Научно-педагогическое обозрение. 2022. Вып. 2 (42). С. 32–39
Pedagogical Review. 2022, vol. 2 (42), pp. 32–39

Научная статья
УДК 371.31, 519.83
https://doi.org/10.23951/2307-6127-2022-2-32-39

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИГР С ПРИРОДОЙ ДЛЯ ВЫБОРА СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ

Григорий Давыдович Гефан

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия, grigef@rambler.ru

Аннотация

Рассматривается проблема выбора преподавателем стратегии обучения в зависимости от неоднородного контингента студентов. Предполагается, что возможно использование одной из стратегий пассивного, активного или интерактивного обучения. Выбор наилучшей стратегии обучения зависит от состава студентов. Модель образовательного процесса математически формализуется в терминах теории игр с природой. Вводятся четыре категории обучающихся, соотносимые с различными стратегиями (состояниями) «природы». Студенты могут быть охарактеризованы не только наличием способностей, но и уровнем мотивации, причем вероятностное распределение студентов по этим характеристикам может быть известным (стохастическая неопределенность) или неизвестным. Для расчетов использовалась одна и та же матрица игры, но с разными предположениями о распределении студентов по типам и с разными критериями принятия решения.

Использование изложенных подходов в практике обучения позволяет добиться более высокой эффективности образовательного процесса.

Ключевые слова: *методы обучения, игры с природой, матрица игры, стохастическая неопределенность, критерии принятия решения*

Для цитирования: Гефан Г. Д. Применение теории игр с природой для выбора стратегии обучения // Научно-педагогическое обозрение (Pedagogical Review). 2022. Вып. 2 (62). С. 32–39. https://doi.org/10.23951/2307-6127-2022-2-32-39

Original article

APPLICATION OF GAME THEORY AGAINST NATURE TO CHOOSE A LEARNING STRATEGY

Grigoriy D. Gefan

Irkutsk State Railway University, Irkutsk, Russian Federation, grigef@rambler.ru

Abstract

The problem of choosing a teaching strategy depending on a heterogeneous contingent of students is considered. It is assumed that one of the following strategies can be used: passive, active or interactive learning. The listed strategies can be combined for a specific group of students, but they cannot be applied individually to each individual student. It is necessary to choose the optimal strategy for a specific contingent of students in order to achieve the best learning outcomes. The model of the educational process is mathematically formalized in terms of theory of game against nature. Four categories of students are introduced, correlated with different strategies (states) of «nature». Students can be characterized not only by the presence of abilities, but also by the level of motivation, and the probabilistic distribution of students by these characteristics can be known (stochastic uncertainty) or unknown. In the conditions of stochastic uncertainty, the criteria for choosing the optimal strategy can be the criteria of the maximum average gain or the minimum average risk. Decision-making in the absence of information about the probability distribution of strategies of nature can be based on the criteria of Wald, Savage, Hurwitz. The same game matrix was used for the calculations, but with different assumptions about the distribution of students by type and with different decision-making criteria.

The described approaches allow us to take the choice of a learning strategy with greater responsibility for its results. Practice shows the positive impact of such an analysis on the effectiveness of training.

Keywords: *teaching methods, games with nature, game matrix, stochastic uncertainty, decision-making criteria*

For citation: Gefan G. D. Application of game theory against nature to choose a learning strategy [Primeneniye teorii igr s prirodoy dlya vybora strategii obucheniya]. *Nauchno-pedagogicheskoye obozreniye – Pedagogical Review*, 2022, vol. 2 (62), pp. 32–39. https://doi. org/10.23951/2307-6127-2022-2-32-39

Организуя образовательный процесс, преподаватель всегда сталкивается с проблемой оптимального выбора методов и технологий обучения, подразумевающего, что взаимодействие с конкретным контингентом обучающихся будет наиболее эффективным [1–3]. Поскольку в настоящей работе используется теория игр, где применяется термин «стратегия игрока», в дальнейшем методы обучения будут называться стратегиями.

Стратегия пассивного обучения A_1 характеризуется жестким управлением со стороны преподавателя течением занятий. В частности, при объяснительно-иллюстративной форме обучения знания предлагаются в виде готовой информации. Эту информацию необходимо усвоить и впоследствии научиться правильно применять. Такая форма до сих пор считается традиционным, классическим способом построения вузовских лекций. При инструктивно-репродуктивном обучении деятельность обучающихся состоит в воспроизведении определенных действий при предъявлении типовых заданий. Цель – формирование навыков и умений. Эта форма обучения традиционно применяется на большинстве практических и лабораторных занятий по физико-математическим дисциплинам. Пассивный метод до сих пор сохраняет существенные преимущества, поскольку обеспечивает (при достаточной квалификации преподавателя) высокую скорость передачи учебной информации студентам. Его недостатком является слабое эмоциональное воздействие на молодую аудиторию, уже знакомую с информационно-коммуникационными технологиями и успевшую привыкнуть к более современным формам подачи материала.

