УДК 355/359

doi: 10.53816/23061456_2024_11–12_92

МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НАХОЖДЕНИЯ БОЕВОГО ОХРАНЕНИЯ АВТОКОЛОННЫ В СОСТОЯНИЯХ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ С ДИВЕРСИОННО-РАЗВЕДЫВАТЕЛЬНОЙ ГРУППОЙ

A MODEL FOR DETERMINING THE PROBABILITIES OF FINDING COMBAT CONVOY GUARDS IN STATES OF COUNTERACTION WITH A SABOTAGE AND RECONNAISSANCE GROUP

Д-р техн. наук С.Н. Курков[1], д-р техн. наук Д.В. Искоркин[1], Д.В. Моргунов[2]

D.Sc. S.N. Kurkov, D.Sc. D.V. Iskorkin, D.V. Morgunov

[1]Пензенский артиллерийский инженерный институт (филиал) ВА МТО,
[2]Вольский военный институт материального обеспечения (филиал) ВА МТО

Предложена модель определения вероятностей нахождения боевого охранения (БО) в состояниях противодействия диверсионно-разведывательной группе (ДРГ) при ее нападении на автоколонну на основе использования марковского процесса с дискретным числом состояний и непрерывным временем. Получены уравнения связи для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ). Система уравнений решена численным методом Рунге — Кутта 4-го порядка точности в среде Mathcad. При условии стационарности процесса боевого противодействия БО автоколонны ДРГ и преобразования СОДУ получены аналитические зависимости по определению вероятностей нахождения БО в рассматриваемых состояниях в условиях противодействия противнику.

Ключевые слова: автоколонна, боевое охранение, диверсионно-разведывательная группа, система обыкновенных дифференциальных уравнений, математическое ожидание (МОЖ), среднеквадратическое отклонение (СКО).

A model for determining the probabilities of finding a combat guard (CG) in the states of countering a sabotage and reconnaissance group (SRG) during its attack on a convoy is proposed on the basis of using a Markov process with a discrete number of states and continuous time. The coupling equations for solving the system of ordinary differential equations (SODE) are obtained. The system of equations is solved by numerical Runge-Kutta method of the 4th order of accuracy in Mathcad environment. Under the condition of stationarity of the process of combat countermeasures against the BW of the SRG convoy and the transformation of the SODE, analytical dependencies for determining the probabilities of finding the CG in the considered states in the conditions of countermeasures against the enemy are obtained.

Keywords: convoy, combat guard, sabotage and reconnaissance group, system of ordinary differential equations, mathematical expectation (MOG), standard deviation (RMS), probability density of the transition from the *i*-th to the *j*-th state.

