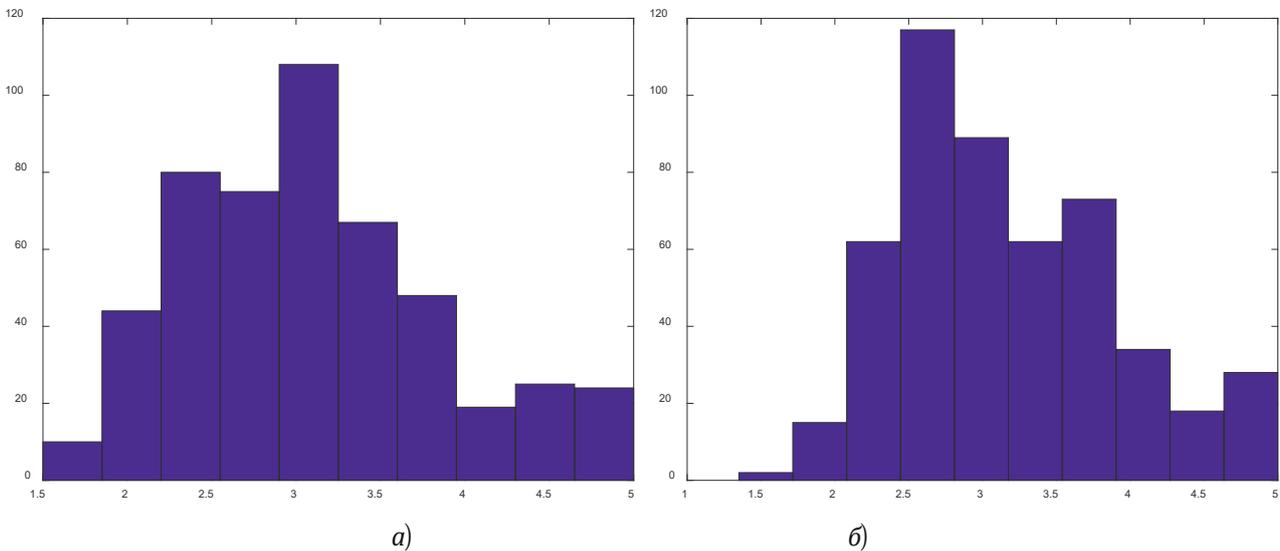


Рис. 2. Гистограммы оценок  $\hat{k}$  при  $\Lambda = 0,8$ : Экспоненциальное распределение распределение Вейбулла  $M\hat{k} = 3.1198, \sigma = 0.7745$  (а),  $M\hat{k} = 3.1522, \sigma = 0.7670$  (б).

### Заключение

В работе представлена новая статистика типа Реньи для проверки степенной гипотезы Лемана для функций распределения наработок до отказа элементов при испытаниях, составленных из них систем, ограниченных во времени. Получены асимптотическое и точные распределения статистики типа Реньи для случая проверки основной гипотезы. Показано, что асимптотическое распределение статистики предложенного авторами критерия совпадает с предельным распределением Реньи. Проведено статистическое моделирование с целью анализа точности минимаксной оценки степенного параметра гипотезы Лемана.

## Список литературы

1. Тимонин В.И., Тянникова Н.Д. Методы решения задачи непараметрической проверки гипотез Лемана при испытаниях параллельных систем // Математическое моделирование и численные методы. 2018. № 1. С. 98–112.
2. Тимонин В.И., Тянникова Н.Д. Проверка однородности распределений наработок до отказа элементов в двух различных режимах по результатам испытаний резервированных систем, составленных из этих элементов // Физические основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 3(29). С. 16–25.
3. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ. М.: Либроком, 2013. 584 с.
4. Kaplan, E.L., Meier, P. Nonparametric estimation from incomplete observations // JAm Stat Assoc. 1958. Vol. 53. Iss. 282. P. 457–481. DOI: 10.1080/01621459.1958.10501452
5. Ng, N., Balakrishnan, N. Precedence-type test based on Kaplan — Meier estimator of cumulative distribution function // J. Stat. Plan. Inference. 2010. Vol. 140. Iss. 8. P. 2295–2311. DOI: 10.1016/j.jspi.2010.01.025
6. Bagdonavichus, V., Kruopis, J., and Nikulin, M.S. Nonparametric tests for censored data. London: ISTE Ltd, 2011. 233 p.
7. Balakrishnan, N., Cramer, E. The Art of Progressive Censoring. Applications to Reliability and Quality. New York: Springer, 2014. 645 p.
8. Тимонин В.И., Тянникова Н.Д. Метод вычисления точных распределений статистик типа Колмогорова-Смирнова в случае нарушения однородности и независимости анализируемых выборок // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование». 2014. № 11. С. 217–227.
9. Тимонин В.И., Тянникова Н.Д. Применение оценок Каплана-Мейера для проверки степенной гипотезы Кокса по двум прогрессивно цензурированным выборкам // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2015. № 6. С. 68–84.
10. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.
11. Hajek, J., Sidak, Z. Theory of rank tests. London: Academic Press, 2004. 438 p.
12. Дуб Дж.Л. Вероятностные процессы. М.: Издательство иностранной литературы, 1956. 607 с.
13. Лемешко Б.Ю., Чимитова Е.В. О распределениях статистик критерия Реньи // Мат. VI международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения». АПЭП-2002. Новосибирск, 2002. Т. 6. С. 39–42.

Поступила 16 июля 2024 г.

## TESTING LEHMAN'S HYPOTHESIS WITH INCOMPLETE DATA FOR PARALLEL SYSTEMS

TIMONIN V.I., TYANNIKOVA N.D.

Bauman Moscow State Technical University

doi: 10.25210/jfop-2403-QGSOUB | edn: QGSOUB

Let there be a system consisting of parallel connected elements of the same type (hot reserve). Based on tests of two types of systems of different multiplicities in different modes, two samples from the time to failure of the systems were obtained. The trials are time limited, so both samples are censored. The problem of checking the Lehmann power law dependence of the functions of distributions of time to failure of elements is solved using data of this kind. Estimates of the distribution function of time to failure of elements are determined on the basis of analogues of Kaplan-Meier estimates for reliability functions introduced by the authors in [1,2]. A Renyi-type criterion based on a comparison of distribution function estimates is considered. In a particular case, with unit multiplicity of systems and the power parameter in Lehman's hypothesis  $k = 1$ , the criterion coincides with the classical Renyi criterion. It is shown that the limiting distribution of the test statistics does not depend on the value of the Lehman model parameter. The method for calculating exact distributions of criterion statistics is a modification of the general method for calculating exact distributions of Kolmogorov-Smirnov type statistics for heterogeneous samples, introduced by the authors in [8]. The values of the exact quantiles of the statistics distribution function for finite sample sizes are calculated. For the asymptotic distribution of the criterion statistics, it is shown that the distribution of statistics reduces to the distribution of the maximum modulus of the Wiener process. The consequence of this is the convergence of exact distributions of statistics to the classical Renyi distribution. The question of the minimum sample sizes at which it is possible to use the limiting probabilities of the Renyi distribution is investigated. Based on the introduced criterion, a minimax estimate of the Lehmann parameter is proposed in the case where the parameter is unknown. A study of the statistical properties of this estimate using Monte Carlo methods was carried out. It is shown that with average sample sizes, the estimate gives a very slight bias with moderate scatter. Simulations were carried out for the exponential distribution and for the Weibull distribution.

## ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 534.4

# ФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ШИРОКОПОЛОСНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ СИСТЕМЫ АКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfor-2403-JXXZWC | edn: JXXZWC

**Булкин В. В.** — д.т.н., доцент, профессор, Муромский институт, Владимирский государственный университет, Муром. E-mail: vbulkin@mail.ru

**Васильев Г. С.** — к.т.н., с.н.с., Инжиниринговой центр, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород. E-mail: vasilievgleb@yandex.ru

**Курилова-Харчук С.М.** — ст. преподаватель, Муромский институт, Владимирский государственный университет, Муром. E-mail: ks\_ksm@mail.ru

**Курилов И. А.** — к.т.н., доцент, ведущий инженер, АО НПП «Звукотехника», Муром. E-mail: kia\_s@list.ru

**Аннотация**

Предложена система частотной коррекции характеристик диаграммы направленности акустической антенной решетки. Система позволяет улучшать параметры антенны путем применения частотного разделения спектра излучаемого сигнала с последующим пространственным разделением сигналов по элементам решетки. Проводится анализ характеристик и представлены результаты моделирования системы.

**Ключевые слова:** система акустического зондирования, акустический излучатель, непрерывные кусочно-линейные функции

**Abstract**

A system for frequency correction of the radiation pattern characteristics of an acoustic antenna array is proposed. The system allows you to improve the parameters of the antenna by using frequency division of the spectrum of the emitted signal, followed by spatial division of the signals across array elements. The characteristics are analyzed and the results of system modeling are presented.

**Keywords:** acoustic sounding system, acoustic sound, continuous piecewise linear functions

**Введение**

Системы акустического зондирования атмосферы находят широкое применение при исследовании метеорологической ситуации и состояния атмосферного пограничного слоя, поскольку акустические системы обладают высокой чувствительностью к изменениям параметров состояния воздушной среды [1]. Характеристики термической стратификации, получаемые в процессе акустического зондирования, так же позволяют проводить оценку и прогнозирование условий загрязнения атмосферы [2, 3], в процессе возрастания техногенной нагрузки.

Системы акустического зондирования позволяют изучать распределение ветра, дисперсию атмосферы, проводить оперативный мониторинг ветра, прогнозирование бурь, осуществлять анализ распространения звука, контроль вихревых потоков самолетов и др.

Важным положительным фактором акустического зондирования является и возможность дистанционного получения высотной информации в режиме реального времени.

Развитие и совершенствование метода акустического зондирования предполагает как совершенствование теоретических моделей, описывающих взаимодействие акустических колебаний, так и совершенствование технических составляющих систем. Эффективным методом формирования акустического сигнала является применение акустических излучающих систем на базе антенных решеток.

К преимуществам антенных решеток следует отнести их сравнительную компактность и возможность создавать высокое давление за счет сложения акустических сигналов отдельных излучателей, составляющих антенную решетку (АР). Кроме того, АР позволяет осуществлять электронное пространственное управление диаграммой направленности (ДН) антенны.

Недостатком АР является зависимость ДН решетки от частоты [4]. С увеличением частоты на характеристике направленности появляются лепестки бокового излучения, уровень и количество которых возрастает пропорционально росту частоты. При этом возрастает мощность излучаемого сигнала в боковых



направлениях и соответственно возрастает уровень принятых информационных сигналов с данных направлений. Это вносит дополнительные искажения в принятый сигнал и негативно влияет на результаты проводимых исследований.

Кроме того, давление, создаваемое излучающей поверхностью в процессе ее пространственного перемещения, пропорционально площади поверхности и частоте излучаемого сигнала. Поэтому при обеспечении заданного давления АР в области нижних частот рабочего диапазона с увеличением частоты при больших мощностях наблюдается появление нелинейного эффекта воздушной среды, что приводит к дополнительному искажению зондирующего сигнала и результатов исследований.