Стратегия A_2 – активное обучение. При ее применении преподаватель стимулирует активность студентов, ставя перед ними проблемные ситуации, предлагая различные варианты принятия решений. При этом знания фактически генерируются в ходе диалога [4–9].

Стратегия A_3 – интерактивное обучение. В этом случае преподаватель разрабатывает сценарий совместной деятельности обучающихся по выполнению заданий, в ходе которой они получают новые знания. Наиболее популярные виды интерактивных занятий: деловые игры, кейс-метод, мозговой штурм, математические бои и др. [10–16].

Проблема состоит в том, что применять стратегии A_1, A_2, A_3 в зависимости от характеристик каждого отдельного студента для преподавателя просто физически невозможно. Однако можно попытаться выбрать наилучшую стратегию для некоторой группы (или потока) студентов с учетом их статистических характеристик. Цель работы – показать способы решения такой проблемы, пользуясь аппаратом теории игр с природой [17–19].

Основные понятия теории игр с природой

Если в игре двух игроков с конечным числом стратегий суммарный выигрыш равен нулю (игра с нулевой суммой), то каждой паре выбранных игроками стратегий соответствует некоторый выигрыш первого игрока (положительный или отрицательный) и равный ему по модулю, но взятый с противоположным знаком выигрыш второго игрока. В игре с природой один из игроков («природа») безразличен к результату игры. В качестве такого игрока могут выступать как действительно природные факторы (скажем, состояние погоды), так и различные ситуации, связанные с производственными или социальными факторами (например, аварии, пробки на дорогах и т. д.). Иначе говоря, этот игрок (в отличие от сознательного игрока) не выбирает своих стратегий – они, по сути дела, просто являются различными состояниями «природы».

Допустим, у сознательного игрока A имеются стратегии A_1, A_2, ..., A_m, а у природы – состояния (стратегии) $П_1$, $П_2$, ..., $П_m$. Пусть при стратегиях A_i и $П_j$ выигрыш игрока A равен a_{ij} ($i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$). Тогда игра может характеризоваться матрицей $A = \{a_{ij}\}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$. Анализ этой матрицы может выявить наличие стратегии, явно более выгодной, чем остальные. Даже если это не так, надо исключить явно невыгодные стратегии игрока A.

После упрощения матрицы игры обычно составляют матрицу рисков. Допустим, что по отношению к стратегии природы $П_j$ самым удачным результатом игрока A является выигрыш $\beta_j = \max_i a_j$.

Фактически же при применении стратегии A_i выигрыш окажется равным величине a_{ij}. Величина $r_{ij} = \beta_j - a_j$ называется риском игрока при использовании им стратегии A_i.

Поведение природы неопределенно, но в той или иной степени предсказуемо. Начнем со случая стохастической неопределенности. Это ситуация, когда нам известно, что стратегии природы $П_1$, …, $П_n$ реализуются с вероятностями p_1, …, p_n. Знание вероятностей стратегий природы позволяет нам выбрать стратегию игрока, основываясь на максимизации математического ожидания выигрыша (иначе говоря, среднего выигрыша). Оптимальной стратегией игрока признается та из стратегий, которая обеспечивает ему $\max_i \sum_{j=1}^{n} p_j a_j$.

В теории игр доказано, что к тому же результату будет приводить и другой критерий: минимальный средний риск $\min_i \sum_{j=1}^{n} p_j r_j$.

Конечно, такой подход, основанный, как правило, на оценивании вероятностей стратегий по статистическим данным, предполагает, что игра с природой повторяется не один и даже не несколько раз, а многократно, поскольку именно в таком случае средний выигрыш будет наибольшим.