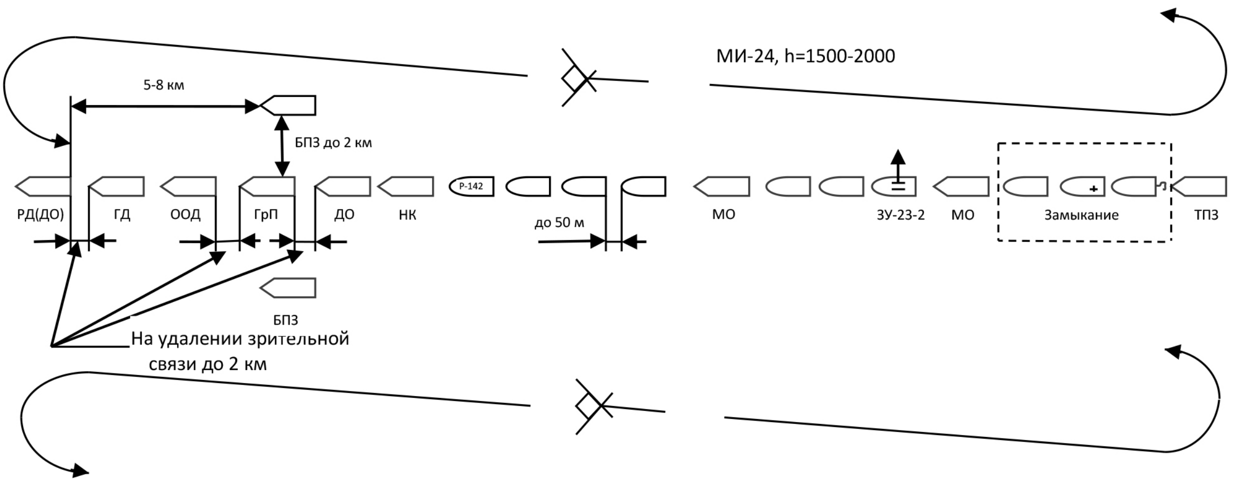


Рис. 1. Вариант схемы построения автомобильной колонны с приданными силами и средствами БО: РД (ДО) — разведывательный дозор (дозорное отделение) (ро или мсо); ГД — головной дозор (мсв); ООД — отряд обеспечения движения (исо); ГрП — группа поддержки (расчет миномета, отделение АГС, расчет ЗУ-23-2); НК — начальник колонны; МО — машина охранения (мсо); БПЗ — боковая походная застава (мсо); ТПЗ — тыльная походная застава (мсо)

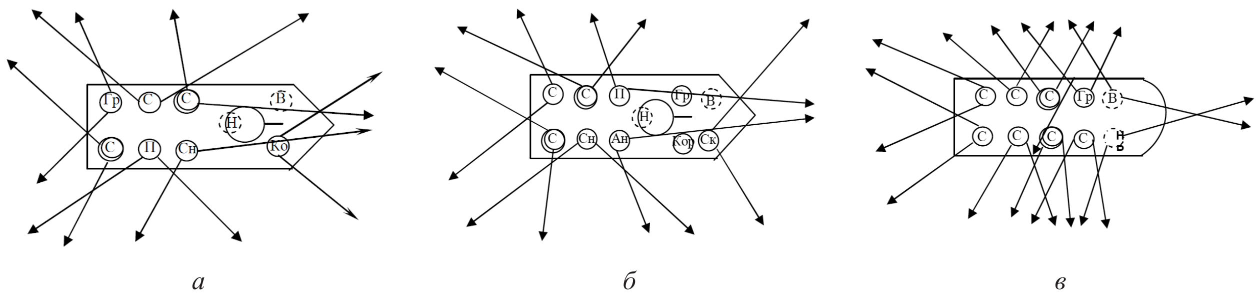
Доставка материально-технических средств (МТС) войскам в район ведения боевых действий может осуществляться автомобильными колоннами с боевым охранением (БО) от штатных мотострелковых подразделений, силы и средства которых распределяются по колонне из расчета (рис. 1) не менее одного БТР (БМП) на каждые десять автомобилей [1].

При совершении марша весь личный состав ведет непрерывное круговое наблюдение в указанных секторах (рис. 2) в готовности к спешиванию, занятию огневой позиции и отражению возможного нападения диверсионно-разведывательной группы (ДРГ). Штатные огневые средства БО распределены для ведения огня впереди движущейся колонны, влево, вправо и назад.

Задача дозорного отделения БО заключается в наблюдении за дорогой, прилегающей местностью с целью предотвращения внезапного нападения ДРГ на колонну, своевременного выявления ее засад, определения их состава, вооружения и возможного характера действий, а также выявления заминированных участков дорог и местности, поиска путей их обхода.

Задача определения вероятностей нахождения БО в состояниях противодействия с ДРГ противника при ее нападении на колонну является актуальной в условиях функционирования системы материально-технического обеспечения (СМТО) войск, участвующих в проведении специальной военной операции (СВО).

Решение этой задачи должно определяться в зависимости от характеристик функционирования системы открытого типа, состоящей из колонны с МТС, ее БО и нападающей ДРГ. Расчет вероятностей состояний рассматриваемой системы имеет и самостоятельное значение.