В работе рассматривается метод коррекции характеристик направленности формирователя акустического сигнала, основанный на изменении линейных размеров задействованной части АР в зависимости от частот, составляющих спектр зондирующего сигнала.

### 1. Система частотной коррекции характеристик акустической антенны

Рассмотрим АР, состоящую из рупорных акустических излучателей. Конструкция каждого акустического излучателя (АИ) решетки аналогична конструкции излучателей звуковещательной станции (рис. 1) [5]. Устья рупорных АИ, как и на рис. 1, соединены между собой и образуют непрерывную излучающую поверхность. Устье имеет форму квадрата со стороной  $l_0 = 0.12$  м. Общее количество АИ в решетке будет определяться требованиями к рабочему диапазону частот и к характеристикам направленности АР.



Рис. 1. Звуковещательная станция с громкоговорителем П05-04.

В начале рассмотрим линейную антенну, состоящую из одного ряда рупорных АИ. Конструктивно устья рупоров соединены между собой и образуют излучающую линейку. При максимальном количестве составляющих антенну излучателей 7 эскизно она имеет вид, изображенный на рис. 2.

Для коррекции пространственно-частотной характеристики антенны, диапазон рабочих частот системы акустического зондирования распределяется на поддиапазоны, а совокупность АИ распределяется на блоки. Выбор корректных оптимальных вариантов распределения на поддиапазоны и блоки определяется, исходя из численных значений границ рабочего диапазона частот, требований к характеристикам ДН (ширина главного лепестка, количество и уровень боковых лепестков), из количества АИ для обеспечения необходимого звукового давления и собственных характеристик АИ.

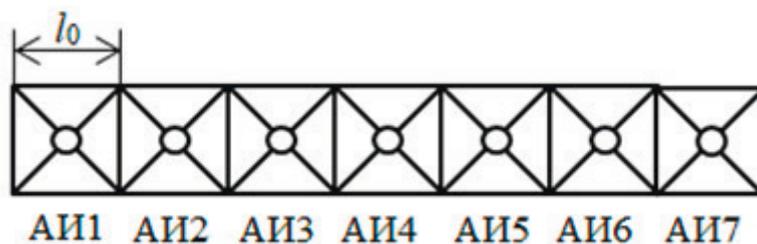


Рис. 2. Линейная антенна из одного ряда рупоров.

Особенностью распределения на блоки является то, что каждый последующий блок, начиная со второго, включает в себя все АИ предыдущего блока и ещё дополнительные АИ.

Один из вариантов распределения семи излучателей на четыре блока приведен на рис. 3. Здесь обозначено: Б1...Б4 — блоки с соответствующими им номерами; Ф1...Ф4 — полосовые фильтры с соответствующими им номерами. Фильтры обеспечивают работу каждого блока излучателей в его поддиапазоне частот.

На рис. 4 изображена электрическая структурная схема системы частотной коррекции (СЧК), диаграммы направленности акустической АР, реализующая данный вариант распределения.

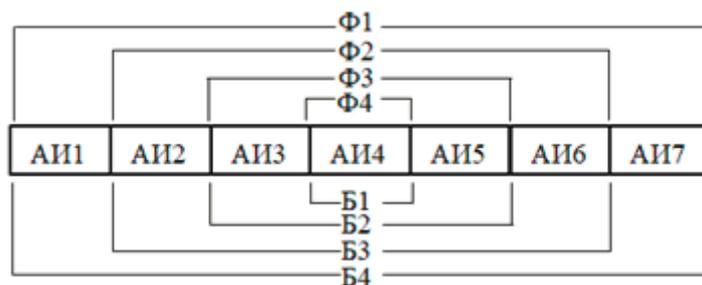


Рис. 3. Распределение излучателей по блокам.

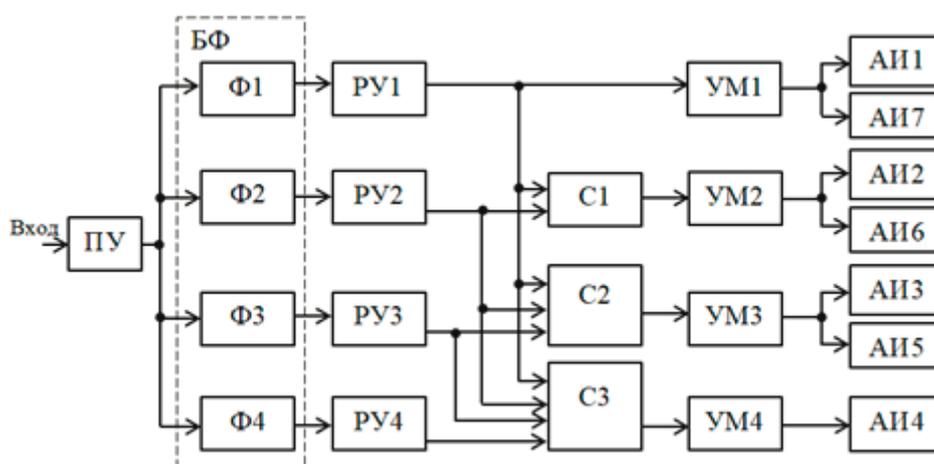


Рис. 4. Структурная схема системы частотной коррекции.

На схеме обозначено: ПУ — предварительный усилитель, БФ — блок фильтров, РУ1...РУ4 — регулирующие устройства, С1...С3 — линейные сумматоры, УМ1...УМ4 — усилители мощности.

Система работает следующим образом. Входной сигнал поступает на вход ПУ и далее на БФ. В рассматриваемом варианте излучатели АР распределены на четыре блока, поэтому БФ содержит четыре полосовых фильтра (Ф1...Ф4). После каждого фильтра выделенный участок спектра входного сигнала поступает на соответствующий РУ.

Применение регуляторов уровня позволяет формировать требуемую амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы и корректировать характеристики изменения звукового давления АИ от частоты, изменения частотной характеристики от количества излучателей в блоках, корректировать АЧХ системы для компенсации неравномерности собственных частотных характеристик АИ и др.

Далее все сигналы, кроме выходного сигнала РУ1, поступают на сумматоры при помощи которых они направляются в группы АИ. В рассматриваемом варианте четыре блока формируются при помощи последовательного «суммирования» четырех групп излучателей: АИ1 и АИ7; АИ2 и АИ6; АИ3 и АИ5; АИ4. Так фильтр Ф4 подсоединяется к блоку Б1, который включает в себя только АИ4. Фильтр Ф3 подключается к блоку Б2, который включает в себя Б1(АИ4) и группу АИ3, АИ5 и т.д. в соответствии с рис. 1. Усилители УМ1... УМ4 обеспечивают требуемый уровень мощности сигналов для каждой группы излучателей.

Увеличение количества АИ в антенне позволяет увеличить мощность и расширить частотный диапазон зондирующего сигнала. При этом возрастают значения отклонений пространственных характеристик ДН в диапазоне рабочих частот. В тоже время увеличение числа АИ позволяет осуществить более детальное распределение рабочего диапазона частот на поддиапазоны и повысить стабильность характеристик ДН.

## 2. Распределение рабочего диапазона частот сигнала на поддиапазоны

На рис. 5 представлен один из вариантов распределения диапазона рабочих частот сигнала для линейной АР с количеством излучателей  $N = 15$ . В данном варианте рабочий диапазон сигнала распределен на

восемь поддиапазонов (Ф1...Ф8) и соответственно сформированы восемь блоков АИ (Б1...Б8). Цифры в прямоугольниках обозначают текущий номер АИ.

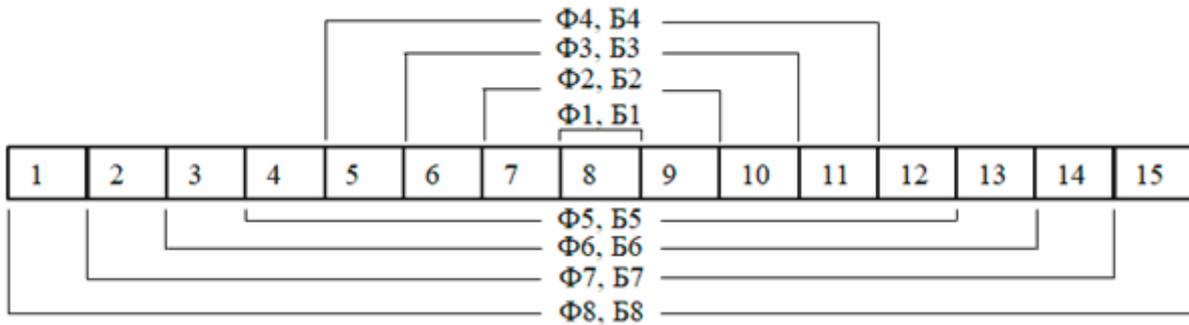


Рис. 5. Распределение диапазона рабочих частот для линейной АР с  $N=15$ .

Рассмотрим характеристики СЧК ДН и процесс распределения диапазона рабочих частот на поддиапазоны. Для линейных АР с равномерным амплитудным и фазовым распределением множитель решетки определяется выражением [6]

$$F = \frac{\sin\left(\frac{Rkd \cos(\Theta)}{2} - \varphi_r\right)}{R \sin\left(\frac{kd \cos(\Theta)}{2} - \varphi_r\right)}, \quad (1)$$

где  $R$  — число излучателей,  $k$  — волновое число,  $d$  — расстояние между элементами решетки,  $\Theta$  — угол между плоскостью решетки и точкой наблюдения,  $\varphi_r$  — фазовый сдвиг, вносимый излучателем с номером  $r$ . Полагаем  $\varphi_r = 0$ .

Согласно [7], рупор излучает волны почти плоские в его устье. Устья рупоров примыкают друг к другу так, что образуется непрерывная излучающая поверхность. Поэтому антенную систему можно рассматривать как непрерывную, состоящую из большого числа излучателей с расстоянием между ними  $d \rightarrow 0$ . При этом длина АР  $L = Nd$ . Обозначим  $\theta$  — угол между осью визирования и точкой наблюдения,  $\lambda$  — длина волны звукового сигнала,  $v$  — скорость звука и  $f$  — частота сигнала. Ось визирования — пространственная ось, расположенная перпендикулярно поверхности, образуемой устьями рупоров и исходящая из геометрического центра данной поверхности. Подставим  $k = 1/\lambda$  и  $\lambda = v/f$ . При преобразовании учтем приближение  $\sin(x) = x$  для малых значений аргумента. В этом случае выражение для множителя акустической АР имеет вид

$$F(\theta, f) = \frac{\sin\left(\frac{Lf}{2v} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)}{\frac{Lf}{2v} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}. \quad (2)$$

Обозначим  $n$  — количество АИ в блоке,  $N$  — максимальное число АИ в АР, длина блока решетки  $L = nl_0$ . Подставим параметр  $L$  в (2)

$$F(\theta, f) = \frac{\sin\left(\frac{nl_0 f}{2v} \sin(\theta)\right)}{\frac{nl_0 f}{2v} \sin(\theta)}. \quad (3)$$

Частотные характеристики конкретных типов драйверов рупорных АИ определяются их принципом построения и особенностями конструкции. Характеристики драйверов могут быть учтены введением дополнительного сомножителя в (3). В дальнейшем будем полагать, что частотные характеристики драйверов излучателей АР идентичны и линейны во всем диапазоне рабочих частот. Трехмерный график ДН для различных значений частоты сигнала и угла наблюдения построенный по (3) для  $n = 4$ , представлен на рис. 6. Секущая плоскость имеет уровень 0.5. Частота сигнала изменяется от 1 кГц до 10 кГц.