Модель образовательного процесса в терминах теории игр с природой

Процесс обучения может быть математически формализован следующим образом. Методы (стратегии) обучения – это стратегии сознательного игрока (преподавателя) в игре с природой. Второй участник игры, т. е. «природа», это определенные свойства, характеризующие положение обучающегося на разных шкалах. Различные сочетания этих свойств мы условились называть стратегиями природы. По сути же это категории студентов. Вот как могут выглядеть эти стратегии при наличии двух шкал:

$П_1$ – студент способен к обучению и мотивирован;

$П_2$ – студент способен к обучению, но слабо мотивирован;

$П_3$ – малоспособный, но мотивированный студент;

$П_4$ – студент и малоспособен, и плохо мотивирован к обучению.

Важнейшим шагом в получении решения игры с природой является задание матрицы игры. В нашем случае в основе выбора матрицы игры может лежать феноменологический подход.

В табл. 1 приводится матрица игры с природой, выбранная для расчетов. Напомним: строки матрицы соответствуют стратегиям обучения, столбцы – описанным выше категориям студентов. На пересечениях строк и столбцов – условные баллы, оценивающие успешность освоения студентом данной дисциплины. Эти баллы мы вывели из собственного опыта использования различных стратегий.

Таблица 1

Матрица игры

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	5	3	3	2
A_2	5	4	2	2
A_3	4	3	4	3

Попробуем этот выбор качественно обосновать. Студенты категории $П_1$ (способные, мотивированные) добиваются максимальных оценок, когда преподаватель использует стратегии пассивного или активного обучения. Интерактивное обучение им подходит чуть меньше, особенно если группа студентов резко различается по способностям (самым способным приходится как бы «притормаживать»).

Студенты категории $П_2$ (способные, но с низкой мотивацией) добиваются хороших результатов при использовании преподавателем активного обучения. Такой метод пробуждает в них интерес к учебе. Их привлекает проблемный стиль изложения, атмосфера поиска, им нравится высказывать собственные идеи, а не повторять чужие.

Наоборот, малоспособные студенты (категории $П_3$ и $П_4$), даже если они мотивированы к учебе, неуютно чувствуют себя при активном обучении, требующем определенной нешаблонности мышления, и главное – умения генерировать новое знание, а не просто воспринимать информацию, исходящую от преподавателя. А вот интерактивное обучение вполне может оказаться для них самым подходящим, ибо в коллективе, во взаимодействии они многому научаются у более сильных товарищей. Более того, они иногда способны показать себя неплохими исполнителями и даже организаторами.

Матрица игры, которую мы видим в табл. 1, такова, что никакая стратегия обучения не является заведомо невыгодной – и потому матрица не может быть упрощена исключением какой-либо строки.

Принятие решений при наличии информации о распределении вероятностей по стратегиям природы (стохастическая неопределенность)

Допустим, что 80 % студентов являются «способными», остальные – «малоспособными», т. е. P(C) = 0,8, P(HC) = 0,2. Среди «способных» студентов половина являются «мотивированными»: P(M | C) = 0,5, P(HM | C) = 0,5 (это так называемые условные вероятности). Среди «малоспособных» студентов «мотивированных» только 40 %: P(M | HC) = 0,4, P(HM | HC) = 0,6.

По этим данным можно рассчитать распределение вероятностей стратегий природы:

$$p_1 = P(\text{П}_1) = P(\text{С}\cdot\text{М}) = P(\text{С})\ P(\text{М}|\text{С}) = 0{,}4\,,$$

$$p_2 = P(\text{П}_2) = P(\text{С}\cdot\text{НМ}) = P(\text{С})\ P(\text{НМ}|\text{С}) = 0{,}4\,,$$

$$p_3 = P(\text{П}_3) = P(\text{НС}\cdot\text{М}) = P(\text{НС})\ P(\text{М}|\text{НС}) = 0{,}08\,,$$

$$p_4 = P(\text{П}_4) = P(\text{НС}\cdot\text{НМ}) = P(\text{НС})\ P(\text{НМ}|\text{НС}) = 0{,}12\,.$$

Теперь рассчитаем математические ожидания выигрышей при использовании всех стратегий обучения:

$$M(A_i)=\sum_{j=1}^{4} p_j a_j\ ,\ i=1,2,3$$

Например, расчет среднего выигрыша при применении стратегии A_1 дает:

$$М\ (A_1) = 5 \cdot 0{,}4 + 3 \cdot 0{,}4 + 3 \cdot 0{,}08 + 2 \cdot 0{,}12 = 2{,}0 + 1{,}2 + 0{,}24 + 0{,}24 = 3{,}68.$$

Аналогично вычисляются средние выигрыши при использовании остальных стратегий: $M\ (A_2) = 4{,}0$, $M\ (A_3) = 3{,}48$.