а *б* *в*

Рис. 2. Схема размещения личного состава и организация наблюдения: а — отделение (на БТР) подразделения охранения; б — на БТР старшего колонны; в — в грузовых автомобилях

Для формирования расчетной схемы и математической модели поставленной задачи будем считать, что функционирование БО по противодействию ДРГ представляет собой случайный процесс и включает следующие состояния:

– ведения стрельбы по ДРГ в течение некоторого случайного периода времени $t_с$;

– нахождения под обстрелом ДРГ противника продолжительностью $t_о$;

– нахождения в подавленном состоянии и восстановления боеспособности в течение времени $t_в = \tau$;

– ожидания выполнения очередной боевой задачи в течение времени $t_{ож}$;

– выдвижения к месту назначения по безопасному участку местности без противодействия противника в течение среднего времени $t_{дв}$.

Указанные состояния могут повторяться, образуя цикл функционирования исследуемой системы.

Примем допущение, что стрельба ДРГ по колонне и БО начинается через время t после ее обнаружения.

В принятых условиях возможны следующие состояния колонны с МТС и ее БО.

I. Колонна с МТС и ее БО обстреливается ДРГ. Это происходит при выполнении следующего условия

$$t_с > t_п + t_р,$$

где $t_р$ — время разведки противником колонны;

$t_п$ — время подготовки противником мероприятий по противодействию выдвижению колонны.

В принятых обозначениях время обстрела противником колонны с МТС и ее БО составит:

$$t_о = t_с - (t_п + t_р).$$

II. Колонна с МТС и ее БО не находится под обстрелом противника. Это возможно при следующих зависимых условиях:

$$t_с < t_п;$$
$$t_с < t_п + t_р.$$

Полная группа состояний элементов системы, состоящей из колонны с МТС и ее БО, включает:

1. Состояние S_1 — колонна с МТС и ее БО находятся в неразведанном состоянии. Из этого состояния рассматриваемая система может перейти либо в состояние S_2 при $t_с > t_р$, либо в состояние S_5 при $t_с \leq t_р$;

2. Состояние S_2 — колонна с МТС и ее БО разведаны противником, идет подготовка мероприятий по воспрещению их дальнейшего перемещения. В это состояние система переходит из состояния S_1, если $t_с > t_р$. Из этого состояния система может перейти либо в состояние S_3 при $t_с > t_п + t_р$, либо в состояние S_5 в противном случае, то есть при $t_с \leq t_п + t_р$;

3. Состояние S_3 — нахождение колонны с МТС и ее БО под огнем противника. В это состояние система переходит из состояния S_2 при $t_с > t_п + t_р$. Колонна с МТС и ее БО подвергается обстрелу в течение времени

$$t_о = t_с - (t_п + t_р).$$

Если при этом $t_о > t_к$, то БО переходит в подавленное состояние S_4. В противном случае при $t_о < t_к$ система переходит в состояние S_5;

4. Состояние S_4 — колонна с МТС и ее БО подавлены на некоторое время $t_в = \tau$, если $t_о > t_к$. Из данного состояния через среднее время $t_в = \tau$ система переходит в состояние S_5.

5. Состояние S_5 — колонна с МТО и ее БО боеспособны и осуществляют подготовку к выполнению следующей задачи. В это состояние система может перейти из всех перечисленных состояний при указанных в пунктах 1–4 условиях. Из состояния S_5 система может перейти только в состояние S_1.

Перечисленные состояния БО автоколонны на марше при нападении ДРГ иллюстрирует размеченный граф состояний, приведенный на рис. 3.

Боевое охранение функционирует не изолированно, а внутри рассматриваемой системы, являясь, наряду с другими такими же подразделениями, ее элементом. Взаимодействие элементов в ходе боевых действий между собой и с ДРГ позволяет, выделив из массы подразделений определенным образом одно из них, рассматривать процесс его функционирования как случайный. Поскольку в таких условиях времена обнаружения, подготовки, ведения стрельбы, движения и ожидания являются случайными, то событие на-

