

УДК № 629.7:351.814.332  
DOI 10.51955/2312-1327\_2025\_3\_131

## ОБНАРУЖЕНИЕ КРИТИЧЕСКИ ВАЖНЫХ ЗВЕНЬЕВ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ МАРШРУТАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

Григорий Арменович Гаспарян,  
[orcid.org/0009-0007-3917-6256](http://orcid.org/0009-0007-3917-6256),  
аспирант  
Московский государственный технический  
университет гражданской авиации,  
Кронштадтский б-р, 20  
Москва, 125493, Россия  
[grigory.rw@gmail.com](mailto:grigory.rw@gmail.com)

**Аннотация.** В работе предложен усовершенствованный метод выявления критических рёбер в пространственно-временных маршрутных сетях на основе комплексного сетевого анализа. В отличие от ранее предложенных моделей, метод учитывает не только топологические характеристики маршрутов, но и их динамическую нестабильность через комбинированный вес, включающий среднюю скорость движения и её дисперсию. Дополнительно вводятся метрики нагрузки и устойчивости связности. Критические рёбра определяются автоматически через перколяционный анализ, без необходимости ручной настройки порогов. Для прогнозирования критичности используется градиентный бустинг, опирающийся на набор структурных и временных признаков. Предложенный подход обеспечивает более точное, воспроизводимое и адаптивное выявление уязвимых участков в сетях маршрутов и может быть применён в реальном времени для поддержки управления воздушным движением.

**Ключевые слова:** воздушный транспорт, сеть маршрутов ОВД, теория сложных сетей, пространственно-временная сеть, обнаружение критических звеньев, центральность сети, теория перколяции.

## DETECTION OF CRITICAL LINKS IN SPATIAL-TEMPORAL ROUTES BASED ON COMPLEX NETWORKS

Grigory A. Gasparyan,  
[orcid.org/0009-0007-3917-6256](http://orcid.org/0009-0007-3917-6256),  
postgraduate student  
Moscow State Technical University of Civil Aviation,  
20, Kronshtadtsky blvd  
Moscow, 125493, Russia  
[grigory.rw@gmail.com](mailto:grigory.rw@gmail.com)

**Abstract:** This paper presents an enhanced method for detecting critical edges in spatial-temporal route networks based on complex network analysis. Unlike previous models, the proposed approach accounts not only for the topological characteristics of routes but also for their dynamic variability through a composite weight that includes the average travel speed and its variance. Additional metrics, such as load centrality and robustness of connectivity, are introduced. Critical edges are automatically identified via percolation analysis, without the need for manual threshold adjustment. For criticality prediction, a gradient boosting model is employed, using a set of structural

and temporal features. The proposed approach ensures more accurate, reproducible, and adaptive identification of vulnerable segments in route networks and can be applied in real time to support air traffic management.

**Key words:** air transportation, airway network, complex networks theory, spatial-temporal network, critical link detection, network centrality, percolation theory.

## Введение

Современные сети маршрутов обслуживания воздушного движения (ОВД) представляют собой сложные динамические системы, функционирование которых критически зависит от стабильности и пропускной способности отдельных связей между узлами так называемых «ребер» графа. В условиях возрастающей плотности воздушного движения (ВД), особенно в загруженных районах, задачей первостепенной важности становится выявление таких «критических» связей («звеньев»), потеря которых может привести к нарушению целостности всей транспортной сети. Эффективная идентификация подобных связей позволяет не только обеспечить более устойчивое планирование движения, но и минимизировать риски перегрузок, задержек и сбоев в системе управления воздушным движением [Печенежский и др., 2023].

В работе [Kong et al., 2024] была предложена методология выявления критических звеньев в пространственно-временной модели маршрутной сети на основе концепций теории сложных сетей. Исследование опирается на два ключевых инструмента: метрику центральности по посредническому пути (edge betweenness) и перколяционный анализ связности сети. Предложенный подход позволил авторам продемонстрировать, как удаление отдельных ребер с наибольшим значением центральности приводит к разрушению крупнейшей компоненты связности графа маршрутов, тем самым указывая на их критическую роль в транспортной инфраструктуре.

Несмотря на важность полученных результатов, оригинальный метод страдает от ряда концептуальных и методологических ограничений. Прежде всего, предложенные метрики недостаточно чувствительны к реальным операционным условиям: они игнорируют динамические характеристики нагрузки, такие как колебания скорости, погодные условия, или непредсказуемые задержки. Кроме того, статическая природа весов ребер, основанная на усреднённой скорости движения в интервалах до 60 минут, приводит к потере информации о кратковременных перегрузках, которые могут быть критичны в ситуациях с высоким движением. Параметры, определяющие чувствительность метода (например, порог  $\delta$  и количество критических ребер  $K$ ), задаются эмпирически без строгого обоснования, что делает результаты уязвимыми к произвольному выбору этих значений.

Предлагаемая в данной работе модифицированная методика направлена на преодоление указанных ограничений и создание более устойчивой и операционно применимой системы анализа маршрутных сетей. Во-первых, вводится понятие динамического веса ребра, который учитывает не только среднюю скорость перемещения по маршруту, но и её нестабильность – через стандартное отклонение. Это позволяет более точно идентифицировать связи,

подверженные колебаниям нагрузки и потенциальной деградации. Во-вторых, метрики устойчивости сети, такие как потеря устойчивости и центральность по нагрузке, позволяют дополнить анализ традиционной центральностью, делая результат более комплексным и чувствительным к операционной значимости маршрутов [Air traffic complexity map..., 2022].

Особое внимание уделено автоматизации выбора параметров  $\delta$  и  $K$ : на основе анализа наибольшей связной компоненты (LCC) критический порог определяется через максимум второй производной, устранив необходимость в ручной калибровке. Наконец, метод обогащён средствами прогнозирования: с помощью градиентного бустинга (XGBoost) критичность рёбер может быть предсказана на основе совокупности признаков, включая динамические веса, загруженность, устойчивость и сезонные/временные факторы.

Цель предлагаемых нововведений заключается в повышении чувствительности и прогностической ценности модели выявления критических связей в маршрутной сети за счёт включения динамических и внешних факторов (скорость потока, вариативность, сезонность, погода), автоматической калибровки порогов разрушения и внедрения методов машинного обучения. Новизна подхода заключается в интеграции сетевых метрик с временными характеристиками и последующем прогнозировании критичности связей, что позволяет учитывать как топологическую, так и операционную устойчивость сети.

## **Материалы и методы**

Материалом для исследования послужили данные о структуре и динамике пространственно-временной маршрутной сети, а также модельные графы, сгенерированные на основе синтетических распределений параметров потока (средняя скорость, дисперсия, плотность рейсов). В качестве эмпирической базы использовались материалы статьи [Kong et al., 2024], дополненные авторской реконструкцией и расширением метрик.

В исследовании применялись методы анализа сложных сетей (network science), переколационного моделирования, центральностных измерений, а также алгоритмы машинного обучения (градиентный бустинг на деревьях решений XGBoost) для прогнозирования критических связей. Были использованы как теоретические (структурный и топологический анализ, нормализация и агрегация признаков), так и эмпирико-вычислительные методы, включая симуляционное моделирование, автоматическую параметризацию порогов устойчивости и построение прогнозных моделей на основе синтетических и временных данных.

## **Выявление критически важных звеньев с точки зрения теории сетей**

Сложные системы часто моделируются в виде графов, состоящих из множества узлов (вершин) и соединяющих их связей (рёбер). Рассмотрим граф  $G$ , формально представляемый  $G = \{V, E\}$ , где  $V$  – множество вершин, а  $E$  – множество рёбер, описывающих связи между ними. При этом общее количество узлов в графе обозначается как  $n = |V|$ , а число рёбер как  $m = |E|$ .

В случае реальных сетей, таких как маршрутные, узлы могут содержать пространственные данные, например, географические координаты. Такие графы принято называть пространственными сетями. Кроме того, существует класс сложных сетей, чья топология меняется с течением времени – такие структуры известны как временные сети. Подобная сеть может быть представлена как последовательность графов, т. е.  $G(t_i) = (V(t_i), E(t_i))$ , в которой  $G(t_i)$  соответствует состоянию сети в момент времени или на заданном временном интервале. Если сеть одновременно отражает пространственные и временные характеристики, она моделируется как пространственно-временная [Multi-objective network structure optimization..., 2019].

В рамках анализа сложных сетевых структур нередко возникает необходимость определить, какие рёбра или узлы играют ключевую роль в архитектуре сети. Для решения этой задачи применяются показатели центральности. В научной литературе представлено множество метрик центральности [Timescales of delay propagation..., 2022], которые в целом подразделяются на два основных класса: центральность узлов и центральность рёбер, причём последняя часто рассматривается как производное развитие первых.

В настоящем исследовании для идентификации критически важных связей в сети воздушных маршрутов используется метрика промежуточной центральности (СВ), которая, как показано в ряде работ [Эшмурадов и др., 2020], существенно влияет на устойчивость и надёжность сетевых структур. Для заданного графа  $G$  промежуточная центральность ребра  $e \in E$ :

$$C_E^B(e) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} \frac{p_{ij}(e)}{P_{ij}}, \quad (1)$$

в котором  $p_{ij}(e)$  – количество кратчайших маршрутов между вершинами  $i$  и  $j$ , которые содержат ребро  $e$ , а  $P_{ij}$  – представляет собой суммарное число возможных кратчайших маршрутов между данными вершинами.

На практике сложные сетевые структуры подвержены разнообразным возмущениям, способным привести к сбоям в работе отдельных компонентов и создать риски для функционирования всей системы. Для эффективного проектирования надёжных сетей и обеспечения их устойчивости в условиях внешнего воздействия необходимо проводить анализ поведения сети при нарушениях её целостности. Одним из признанных инструментов такого анализа является теория перколяции, зарекомендовавшая себя как действенный метод оценки устойчивости сложных сетей [Ren, 2021]. Рассмотрим ситуацию, при которой доля узлов или связей сети, равная  $1 - p$ , выходит из строя вследствие внешних либо внутренних факторов. Такие отказавшие элементы исключаются из сети, что может привести к её фрагментации – разбиению на несвязанные компоненты. В этом случае особое значение приобретает наибольшая связная компонента (LCC, Largest Connected Component), которая служит показателем остаточной целостности и работоспособности сети [National airspace sector occupancy..., 2000].

При значении  $p = 0$  сеть полностью разрушается, и LCC отсутствует, что соответствует сценарию полного отказа. Напротив, при  $p = 1$  сеть остаётся нетронутой, а её структура сохраняется. По мере увеличения значения  $p$  от 0 к 1 размер LCC также изменяется. В определённый момент может наблюдаться резкий переход – когда LCC стремительно сокращается, теряя связанность и фактически прекращая существование. Такое значение  $p$  обычно называется порогом перколяции и обозначается как  $p_c$ .