На рис. 7 изображены двумерные графики ДН для трех значений частоты: 1 кГц (синий цвет), 4.5 кГц (зеленый цвет) и 10 кГц (красный цвет). Секущая линия (оранжевый пунктир), как и секущая плоскость, имеет уровень 0.5. На рисунках отражено изменение формы ДН. При  $f = 1$  кГц наблюдается форма круга,

смещенного ниже центра плоскости устьев АИ. С увеличением частоты ( $f = 4.5$  кГц) круг касается центра плоскости. При дальнейшем увеличении частоты до  $f = 10$  кГц ширина главного лепестка уменьшается и на ДН появляются боковые лепестки.

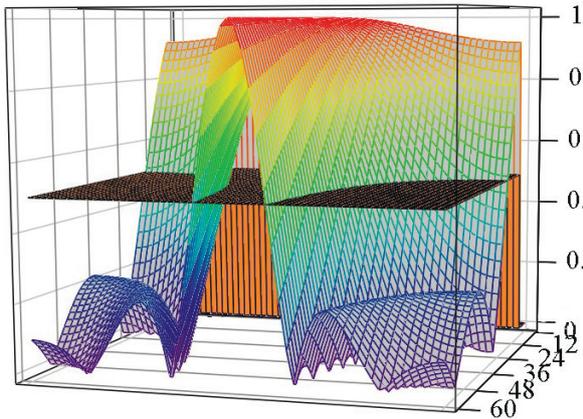


Рис. 6. Трехмерный график ДН.

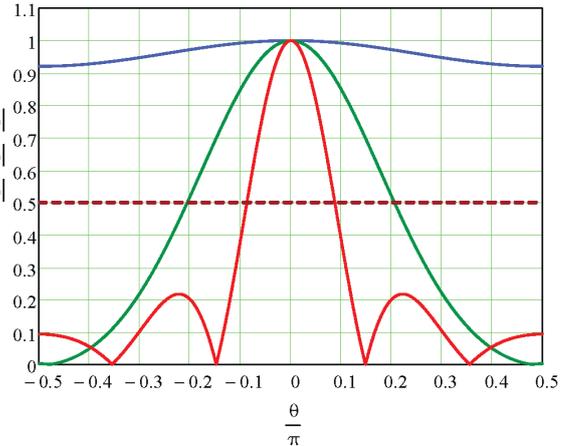


Рис. 7. Двухмерные графики ДН.

Приведем распределение диапазона рабочих частот системы зондирования между блоками АИ. Для примера рассмотрим изображенный на рис. 5, вариант распределения АИ на блоки. В качестве критерия распределения может быть принято значение 0.5 ширины главного лепестка ДН  $\theta_h$ , где  $h$  — уровень определения  $\theta_h$ ,  $h \in [0, 1]$ .

Обозначим  $f_n$  частоту для блока с  $n$  излучателями, при которой значение  $\theta_h$  соответствует заданному. Подставив  $F(\theta, f) = h$ ,  $f_n$ , и  $\theta_h$  в (3), имеем

$$h \frac{nl_0}{2\nu} f_n \sin(\theta_h) = \sin\left(\frac{nl_0}{2\nu} f_n \sin(\theta_h)\right). \quad (4)$$

Уравнение (4) является трансцендентным, его решение в аналитическом виде отсутствует. Однако применение аппарата непрерывных кусочно-линейных функций (НКЛФ) [8–10] позволяет находить решение таких уравнений в виде аналитического выражения с заданной точностью.

В то же время значение  $\theta_h$  однозначно связано со значением  $\theta_{0n}$  — шириной главного лепестка ДН блока с  $n$  излучателями, на уровне  $h = 0$ . Поэтому достаточно задать  $\theta_h$ , определить соответствующее значение  $\theta_{0n}$  и дальнейший процесс распределения частот проводить для  $\theta_{0n}$ .

Определим связь  $\theta_{0n}$  и  $\theta_h$ . Для это определим  $f_n$ , обозначив

$$K_n = \frac{nl_{0n} \sin(\theta_h)}{2\nu}. \quad (5)$$

Из соотношения (4) имеем

$$hK_n f_n = \sin(f_n K_n). \quad (6)$$

Данное уравнение также является трансцендентным. Аппроксимируем функцию  $y = \sin(K_n f_n)$  на основе НКЛФ в следующем виде [9]

$$y = \sum_{m=0}^{M-1} (K_m f_n + B_m) Q_m(f), \quad (7)$$

где  $M$  — максимальный номер точки аппроксимации,  $m$  — текущий номер точки аппроксимации;

$$K_m = (y_{m+1} - y_m) / (f_{m+1} - f_m),$$

$y_m$  и  $y_{m+1}$  — значения функции  $y$  в точках  $m$  и  $m + 1$ ,  $f_m$  и  $f_{m+1}$  значения частоты в точках аппроксимации  $m$  и  $m + 1$ ,  $B_m = (y_m f_{m+1} - y_{m+1} f_m) / (f_{m+1} - f_m)$ ,

$$Q_m(f) = \frac{K}{2} \sum_{\lambda_1=0}^1 \sum_{\gamma_1=0}^1 (-1)^{\lambda_1 - \gamma_1} \left| f - f_m - \gamma \Delta f - \frac{\lambda}{K} \right|.$$

$Q_m(f)$  — непрерывная кусочнолинейная функция включения (вариант НКЛФ), принимающая значения  $Q_m(f) = 1$  при  $f_m < f \leq f_{m+1}$  и  $Q_m(f) = 0$  при  $f_{m+1} < f \leq f_m$ ,  $K$  — крутизна наклона боковых сторон функции,  $\lambda_1$  и  $\gamma_1$  — коэффициенты суммирования.

Верны следующие условия  $hK_n f_n \geq 0$ ,  $0 \leq K_n f_n \leq \pi$ ,  $0 \leq f_n \leq \pi / K_n$ .

Соответственно для нахождения  $f_n$  достаточно задать диапазон изменения  $0 \leq f_n \leq \pi / K_n$ . При этом шаг аппроксимации, определяющий максимальную погрешность вычисления  $f_n$ , составляет  $\Delta f_m = \pi / ((M-1)K_n)$ .

Подставив (7) в выражение (6), имеем

$$hK_n f_n = \sum_{m=0}^{M-1} (K_m f_n + B_m) Q_m(f). \tag{8}$$

После преобразования имеем результирующее выражение

$$f_n = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} B_m Q_m(f)}{K_n h - \sum_{m=0}^{M-1} K_m Q_m(f)}. \tag{9}$$

Нахождение  $f_n$  в виде аналитического выражения позволяет сформировать простой вычислительный алгоритм анализа (синтеза) и расчета СЧК ДН.

В качестве примера зададим  $h = 0.5$  м и  $\theta_h = 0.44$  рад ( $25.4^\circ$ ). Для блоков излучателей АР, изображенной на рис. 3 ( $N = 7$ ), из выражения (9) получим следующие значения частот, при которых ширина главного лепестка ДН каждого блока, состоящего из  $n$  АИ, равна  $0.44$  рад:  $f_1 = 25.4$  кГц,  $f_3 = 8446$  Гц,  $f_5 = 5080$  Гц и  $f_7 = 3628$  Гц.

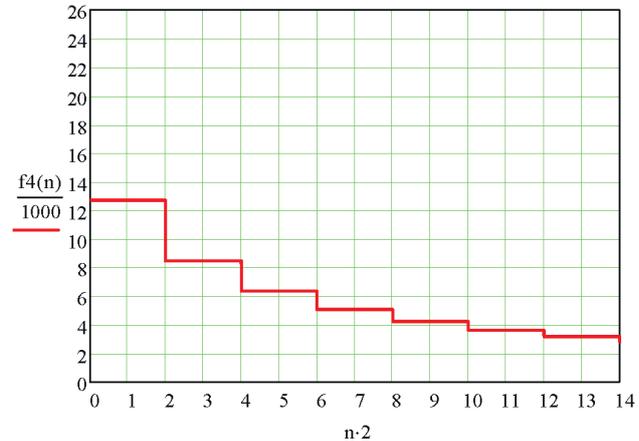
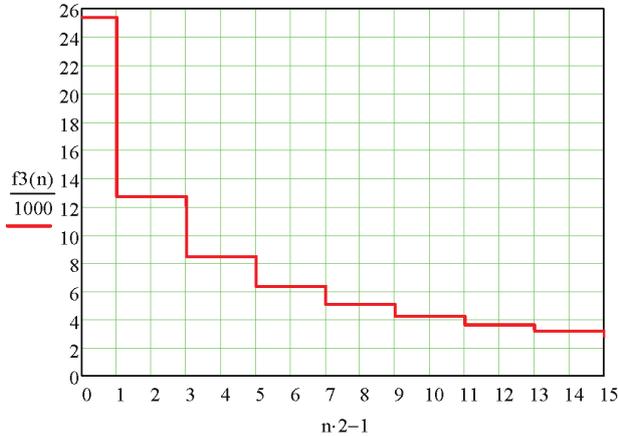
Приведем распределение частот  $f_n$  для блоков АИ.

На рис. 8 дан построенный с использованием соотношения (9) график распределения частот АР, соответствующей рис. 5. При построении графика для формирования дискретного изменения количества АИ в решетке использовалась НКЛФ вида

$$q(n) = N - \frac{K}{2} \sum_{m=1}^M \left( |n-m| - \left| n-m - \frac{1}{K} \right| + \frac{1}{K} \right),$$

где  $m$  — вспомогательный параметр,  $M = N$ .

Если требуется более узкий диапазон рабочих частот, в качестве первого блока АИ могут использоваться два и более излучателей. На рис. 9 показано распределение частот (при тех же параметрах ДН), когда в первый блок входят два АИ. При этом для исключения вертикального сдвига визирующей оси на  $l_0 / 2$  для блока с максимальным номером необходимо четное количество излучателей в АР.



**Рис. 8.** Распределение частот АР при одном АИ в Б1. **Рис. 9.** Распределение частот АР при двух АИ в Б1.

Как указывалось ранее процесс определения границ поддиапазонов удобно проводить по  $\theta_{0n}$ , соответствующего заданному значению  $\theta_h$ .