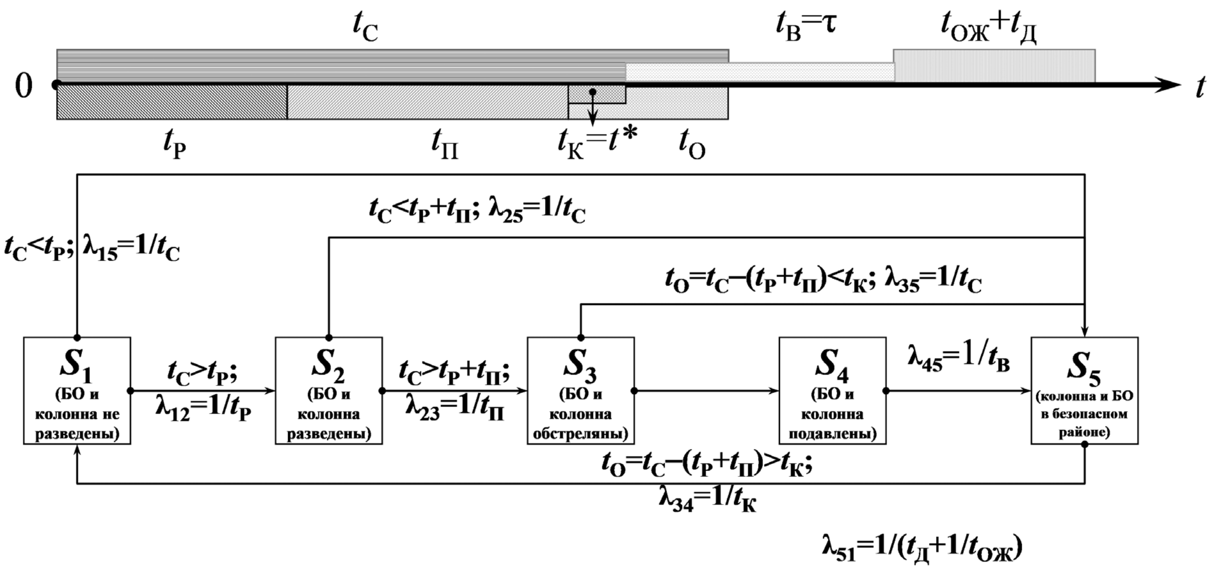


Рис. 3. Граф состояний колонны с МТС на марше и ее БО при нападении ДРГ

хождения БО в каждом из состояний носит вероятностный характер. При этом потоки событий, переводящие БО из одного состояния в другое, могут быть приняты простейшими, то есть законы распределения всех времен цикла функционирования являются показательными [6].

Рассматривая исследуемый процесс как непрерывный марковский, для определения вероятностей указанных состояний могут быть использованы уравнения Колмогорова А.Н. [2, 4] вида

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dP_1}{dt} = -\left(\lambda_{12}+\lambda_{15}\right)P_1 + \lambda_{51}P_5;\\
&\frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12}P_1 - \left(\lambda_{23}+\lambda_{25}\right)P_2;\\
&\frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23}P_2 - \left(\lambda_{34}+\lambda_{35}\right)P_3;\\
&\frac{dP_4}{dt} = \lambda_{34}P_3 - \lambda_{45}P_4;\\
&\frac{dP_5}{dt} = \lambda_{15}P_1 + \lambda_{25}P_2 + \lambda_{35}P_3 + \lambda_{45}P_4 - \lambda_{51}P_5;\\
&\sum_{i=1}^{5} P_i = 1, \text{ при } t=1;\ P_1=1;\ i=1,2,3,5
\end{aligned}\right\}, \quad (1)$$

где P_i — вероятность нахождения БО в i-м состоянии;

λ_{ij} — плотность вероятности перехода БО из i-го в j-е состояние.

В свою очередь, плотность вероятности перехода БО из i-го в j-е состояние находится по формуле

$$\lambda_{ij} = \tilde{\lambda}_{ij} p_{ij}\,, \quad (2)$$

где $\tilde{\lambda}_{ij}$ — интенсивность перехода БО из i-го в j-е состояние соответственно;

p_{ij} — вероятность перехода БО из i-го в j-е состояние соответственно.