Вместо использования одной метрики, исходное исследование опирается на комбинированный анализ двух сетевых индикаторов – показателя центральности и параметров перколяции. Центральность позволяет количественно оценить значимость элементов сети, таких как связи и узлы: более высокие значения соответствуют маршрутам, по которым проходит большее число кратчайших траекторий. Теория перколяции, в свою очередь, применяется для анализа устойчивости структуры сети при отключении её компонентов, оценивая, насколько отказ определённого звена влияет на связность всей системы [Percolation transition..., 2015].

На этапе моделирования сети, на основе заданной сети маршрутов и данных о движении формируется взвешенная пространственно-временная сеть  $G = \{G^{t_0}, \dots, G^{t_i}, \dots\}$ , где  $G^{t_i}$  – это «снимок» взвешенной сети, соответствующий определённому временному интервалу  $t_i$ . Далее, для каждого момента  $G^{t_i}$  применяется показатель центральности и теория перколяции для определения критических звеньев. На завершающем этапе проводится сравнение результатов, полученных с помощью теории перколяции и центральности рёбер, и на основе этого формируется окончательный набор критических звеньев.

Взятый за основу метод определения критически важных звеньев включает три основных этапа: формирование пространственно-временной маршрутной сети, анализ уязвимых связей с применением сетевых показателей, а также интеграция результатов для выделения окончательного списка критических элементов [Dynamics of disruption..., 2021].

На первом этапе формируется пространственно-временная модель маршрутной сети на основе информации о ВД за различные временные интервалы. В качестве основы используются точки маршрутов (WP) и траектории рейсов, что позволяет учесть динамику изменений структуры сети ОВД во времени. Построенная сеть является взвешенной и отражает реальное функционирование маршрутов в различные периоды.

Следующий этап заключается в определении критических звеньев по сформированным сетям [UAV Trajectory and Communication Co-design..., 2020]. Для этого применяются два метода из теории сетей: анализ центральности рёбер и перколяционный подход. Для каждого временного слоя сети проводится оценка с использованием обеих методик, что позволяет зафиксировать потенциально уязвимые участки маршрутов. Поскольку результаты, полученные с использованием этих подходов, могут не совпадать, на заключительном этапе проводится их сопоставление и синтез для определения финального набора критически значимых звеньев в анализируемой сети.

Моделирование сети направлено на формирование адекватной пространственно-временной структуры, пригодной для анализа уязвимости. Этот процесс включает два подэтапа: восстановление конфигурации сети и присвоение весов связям на основе фактических данных о полётных траекториях. В данном исследовании в качестве веса для каждого звена используется нормализованное значение средней путевой скорости, рассчитанное по наблюдаемым траекториям. Такая метрика отражает степень загруженности и стабильности маршрута: чем выше скорость, тем меньше риски накопления задержек и тем выше способность сети к саморегуляции при перегрузках [Optimal schedule recovery..., 2021].

Стоит отметить, что в условиях возмущений, таких как перегрузка или нарушение штатного режима функционирования сети, основные меры управления потоками – векторение и изменение скорости – непосредственно воздействуют на скорость передвижения. Поэтому снижение скорости на конкретном участке может указывать на его высокую уязвимость. Для учёта этого эффекта скорость движения по каждому маршруту нормализуется относительно максимального значения, зафиксированного за сутки. Таким образом, более низкий вес звена соответствует ухудшению условий движения по нему [IATA..., 2018].

Для построения сети используется информация о траекториях рейсов: координаты точек маршрутов и временные метки положения ВС. На основе этих данных восстанавливается структура сети – точки маршрута принимаются за узлы, а связи между ними формируются по фактическим маршрутам полёта. Связь между двумя узлами считается существующей, если хотя бы один рейс проходит между соответствующими точками. Таким образом, вся топология маршрутной сети выводится непосредственно из наблюдаемых данных о ВД.

С использованием временных меток пролёта ВС через спутниковые точки становится возможным расчёт средней скорости  $s_{a,j}$  для рейса  $f_a$  на участке маршрута  $e_j$ . Данная скорость является отношением протяжённости участка  $L_j$  к фактическому времени полёта  $T_j$ , затраченному на его преодоление:

$$s_{a,j} = \frac{L_j}{T_j}. \quad (2)$$

Критические звенья маршрутной сети определяются для конкретного временного промежутка  $T_k$  (с началом в  $t_k^0$  и концом в  $t_k^1$ ). Искомый вес  $w_j$  для звена  $e_j$  представляет собой среднюю скорость всех рейсов на данном участке, нормализованную относительно соответствующего диапазона в течение интервала  $T_k$ , а не просто средняя скорость всех рейсов по данному участку. Это означает, что для рейса  $f_a$  учитывается только та часть  $l_{a,j}^k$  маршрута  $e_j$ , которая была пройдена в пределах  $T_k$ .

Поскольку из имеющихся данных невозможно точно установить, в какие моменты времени рейс  $f_a$  следовал по звену  $e_j$  в рамках промежутка  $T_k$ , для минимизации погрешности принимается допущение о равномерном

движении ВС на данном участке со средней скоростью  $s_{a,j}$ . Тогда, зная время входа  $t_{en}^{a,j}$  и выхода  $t_{ex}^{a,j}$  рейса  $f_a$ , можно определить длительность его полёта на участке  $e_j$  во временном интервале  $T_k$ :

$$T_{a,j}^k = \min\{t_{ex}^{a,j}, t_k^1\} - \max\{t_{en}^{a,j}, t_k^0\}. \quad (3)$$

Затем длина участка маршрута  $l_{a,j}^k$ , пройденного за  $T_k$ , может быть оценена как длина  $L_j$ , взвешенная по доле времени полёта интервале от  $T_{a,j}^k$  до  $T_k$ :

$$l_{a,j}^k = \frac{L_j \times T_{a,j}^k}{T_k}. \quad (4)$$

Средняя скорость  $s_j^k$  на участке  $e_j$  во временном интервале  $T_k$ : рассчитывается как отношение совокупного пройденного расстояния всеми рейсами к совокупности общих времён их полёта на участке  $e_j$ :

$$s_j^k = \frac{\sum_{a=1}^F l_{a,j}^k}{\sum_{a=1}^F T_{a,j}^k}. \quad (5)$$

Здесь  $F$  является совокупностью ВС, за временной промежуток  $T_k$  использовавших звено  $e_j$ .

Вес  $w_j$  по звену  $e_j$  в интервале  $T_k$  определяется как средняя скорость  $s_j^k$ , делённая на максимальную зафиксированную скорость  $s_{\max}^j$  для этого участка:

$$w_j = \frac{s_j^k}{s_{\max}^j}. \quad (6)$$

Таким образом, вес связи  $e_j$  находится в диапазоне от 0 до 1 и отражает степень уменьшения скорости на участке по сравнению с наилучшей ситуацией за день.

Для количественной оценки степени важности каждого звена в маршрутной сети применяются два подхода из области теории сетей. Первый основан на метрике центральности рёбер, второй – на принципах теории переколации.

Метрики центральности позволяют интуитивно и формально определить значимость элементов сети. В рамках данного исследования для анализа структуры маршрутной сети ОВД используется показатель промежуточной центральности рёбер. Эта метрика отражает, насколько часто конкретное звено участвует в кратчайших маршрутах между парами узлов, что делает её особенно релевантной для задач, связанных с маршрутизацией воздушного движения. Расчёт значений производится согласно формуле (1), принятой в литературе.

Звенья упорядочиваются по убыванию значений промежуточной центральности. Те из них, которые попадают в верхнюю часть ранжированного списка, рассматриваются как потенциально критические. В частности, для целей данного исследования фиксируется пороговое количество. При его чрезмерно

большом количестве список может включать избыточное число звеньев, не обладающих реальной критичностью, а при слишком малом – можно упустить значимые связи. Кроме того, это значение необходимо для сопоставления с результатами, полученными с помощью перколяционного анализа.

Второй подход – применение теории перколяции, которая давно зарекомендовала себя как эффективный инструмент анализа устойчивости и целостности сложных сетей, включая транспортные системы. Например, в работе [Нгуен и др., 2025] данный метод успешно применялся в том числе для выявления уязвимых элементов в воздушном пространстве Вьетнама. Теория перколяции основана на концепциях статистической физики и теории графов, и позволяет исследовать, как структура сети меняется под влиянием прогрессирующих отказов.

Ключевым понятием здесь является порог перколяции  $q_c$ , определяющий момент, когда сеть теряет связность, то есть, когда происходит резкий переход от состояния с единой связной компонентой к фрагментированной структуре. Это позволяет выявить подсистемы, жизненно важные для поддержания целостности сети.

### 1) Определение критического порога

Поскольку веса звеньев  $w_j$  интерпретируются как нормализованные средние скорости прохождения участков  $E_j$  маршрутов, более низкое значение указывает на ухудшение условий движения (например, из-за перегрузки или ограничений). Такие звенья можно считать «ослабленными». Их поочерёдное исключение из сети позволяет отследить, при каком уровне потерь сеть переходит от связного состояния к несвязанному. Этот момент и соответствует перколяционному порогу, демонстрируя критическую устойчивость системы.

Связь  $E_j$  можно классифицировать как функционирующую (1) или нефункционирующую (0) в зависимости от заданного порога  $q \in [0,1]$ . Это выражается следующим образом:

$$E_j = \begin{cases} 1, & w_j \geq q \\ 0, & w_j \leq q \end{cases}. \quad (7)$$

По мере роста параметра  $q_c$  в маршрутную сеть включаются лишь те связи, по которым воздушные суда движутся с относительно высокой скоростью. Напротив, звенья с пониженной скоростью исключаются из рассмотрения, в результате чего формируется так называемая функциональная сеть, отображающая характер движения при заданном уровне  $q_c$ .

По мере дальнейшего увеличения значения  $q_c$  структура исходной сети претерпевает постепенное разрушение – связи с недостаточной скоростью исключаются, а сеть распадается на отдельные фрагменты. При этом наблюдается закономерное сокращение размера наибольшей связной компоненты (LCC1), тогда как размер второй по величине компоненты (LCC2) достигает своего пика вблизи критического значения параметра – порога перколяции  $q_c$ . Именно эта точка соответствует фазовому переходу сети из связного состояния в фрагментированное. На рисунке 1 представлена динамика

изменения LCC1 и LCC2 в зависимости от  $q_c$ ; значения нормированы и отображаются в диапазоне от 0 до 1.

Порог  $q_c$  служит индикатором структурной устойчивости маршрутной сети и характеризует степень организованности воздушного движения в системе. Пока нормализованная скорость остаётся ниже этого порога, большинство маршрутов остаются доступными, и воздушные суда могут беспрепятственно перемещаться по основной части сети. Однако при превышении критического уровня  $q_c$  маршруты оказываются разрозненными и изолированными в небольших группах, что резко снижает связность всей системы.

Таким образом, значение  $q_c$  может рассматриваться как предельная нормализованная скорость, при которой воздушное движение остаётся глобально эффективным и связным. Этот параметр отражает общую степень согласованности и функционирования маршрутной сети в терминах теории сетей.