Выражение для  $\theta_{0n}$  определим из (4), полагая  $h = 0$  и  $f = f_n$

$$\sin\left(\frac{nl_0}{2\nu} f_n \sin(\theta_{0n})\right) = 0. \tag{10}$$

Относительно  $\theta_{0n}$  имеем решение

$$\theta_{0n} = \arcsin \frac{2\nu\pi}{nl_0 f_n}. \tag{11}$$

При отклонении частоты  $f$  от  $f_n$  изменяется  $\theta_h$ . В каждом блоке с  $n$  излучателями происходит отклоне-

ние  $\theta_0$  от значения  $\theta_{0n}(f_n)$

$$\theta_{0n}(f) = \arcsin \frac{2\nu\pi}{nl_0 f}.$$

Величина отклонения задается следующим соотношением

$$\Delta\theta_{0n}(f) = \arcsin \frac{2\nu\pi}{nl_0 f_n} - \arcsin \frac{2\nu\pi}{nl_0 f}. \quad (12)$$

Для двух соседних блоков отклонения носят противоположный характер и являются нелинейными функциями частоты.

На рис. 10 показаны зависимости  $\theta_{0n}(f)$  для  $\theta_h = 0.44$  рад и  $\theta_0 = 0.785$  рад и для двух соседних блоков  $n = 7$  (синий график) и  $n = 5$  (красный график). Пунктирной линией обозначено значение  $\theta_{0n}(f_n)$ .

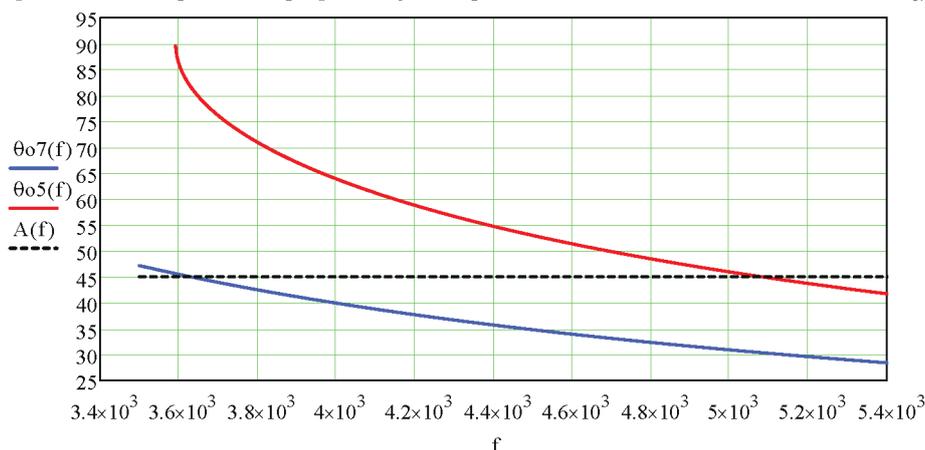


Рис. 10. График зависимостей ширины ДН для двух блоков.

Разность отклонений в соседних блоках с учетом (11) и (12) может быть определена как

$$\Delta_{n,n+2}(2) = \theta_{0n}(f) + \theta_{0(n+2)}(f) - 2\theta_{0n}(f_n). \quad (13)$$

График зависимости (13) представлен на рис. 11.

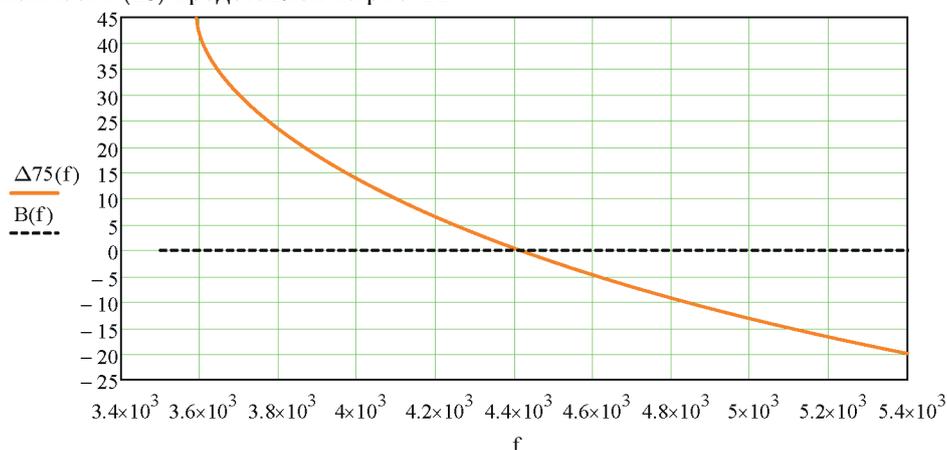


Рис. 11. График разности отклонений ширины главного лепестка ДН в соседних блоках ДН.

Распределение диапазона рабочих частот системы зондирования осуществляется путем определения частотных границ соседних блоков АИ. Серединными (опорными) частотами каждого поддиапазона являются частоты  $f_n$ . На этих частотах значения  $\theta_h$  и  $\theta_{0n}$ , точно соответствуют заданным.

В качестве критериев распределения могут использоваться: среднеарифметическое значение частоты между соседними поддиапазонами; значение, задаваемое соотношением  $\Delta_{n,n+2}(f_{гр}) = 0$ , где  $f_{гр}$  — граничная частота поддиапазонов  $n$  и  $n + 2$ ; значение, задаваемое соотношением  $F_n(f) + F_{n+2}(f) = 0$ , где  $F_n(f)$  и  $F_{n+2}(f)$  — амплитудные характеристики ДН для блоков с  $n$  и  $n + 2$  АИ

В первом варианте распределения будет наблюдаться максимальная неравномерность отклонений ДН от  $\theta_h$  из-за нелинейности частотной характеристики ДН. Во втором варианте необходимо учитывать дополнительную погрешность, вызванную неравенством амплитудных характеристик ДН соседних блоков АИ.

Это может быть скомпенсировано соответствующим выбором частотных характеристик фильтров БФ.

Наиболее оптимальным представляется вычислять определение границ поддиапазонов по критерию равенства амплитудных характеристик ДН.

Выражения для частотных характеристик ДН двух соседних поддиапазонов для

$$\theta = \theta_{0n} = \theta_{0(n+2)} = \theta_0$$

с учетом (3) принимают вид

$$F_n(f) = \frac{\sin\left(\frac{nl_0 f}{2\nu} \sin(\theta_0)\right)}{\frac{nl_0 f}{2\nu} \sin(\theta_0)}, \quad (14)$$

$$F_{n+2}(f) = \frac{\sin\left(\frac{(n+2)l_0 f}{2\nu} \sin(\theta_0)\right)}{\frac{(n+2)l_0 f}{2\nu} \sin(\theta_0)}. \quad (15)$$

Разностная характеристика определяется как

$$\Delta F_{n,n+2}(f) = W_n(f)F_n(f) + W_{(n+2)}(f)F_{(n+2)}(f). \quad (16)$$

График  $\Delta F_{n,n+2}(f)$  приведен на рис. 12. Значение  $f_{гр}$  является решением уравнения, вычисляемое на основе использования НКЛФ,

$$\Delta F_{n,n+2}(f) = 0.$$

Для блоков АИ с  $n = 7$  и  $n = 5$  вычисленное значение  $f_{гр} = 4367$  Гц.

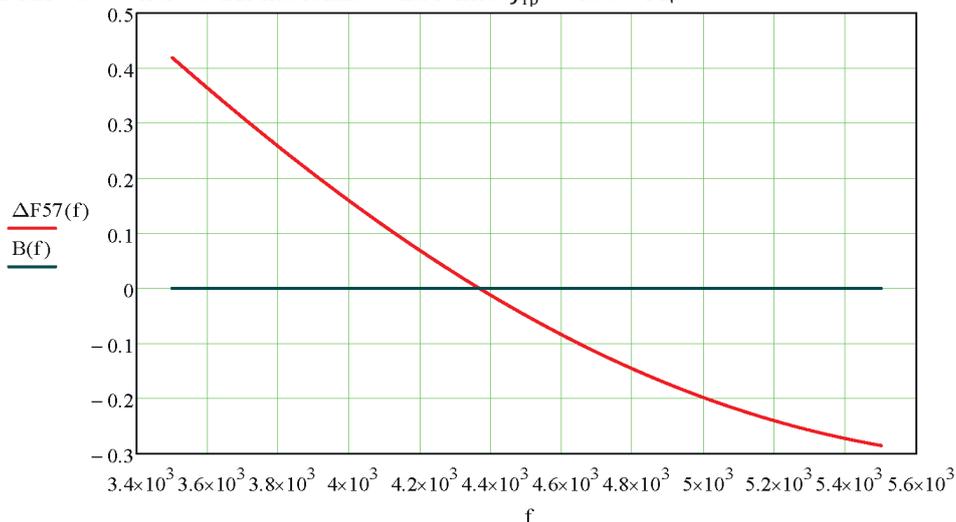


Рис. 12. Разностная АЧХ двух ДН.

### 3. Характеристики системы частотной коррекции

После определения границ частотных поддиапазонов в соответствии с схемой (рис. 4), для каждого блока АИ вводятся соответствующие полосовые фильтры.

Для иллюстрации метода коррекции ДН примем, что фильтры построены по принципу компенсаторного дополнения сигналов, так что спад частотной характеристики фильтра предыдущего поддиапазона компенсируется подъемом характеристики последующего поддиапазона. Выражения АЧХ таких фильтров на границах поддиапазонов можно аппроксимировать следующими функциями

$$W_{np}(f) = \exp[-\varepsilon_n(f - f_{gp})] \left[ 1 + \exp[-\varepsilon_{n+2}(f - f_{gp})] \right]^{-1}, \quad (17)$$

$$W_{np+2}(f) = \exp[-\varepsilon_{n+2}(f - f_{gp})] \left[ 1 + \exp[-\varepsilon_n(f - f_{gp})] \right]^{-1}. \quad (18)$$

где  $\varepsilon_n$  и  $\varepsilon_{n+2}$  — коэффициенты характеристик фильтров.

Условием линейности частотной характеристики перехода с предыдущего поддиапазона на последующий является выполнение равенства  $\varepsilon_n = \varepsilon_{n+2}$ .

Графики характеристик  $W_n(f)$  и  $W_{n+2}(f)$  для блоков АИ с  $n = 5$  и с  $n = 7$ , даны на рис. 13 для значения частоты  $f_{гр} = 4367$  Гц. Красным цветом изображены кривые  $W_n(f)$ , синим —  $W_{n+2}(f)$ . Сплошными линиями изображены характеристики при  $\varepsilon_n = \varepsilon_{n+2} = 0.01$ , штриховыми линиями — при  $\varepsilon_n = \varepsilon_{n+2} = 0.05$ .