Учитывая взаимосвязь состояний БО и допущение о показательных законах распределения составляющих времени цикла функционирования системы [3], определим величины $\tilde{\lambda}_{ij}$ — интенсивности перехода БО из i-го в j-е состояние соответственно, а именно:

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{\lambda}_{12} = \frac{1}{\bar{t}_р};\ \tilde{\lambda}_{25} = \frac{1}{\bar{t}_с};\quad \tilde{\lambda}_{23} = \frac{1}{\bar{t}_п};\quad \tilde{\lambda}_{35} = \frac{1}{\bar{t}_о};\\
&\tilde{\lambda}_{34} = \frac{1}{\bar{t}_к};\ \tilde{\lambda}_{45} = \frac{1}{\bar{t}_в};\quad \tilde{\lambda}_{51} = \frac{1}{\bar{t}_д + \bar{t}_{ож}}
\end{aligned}\right\}. \quad (3)$$

В формулах (3) черта над переменными означает математическое ожидание (МОЖ) соответствующих случайных величин (СВ):

$\bar{t}_р$ — МОЖ времени разведки противником колонны с МТС и ее БО;

$\bar{t}_п$ — МОЖ времени подготовки противника к мероприятиям воспрещения дальнейшего выдвижения колонны с МТС и ее БО;

$\bar{t}_с$ — МОЖ времени стрельбы БО;

$\bar{t}_о$ — МОЖ времени нахождения колонны с МТС и ее БО под обстрелом ДРГ;

$\bar{t}_к$ — МОЖ времени, после которого колонна с МТС и ее БО становятся не боеготовыми;

$\overline{t}_{\text{в}} = \overline{\tau}$ — МОЖ времени восстановления боеготовности колонны с МТС и ее БО.

Вероятности перехода p_{ij} вычисляются аналитически. Например, для p_{12} имеем:

$$p_{12} = P\left(t_{\text{р}} < t_{\text{с}}\right) = \int_0^\infty f\left(t_{\text{с}}\right) F\left(t_{\text{р}} / t_{\text{с}}\right) dt_{\text{с}} = $$
$$= \int_0^\infty \frac{1}{\overline{t}_{\text{с}}} e^{-\frac{1}{\overline{t}_{\text{п}}} t_{\text{с}}} \left(1 - e^{-\frac{1}{\overline{t}_{\text{п}}} t_{\text{с}}}\right) dt_{\text{с}} = \frac{\overline{t}_{\text{с}}}{\overline{t}_{\text{р}} + \overline{t}_{\text{с}}}. \tag{4}$$

Учитывая, что $p_{15} = 1 - P\left(t_{\text{р}} \geq t_{\text{с}}\right)$, находим

$$p_{15} = 1 - P\left(t_{\text{р}} \geq t_{\text{с}}\right) = 1 - p_{12} = \frac{\overline{t}_{\text{р}}}{\overline{t}_{\text{р}} + \overline{t}_{\text{с}}}. \tag{5}$$

Аналогичным образом определяем вероятности других переходов:

$$\left.\begin{aligned} p_{23} &= P\left(t_{\text{р}} + t_{\text{п}} < t_{\text{с}}\right) = \frac{\overline{t}_{\text{с}}^2}{\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{р}}\right)\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{п}}\right)}; \\ p_{25} &= 1 - p_{23} = 1 - \frac{\overline{t}_{\text{с}}^2}{\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{р}}\right)\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{п}}\right)}; \\ p_{34} &= P\left(t_{\text{о}} < t_{\text{к}}\right) = 1 - \frac{\overline{t}_{\text{с}}^3}{\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{р}}\right)\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{п}}\right)\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{к}}\right)}; \\ p_{35} &= 1 - p_{34} = \frac{\overline{t}_{\text{с}}^3}{\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{р}}\right)\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{п}}\right)\left(\overline{t}_{\text{с}} + \overline{t}_{\text{к}}\right)}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Подставляя выражения (3), (4), (5) и (6) в зависимость (2), получим уравнения связи для решения системы уравнений (1), представляющую собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) [5, 6].

Заметим, что из-за однозначности переходов 3→4; 4→1 имеем

$$P_{45} = P_{51} = 1. \tag{7}$$

Начальные условия СОДУ (1) при $t = 0$ имеют вид: $P_1 = 1, P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0.$

Система уравнений (1) может быть решена численным методом, например, методом Рунге — Кутта 4-го порядка точности в среде Mathcad.

Результаты решения СОДУ (1) приведены на рис. 4.