## 2) Идентификация критических связей

При достижении критического порога перколяции  $q_c$  маршрутная сеть сохраняет основную связную компоненту LCC1, тогда как вторая по размеру компонента LCC2 остаётся незначительной. Как видно из рисунка 1 (а), дальнейшее исключение связей из LCC1 приводит к её постепенному распаду на множество небольших кластеров. Это свидетельствует о том, что при  $q = q_c$  происходит фазовый переход сети от связного состояния к фрагментированному. В этот момент наблюдается рост LCC2, что отражает нарастание степени разрозненности структуры.

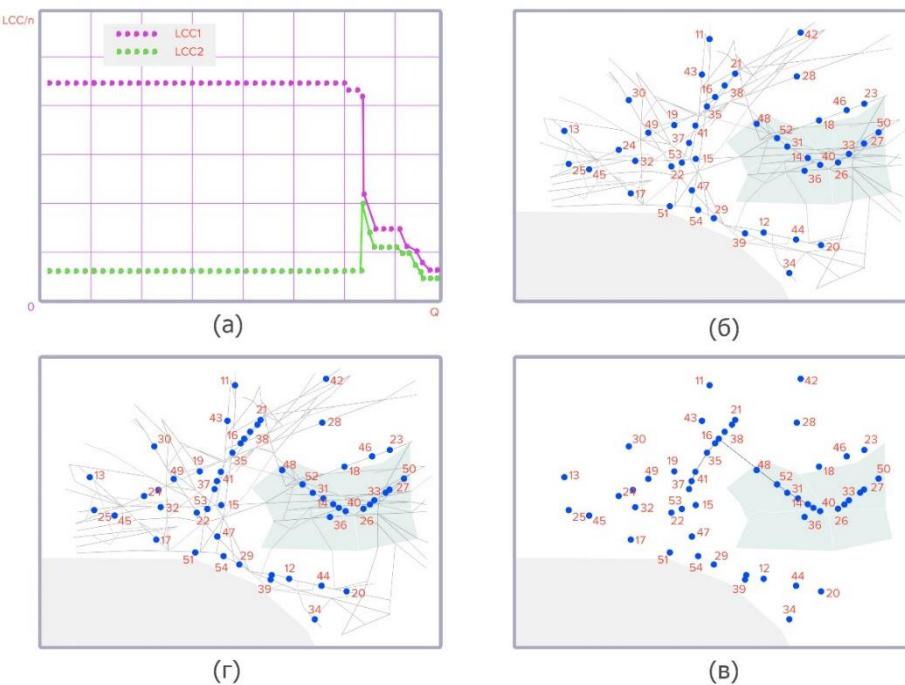


Рисунок 1 – Процесс перколяции в МВЗ

Рисунок 1 также иллюстрирует этот переход на примере маршрутной сети МВЗ. В верхней части показана конфигурация LCC1 при достижении порога  $q_c$  во взвешенной сети МВЗ. Нижняя часть демонстрирует последствия

превышения этого порога: в результате удаления определённых связей структура LCC1 распадается, и выделяются те звенья, удаление которых спровоцировало фрагментацию. Каждый узел на схеме соответствует точке маршрута, задействованной в сети.

На основании изложенного, процесс выявления критических звеньев с применением теории перколяции может быть формализован следующим образом:

$$E_c = \{e \in E \mid w_e < q_c + \delta\}, \quad (8)$$

где  $\delta$  – шаг изменения переменной  $q$  в диапазоне  $q \in [0,1]$ .

Для каждого временного среза  $G^{t_i}$  сформированной пространственно-временной сети существует два набора выявленных критических звеньев: один получен с использованием показателя центральности, а другой – с применением теории перколяции. Важно подчеркнуть, что метрика центральности рёбер позволяет идентифицировать те участки сети, которые функционируют как основные маршруты для кратчайших путей, выступая своеобразными опорными звеньями. В то же время, теория перколяции направлена на определение мостовых связей, отключение которых оказывает критическое влияние на связность и структурную устойчивость всей маршрутной сети.

Звенья, обнаруженные с помощью обеих методик – как по значениям центральности, так и на основании анализа перколяционного перехода – соответствуют определению критических звеньев, принятому в рамках данного исследования. Такие звенья одновременно обеспечивают прохождение кратчайших маршрутов ВС и поддерживают целостность структуры маршрутной сети при внешних воздействиях.

Таким образом, пересечение двух множеств звеньев рассматривается как окончательный набор критических звеньев  $E_c^{t_i}$  для временного среза  $G^{t_i}$ .

Критические звенья  $E_c^{t_i}$  определяются для каждого временного интервала  $t_i$ . Важно отметить, что они изменяются во времени в зависимости от текущей воздушной обстановки. Этот процесс позволяет динамически определять критические звенья в разные моменты времени.

Наблюдая за изменениями в составе критических звеньев, можно получить представление об их временном распределении. Кроме того, объединив множества  $E_c^{t_i}$  за весь временной горизонт, можно получить целостное представление о пространственном распределении критических звеньев в рамках всей сети маршрутов  $G$ .

## Дискуссия

Современные исследования в области выявления критических связей в транспортных сетях фокусируются на сочетании топологических моделей и динамических характеристик. В частности, [Tian et al., 2021] разработали метод каскадных отказов в городских дорожных сетях, анализируя влияние последовательных удалений ребер на связность и распространение перегрузок, что показывает важность учёта динамики отказов вне лишь статической

центральности. Этот подход наглядно демонстрирует, что уязвимость часто не связана напрямую с центральностью краевых ребер, а определяется их ролью в формировании каскадов [A network-based dynamic air traffic flow model..., 2017].

Перспективным развитием является интеграция анализа потока и топологии – [Takhtfiroozeh et al., 2021] представили метод, объединяющий структурные метрики (центральности, кость-состав) и атрибуты движения для обнаружения критичных звеньев. Такая гибридная методика показывает улучшенную чувствительность по сравнению с классическими подходами на основе только центральности. Показалось ключевым также использование распределённых и сегментированных моделей, а не лишь глобальных статистик.

Системный обзор [Mahabadi et al., 2021] подчеркнул необходимость учёта многослойной структуры инфраструктуры (мультисетей), где перколяционные подходы не учитывают взаимозависимости между слоями (например, транспорт и связь). Это прямо обосновывает необходимость внедрения топологических и логистических метрик различных типов для повышения устойчивости моделей.

Работы 2019-2024 гг. показывают переход к аналитическим методам в рамках классических транспортных задач. Например, [New centrality and causality..., 2019] использовали множественную линейную регрессию, демонстрируя, что структурные метрики (SC, BC, EC) достоверно коррелируют с изменением движения после атак на критичные связи. Параллельно в [Identification of critical links..., 2024] была предложена стохастическая модель надёжности, учитывающая корреляции между связями и оптимизирующая нахождение критичных участков без перебора сценариев

Наконец, в исследованиях [Kalpana et al., 2023] предлагаются шкальные индексы критичности, интегрирующие статические, динамические и топологические признаки, а также методы кластеризации зависимости от сценариев отказов и сезонных факторов. Эти работы подтверждают тенденцию к использованию машинного обучения и адаптивных методов для оценки устойчивости транспортных сетей [An optimization-simulation closed-loop..., 2021].

Несмотря на высокую вычислительную эффективность, рассмотренные методы обладают рядом ограничений. Во-первых, использование фиксированных порогов критичности рёбер делает модель чувствительной к структуре конкретной сети и снижает обобщающую способность. Во-вторых, агрегация весов маршрутов без учёта временной нестабильности (например, дисперсии скорости или плотности движения) приводит к потере важной динамической информации. Кроме того, методы не учитывают внешние факторы (погода, задержки), а анализ отказоустойчивости ограничен лишь статической топологией без прогнозистических механизмов. Это снижает применимость исходного подхода в условиях быстро меняющейся воздушной обстановки.

## Результаты

Оптимизируем метрику центральности по нагрузке. Она отражает относительное количество движения (ВС), проходящего через конкретное ребро (маршрут) по сравнению с общей нагрузкой сети. Некоторые маршруты могут не иметь высокой топологической центральности, но на них приходится большая доля общего движения. Удаление такого маршрута вызовет серьёзные операционные последствия, даже если он не «центральный» по классическим метрикам. Поэтому центральность по нагрузке показывает операционную важность.

$$c_j = \frac{F_j}{\sum_i F_i}, \quad (9)$$

где  $F_j$  – количество рейсов через ребро  $e_j$ .

Оптимизируем метрику потери устойчивости. Она оценивает, насколько сильно ухудшается связность всей сети, если удалить конкретное ребро. Чем сильнее разрушается наибольшая связная компонента, тем важнее это ребро. Метрика показывает, насколько сильно конкретное ребро «держит» сеть вместе. Даже если оно слабо нагружено, но его удаление фрагментирует граф – оно критично. Это структурно-устойчивостная метрика, противоположная по духу центральности по нагрузке, и вместе они дают полную картину:

$$R(e_j) = \frac{|LCC(G) - LCC(G \setminus \{e_j\})|}{|V|}, \quad (10)$$

где  $G$  – граф сети,  $G \setminus \{e_j\}$  – граф без ребра  $e_j$ ,  $LCC(\cdot)$  – размер наибольшей связной компоненты,  $|V|$  – общее число узлов в графе.

В предлагаемом оптимизированном подходе вес ребра учитывает как среднюю скорость, так и стандартное отклонение, а выявление критических рёбер производится через анализ устойчивости крупнейшей компоненты связности графа. Рассчитаем динамический вес: пусть  $e_j$  — конкретное ребро в сети маршрутов ОВД. В каждом временном слоте (например, 10 минут) мы фиксируем скорости перемещения ВС по ребру  $s_{j,1}, s_{j,2}, \dots, s_{j,n}$ . Тогда средняя скорость и её стандартное отклонение соответственно:

$$\mu_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_{j,i} \quad (11)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_{j,i} - \mu_j)^2}. \quad (12)$$

Максимальная скорость по всем рёбрам сети будет  $s^{\max} = \max_j \mu_j$ . Тогда вводится нормированный комбинированный вес:

$$w_j = \alpha \cdot \frac{\mu_j}{s^{\max}} + \beta \cdot \frac{\sigma_j}{s^{\max}}, \quad (13)$$

где  $\alpha + \beta = 1$ . Этот вес отражает как среднюю пропускную способность, так и чувствительность к нестабильности маршрута, что особенно важно при

различных погодных условиях на длине маршрута. Далее проводится перколяционный анализ и определение критического порога. Для определения критических рёбер вначале они сортируются по возрастанию веса  $w_j$ , далее постепенно удаляются  $q \in [0;1]$  долей слабейших рёбер, после каждого удаления оценивается LCC графа, наконец по второй производной кривой  $LCC(q)$  определяется порог разрушения  $q_c$ , соответствующий резкому обрыву связности сети.