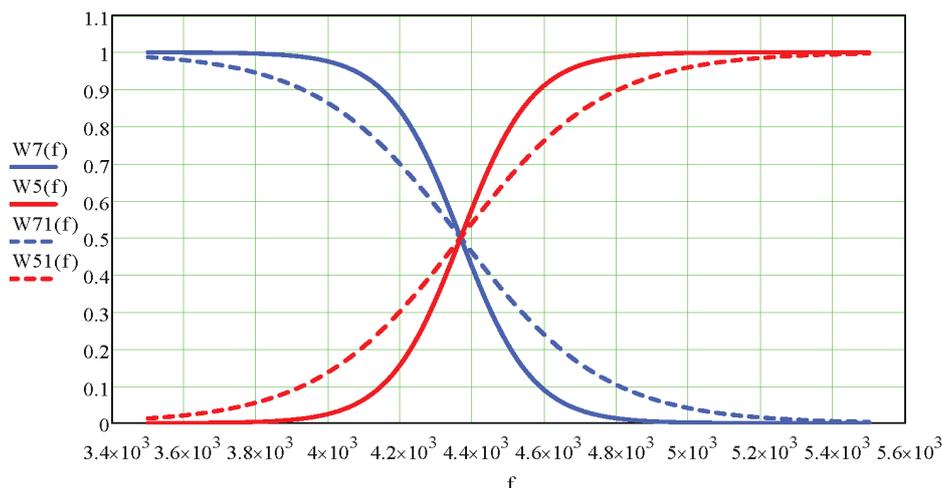


Рис. 13. АЧХ фильтров блоков Б3 и Б4.

При увеличении значений коэффициентов  $\varepsilon$  наблюдается уменьшение крутизны спада и подъема частотных характеристик (уменьшение коэффициентов прямоугольности фильтров).

После включения соответствующих фильтров в СЧК, выражение результирующей характеристики ДН на участках  $n$  и  $n+2$  имеет вид

$$\Delta F_{n,n+2}(f) = W_n(f)F_n(f) + W_{(n+2)}(f)F_{(n+2)}(f). \quad (19)$$

Результирующие графики (19) для блоков АИ с  $n = 5$  и  $n = 7$  даны на рис. 14 — сплошные линии: красная —  $F_5(f)$ , синяя —  $F_7(f)$ , обе эти характеристики соответствуют отсутствию СЧК; коричневая сплошная линия — включена СЧК с фильтрами при  $\varepsilon_n = 0.01$ . Пунктирная фиолетовая линия — СЧК включена, коэффициент фильтров 0.05.

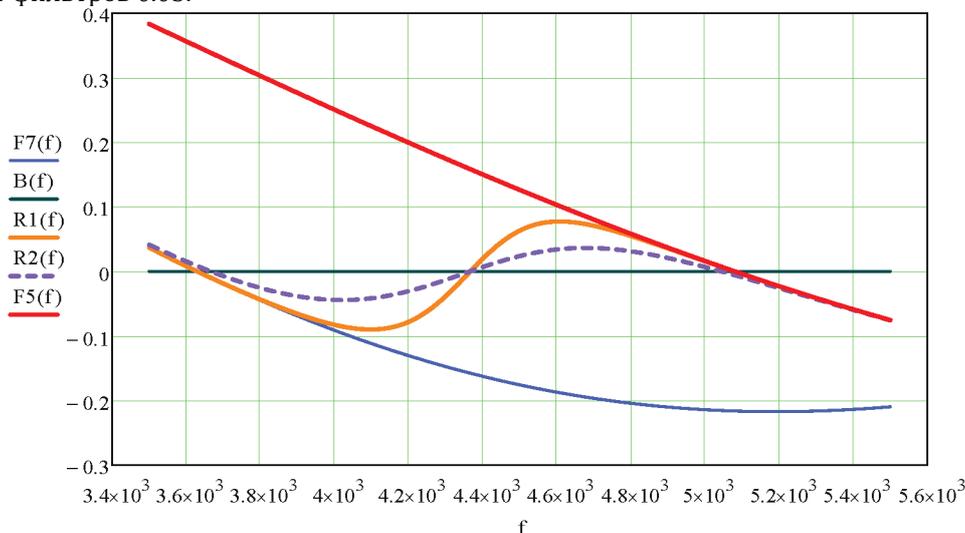


Рис. 14. Отклонения ДН без СЧК и с СЧК.

Из кривых на графиках следует, что для блоков АИ с  $n = 5$  и  $n = 7$  при  $\theta_0 = 45^\circ$  максимальные отклонения характеристик ДН на частотах  $f_5$  и  $f_7$  без системы коррекции достигают  $\Delta F_5 = 0.36$  и  $\Delta F_7 = 0.22$ .

При включении СЧК с коэффициентами фильтров  $\varepsilon_n = 0.01$  максимальное отклонение суммарной характеристики обоих блоков АИ уменьшилось и не превышает  $\Delta F_{5,7} = 0.08$ . С увеличением коэффициентов фильтров до  $\varepsilon_n = 0.05$ , максимальное отклонение характеристики уменьшилось до значения  $\Delta F_{5,7} = 0.034$ , что свидетельствует об эффективности метода.

### Заключение

Предложена система частотной коррекции характеристик диаграммы направленности акустической антенной решетки. Система позволяет улучшать пространственные параметры антенны, путем применения частотного разделения спектра рабочих частот излучаемого сигнала с последующим пространственным разделением сигналов по элементам решетки.

Определены критерии формирования поддиапазонов сигналов. На основании НКЛФ получены решения уравнений и аналитические выражения, позволяющие проводить разработку и анализ параметров конкретных систем. Проводится анализ характеристик отдельных составляющих блоков системы и представлены результаты её численного моделирования.

Проведенные исследования и полученные характеристики подтверждают эффективность применения СЧК ДН. Представляется перспективным направление разработки и программно-аппаратной реализации предложенной системы частотной коррекции диаграммы направленности акустической антенной решетки на основе современных методов цифровой обработки сигналов [11].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23–29–10100.

### Список литературы

1. *Kallistratova, M.A., Kouznetsov, R.D.* Low-level jets in the Moscow region in summer and winter observed with a sodar network // *Boundary-layer Meteorology*. 2012. Vol. 143. P. 159–175. DOI: 10.1007/s10546-011-9639-8
2. *Красненко Н. П.* Содары для зондирования атмосферного пограничного слоя // *Научное приборостроение*. 2018. Т. 28. № 4. С. 82–89.
3. *Signal, S.P.* Acoustic remote sensing applications / New Delhi: Narosa Publishing House, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997. 585 p.
4. *Красненко Н. П.* Методы и средства дистанционного акустического зондирования атмосферы // *Методы и устройства передачи и обработки информации*. 2009. № 11. С. 143–154.
5. Звукотелевизионная станция ЗС-ВС / АО «Муромский радиозавод». URL: [http://site.muromrz.com/?page\\_id=156](http://site.muromrz.com/?page_id=156).
6. *Красненко Н. П., Раков А. С., Сандуков Ц. Д.* Излучающие акустические антенные решетки для атмосферных приложений. // *Методы и устройства передачи и обработки информации*. 2009. № 11. С. 164–172.
7. *Dinsdale, J.* Horn Loudspeaker Design // *Wireless World*. 1974. P. 19–24.
8. *Васильев Г. С., Курилов И. А., Харчук С. М., Суржик Д. И.* Исследование устойчивости преобразователя сигналов на основе непрерывных кусочно-линейных функций / *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2012. № 1 (5). С. 4–7.
9. *Булкин В. В., Кузичкин О. Р., Васильев Г. С., Суржик Д. И., Курилова-Харчук С. М., Курилов И. А.* Обобщенная схема преобразователя сигналов в акустолокационных системах на основе аппарата непрерывных кусочно-линейных функций // *Всероссийские открытые Арmandовские чтения [Электронный ресурс]: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн / Материалы Всероссийской открытой научной конференции*. Муром: МИ ВлГУ, 2023. С. 405–411.
10. *Кузичкин О. Р., Булкин В. В., Суржик Д. И., Васильев Г. С., Курилова-Харчук С. М., Курилов И. А.* Анализ радиостроительств на основе обобщенного преобразования сигналов и непрерывных кусочно-линейных функций // *Проблемы дистанционного зондирования, распространения и дифракции радиоволн: конспекты лекций*. Муром, 2021. С. 22–46.
11. *Кравченко В. Ф., Чуриков Д. В.* Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами. М.: Техносфера, 2018.

Поступила 08 сентября 2024 г.

## FORMATION OF THE RADIATION PATTERN OF A BROADBAND EMITTER ACOUSTIC SOUNDING SYSTEMS

BULKIN V.V.\*, VASILYEV G.S.\*\*\*, KURILOVA-KHARCHUK S.M.\*, AND KURILOV I.A.\*\*\*

\*Murom Institute, Vladimir State University;

\*\*Belgorod State National Research University;

\*\*\*JSC NPP «Zvukotekhnika»

doi: 10.25210/jfop-2403-JXXZWC | edn: JXXZWC

A system for frequency correction of the radiation pattern characteristics of an acoustic antenna array is proposed. The system allows you to improve the parameters of the antenna by using frequency division of the spectrum of the emitted signal, followed by spatial division of the signals across array elements. The characteristics are analyzed and the results of system modeling are presented.

## ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

УДК 546.05

# НОВЫЕ ОКСИФТОРИДНЫЕ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ДАТЧИКОВ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ

© Авторы, 2024

doi: 10.25210/jfop-2403-PMTCGV | edn: PMTCGV

**Нестеров А. А.** — д.т.н., проф., Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону. SPIN-код: 6486–9128.  
E-mail: aanesterov@sfedu.ru

**Панич А. Е.** — д.т.н., проф., Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону. SPIN-код: 6253–7262.  
E-mail: aepanich@yandex.ru

**Аннотация**

Для определения степени деградации объектов (узлов, аппаратов, систем), работающих при повышенных температурах, используются различные методы неразрушающего контроля. Одним из наиболее эффективных методов является ультразвуковая дефектоскопия, в основе которой используются пьезокерамические материалы, сохраняющие стабильность параметров при изменении температуры контролируемого объекта в широких пределах. Целью работы была разработка новых пьезокерамических материалов оксифторидного типа, изготавливаемых на основе фаз системы  $\text{BiFeO}_3 - \text{BaTiO}_3 - \text{BaFeO}_2\text{F}$ , которые способны длительно сохранять высокие значения пьезопараметров ( $d_{33} \approx 150$  пКл/Н) при температурах до  $330^\circ\text{C}$ . Технология включает: а) низкотемпературный метод синтеза ультрадисперсных порошков (УДП) фаз состава  $\text{Bi}_{0,67}\text{Ba}_{0,33}\text{Fe}_{0,67+x}\text{Ti}_{0,33-x}\text{O}_3-x\text{Fx}$  ( $0 < x \leq 0.1$ ); б) технологические параметры спекания прессзаготовок, изготавливаемых из УДП целевых фаз; в) условия поляризации образцов целевой пьезокерамики. Показано, что использование нового метода синтеза УДП базовых фаз позволяет не только снизить температуру их формирования, но и температуру спекания прессзаготовок, изготавливаемых из этих порошков, а также повысить воспроизводимость электрофизических свойств образцов целевой пьезокерамики.