Анализ полученных результатов показывает, что при противодействии ДРГ вероятности нахождения БО составят:

– вероятность нахождения автоколоннs с БО в неразведанном состоянии изменяется от 100 % до 20 %;

– вероятность обстрела автоколонны с БО более 30 %;

– вероятность нахождения БО автоколонны в подавленном состоянии не превышает 10 %;

– вероятность нахождения БО автоколонны в боеспособном состоянии и возможности осу-

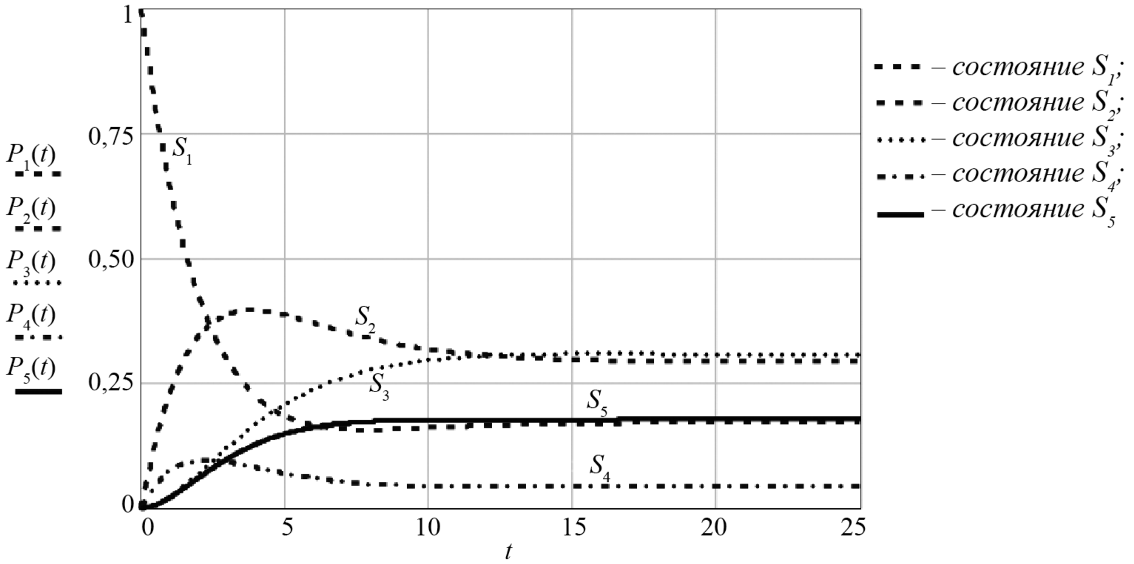


Рис. 4. Результаты решения СОДУ (1) численным методом

ществлять подготовку к выполнению следующей огневой задачи составляет только 20 %.

Исходя из этого, можно сделать вывод о возможности обеспечения сохранности автоколонны с МТС и доставки груза войскам в район ведения боевых действий.

Однако необходимо принять превентивные управленческие решения и провести организационно-технические мероприятия, направленные на повышение вероятности нахождения БО в боеспособном состоянии с возможностью осуществлять подготовку к выполнению следующей огневой задачи [7, 8].

Решим СОДУ (1) для стационарного режима ($P_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$). Тогда исходная система уравнений (1) будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{51}P_5 - (\lambda_{12} + \lambda_{15})P_1 = 0;\\
&\lambda_{12}P_1 - (\lambda_{23} + \lambda_{25})P_2 = 0;\\
&\lambda_{23}P_2 - (\lambda_{24} + \lambda_{35})P_3 = 0;\\
&\lambda_{34}P_3 - \lambda_{45}P_4 = 0;\\
&\lambda_{15}P_1 + \lambda_{25}P_2 + \lambda_{35}P_3 + \lambda_{45}P_4 - \lambda_{51}P_5 = 0;\\
&\sum_{i=1}^{5} P_i = 1.
\end{aligned}\right\}. \quad (8)$$