Предлагаемый алгоритм выявления критических рёбер можно изложить следующим образом. Для каждого ребра  $e_j$  вычисляются  $\mu_j, \sigma_j, w_j$ , производится сортировка ребра по  $w_j$ , строится кривая  $LCC(q)$  по шагам  $\Delta q$ , вычисляется

вторая производная  $\frac{d^2LCC}{dq^2}$ , определяется  $q_c = \arg \max \frac{d^2LCC}{dq^2}$  и все рёбра, входящие в первые  $q_c \cdot |E|$  по весу  $w_j$ , маркируются как критические. Этот метод позволяет не только учитывать динамические свойства маршрутной сети, но и автоматизировать процесс выбора порогов без необходимости эмпирической настройки параметров  $\delta$  и  $K$  [Identifying critical links ..., 2023].

Для повышения объективности процесса выделения критических связей в маршрутной сети предлагается автоматическая настройка параметров  $\delta$  и  $K$ , основанная на анализе перколяционного разрушения сети.

С целью определения порога разрушения  $\delta$  рассмотрим последовательное удаление рёбер графа  $G = (V, E)$  в порядке возрастания их нормированного веса важности  $w_j$  – например, объединённой метрики на основе средней скорости и дисперсии потока. На каждом шаге вычисляется размер LCC:

$$S(q) = \frac{|LCC(G_q)|}{|V|} \quad (14)$$

где  $q \in [0;1]$  – доля удалённых рёбер,  $G_q \subseteq G$  – граф после удаления первых  $q|E|$  рёбер. Анализ производной от этой функции разрушения:

$$-\Delta S(q) = -\frac{ds}{dq} \quad (15)$$

позволяет определить критическую точку разрушения  $q_c$ , соответствующую максимальному снижению связности. Порог  $\delta$  автоматически определяется как ширина пика на полуысоте:

$$\delta = q_2 - q_1,$$

$$\text{где } \Delta S(q_1) = \Delta S(q_2) = \frac{1}{2} \max(-\Delta S(q)).$$

Для параметра  $K$ , отражающего временную устойчивость критичности, предлагается следующий принцип: ребро считается устойчиво критическим, если оно появляется в более чем  $K\%$  временных окон. Значение  $K$  может быть выбрано адаптивно по следующим критериям: (1) по распределению количества

появлений рёбер (например, медиана или нижний quartиль); (2) на основе устойчивости ранжирования рёбер между временными срезами (например, с использованием корреляции Спирмена); (3) либо установлен фиксированным значением, например,  $K = 50\%$ , что отражает минимальную статистическую значимость присутствия связи во времени.

Пусть  $T$  – общее количество временных слотов,  $a_j^{(t)} = 1$ , если ребро  $e_j$  существует в момент  $t$ , иначе = 0. Тогда доля присутствия:

$$\pi_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T a_j^{(t)}. \quad (16)$$

Ребро считается устойчивым, если  $\pi_j \geq K$ .

Например, при  $K = 0,5$  учитываются только рёбра, которые присутствовали более 50 % времени. Таким образом,  $K$  действует как фильтр шума: редкие или нестабильные связи не включаются в расчёт критичности, повышая надёжность результатов.

Заключительная задача оптимизации заключается в прогнозировании, будет ли конкретное ребро маршрутной сети критическим в будущем временном слоте, опираясь на данные о текущем и предыдущем состоянии сети. Это позволяет не только анализировать уже случившиеся перегрузки, но и заблаговременно выявлять угрозы стабильности сети. Это задача бинарной классификации:

$$y_j^{(t)} = \begin{cases} 1, & \text{если ребро } e_j \text{ критично в момент } t \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}. \quad (17)$$

Рёбра считаются критичными, если их вес  $w_j$  меньше критического порога  $q_c + \delta$ , и они входят в число лучших  $K$  по центральности (или другой ключевой метрике) в данном временном слоте, то есть:

$$y_j^{(t)} = \mathbb{I}[w_j^{(t)} < q_c + \delta \cap j \in \text{Top-K centrality}]. \quad (18)$$

Для каждого ребра  $e_j$  в слоте времени  $T_t$  формируется вектор признаков  $x_j^{(t)}$ , включающий динамические параметры, такие как  $w_j^{(t)}$  – комбинированный вес (учёт скорости и нестабильности),  $\mu_j^{(t)}$  и  $\sigma_j^{(t)}$  – средняя скорость и стандартное отклонение,  $c_j^{(t)}$  – центральность по нагрузке,  $r_j^{(t)}$  – потеря устойчивости, показатель центральности по посредническому пути; временные признаки, такие как  $t$  – индекс временного слота представляющий собой порядковый номер фиксированного интервала наблюдения (например, 5-, 10- или 15-минутного), используемый для упорядочивания и привязки данных к конкретному моменту времени в анализируемой временной последовательности,  $\sin/\cos$ -кодировки времени преобразование индекса временного слота  $t$  в пару значений  $\sin(2\pi t/P)$  и  $\cos(2\pi t/P)$  где  $P$  – период (например, количество слотов в сутках, такой подход позволяет учесть цикличность временных процессов и избежать разрыва между началом и концом периода (например, для учёта суточных циклов)), день недели, месяц, сезон (например, август = «высокое движение») и внешние признаки,

такие как индекс погодной сложности (грозы, струйные течения, осадки), средняя задержка по соседним узлам в текущем слоте, плотность движения в данном районе (тепловая карта). Тогда вектор признаков:

$$x_j^{(t)} = [w_j^{(t)}, \mu_j, \sigma_j, c_j, r_j, \text{centrality}, \text{time}, \text{weather}, \text{delays}, \dots]. \quad (19)$$

Финальным шагом является использование модели градиентного бустинга XGBoost, обученного на собранных статистических данных. После обучения она способна прогнозировать вероятность критичности:

$$\hat{y}_j^{(t+1)} = \text{model.predict\_proba}(x_j^{(t)}). \quad (20)$$

На выходе строится тепловая карта сети (пример на рисунке 2), в которой толщина рёбер отражает нагрузку, а цвет – вероятность критичности  $\hat{y}_j^{(t+1)}$  (зелёный – надёжно, красный – вероятно критичное). Для оценки качества используется ROC AUC с ожидаемым значением точности 85-90%.

В предыдущей части работы был описан метод определения критических звеньев маршрутной сети на основе анализа данных о траекториях полётов. Для проверки его прикладной ценности в данном разделе проводится эмпирическое исследование на примере структуры маршрутов МВЗ. Московский Региональный центр (РегЦ) взаимодействует с шестью соседними РегЦ/РЦ и осуществляет управление ВП площадью 732 272 км<sup>2</sup> до эшелона FL530 (16150 м) и выше. В этой зоне расположено свыше 100 аэродромов, включая 10 международных, а также значительное количество ограничивающих факторов: 55 запретных зон, 161 зона ограничений, 8 авиационных и 36 стрелковых полигонов [Aeronautical Information..., 2020].

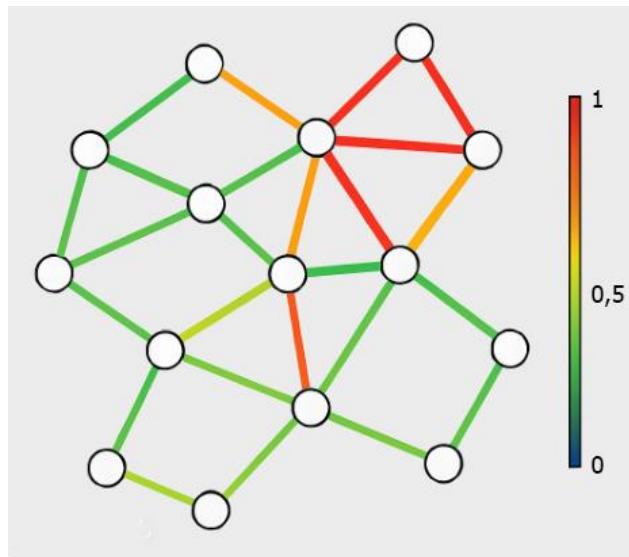


Рисунок 2 – Прогноз критических рёбер на следующий слот

Особое значение имеет Московский аэроузловой диспетчерский центр (АузДЦ), состоящий из 25 секторов и обслуживающий одно из наиболее загруженных ВП в стране – воздушное пространство Московского авиаузла.

В качестве экспериментальных данных используется массив траекторной информации за август 2024 года – период интенсивного движения, обусловленного летними отпусками. Данные предоставлены филиалом МЦ АУВД ФГУП «Госкорпорации по ОрВД» и включают сведения о 44 215 рейсах: прохождение точек и временные отметки.

На базе этих данных строятся взвешенные пространственно-временные сети маршрутов ОВД. Поскольку конфигурация критических звеньев может варьироваться в зависимости от времени суток и трафика, сети формируются отдельно для различных временных интервалов. Пример одного из таких 30-минутных «срезов» представлен в нижней части рисунка 3.

Для анализа динамики изменения критических звеньев во времени при различных сценариях воздушной обстановки формируются пространственно-временные сети, охватывающие разнообразные временные промежутки. Кроме того, выбор длины временного интервала также влияет на точность выявления критически важных маршрутов, поэтому в эксперименте используются сети с различной продолжительностью временного окна.

В рамках данного исследования длительность временных интервалов установлена равной 10, 25, 40 и 55 минутам, что позволило сформировать четыре отдельных набора пространственно-временных сетей. Выбор именно таких интервалов обусловлен их активным применением в практиках оценки нагрузки на диспетчеров и планирования ВД. В частности, в модели МАР пропускная способность ВП рассчитывается с шагом в 15 минут.

Соответственно, на основе данных маршрутной фазы за один месяц было построено:

- 1865 сетей при 10-минутном интервале;
- 1488 сетей при 25-минутном;
- 783 сети при 40-минутном;
- и 509 сетей при интервале в 55 минут.

Для каждой из этих сетей последовательно производится определение критических звеньев с применением двух подходов: метрики промежуточной центральности рёбер и анализа по теории перколяции. Такой подход обеспечивает многоаспектную оценку значимости связей и позволяет выявить наиболее уязвимые участки маршрутной структуры при различных временных масштабах.

В процессе перколяции значение шага изменения переменной  $q$ ,  $q \in [0,1]$  установлено как  $\delta = 0.005$ . Количество критических звеньев варьируется во времени, однако их максимальное число не превышает 20. При этом среднее количество критических звеньев, выявленных на каждом снимке сети при временных интервалах 10, 25, 40 и 55 минут, составило соответственно 1,98; 2,14; 2,79 и 3,04.

Анализ показывает, что по мере увеличения продолжительности временного интервала – от 10 до 25, затем до 40 и 55 минут – наблюдается небольшое, но устойчивое увеличение числа критических звеньев. Это может быть обусловлено тем, что при удлинении временного окна сглаживаются краткосрочные флуктуации трафика, а также ослабляется влияние отдельных

звеньев на процесс перколяции. В частности, при анализе 15-минутных интервалов фиксируются связи, играющие критическую роль в данный краткий момент времени. Однако в течение более длительного периода (например, 55 минут) могут поочерёдно становиться важными разные звенья. Их влияние в этом случае усредняется, и такие временно значимые связи включаются в список критических для всего интервала. Это объясняет рост общего числа критических звеньев при увеличении длительности интервала.