**Ключевые слова:** сегнетофазы, технологии синтеза и спекания, высокотемпературная пьезокерамика, электрофизические свойства

**Abstract**

Various methods of non-destructive testing are used to determine the degree of degradation of objects (nodes, devices, systems) operating at elevated temperatures are used. One of the most effective methods is ultrasonic flaw detection, which is based on piezoceramic materials that maintain the stability of parameters when the temperature of the controlled object changes over a wide range. The purpose of this work was to develop new piezoceramic materials of the oxifluoride type, manufactured based on phases of the  $\text{BiFeO}_3 - \text{BaTiO}_3 - \text{BaFeO}_2\text{F}$  system, which can maintain high piezo parameters for a long time ( $d_{33} \approx 150$  pC/N) at temperatures up to  $330^\circ\text{C}$ . The technology includes a) a low-temperature method for the synthesis of ultrafine powders (UFP) of phases of the composition  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_3-x\text{Fx}$  ( $0 < x \leq 0.1$ ); b) technological parameters of sintering of press preparations made from UFP of target phases; c) conditions of polarization of samples of target piezoceramics. It is shown that the use of a new method for the synthesis of UFP base phases allows not only to reduce the temperature of their formation, but also the sintering temperature of press preparations made from these powders, as well as to increase the reproducibility of the electrophysical properties of target piezoceramic samples.

**Keywords:** ferroelectric phases, synthesis technologies, piezoceramics, microstructure, electrophysical properties

**Введение**

Активной составляющей пьезопреобразователей (ПП), входящих в состав систем неразрушающего контроля и медицинской диагностики, являются объёмночувствительные пьезокерамические материалы (ПКМ). Необходимым условием функционирования таких систем служит сохранение активности базовых пьезоматериалов при высоких температурах эксплуатации. В рамках одного цикла нагревание — охлаждение, пьезокерамические материалы могут сохранять пьезоактивность до температуры Кюри (температура перехода сегнетофазы в пара-фазу) [1, 2]. Поляризованные ПКМ относятся к неравновесным системам, так как они формируются в процессе совершения над системой работы электрического поля высокой напряжённости. Поэтому, при введении в систему энергии любого вида, сформированная при поляризации доменная структура разрушается (процесс деполяризации), что снижает значения пьезоэлектрических параметров вплоть до нулевого значения. Процессы деполяризации наблюдаются у всех типов ПКМ, однако энергия активации этого процесса для каждого образца индивидуальна. Это связано с тем, что стабильность доменной структуры повышается с ростом: а) температуры Кюри ( $T_K$ ) базовой сегнетофазы; б) энергии, необходимой для начала движения доменных стенок [1–3].



Проведённые нами исследования показали, что фазы системы  $\text{BiFeO}_3 - \text{BaTiO}_3 - \text{BaFeO}_2\text{F}$ , составов  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_{3-x}\text{F}_x$  ( $0 < x \leq 0.1$ ) имеют не только температуру Кюри выше  $500^\circ\text{C}$ , но и изготовленные на их основе ПКМ характеризуются более высокими значениями энергий активации процессов деполяризации (по сравнению с ПКМ на основе фаз системы  $\text{BiFeO}_3 - \text{BaTiO}_3$ ), что делает их перспективными для создания высокотемпературных ПП.

Следует отметить ряд требований, предъявляемых к материалам волнового твердотельного гироскопа [4] и датчиков ультразвуковой диагностики [5], учитывающих как необходимость их согласования с поверхностью контролируемого объекта, так и длительность сохранения значений пьезопараметров в условиях эксплуатации (в стационарном или изменяющемся температурном режиме). В связи с этим для ПКМ вводится понятие «рабочая температура ( $T_p$ )», значение которой ниже  $T_K$ . В отличие от  $T_K$ ,  $T_p$  не является постоянной величиной для определённого ПКМ, так как связана: а) с режимом эксплуатации ПП (постоянный, периодический); б) с температурой контролируемого объекта (и с её возможными изменениями во времени); в) с временем нахождения датчика в «горячей зоне» и т.д. Другими словами, в идеале, высокотемпературный датчик неразрушающего контроля должен создаваться под конкретный объект исследования и гарантировать получение достоверных результатов в определённый период времени его эксплуатации.

Целью данной работы является разработка технологии ПКМ, имеющих  $T_p = 280-330^\circ\text{C}$ , которые (при стандартных условиях (с.у.)) характеризуются значением продольного пьезомодуля  $d_{33} \approx 120$  пКл/Н, а в условиях их эксплуатации при более высоких температурах, значения  $d_{33}$  достигают величины 150 пКл/Н.

### Экспериментальная часть

Синтез УДП сегнетофаз, состава  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_{3-x}\text{F}_x$  ( $0 < x \leq 0.1$ ), проводился в реакторе Ready™. В качестве прекурсоров выступали нитратные растворы комплексных соединений Ti(IV), нитраты Fe(III), Bi(III) и Ba, а также бифторид аммония (рис. 1).



Рис. 1. Принципиальная технологическая схема формирования УДП фаз состава  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_{3-x}\text{F}_x$  ( $0 < x \leq 0.1$ ).

На первом этапе синтеза, в нитратный раствор комплексных соединений Ti(IV) известной концентрации вводится: а) рассчитанный объём водного раствора нитрата Fe(III); б) рассчитанная масса бифторида аммония.

После смешения прекурсоров в первичный раствор малыми порциями (при интенсивном перемешивании и принудительном охлаждении), добавлялся 10% раствор аммиака. В результате этого pH раствора повышался до 5, что вызывало образование гетерополимерных смешанных  $\alpha$ -форм гидроксидов титана (IV) и Fe(III), в которых в качестве лигандов (помимо  $H_2O$  и групп  $OH^-$ ), присутствуют ионы  $F^-$ . По завершении формирования геля гидроксидов, в реактор вводились растворы нитратов Vi(III) и бария. Образовавшаяся суспензия перемешивалась в течение 1 часа, что приводило к её расслаиванию. Промежуточный продукт реакции (рис. 2(а)) отделялся от маточного раствора методом центрифугирования и декантации, и затем сушился при  $T = 90-95^\circ C$  в течение 1.5 часов (рис. 1). Образовавшийся аморфный порошок прокаливали при температуре  $500-550^\circ C$  (режим термической деструкции аморфной фазы определялся по данным ДТА — ТГА: дериватограф Diamond T6/DTA).

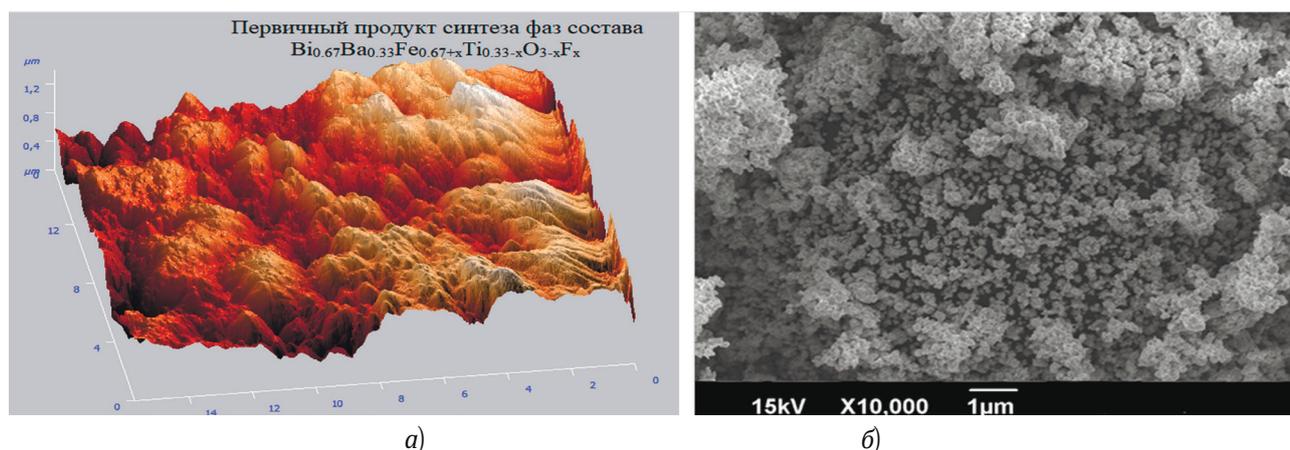


Рис. 2. (а) — первичный (АСМ) и (б) — вторичный (СЭМ) продукт синтеза: УДП фазы состава  $Vi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.73}Ti_{0.27}O_{2.94}F_{0.06}$

Продукты синтеза (рис. 2(б)) исследовались методом РФА и РСА (дифрактометр ARL X'TRA,  $Cu-K_{\alpha 1}$  излучение,  $Ni_{\beta}$ -фильтр). Параметры тетрагональных элементарных ячеек рассчитывались по отражениям (220) и (202). Форма и объём частиц синтезированных порошков шихты определялся методами атомно силовой (Solver Pro-M, NT-MDT) и сканирующей растровой электронной (JSM-6390LA) микроскопии.

Согласно данным РФА, замещение ионов  $O^{2-}$  на ионы  $F^-$  в фазах состава  $Vi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.67+x}Ti_{0.33-x}O_{3-x}F_x$  (вызывавшее одновременное снижение мольной доли ионов  $Ti^{4+}$ ), вплоть до  $x < 0,06$  оказывает небольшое влияние как на фазовый состав системы (который также и для фаз состава  $Vi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.67}Ti_{0.33}O_3$  представлен псевдокубической и ромбоэдрической фазами [6, 7]), так и на параметры элементарных ячеек базовых сегнетофаз. Однако дальнейший рост мольной доли ионы  $F^-$  в системе приводит к быстрому уменьшению в ней ромбоэдрической фазы. Это, как будет показано ниже, совпадает со значительным изменением электрофизических свойств пьезокерамических материалов, выраженном в снижении величин пьезомодулей образцов при небольших изменениях их диэлектрической проницаемости (табл. 1).

Прессзаготовки для спекания (диаметром 11.5 мм) формовались из кристаллических УДП целевых фаз методом одноосного прессования и помещались в тигли, на дне которых находился крупнокристаллический порошок состава  $Vi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.67}Ti_{0.33}O_3$ , синтезированный в рамках метода твёрдофазных реакций. Для изготовления образцов пьезокерамики использовался ступенчатый режим обжига прессзаготовок, на первом этапе которого образцы нагревались от комнатной температуры до  $750^\circ C$  со скоростью  $20-25^\circ C/мин$ . Это позволяет сформировать в системе большое число первичных кристаллических зародышей целевой фазы, что в итоге обеспечивает мелкозернистость конечного продукта спекания (рис. 3(а)).