В результате ее решения получим аналитические зависимости по определению вероятностей нахождения БО автоколонны в условиях противодействия противника в рассматриваемых состояниях, имеющие вид:

$$\left.\begin{aligned}
&P_1 = \left\{\begin{aligned}&1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}}\left[1 + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34} + \lambda_{35}}\left(1 + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{45}}\right)\right]\\ &+ \frac{\lambda_{12} + \lambda_{01}}{\lambda_{51}}\end{aligned}\right\}^{-1};\\
&P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{12} + \lambda_{25}}P_1;\\
&P_3 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{12}}{(\lambda_{23} + \lambda_{25})(\lambda_{34} + \lambda_{35})}P_1;\\
&P_4 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}}{(\lambda_{23} + \lambda_{25})(\lambda_{34} + \lambda_{35})\lambda_{45}}P_1;\\
&P_5 = \frac{\lambda_{12} + \lambda_{15}}{\lambda_{51}}P_1.
\end{aligned}\right\}. \quad (9)$$

Таким образом, разработаны модели определения вероятностей нахождения БО в состояниях противодействия с ДРГ при ее нападении на автоколонну [9, 10].

Получены уравнения связи для решения СОДУ (1), которая может быть решена численным методом Рунге — Кутта 4-го порядка точности при следующих начальных условиях: $t = 0$, $P_1 = 1, P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0$.

Для стационарного режима ($P_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$) СОДУ (1) принимает вид (8) и позволяет получить аналитические выражения (9) для расчета вероятностей нахождения БО автоколонны в рассматриваемых состояниях.

Анализ полученных результатов показывает, что для успешного противодействия ДРГ необходимо принять управленческие решения и провести организационно-технические мероприятия, направленные на повышение вероятности нахождения БО в боеспособном состоянии и возможности осуществлять подготовку к выполнению огневых задач. Необходимо обеспечить воздушное прикрытие автоколонны от несанкционированного воздействия беспилотных летательных аппаратов.

Список источников

1. Батюшкин С.А. Общая тактика: батальон, рота: учебник. М.: КНОРУС, 2019. 416 с.

2. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972. 192 с.

3. Фендриков Н.М., Яковлев В.И. Методы расчета боевой эффективности вооружения. М.: Воениздат, 1971. 223 с.

4. Курков С.Н., Голованов О.А., Курков Д.С., Плющ А.А. Применение марковских случайных процессов в решении военно-технических задач: монография. Пенза: Изд-во ПГУ, 2018. 400 с.

5. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: Наука, 1980. 208 с.

6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 2000. 383 с.

7. Логвин А.М., Мнацаканов Ю.Н., Паршин Ж.П. Теория вероятностей в применении к артиллерийской инженерной практике. Сборник задач. Ч. II. Пенза: ВАИУ, 1986. 95 с.

8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник. 9-е изд. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 576 с.

9. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учебное

пособие. 3-е изд. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 464 с.

10. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие. 5-е изд. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 440 с.

References

1. Batyushkin S.A. General tactics: battalion, company: textbook. Moscow: KNORUS, 2019. 416 p.

2. Wentzel E.C. Operations research. M.: «Soviet Radio», 1972. 192 p.

3. Fendrikov N.M., Yakovlev V.I. Methods of calculating the combat effectiveness of weapons. M.: Voenizdat, 1971. 223 p.

4. Kurkov S.N., Golovanov O.A., Kurkov D.S., Plyushch A.A. Application of Markov random processes in solving military-technical problems: monograph. Penza: Publishing House of PSU, 2018. 400 p.

5. Wentzel E.S. Operations research. Tasks, principles, methodology. M.: Nauka, 1980. 208 p.

6. Wentzel E.S., Ovcharov L.A. Theory of random processes and its engineering applications. M.: Higher School, 2000. 383 p.

7. Logvin A.M., Mnatsakanov Yu.N., Parshin J.P. Probability theory as applied to artillery engineering practice. Collection of problems. Part II.: Penza: VAI, 1986. 95 p.

8. Wentzel E.S. Probability theory. Textbook. 9th ed. Moscow: Publishing center «Academy», 2003. 576 p.

9. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. Probability Theory and Its Engineering Applications. Study Guide. 3rd ed. M.: Publishing Center «Academy», 2003. 464 p.

10. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. Problems and exercises in probability theory. Study guide. 5th ed. M.: Publishing center «Academy», 2004. 440 p.