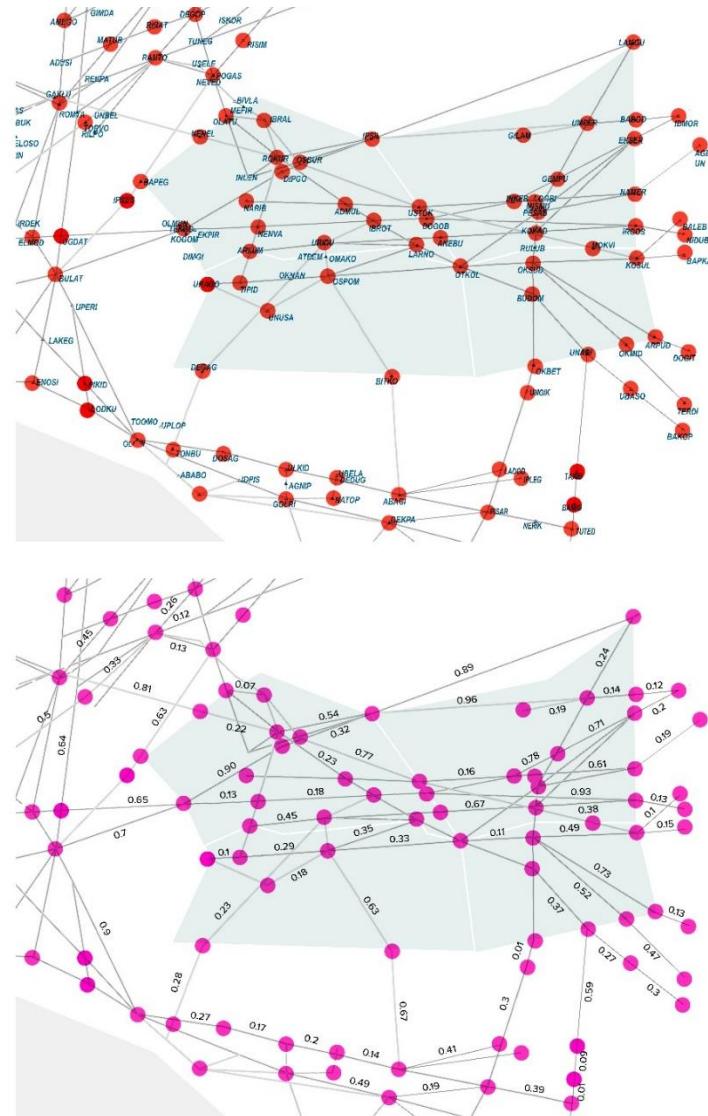


Рисунок 3 – Структура сети МВ3 с географической информацией и взвешенная сеть МВ3 с весами, представляющими собой нормализованную среднюю скорость полётов по каждому звену

Дополнительно, как видно на рисунке 4 (а), можно отметить характерные суточные колебания количества критических звеньев. Минимальные значения, как правило, приходятся на временной диапазон с 18:00 до 23:00 UTC, особенно около 21:00 UTC, тогда как наибольшее количество критических звеньев наблюдается с 23:00 до 18:00 следующего дня.

Наиболее вероятное объяснение таких осцилляций связано с хабовой функцией московского аэроузла. Анализ часовой активности трёх крупнейших

аэропортов региона демонстрирует волнообразные пики загрузки, отражающие особенности их функционирования как узловых пунктов. Как правило, пиковая нагрузка возникает во время раннего утреннего и вечернего прибытия рейсов, после чего через примерно два часа следует волна вылетов. Эти пики часто приходятся на 7:00 и 19:00 по местному времени, что обусловлено предпочтениями пассажиров: ранние утренние вылеты и вечерние возвращения особенно характерны для ближнемагистральных маршрутов.

Поскольку состав критических звеньев может различаться в зависимости от выбранного временного интервала, проводится сравнительный анализ их пространственного распределения. Для этого для каждого метода – метрики центральности рёбер и подхода на основе перколяционной теории – рассчитывается частота, с которой каждое звено оказывается критическим в совокупности всех взвешенных сетей.

На рисунке 4 представлено обобщённое пространственное распределение критических звеньев в маршрутной сети МВЗ. Фиолетовым цветом обозначены звенья, классифицированные как критические на основе показателя центральности, а красным – те, которые выявлены с использованием перколяционного анализа. Толщина линии каждого звена соответствует частоте его включения в критическую подсеть.

Из анализа рисунка следует, что звенья, определённые с помощью метрики центральности, имеют существенно большую частоту появления среди критических. Это связано с тем, что при данном методе для каждого временного интервала систематически выбирается по 10 звеньев с наибольшим значением центральности. В то же время, при применении перколяционного подхода количество критических звеньев на один интервал, как правило, варьируется в диапазоне от 2 до 3. Независимо от применяемого метода, можно отметить, что лишь ограниченное число звеньев обнаруживаются как критические с высокой частотой.

Также рисунок 4 демонстрирует зависимость частоты выявления критических звеньев от продолжительности временных интервалов, на основе которых формируются пространственно-временные сети. При увеличении длины интервала (с 10 до 60 минут) наблюдается общее снижение частоты включения звеньев в критическую подсеть, что визуально выражается в уменьшении толщины линий. Это объясняется сокращением общего числа временных «снимков» сети, формируемых на месячном массиве данных при более длинных интервалах.

При этом краткие интервалы позволяют получить более детализированную, «микроскопическую» картину изменения структуры сети, тогда как длинные интервалы дают обобщённое, «макроскопическое» представление. Подобная гибкость при выборе длины временного окна делает возможной адаптацию подхода к различным исследовательским задачам и практическим приложениям, что важно для проектирования устойчивых решений в ОВД.

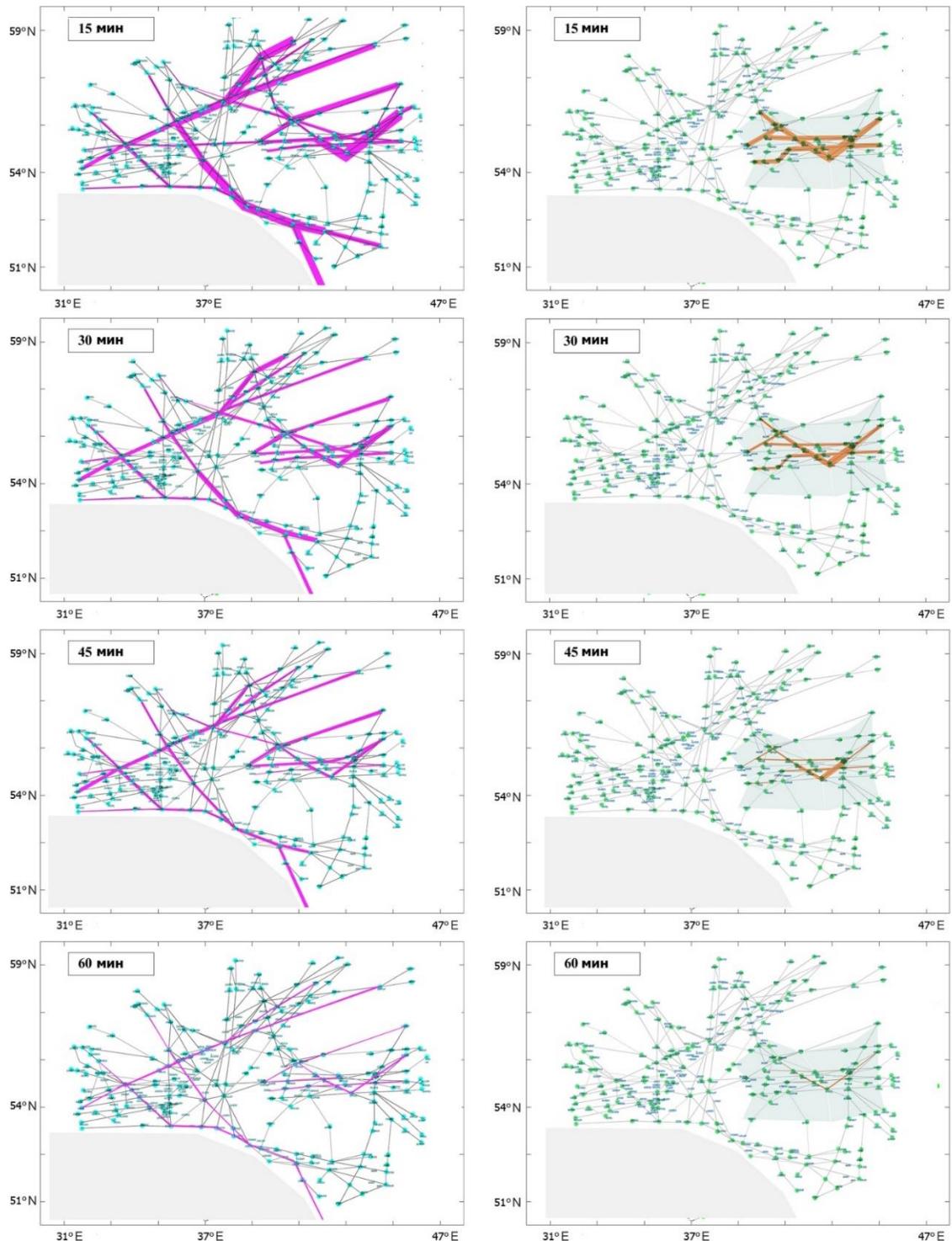


Рисунок 4 – Критические звенья, выявленные с использованием метрики промежуточной центральности (левая колонка) и теории перколяции (правая колонка)

Проведённые выше эксперименты позволяют провести обобщённое сравнение пространственной структуры критических звеньев, выявленных посредством промежуточной центральности и перколяционного подхода. На следующем этапе исследования будут представлены финальные итоги

определения критических звеньев, объединяющие результаты, полученные с использованием обеих методик.

Для каждого временного интервала критические звенья в соответствующей сети определяются как пересечение двух множеств, полученных на основе двух независимых сетевых показателей. Распределение количества таких звеньев по всем временным срезам представлено на рисунке 5, где по оси  $x$  указано число критических звеньев, а по оси  $y$  – соответствующая частота их появления.

Согласно данным рисунка 5, можно отметить, что после объединения результатов, полученных с использованием теории перколяции и метрики промежуточной центральности, количество критических звеньев в отдельных временных интервалах стабилизируется в пределах от 1 до 5. При этом наибольшая часть наблюдений соответствует случаям, когда выявляется одно критическое звено на временной срез, что указывает на достаточную селективность предложенного подхода.

Разработанный сетевой метод даёт возможность анализировать критичность звеньев как в пространственной, так и во временной проекции. Визуализация временной динамики критических звеньев для МВЗ представлена на рисунке 6. По оси  $x$  обозначены идентификаторы 289 звеньев маршрутной сети, по оси  $y$  – моменты времени. Горизонтальная ось позволяет определить, какие именно звенья признавались критичными в тот или иной момент времени, тогда как вертикальная демонстрирует временную эволюцию статуса конкретного звена. Сиреневые ячейки на матрице  $(x, y)$  указывают на то, что соответствующее звено было признано критическим в конкретный временной интервал. Четыре звена существенно чаще остальных идентифицируются как критические. Это участки: «TOGMO – ULKID», «IBROT – OTKOL», «EKSER – OTKOL» и «GOBOM – ROMTA», которые дополнительно отмечены красными подписями на рисунке.