Итак, при заданном нами распределении студентов по четырем введенным категория наиболее успешной (по критерию максимизации среднего результата обучения) будет стратегия A_2 – активное обучение.

К тому же результату можно прийти через критерий минимального среднего риска. Матрица рисков будет иметь вид табл. 2.

Таблица 2

Матрица рисков

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	0	1	1	1
A_2	0	0	2	1
A_3	1	1	0	0

Средние риски стратегий обучения $M_r(A_i)=\sum_{j=1}^{4} p_j r_j$ примут следующие значения: $M_r\ (A_1)$ = 0,60, $M_r\ (A_2)$ = 0,28, $M_r\ (A_3)$ = 0,80. Минимальный риск обеспечивается стратегией A_2.

Принятие решений в условиях отсутствия информации о распределении вероятностей стратегий природы

Итак, допустим, что распределение студентов по введенным выше четырем категориям нам неизвестно. Сформулировать подход, который был бы единственно правильным на все случаи жизни, в этой ситуации, пожалуй, невозможно. Рассмотрим наиболее известные критерии.

Максиминный критерий Вальда. Этот критерий является крайне пессимистическим, поскольку сориентирован на самую неблагоприятную для игрока *А* стратегию природы. Согласно принципу максимального гарантированного результата, следует выбрать стратегию, которая при самой неблагоприятной стратегии другого игрока позволит гарантировать как можно более высокий выигрыш. Следовательно, надо определить величину $\alpha=\max_i \alpha_i=\max_i\ \min_j a_j$ («максимин») и посмотреть, какой из стратегий игрока *А* он соответствует. Видим, что $\alpha=\max(2,2,3)=3$. Стратегия интерактивного обучения A_3 обеспечивает балл, характеризующий качество подготовки, не хуже 3. Стратегии A_1 и A_2 признаны худшими потому, что они *не исключают* более низкие выигрыши (2).

Критерий минимаксного риска Сэвиджа. Этот критерий близок по смыслу к критерию Вальда, но направлен не на максимизацию минимальных выигрышей, а на минимизацию максимальных рисков: $S=\min_i \max_j r_j$.

В нашем случае $S=\min(1,2,1)=1$, и, следовательно, нужно отдать предпочтение стратегиям A_1 и A_3. Стратегия A_2 (активное обучение) «забракована» из-за того, что содержит более крупный риск (2), который связан с категорией студентов $П_3$ («малоспособный к обучению, мотивированный»).

Критерий максимакса, напротив, основан на крайнем оптимизме. Выбирается стратегия, которая при удачном стечении обстоятельств способна дать наибольший выигрыш:

$$M=\max_i\ \max_j a_j.$$

В нашем случае $M = 5$, и этому соответствует выбор стратегий A_1 и A_2. «Максимальный оптимизм» состоит в предположении, что большое число студентов относится к типу $П_1$ («способный, мотивированный»).

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица. Подход предлагает для принятия решения найти своего рода компромисс между критериями максимакса и Вальда. Необходимо рассчитать величину

$$H = \max_i \left[\chi \min_j a_j + (1-\chi) \max_j a_j \right],$$

где χ – коэффициент пессимизма ($0 \leq \chi \geq 1$), и выбрать соответствующую строку в матрице игры. $\chi = 0$ соответствует критерию максимакса (максимальному оптимизму), $\chi = 1$ – критерию Вальда (максимальному пессимизму). Чем тяжелее ущерб от неудачного выбора оптимальной стратегии, чем неуместнее риск, тем ближе к 1 следует задавать χ .

Таблица 3

Для применения критерия Гурвица (пояснения в тексте)

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$\min_j a_j$	$\max_j a_j$
A_1	5	3	3	2	2	5
A_2	5	4	2	2	2	5
A_3	4	3	4	3	3	4

Зададим, например, $\chi = 0{,}75$ и вычислим значение той величины, которая в квадратных скобках в выражении для критерия Гурвица H присутствует в квадратных скобках (ниже будем обозначать ее символом [...]). Используем табл. 3. Для стратегий A_1 и A_2 расчет дает одинаковый результат: [...] = 0,75 · 2 + 0,25 · 5 = 2,75. Для стратегии A_3 вычисления приводят к более высокому значению: [...] = 0,75 · 3 + 0,25 · 4 = 3,25. Следовательно, оптимальной является стратегия A_3 (интерактивное обучение).