На втором этапе процесса скорость подъёма температуры (до  $950-1000^\circ C$ ) составляла  $5-7^\circ C$ . При конечной температуре образцы спекались в течение 2 часов.

Исследование влияния фторирования образцов системы  $ViFeO_3 - BaTiO_3$  на изменение значений их коэрцитивных полей и электрофизических параметров (ЭФП) показало, что по мере роста в системе  $ViFeO_3 - BaTiO_3 - BaFeO_2F$  мольной доли последней фазы (вплоть до 6 моль. %), значения коэрцитивных полей ПКМ состава  $Vi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.67+x}Ti_{0.33-x}O_{3-x}F_x$  возрастают на 11–14% (по сравнению с аналогичными составами системы  $ViFeO_3 - BaTiO_3$ ).

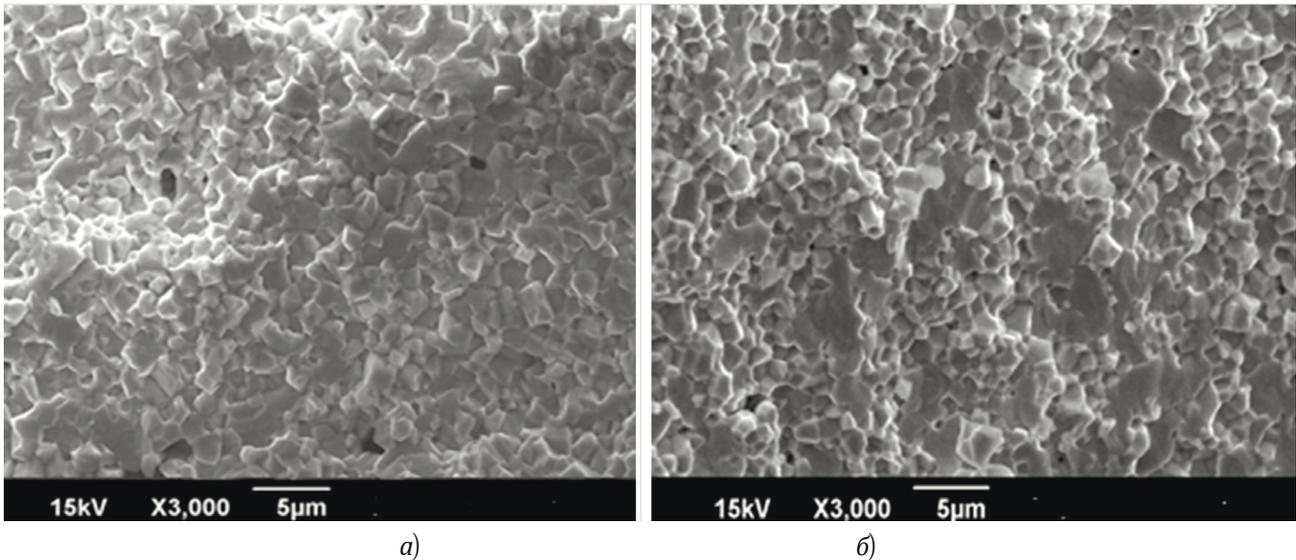


Рис. 3. Микроструктура ПКМ на основе фазы  $Bi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.73}Ti_{0.27}O_{2.94}F_{0.06}$ : а) до поляризации; б) после поляризации.

При этом значения  $tg\delta$  образцов этих ПКМ (при 25°C) снижается от 8–9% (при  $x = 0$ ) до 0.94–1.23 (при  $x = 0.06$ ). Дальнейший рост мольной доли ионов фтора в образцах (вплоть до 0,1) вновь увеличивает значения  $tg\delta$  образцов, у которых величина коэрцитивных полей продолжает быстро увеличиваться.

Относительно низкие значения  $tg\delta$  (в том числе и при температуре до 100°C) образцов ПКМ ( $0.04 \leq x \leq 0.07$ ) позволили провести их поляризацию в силиконовой жидкости при температуре 80–100 °С, полем 45–50 кВ/см (время поляризации от 30 до 60 мин). Значения продольного пьезомодуля ( $d_{33}$ ) этих образцов были измерены с помощью установки Piezo  $d_{33}$  Test System (производство США), а поперечного пьезомодуля ( $d_{31}$ ), относительной диэлектрической проницаемости ( $\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$ ), тангенса угла диэлектрических потерь ( $tg\delta$ ) (при комнатной температуре) — с использованием установки «ЦЕНЗУРКА-М» производства НКТБ «Пьезоприбор» (динамический метод).

Данные по ЭФП исследованных образцов представлены в табл. 1. Обращает на себя внимание характер изменений (по мере роста мольной доли в системе ионов  $F^-$ ) значений пьезомодулей  $d_{33}$  и  $d_{31}$ : значения  $d_{33}$  растут (по мере увеличения мольной доли  $F^-$  в образцах, вплоть до  $x = 0.06$ ), а затем — снижаются, тогда как значения  $d_{31}$  имеют тенденцию к снижению (по мере роста ( $x$ )). По-видимому, последний факт связан с частичным разрушением керамического каркаса в процессе поляризации образцов керамики (рис. 3(б)).

Таблица 1. Значения (при с.у.) ЭФП ПКМ, изготовленных из УДП фаз состава  $Bi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.67+x}Ti_{0.33-x}O_{3-x}F_x$

| $x$  | $d_{33}$ пКл/н | $d_{31}$ пКл/н | $tg\delta$ % | $T_k$ °С |
|------|----------------|----------------|--------------|----------|
| 0.04 | 91             | 42             | 5.8          | 531      |
| 0.05 | 106            | 40             | 2.6          | 524      |
| 0.06 | 123            | 34             | 0.94         | 515      |
| 0.07 | 101            | 28             | 2.9          | 503      |
| 0.08 | 74             | 19             | 4.6          | 478      |

### Заклучение

В процессе выполнения данной работы: а) была разработана низкотемпературная технология изготовления УДП фаз системы  $BiFeO_3 - BaTiO_3 - BaFeO_2F$ , состава  $Bi_{0.67}Ba_{0.33}Fe_{0.67+x}Ti_{0.33-x}O_{3-x}F_x$  ( $0 < x \leq 0.1$ ); б) предложена ступенчатая технология спекания образцов ПКМ, формируемых на основе фаз указанного состава. Это позволило изготовить образцы пьезокерамики, имеющие рабочую температуру 280–330 °С, значения продольного пьезомодуля  $d_{33}$  которых (при с.у.)  $\approx 120$  пКл/н. Введение в состав УДП базовых фаз ионов  $F^-$ : а) способствовало стабилизации их доменной структуры; б) привело к уменьшению значения  $tg\delta$  ПКМ (за счёт снижения эффекта Максвелла-Вагнера) до  $\approx 1\%$ , что, в свою очередь, обеспечило возможность повышения напряжённости поляризующего поля, а, следовательно, и достижения более высоких значений пьезомодулей целевых образцов ПКМ. В свою очередь, использование низкотемпературных технологий син-

теза базовых сегнетофаз позволило сформировать их УДП при температурах 500–550 °С (что, минимум, на 400 °С ниже, по сравнению с методом твёрдофазных реакций. Использование УДП при изготовлении прессзаготовок, понизило их температуру спекания (на 100–150 °С), а ступенчатый метод спекания керамических образцов не только сократил время процесса, но и позволил формировать образцы, зёрна которых имеют диаметр меньше 3 мкм (при узком интервале объёмов).

### Список литературы

1. Прилипко Ю. С. Функциональная керамика. Оптимизация технологии: Монография. Донецк: Норд-Пресс, 2007. 354 с.
2. Ye, Zuo-Guang. Handbook of Advanced Dielectric, Piezoelectric and Ferroelectric Materials: Synthesis, Properties and Applications. Elsevier, 2008. 547 p.
3. Нестеров А. А., Панич А. А. Современные проблемы материаловедения керамических, пьезоэлектрических материалов. Ростов-на-Дону: Из-во ЮФУ, 2010. 228 с.
4. Басараб М. А., Кравченко В. Ф., Матвеев В. А. Математическое моделирование физических процессов в гироскопии. Монография.-М: Радиотехника, 2005–176 с.: ил.
5. Неразрушающий контроль. Справочник. в 8 т. / Под общ. ред. В.В. Ключева. Т. 3. И.Н. Ермолов, Ю.В.Ланге. Ультразвуковой контроль. 2-е изд., испр. М.: Машиностроение, 2006. 864 с.
6. Wang D. W., Wang G., Murakami S., et al. BiFeO<sub>3</sub>-BaTiO<sub>3</sub>: a New Generation of Lead-Free Electroceramics// J. Adv. Dielectr. 2018 Vol. 8. 1830004. DOI: 10.1142/S2010135X18300049
7. Chen J., Chen C., Jiang F., et al. Simultaneous Enhancement of Piezoelectric Properties and Curie Temperature in BiFeO<sub>3</sub>-BaTiO<sub>3</sub> Lead-Free Ferroelectrics Via Simple B-Site Modification// J. Mater. Chem. 2024, Vol. C12. P. 3490–3497. DOI: 10.1039/D4TC00023D

**Поступила 23 сентября 2024 г.**

## NEW OXYFLUORIDE PIEZOMATERIALS FOR HIGH TEMPERATURE FLAW DETECTION SENSORS

NESTEROV A. A., PANICH A. E.

Southern Federal University

doi: 10.25210/jfop-2403-PMTCGV | edn: PMTCGV

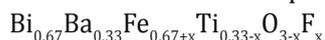
Various methods of non-destructive testing are used to determine the degree of degradation of objects (nodes, devices, systems) operating at elevated temperatures are used. One of the most effective methods is ultrasonic flaw detection, which is based on piezoceramic materials that maintain the stability of parameters when the temperature of the controlled object changes over a wide range. The purpose of this work was to develop new piezoceramic materials of the oxifluoride type, manufactured based on phases of the BiFeO<sub>3</sub> — BaTiO<sub>3</sub> — BaFeO<sub>2</sub>F system, which can maintain high piezo parameters for a long time ( $d_{33} \approx 150$  pC/N) at temperatures up to 330 °C. The technology includes a) a low-temperature method for the synthesis of ultrafine powders (UFP) of phases of the composition Bi<sub>0.67</sub>B<sub>0.33</sub>Fe<sub>0.67</sub>+xTi<sub>0.33-x</sub>O<sub>3-x</sub>F<sub>x</sub> (0<x≤0.1); b) technological parameters of sintering of press preparations made from UFP of target phases; c) conditions of polarization of samples of target piezoceramics. It is shown that the use of a new method for the synthesis of UFP base phases allows not only to reduce the temperature of their formation, but also the sintering temperature of press preparations made from these powders, as well as to increase the reproducibility of the electrophysical properties of target piezoceramic samples.

The purpose of this work is to develop the technology of PCM having a  $T_w = 280\text{--}330\text{ }^\circ\text{C}$ , which (under standard conditions) are characterized by the value of the longitudinal piezo module  $d_{33} \approx 120\text{ pC/N}$ , and in their operation at higher temperatures, the values of  $d_{33}$  reach  $150\text{ pC/N}$ .