Рисунок 5 – Распределение количества выявленных критических звеньев

Также можно отметить, что с увеличением длительности временного интервала, используемого при формировании временных «снимков» сети, наблюдается общее снижение как числа выявленных критических звеньев, так и частоты их идентификации. Это визуально выражается уменьшением толщины линий, обозначающих звенья на рисунке.

Причины такого снижения двоякие. Во-первых, при удлинении временного окна количество формируемых снимков сети на основе одного и того же массива данных за месяц уменьшается, что приводит к снижению общего числа случаев, в которых может быть зафиксирован статус критичности того или иного звена. Во-вторых, при увеличении интервала наблюдения веса рёбер в сети усредняются, что способствует формированию более однородной топологии. В такой структуре различия между значимостью звеньев сглаживаются, и ни одно из них не демонстрирует явного превосходства в смысле сетевой важности.

Как следствие, при анализе подобных однородных структур эффективность как показателя промежуточной центральности, так и методов, основанных на перколяционной теории, существенно снижается, поскольку отсутствуют ярко выраженные лидирующие звенья, играющие ключевую роль в обеспечении структурной устойчивости сети.

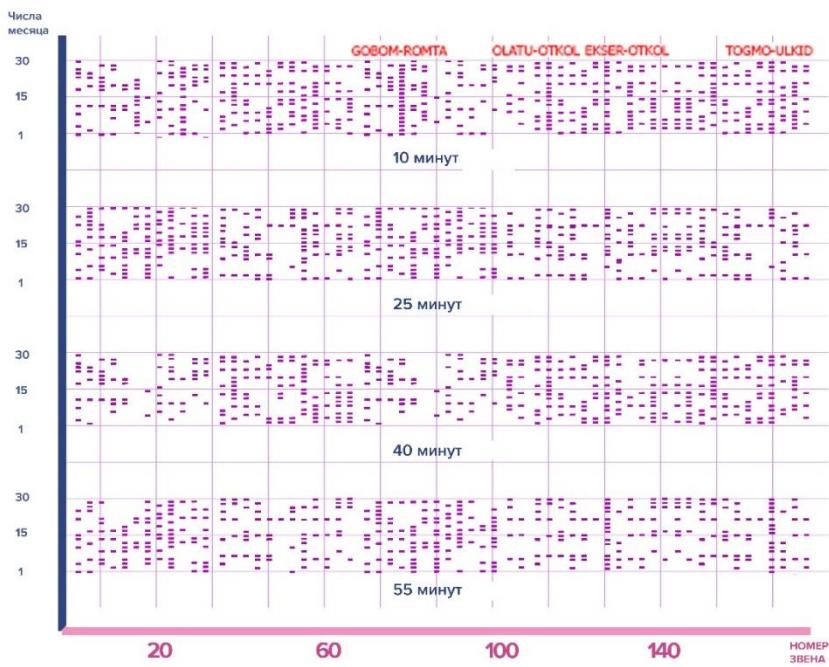


Рисунок 6 – Критические звенья, выявленные при различных временных интервалах в модели пространственно-временной сети

На рисунке 7 приведены смоделированные зависимости LCC от доли удалённых рёбер  $q$ , а также вторая производная, на пике которой визуализируется критический порог перколяции.

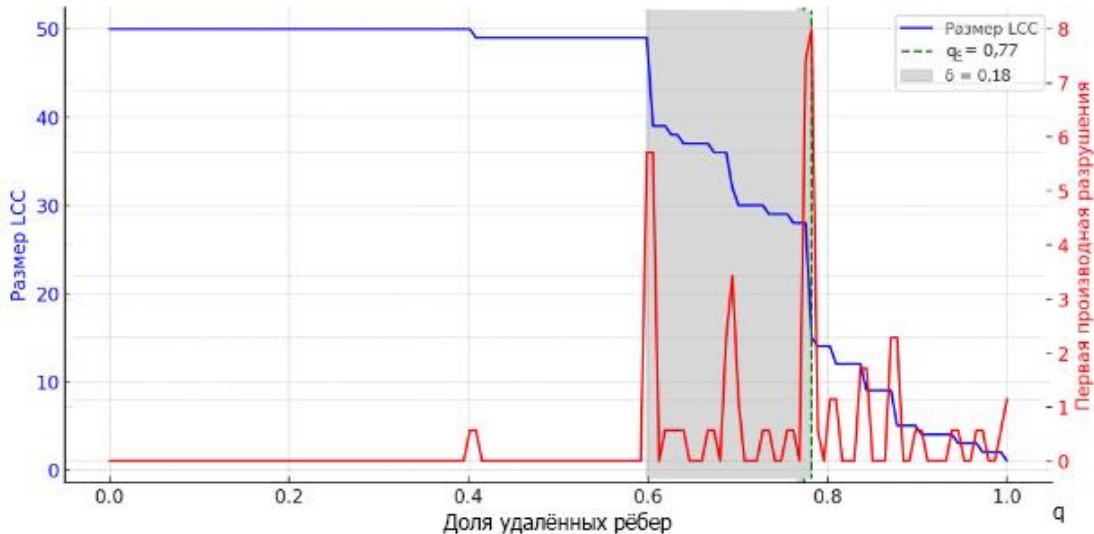


Рисунок 7 – График зависимости LCC от  $q$  и первой производной –  $\Delta S(q)$

На графике наблюдается плавное снижение LCC до  $q_c \approx 0,77$ , после чего происходит резкое разрушение сети. Максимум производной указывает на критический порог  $q_c = 0,77$ , при котором связность графа нарушается, а порог разрушения составляет  $\delta \approx 0,18$ . Это значение используется как ориентир при классификации критичных рёбер.

Ранее приведённые эксперименты продемонстрировали практическую реализацию предложенного метода выявления критических звеньев в

маршрутной сети МВЗ на основе сетевых теоретических подходов. В данном разделе проводится валидация критичности обнаруженных звеньев с трёх различных точек зрения: с позиции объёмов ВД, с позиции проектных характеристик структуры ВП, а также с эксплуатационной точки зрения.

Как видно из рисунка 6, максимальное количество критических звеньев, одновременно выявленных в отдельный временной момент, составляет 5. По информации за август 2024 года, через МВЗ было зарегистрировано 51 347 полётов. В таблице 1 представлены доли рейсов, прошедших через пять наиболее часто встречающихся критических звеньев сети, с учётом различных временных интервалов. Эти значения выражены как отношение количества полётов, затронувших указанные звенья, к общему числу зарегистрированных ВС в анализируемый период. Эти значения позволяют оценить масштаб операционного значения каждого звена и подтвердить его важность с точки зрения реального движения.

Таблица 1 – Соотношение полетов ( $r$ ) на каждом из пяти критических звеньев при различных длительностях временных интервалов

15 минут	$r$ (%)	30 минут	$r$ (%)	45 минут	$r$ (%)	60 минут	$r$ (%)
TOGMO - ULKID	<b>10.68</b>	TOGMO - ULKID	<b>10.68</b>	IBROT - OTKOL	<b>5.68</b>	GOBOM - ROMTA	<b>5.69</b>
IBROT - OTKOL	<b>5.68</b>	IBROT - OTKOL	<b>5.68</b>	DESUD - ROMTA	13.37	DESUD - ROMTA	13.37
RANTO - STAPA	10.69	GOBOM - ROMTA	<b>5.69</b>	TOGMO - ULKID	<b>10.68</b>	IBROT - OTKOL	<b>5.68</b>
TOKNU - STAPA	9.90	EKSER - OTKOL	<b>5.68</b>	GOBOM - ROMTA	<b>5.69</b>	TOGMO - ULKID	<b>10.68</b>
EKSER - OTKOL	<b>5.68</b>	GOLRI - OLOPI	10.69	EKSER - OTKOL	<b>5.68</b>	EKSER - OTKOL	<b>5.68</b>

Следует отметить, что четыре звена, выделенные жирным шрифтом в Таблице 1, являются общими критическими звеньями, выявленными при различных длительностях временных интервалов. Из данных таблицы видно, что эти звенья характеризуются высокой относительной нагрузкой – доля транзитных полётов через них значительна. В случае блокировки любого из этих звеньев, например, из-за неблагоприятных погодных условий или ограничений на использование воздушного пространства (ИВП), затронутый сегмент воздушного движения окажется непосредственно ограниченным. Так, при блокировке звена «TOGMO – ULKID» будет затронуто около 10,68% от общего количества перевозок, что потребует оперативных мер со стороны органов ОВД – таких как корректировка маршрутов, управление скоростью и векторение ВС.

Из рисунка 8 видно, что два звена – «EKSER – OTKOL» (на маршруте P162) и «IBROT – OTKOL» (T784) – расположены в восточных секторах МВЗ.

Первое обслуживает прибывающий поток во все московские аэропорты, второе – транзитный поток из Санкт-Петербурга, а также вылетной поток из московских аэропортов в Среднюю Азию, восточные регионы России и ближневосточный регион. Звено «TOGMO – ULKID» находится на маршруте, ведущем к точке ABAGI – выходу в районный диспетчерский центр (РДЦ) Самары из МВЗ. Через него проходят рейсы из Европы в Среднюю Азию, Китай, южные регионы РФ и ближний Восток. Точка «OTKOL» является узловой точкой пересечения маршрутов P162, T784 и T787, которые обеспечивают движение основных потоков ВД в/из восточных и южных регионов РФ в Москву и Санкт-Петербург. Звено «GOBOM – ROMTA» обслуживает интенсивный входящий поток в зону аэроузла с востока и северо-востока России. Точка «ROMTA» – начальная точка STAR для аэропортов Москвы.

В этом разделе проводится проверка критичности выявленных звеньев с эксплуатационной точки зрения с учётом обратной связи от специалистов Московского РегЦ. Результаты подтверждаются с двух позиций:  
а) пространственного представления на основе структуры потоков ВД;  
б) временного представления, основанного на реальных сценариях движения.