Таким образом, несмотря на то, что во всех случаях матрица игры была одинаковой, мы рассматривали разные типы исходной информации (случаи стохастической и полной неопределенности в распределении студентов по категориям). Кроме того, использовали разные критерии. Поэтому различие в результатах выбора оптимальной гипотезы столь сильное. В любом случае окончательное принятие решения о выборе метода (стратегии) обучения – прерогатива преподавателя.

Использование изложенных подходов в практике обучения позволяет добиться более высокой эффективности образовательного процесса.

Список литературы

1. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии. М.: Народное образование, 1998. 256 с.
2. Загвязинский В. И. Теория обучения: Современная интерпретация. М.: Академия, 2006. 192 с.
3. McManus D. The Two Paradigms of Education and the Peer Review of Teaching // Journal of Geoscience Education. 2001. Vol. 49, № 6. P. 423–434.
4. Silberman M. Active learning: 101 strategies to teach any subject. Boston: Allyn and Bacon Publ., 1996. 189 p.
5. Hmelo-Silver C. E. Problem-based learning: what and how do students learn? // Educational Psychology Review. 2004. Vol. 16, № 3. P. 235–266.
6. Зимина О. В. Проблемное обучение высшей математике в технических вузах // Математика в высшем образовании. 2006. № 4. С. 55–78.
7. Гефан Г. Д. Проблемное обучение математике студентов нематематических специальностей и направлений подготовки высшего образования // Математика в высшем образовании. 2015. № 13. С. 51–64.

8. Гефан Г. Д., Кузьмин О. В. Активное применение компьютерных технологий в преподавании вероятностно-статистических дисциплин в техническом вузе // Вестник Красноярского гос. пед. ун-та им. В. П. Астафьева. 2014. № 1 (27). С. 57–61.
9. Гефан Г. Д. Концепция теоретико-эмпирического дуализма в обучении математике // Высшее образование в России. 2020. Т. 29, № 4. С. 85–95.
10. Garris R., Ahlers R., Driskell J. E. Games, motivation, and learning: a research and practice model // Simulation Gaming. 2002. Vol. 33, № 4. P. 441–467.
11. Сахарова О. Н. Методика организации деловых игр по математике // Вестник высшей школы. 2008. № 7. С. 38–44.
12. Burguillo J. C. Using game theory and competition-based learning to stimulate student motivation and performance // Computers & Education. 2010. Vol. 55. P. 566–575.
13. Суханов М. Б. Деловые игры с математическим моделированием как средство формирования профессиональной компетентности студентов экономического профиля // Известия Российского гос. пед. ун-та. 2012. № 152. С. 195–202.
14. Cagiltay N., Ozcelik E., Ozcelik N. S. The effect of competition on learning in games // Computers & Education. 2015. Vol. 87. P. 35–41.
15. Гефан Г. Д. Обучение математической теории игр с применением игровых и компьютерных технологий // Вестник Московского городского пед. ун-та. Серия: Информатика и информатизация образования. 2017. № 2 (40). С. 26–33.
16. Гефан Г. Д. Математические бои как часть учебного процесса в вузе (на примере преподавания теории вероятностей) // Вестник Томского гос. пед. ун-та (TSPU Bulletin). 2015. Вып. 7 (160). С. 96–101.
17. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001. 208 с.
18. Papadimitriou C. H. Games against nature // Journal of Computer and System Sciences. 1985. Vol. 31. P. 288–301.
19. Гефан Г. Д. Элементы теории игр: учебное пособие. Иркутск: ИрГУПС, 2011. 55 с