Synthesis of UFP ferroelectric phases of the composition  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_{3-x}\text{F}_x$  ( $0 < x \leq 0.1$ ) was carried out in the ReadyTM reactor. The precursors were nitrate solutions of complex compounds Ti(IV), nitrates Fe(III), Bi(III) and Ba, as well as ammonium bifluoride. At the first stage of synthesis, a nitrate solution of Ti(IV) complex compounds of known concentration is introduced: a) the calculated volume of an aqueous solution of Fe(III) nitrate; b) the calculated mass of ammonium bifluoride. After mixing the precursors into the primary solution in small portions (with intensive stirring and forced cooling), a 10% ammonia solution was added. As a result, the pH of the solution increased to 5, which caused the formation of heteropolymer mixed  $\alpha$ -forms of titanium (IV) and Fe(III) hydroxides, in which  $\text{F}^-$  ions are present as ligands (in addition to  $\text{H}_2\text{O}$  and OH groups). Upon completion of the formation of the hydroxide gel, solutions of Bi(III) and barium nitrates were introduced into the reactor. The resulting suspension was stirred for 1 hour, which led to its delamination. The intermediate product of the reaction (Fig. 2a) was separated from the mother liquor by centrifugation and decantation, and then dried at  $T = 90\text{--}95\text{ }^\circ\text{C}$  for 1.5 hours (Fig.1). The formed amorphous powder was calcined at a temperature of  $500\text{--}550\text{ }^\circ\text{C}$  (the mode of thermal destruction of the amorphous phase was determined according to DTA — TGA: Diamond derivatograph T6/DTA).

The synthesis products were studied by X-ray diffraction (ARL X'TRA diffractometer, Cu-Ka1 radiation, Ni $\beta$  filter). The parameters of the tetragonal elementary cells were calculated from reflections (220) and (202). The shape and volume of particles of the synthesized charge powders were determined by atomic force (Solver Pro-M, NT-MDT) and scanning electron (JSM-6390LA) microscopy.

According to XRF data, the substitution of  $\text{O}^{2-}$  ions for  $\text{F}^-$  ions in phases of the composition



(which caused a simultaneous decrease in the molar fraction of Ti4+ ions), up to  $x < 0.06$ , has a slight effect on both the phase composition of the system (which is also for phases



is represented by pseudocubic and rhombohedral phases [4, 5]), and by the parameters of the elementary cells of the basic ferroelectric phases. However, a further increase in the molar fraction of the  $\text{F}^-$  ion in the system leads to a rapid decrease in the rhombohedral phase in it. This, as will be shown below, coincides with a significant change in the electrophysical properties of piezoceramic materials, expressed in a decrease in the values of the piezoelectric constants of the samples with small changes in their dielectric constant (Table 1).

**Table 1.** Electrophysical values of the composition  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_{3-x}\text{F}_x$

| x    | $d_{33}$ , pC/N | $d_{31}$ , pC/N | tg $\delta$ , % | $T_r$ , $^\circ\text{C}$ |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------------|
| 0.04 | 91              | 42              | 5.8             | 531                      |
| 0.05 | 106             | 40              | 2.6             | 524                      |
| 0.06 | 123             | 34              | 0.94            | 515                      |
| 0.07 | 101             | 28              | 2.9             | 503                      |
| 0.08 | 74              | 19              | 4.6             | 478                      |

In the course of this work: a) a low-temperature technology for manufacturing UDP phases of the  $\text{BiFeO}_3$  —  $\text{BaTiO}_3$  —  $\text{BaFeO}_2\text{F}$  system, composition  $\text{Bi}_{0.67}\text{Ba}_{0.33}\text{Fe}_{0.67+x}\text{Ti}_{0.33-x}\text{O}_{3-x}\text{F}_x$  ( $0 < x \leq 0.1$ ) was developed; b) a step-by-step technology for sintering PCM samples formed based on the phases of the specified composition. This made it possible to produce piezoceramic samples having an operating temperature of  $280\text{--}330\text{ }^\circ\text{C}$ , the values of the longitudinal piezoelectric constant  $d_{33}$  of which (at c.o.) are  $\approx 120\text{ pC/N}$ . The introduction of the basic phases of F-ions into the UFP: a) contributed to the stabilization of their domain structure; b) led to a decrease in the value of tg $\delta$  PCM (due to a decrease in the Maxwell-Wagner effect) to  $\approx 1\%$ , which, in turn, made it possible to increase the strength of the polarizing field, and, consequently, to achieve higher values of the piezoelectric constant of the target PCM samples. In turn, the use of low-temperature technologies for the synthesis of basic ferroelectric phases made it possible to form their UFP at temperatures of  $500\text{--}550\text{ }^\circ\text{C}$  (which is at least  $400\text{ }^\circ\text{C}$  lower than the method of solid-phase reactions. The use of UFP in the manufacture of press preparations lowered their sintering temperature (by  $100\text{--}150\text{ }^\circ\text{C}$ ), and the stepwise sintering method of ceramic samples not only shortened the process time, but also allowed the formation of samples whose grains have a diameter of less than  $3\text{ }\mu\text{m}$  (with a narrow volume range).

# РУБРИКИ ЖУРНАЛА

|   |  |
|---|--|
| <b>Обзоры</b><br>Reviews  | <b>Физические основы приборостроения для биологии и медицины</b><br>Physical Bases of Instrumentation for Biology and Medicine   |
| <b>Математическое моделирование физических процессов</b><br>Mathematical Modeling of Physical Processes   | <b>Методы высокоточных измерений и воспроизведения физических величин</b><br>Methods of High-Precision Measurements and Reproduction of Physical Values                      |
| <b>Приборы и методы быстропротекающих физических процессов</b><br>Devices and Methods of Fast-Proceeding Physical Processes                                   | <b>Приборы и методы экспериментальной физики</b><br>The devices and methods of experimental physics  |
| <b>Приборы и методы оценки погрешности физических величин</b><br>Devices and Methods of an Assessment of an Error of Physical Values                          | <b>Физические основы приборов и устройств</b><br>Physical Bases of Instruments and Devices   |
| <b>Приборы и методы физики и техники СВЧ диапазона</b><br>Microwave Range Devices and Methods of Physics and Techniques                                       | <b>Приборы и устройства</b><br>Instruments and Devices   |
| <b>Приборы и методы измерений в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах</b><br>Devices and Methods of Measurements in Millimeter and Submillimeter Ranges | <b>Оптические материалы и технологии</b><br>Optical Materials and Technologies   |
| <b>Лазерная физика и техника</b><br>Laser Physics and Technique   | <b>Спектральные методы и устройства</b><br>Spectral Methods and Devices  |
| <b>Приборы и методы дистанционного зондирования</b><br>Devices and Methods of Remote Sensing  | <b>Акустооптические и оптоакустические методы и устройства</b><br>Acousto-optic and Opto-Acoustic Methods and Devices  |
| <b>Радиолокационные средства и системы</b><br>Radars and Systems  | <b>Физика плазмы в приборостроении</b><br>Plasma Physics in Instrumentation  |
| <b>Физические основы приборов и устройств метрологии</b><br>Physical Bases of Metrology Instruments and Devices   | <b>Физика и техника плазмы</b><br>Physics and Technique of Plasma  |
| <b>Проблемы оптического приборостроения на основе метаматериалов</b><br>Problems of Optical Instrumentation on the Basis of Metamaterials                     | <b>Новые математические и физические методы</b><br>New Mathematical and Physical Methods   |
| <b>Проблемы обработки сигналов и изображений в акустооптике и радиофизике</b><br>Problems of Signal and Image Processing in Acousto-Optics and Radiophysics   | <b>R-функции, атомарные функции, вейвлеты, фракталы и хаос в физике и технике</b><br>R-functions, Atomic Functions, Wavelets, Fractals, and Chaos in Physics and Engineering |
| <b>Проблемы атомной науки и техники</b><br>Problems of Atomic Science and Technology  | <b>Электродинамика искусственных сред и структур</b><br>Electrodynamics of Artificial Materials and Structures   |
| <b>Информационно-измерительные системы</b><br>Information-Measuring System  | <b>Электродинамика низко и высокотемпературных сверхпроводящих структур</b><br>Electrodynamics of Low- and High-Temperature Superconducting Structures                       |
| <b>Методы радиолокационных и радиометрических измерений</b><br>Methods of Radar and Radiometric Measurements  | <b>Новости науки</b><br>Science News   |
| <b>Физические основы космического приборостроения</b><br>Physical Bases of Space Instrumentation  | <b>Краткие сообщения</b><br>Brief Communications   |
|   | <b>Памятные даты</b><br>Memorable Dates  |
|   | <b>Наши юбиляры</b><br>Our Hero of the Day   |
|   | <b>В помощь экспериментатору</b><br>To Help the Experimenter   |
|   | <b>Информация</b><br>Information   |



**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук**

**выполняет** фундаментальные, поисковые и прикладные исследования в области разработки приборов и систем измерения, анализа, управления и мониторинга, основанных на оптических и иных физических принципах, по следующим приоритетным направлениям:

- разработка научных приборов и систем для микроэлектроники, медицины, сельского хозяйства и двойного назначения;
- оптические, акустические и акустооптические технологии;
- оптическая спектрометрия видимого, УФ, ИК и ТГц диапазонов;
- лазеры и лазерные системы для научных исследований и технологий;
- исследование материалов и структур.

**соответствует** требованиям ГОСТ РВ 0015-002-2020, ГОСТ Р ИСО 9001-2015 (ISO 9001:2015).

**осуществляет** обучение в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации 03.06.01 – Физика и астрономия. Действует диссертационный совет (физико-математические и технические науки).

**организует** Международные конференции, выставки и семинары.

**Центр коллективного пользования и Уникальные научные установки** располагают современным научным оборудованием (<https://ntcup.ru/ckp-i-unu/>).

**Опытный участок выполняет токарную и фрезерную обработку материалов, в том числе ЧПУ.** Габариты изделий для токарной обработки: 250 мм, для фрезерной: 800x400x500 мм. Класс точности h6-h9, шероховатость до Ra 0,012. Резка заготовок, листовая гибка, полировки и финишная обработка изделий.

**Изготовление оптических элементов широкого назначения.** Обрабатываемые материалы: ZnSe, ZnS, CaF<sub>2</sub>, BaF<sub>2</sub>, MgF<sub>2</sub>, плавный кварц (КУ1, КВ, КИ) и др. Диапазон размеров от 4 до 500 мм. Класс чистоты Р (0-10; - V). Оптические покрытия (интерференционные фильтры, просветление).



117342, Москва, ул. Бутлерова, 15  
 тел.: +7 (495) 333-61-02  
 e-mail: np@ntcup.ru  
<https://ntcup.ru>  
[t.me/ntcup](https://t.me/ntcup)  
[vk.com/ntcupran](https://vk.com/ntcupran)