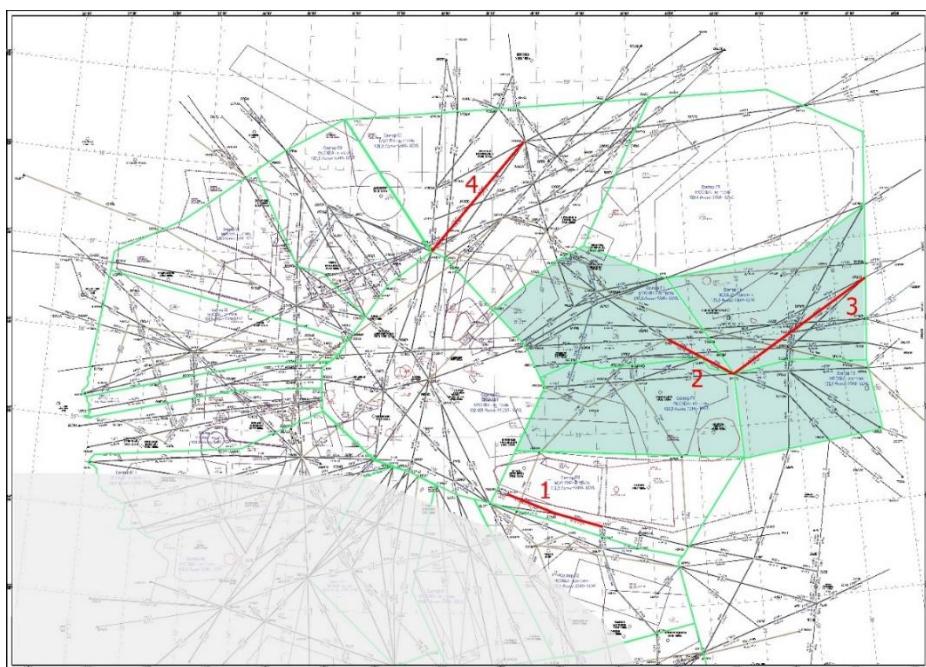


Рисунок 8 – Географические положения критических звеньев: 1 – «TOGMO-ULKID», 2 – «IBROT-OTKOL», 3 – «EKSER-OTKOL» и 4 – «GOBOM-ROMTA»

Специалисты отдела Организации ИВП Московского Центра Автоматизированного Управления Воздушным Движением (МЦ АУВД) использовали вышеуказанные данные для анализа пространственной критичности выявленных звеньев. Далее представлен разбор звена «TOGMO – ULKID».

Звено «TOGMO – ULKID» расположено на одностороннем маршруте M56. Оно характеризуется крайне высоким объёмом движения – доля полётов,

проходящих через это звено в МВЗ, составляет 10,68%. При длине всего 72 морских мили это звено демонстрирует высокую плотность движения: согласно данным, пиковое количество ВС, проходящих через него за 15 минут, достигает 6–7.

На карте также указаны точки входа и выхода в МВЗ, связанные с «TOGMO – ULKID». Стрелка вправо обозначает направление движения по маршруту, указанному в заголовке таблицы, и наоборот. Соответствующие траектории выделены фиолетовым цветом на рисунке 8. Из рисунка видно, что все вылетающие из аэроузла Москвы рейсы, использующие любую из возможных SID, неизменно проходят через это звено (выделено жёлтым). Маршрут M56 обеспечивает объединение потоков из московских аэропортов, Санкт-Петербурга, северных регионов России, Минска и европейских городов в южные регионы РФ, Закавказье, Ближний Восток, Африку, а также Среднюю и Юго-Восточную Азию. Маршрут M758 обслуживал порядка 742 линий в неделю по состоянию на 2024 год.

На рисунке 9 видно, что входящие рейсы из перечисленных регионов, двигаясь по маршрутам P65 (односторонний) и L4 (двусторонний), сливаются с маршрутом T833 и проходят через звено «TOGMO – ULKID» на восток. С этой точки зрения звено служит ключевой опорой для распределения транзитных и вылетных рейсов из МВЗ в южном и юго-восточном направлениях.

Критичность «TOGMO – ULKID» определяется не только высокой плотностью и положением на главном маршруте M56, но и его локализацией в одном из наиболее загруженных секторов ПЗ РДЦ Москвы. После точки ABAGI и выхода в Самарский РДЦ маршрут пересекается с двусторонним маршрутом N604, обслуживающим рейсы с севера России в южные регионы на тех же эшелонах. Это часто приводит к запросам от РДЦ Самары не выдавать отдельным ВС подписанные эшелоны до момента расхождения с другими судами в секторе «Самара-5». Кроме того, сложность создают возможные военные ограничения: в районе Рязани расположены аэродромы государственной авиации – Дягилево, Протасово и Турлатово. Согласно структуре ВП МВЗ, маршрут M56 проходит через зону аэродрома Дягилево, где полёт допускается не ниже FL100. При введении в работу ограничения UUP245 верхний эшелон полёта на участке TOGMO – DOSAG ограничивается FL350, выше которого действуют военные ограничения. Воздушным судам приходится снижаться, обходить маршрут или прибегать к процедурам векторения.

Особое значение звено «TOGMO – ULKID» приобретает из-за слияния потоков на различных этапах полёта. Рейсы, вылетающие из Москвы, на этапе набора высоты вынуждены осуществлять ступенчатый набор эшелонов на этом участке из-за пересекающегося потока с севера и запада. Это формирует потенциальную зону конфликтов в районе точки DOSAG и снижает общую эффективность движения потоков по маршруту.

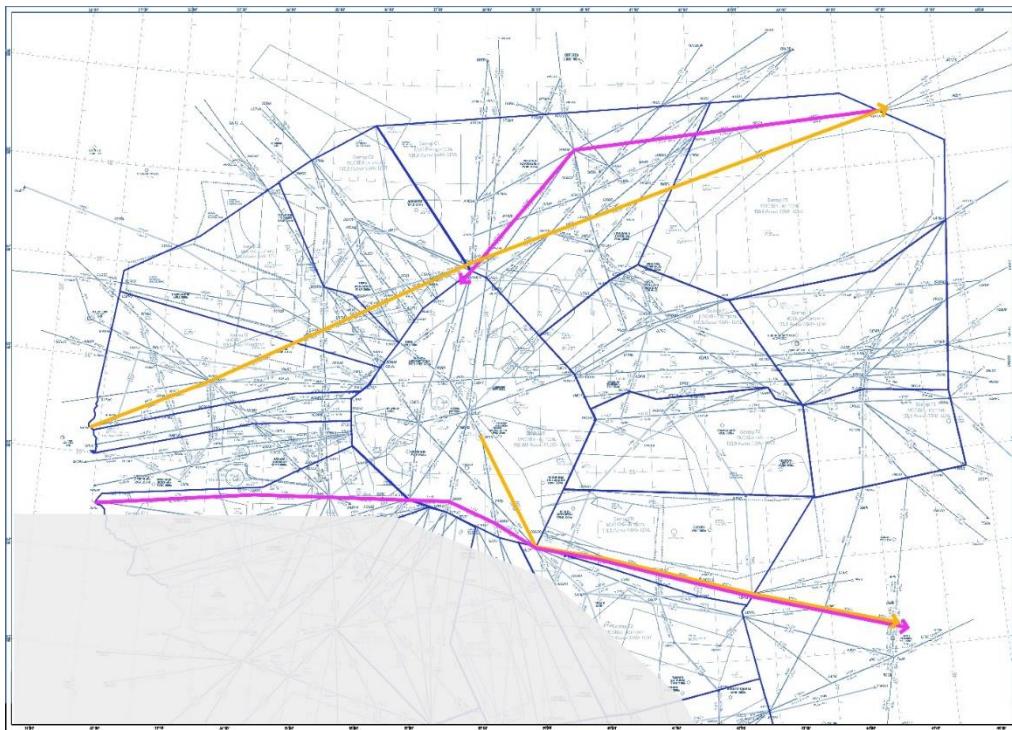


Рисунок 9 – Маршруты в сети МВЗ, проходящие через звенья «ТОГМО → ULKID» (юг карты) и «GOBOM → ROMTA» (север)

Все четыре ключевых звена обслуживают значительный объём воздушного движения в МВЗ. Эти звенья характеризуются высокой плотностью движения и небольшой длиной, а также располагаются внутри или на границе наиболее загруженного участка (см. рисунок 8), где пересекаются основные маршруты в различных направлениях. Соответствующие точки являются узловыми пунктами пересечения нескольких таких маршрутов. Учитывая эти факторы, любые нештатные ситуации – например, отказ комплекса средств автоматизации УВД или бортового оборудования – могут привести к серьёзным нарушениям эффективности движения в этих районах. В таких случаях диспетчеры вынуждены принимать оперативные меры для предотвращения задержек и конфликтов.

Таким образом, проведённый выше анализ с точки зрения плотности движения, структуры маршрутной сети и операционного контекста подтверждает, что предложенный метод позволяет эффективно выявлять критические звенья и динамически адаптироваться к изменяющимся условиям ВД.

### **Заключение**

В условиях непрерывного роста интенсивности воздушного движения и увеличения зависимости от устойчивости маршрутной инфраструктуры задача своевременного выявления критических связей в воздушной сети приобретает стратегическое значение. Исследование [Kong et al., 2024] внесло значимый вклад в решение этой задачи, предложив использование теории сложных сетей и перколяционного анализа для обнаружения ключевых рёбер, играющих

определенную роль в сохранении связности пространственно-временного графа маршрутов.

В данной работе предложен усовершенствованный подход к выявлению критических рёбер, объединяющий как топологические, так и динамические характеристики воздушной сети. Основной акцент сделан на внедрении более реалистичной модели веса маршрута, учитывающей не только среднюю скорость воздушных судов, но и её дисперсию в пределах временного окна. Дополнительно в анализ включены метрики нагрузки и устойчивости, что обеспечивает многогранную оценку значения каждого ребра для целостности сети. Автоматизированный перколяционный анализ, основанный на вычислении второй производной от функции LCC ( $q$ ), позволил отказаться от ручного задания порога  $\delta$ , обеспечив объективную идентификацию точки разрушения сети. Это существенно повышает воспроизводимость и универсальность метода.

Проведённое расширение базовой методики показало, что учёт динамических характеристик воздушных потоков, автоматическая настройка перколяционных порогов и использование моделей машинного обучения позволяют значительно повысить точность и интерпретируемость выделения критических связей. Полученные результаты демонстрируют потенциал интеграции сетевого и прогностического анализа для повышения надёжности и устойчивости воздушной транспортной сети.

### Библиографический список

Нгуен Н. Н. К. Математическая модель и применение алгоритма A-Star для оптимизации маршрутов ОВД в воздушном пространстве районного диспетчерского центра / Н. Н. К. Нгуен, В. Н. Нечаев, В. Б. Малыгин // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. 2025. № 1. С. 12-22. EDN XGLVST.

Печенежский В. К. Особенности организации планирования использования воздушного пространства в Российской Федерации на примере Московской воздушной зоны / В. К. Печенежский, Е. К. Чувиковская // Научный вестник МГТУ ГА. 2023. № 26(6). С. 47-57. EDN VJOFJZ

Эшмурадов Д. Э. Вопросы оптимизации распределения загрузок воздушного пространства по секторам / Д. Э. Эшмурадов, Н. А. Сайфуллаева // Теория и практика современной науки. 2020. № 3. С. 45-52. EDN ZFSEAG.

A network-based dynamic air traffic flow model for en route airspace system traffic flow optimization / D. Chen, M. Hu, H Zhang, J. Yin, K. Han // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2017. Vol. 106 (C). pp. 1-19. DOI 10.1016/j.tre.2017.07.009.