References

1. Selevko G. K. *Sovremennye obrazovatel'nye tekhnologii* [Modern educational technologies]. Moscow, Narodnoye obrazovaniye Publ., 1998. 256 p. (in Russian).
2. Zagvyazinsky V. I. *Teoriya obucheniya: Sovremennaya interpretatsiya* [Teaching theory: Modern interpretation]. Moscow, Akademiya Publ., 2006. 192 p. (in Russian).
3. McManus D. The Two Paradigms of Education and the Peer Review of Teaching. *Journal of Geoscience Education*, 2001, vol. 49, no. 6, pp. 423–434.
4. Silberman M. *Active Learning: 101 Strategies to Teach Any Subject*. Boston: Allyn and Bacon Publ., 1996. 189 p.
5. Hmelo-Silver C. E. Problem-based Learning: What and How Do Students Learn? *Educational Psychology Review*, 2004, vol. 16, no. 3, pp. 235–266.
6. Zimina O. V. Problemnoye obucheniye vysshey matematike v tekhnicheskikh vuzakh [The Problem-Oriented Mathematical Education in Technical Universities]. *Matematika v vysshem obrazovanii – Mathematics in Higher Education*, 2006, no. 4, pp. 55–78 (in Russian).
7. Gefan G. D. Problemnoye obucheniye matematike studentov nematematicheskikh spetsial'nostey i napravleniy podgotovki vysshego obrazovaniya [The problem-oriented mathematical teaching to students of non-mathematical specialties and areas of preparation of higher education]. *Matematika v vysshem obrazovanii – Mathematics in Higher Education*, 2015, no. 13, pp. 51–64 (in Russian).
8. Gefan G. D., Kuzmin O. V. Aktivnoye primeneniye komp'yuternykh tekhnologiy v prepodavanii veroyatnostno-statisticheskikh distsiplin v tekhnicheskom vuze [Active Use of Computer Technology in Teaching Probabilistic and Statistical Disciplines in Technical University]. *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V. P. Astaf'eva – Bulletin of Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V. P. Astafyev*, 2014, no. 1 (27), pp. 57–61 (in Russian).
9. Gefan G. D. Kontseptsiya teoretiko-empiricheskogo dualizma v obuchenii matematike [The Concept of Theoretical-Empirical Dualism in Teaching Math]. *Vyssheye obrazovaniye v Rossii – Higher Education in Russia*, 2020, vol. 29, no. 4, pp. 85–95 (in Russian).
10. Garris R., Ahlers R., Driskell J. E. Games, Motivation, and Learning: a Research and Practice Model. *Simulation Gaming*, 2002, vol. 33, no. 4, pp. 441–467.

11. Sakharova O. N. Metodika organizatsii delovykh igr po matematike [Methodology for Organizing Business Games in Mathematics]. *Vestnik vysshey shkoly – Bulletin of Higher Education*, 2008, no. 7, pp. 38–44 (in Russian).
12. Burguillo J. C. Using Game Theory and Competition-based Learning to Stimulate Student Motivation and Performance. *Computers & Education*, 2010, vol. 55, pp. 566–575.
13. Sukhanov M. B. Delovye igry s matematicheskim modelirovaniem kak sredstvo formirovaniya professional'noy kompetentnosti studentov ekonomicheskogo profilya [Business Games with Mathematical Modelling as a Means for Development of Professional Competence of Economics Students]. *Izvestiya Rossiyskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – Proceedings of the Russian State Pedagogical University*, 2012, no. 152, pp. 195–202 (in Russian).
14. Cagiltay N., Ozcelik E., Ozcelik N. S. The Effect of Competition on Learning in Games. *Computers & Education*, 2015, vol. 87, pp. 35–41.
15. Gefan G. D. Obucheniye matematicheskoy teorii igr s primeneniyem igrovykh i komp'yuternykh tekhnologiy [Teaching the Mathematical Theory of Games with the Use of Game and Computer Technologies]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya: Informatika i informatizatsiya obrazovaniya – Bulletin of the Moscow City Pedagogical University. Series: Informatics and Informatization of Education*, 2017, no. 2 (40), pp. 26–33 (in Russian).
16. Gefan G. D. Matematicheskiye boi kak chast' uchebnogo protsessa v vuze (na primere prepodavaniya teorii veroyatnostej) [Mathematical fights as part of the educational process in the university (teaching of probability theory as example)]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – TSPU Bulletin*, 2015, vol. 7 (160), pp. 96–101 (in Russian).
17. Ventsel' E. S. *Issledovaniye operatsiy. Zadachi, printsipy, metodologiya* [Operations research. Objectives, principles, methodology]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 208 p. (in Russian).
18. Papadimitriou C. H. Games against nature. *Journal of Computer and System Sciences*, 1985, vol. 31, pp. 288–301.
19. Gefan G. D. *Elementy teorii igr: uchebnoye posobiye* [Elements of game theory: a tutorial]. Irkutsk, IrGUPS Publ., 2011. 55 p. (in Russian).

Информация об авторах

Гефан Г. Д., кандидат физико-математических наук, доцент, Иркутский государственный университет путей сообщения (ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия, 664074).

Information about the authors

Gefan G. D., Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor, Irkutsk State Railway University (ul. Chernyshevsky, 15, Irkutsk, Russian Federation, 664074).

Статья поступила в редакцию 24.01.2022; принята к публикации 01.03.2022

The article was submitted 24.01.2022; accepted for publication 01.03.2022