Aeronautical Information Publication & Amendments // [Электронный ресурс] – 2020. URL: <https://www.caas.gov.sg/docs/default-source/pdf/aip-singapore-31-dec-20.pdf> (дата обращения: 08.02.2021).

Air traffic complexity map based on linear dynamical systems / T. Ha, A. García, J. Lavandier, S. Chaimatanan, D. Delahaye // Aerospace. 2022. № 9(5). P. 230. DOI 10.3390/aerospace9050230.

An optimization-simulation closed-loop feedback framework for modeling the airport capacity management problem under uncertainty / P. Scala, M. M. Mota, C.-L. Wu, D. Delahaye // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2021. Vol. 124. Article 102937. DOI 10.1016/j.trc.2020.102937.

Dynamics of disruption and recovery in air transportation networks / M. Z. Li, K. Gopalakrishnan, H. Balakrishnan, S. Shin // CEAS Aeronautical Journal. 2021. Vol. 13, № 12. pp. 1-11. DOI 10.1007/s13272-021-00521-x.

IATA. European Air Traffic Control Delays Loom Over Summer Air Travel // [Электронный ресурс] – 2018. URL: <https://www.iata.org/pressroom/pr/Pages/2018-07-18-01.aspx> (дата обращения: 28.01.2023).

Identification of critical links based on the optimal reliable path in stochastic traffic networks / Y. Sun, S. Wang, X. Xu, L. Shen // PLoS ONE. 2024. № 19(1). P. e0298173. DOI 10.1371/journal.pone.0301272.

Identifying critical links in urban transportation networks based on spatio-temporal dependency learning / X. Huang, S. Hu, W. Wang, I. Kaparias, S. Zhong, X. Na, M.G.H. Bell, D.-H. Lee // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2023. № 24(6). pp. 6632-6646. DOI 10.1109/TITS.2022.3339507.

Kalpana R. Analyzing transportation network vulnerability to critical-link attacks through topology changes and traffic volume assessment / R. Kalpana, A. Sivakumar, S. Sundar // Applied Sciences. 2023. № 13(1). P. 221. DOI 10.3390/app15084099.

Kong W. Spatio-Temporal Pivotal Graph Neural Networks for Traffic Flow Forecasting / W. Kong, Z. Guo, Y. Liu // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2024. № 38(8). pp. 8627-8635. DOI 10.1609/aaai.v38i8.28707.

Mahabadi Z. Network properties for robust multilayer infrastructure systems: A percolation theory review / Z. Mahabadi, L. Varga., T. Dolan // IEEE Access. 2021. Vol. 9. Pp. 135755-135773. DOI 10.1109/ACCESS.2021.3116868.

Multi-objective network structure optimization method based on waypoint layout / Y. Zheng, C. Li, Y. Wang, Y. Qi, Z. Li // Journal of Aeronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics. 2019. Vol. 45, № 1. pp. 1-9. DOI 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0157.

National airspace sector occupancy and conflict analysis models for evaluating scenarios under the free-flight paradigm / H. Sheralli, J. Smith, A. Trani, S. Sale // Transportation Science. 2000. № 34 (4). pp. 321-339. DOI 10.1287/trsc.34.4.321.12326.

New centrality and causality metrics assessing air traffic network interactions / P. Mazzarisi, S. Zaoli, F. Lillo, L. Delgado, G. Gurtner // Journal of Air Transport Management. 2019. Vol. 85. Article 101801. DOI 10.1016/j.jairtraman.2020.101801.

Optimal schedule recovery for the aircraft gate assignment with constrained resources / S. Zhou, Y. Shi, L. Chen, T. Wang // Computers & Industrial Engineering. 2021. Vol. 156. № 107682. DOI 10.1016/j.cie.2021.107682.

Percolation transition in dynamical traffic network with evolving critical bottlenecks / D. Li, B. Fu, Y. Wang, G. Lu, Y. Berezin, H. E. Stanley, S. Havlin // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. 2015. № 112(3). pp. 669-672. DOI <https://doi.org/10.1073/pnas.1419185112>.

Ren G. Robustness Analysis of Air Route Network Based on Topology Potential and Relative Entropy Methods // Journal of Advanced Transportation. 2021. Vol. 2021. pp. 1-11. DOI 10.1155/2021/5527423.

Takhtfiroozeh H. Topological-based measures with flow attributes to identify critical links in a transportation network / H. Takhtfiroozeh, M. Golias, S. Mishra // Transportation Research Record. 2021. № 2675(11). pp. 46-57. DOI 10.1177/03611981211013039.

Tian X. Identification of critical links in urban road networks considering cascading failures / X. Tian, X. Liu, Z. Li // Mathematical Problems in Engineering. 2021. Article ID 6656837. DOI 10.1155/2021/9994347.

Timescales of delay propagation in airport networks / Y. Wang, M. Z. Li, K. Gopalakrishnan, T. Liu // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2022. Vol. 161. Article 102687. DOI 10.1016/j.tre.2022.102687.

UAV Trajectory and Communication Co-design: Flexible Path Discretization and Path Compression / Y. Guo, C. You, C. Yin, R. Zhang // IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Special Issue on UAV Communications in 5G and beyond networks. 2020. Vol. 39, № 11. pp. 3506-3523. DOI 10.1109/JSAC.2021.3088690.

## References

- Aeronautical Information Publication & Amendments (2020). Available at: <https://www.caas.gov.sg/docs/default-source/pdf/aip-singapore-31-dec-20.pdf> (accessed 08 February 2021).
- Eshmuradov D. E., Saifullaeva N. A. (2020). Issues of optimizing the distribution of airspace sector load. *Bulletin of Tashkent State Technical University*. (3): 45-52. EDN ZFSEAG.
- Chen D., Hu M., Zhang H., Yin J., Han K. (2017). A network-based dynamic air traffic flow model for en route airspace system traffic flow optimization. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 106 (C): 1-19. DOI 10.1016/j.tre.2017.07.009.
- Ha T., García A., Lavandier J., Chaimatanan S., Delahaye D. (2022). Air traffic complexity map based on linear dynamical systems. *Aerospace*. 9 (5): 230. DOI 10.3390/aerospace9050230
- Huang X., Hu S., Wang W., Kaparias I., Zhong S., Na X., Bell M.G.H., Lee D.-H. (2023). Identifying critical links in urban transportation networks based on spatio-temporal dependency learning. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 24(6): 6632-6646. DOI 10.1109/TITS.2022.3339507.
- Guo Y., You C., Yin C., Zhang R. (2020). UAV Trajectory and Communication Co-design: Flexible Path Discretization and Path Compression. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Special Issue on UAV Communications in 5G and beyond networks*. 39(11): 3506-3523. DOI 10.1109/JSAC.2021.3088690.
- IATA. European Air Traffic Control Delays Loom Over Summer Air Travel (2018). Available at: <https://www.iata.org/pressroom/pr/Pages/2018-07-18-01.aspx> (accessed 28 January 2023).
- Kalpana R., Sivakumar A., Sundar S. (2023). Analyzing transportation network vulnerability to critical-link attacks through topology changes and traffic volume assessment. *Applied Sciences*. 13(1): 221. DOI 10.3390/app15084099.
- Kong W., Guo Z., Liu Y. (2024). Spatio-Temporal Pivotal Graph Neural Networks for Traffic Flow Forecasting. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 38(8): 8627-8635. DOI 10.1609/aaai.v38i8.28707.
- Li D., Fu B., Wang Y., Lu G., Berezin Y., Stanley H. E., Havlin S. (2015). Percolation transition in dynamical traffic network with evolving critical bottlenecks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 112 (3): 669-672. DOI <https://doi.org/10.1073/pnas.1419185112>.
- Li M. Z., Gopalakrishnan K., Balakrishnan H., Shin S. (2021). Dynamics of disruption and recovery in air transportation networks. *CEAS Aeronautical Journal*. 13(12): 1-11. DOI 10.1007/s13272-021-00521-x.
- Mahabadi Z., Varga L., Dolan T. (2021). Network properties for robust multilayer infrastructure systems: A percolation theory review. *IEEE Access*. 9: 135755-135773. DOI 10.1109/ACCESS.2021.3116868.
- Mazzarisi P., Zaoli S., Lillo F., Delgado L., Gurtner G. (2019). New centrality and causality metrics assessing air traffic network interactions. *Journal of Air Transport Management*. 85. Article 101801. DOI: 10.1016/j.jairtraman.2020.101801.
- Nguyen N. N. K., Nechaev V. N., Malygin V. B. (2025). Mathematical model and A-Star algorithm for optimizing air traffic control routing in area control center airspace. *Crede Experto: Transport, Society, Education, Language*. 1: 12-22. DOI 10.51955/2312-1327\_2025\_1\_64 EDN XGLVST
- Pechenezhsky V. K., Chuvikovskaya E. K. (2023). Features of airspace planning organization in the Russian Federation: the case of the Moscow airspace. *Scientific Bulletin of MSTU CA*. 26 (6): 47-57. EDN VJOFJZ.
- Ren G. (2021). Robustness Analysis of Air Route Network Based on Topology Potential and Relative Entropy Methods. *Journal of Advanced Transportation*. 1-11. DOI 10.1155/2021/5527423.
- Scala P., Mota M., Wu C.-L., Delahaye D. (2021). An optimization-simulation closed-loop feedback framework for modeling the airport capacity management problem under uncertainty. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 124. Article 102937. DOI 10.1016/j.trc.2020.102937.

- Sherali H. D., Smith J. C., Trani A. A., Sale S.* (2000). National airspace sector occupancy and conflict analysis models for evaluating scenarios under the free-flight paradigm. *Transportation Science*. 34 (4): 321-339. DOI 10.1287/trsc.34.4.321.12326.
- Sun Y., Wang S., Xu X., Shen L.* (2024). Identification of critical links based on the optimal reliable path in stochastic traffic networks. *PLoS ONE*. 19(1): e0298173. DOI 10.1371/journal.pone.0301272.
- Takhtfiroozeh H., Golias M., Mishra S.* (2021). Topological-based measures with flow attributes to identify critical links in a transportation network. *Transportation Research Record*. 2675(11): 46-57. DOI 10.1177/03611981211013039.
- Tian X., Liu Z., Chen Z.* (2021). Identification of critical links in urban road networks considering cascading failures. *Mathematical Problems in Engineering*. Article ID 6656837. DOI 10.1155/2021/9994347.
- Wang Y., Li M. Z., Gopalakrishnan K., Liu T.* (2022). Timescales of delay propagation in airport networks. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 161. Article 102687. DOI 10.1016/j.tre.2022.102687.
- Zheng Y., Li C., Wang Y., Qi Y., Li Z.* (2019). Multi-objective network structure optimization method based on waypoint layout. *Journal of Aeronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics*. 45(1). 1-9. DOI 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0157.
- Zhou S., Shi Y., Chen L., Wang T.* (2021). Optimal schedule recovery for the aircraft gate assignment with constrained resources. *Computers & Industrial Engineering*. 156: 107682. DOI: 10.1016/j.cie.2021.107682.