DOI: 10.12731/2227-930X-2025-15-3-390 EDN: YQWEYY
УДК 656.022

Научная статья | Транспортные и транспортно-технологические системы

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ

А.П. Преображенский, Т.В. Аветисян, Я.Е. Львович

Аннотация

Обоснование. В исследовании приведено рассмотрение задачи, связанной с распределением ресурсов внутри транспортной системы. Показано, каким образом происходит формирование многокритериальной модели. Выделена краткосрочная (текущее распределение ресурсов) и долгосрочная (стратегическое распределение ресурсов) задача. Дано обоснование использования многокритериального подхода. Структура транспортной системы представляется в виде графа. Подробно рассмотрены принципы распределения ресурсов в транспортной системе при различных условиях. Рассмотрены особенности решения задачи, связанной оптимизацией транспортной системы с точки зрения распределения взаимозависимых ограниченных ресурсов. Предлагаемые подходы являются универсальными, позволяющими учесть особенности различных транспортных компаний.

Цель – разработка модели, позволяющей оптимизировать распределение ресурсов внутри транспортной системы.

Материалы и методы. Основные методы исследования связаны с применением теории графов и многокритериальной модели.

Результаты. В данной статье подробным образом проведено рассмотрение основных принципов и особенностей распределения ресурсов в транспортной системе. Вследствие инвариантности используемых моделей они могут быть использованы в самых разных транспортных компаниях, требуется лишь осуществить настройку соответствующих параметров. Результаты работы могут быть использованы в логистических компаниях для повышения эффективности их работы.

Ключевые слова: распределение ресурсов; транспортная система; модель; эффективность; оптимизация

Для цитирования. Преображенский, А. П., Аветисян, Т. В., & Львович, Я. Е. (2025). Оптимизация распределения ресурсов в транспортной системе. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *15*(3), 244–267. https://doi.org/10.12731/3033-5965-2025-15-3-390

Original article | Transport and Transport-Technological Systems

OPTIMIZATION OF RESOURCE ALLOCATION IN THE TRANSPORT SYSTEM

A.P. Preobrazhenskiy, T.V. Avetisyan, Ya.E. Lvovich

Abstract

Background. The study considers the problem related to the distribution of resources within the transport system. It shows how a multi-criteria model is formed. A short-term (current allocation of resources) and a long-term (strategic allocation of resources) task is highlighted. The substantiation of the use of a multi-criteria approach is given. The structure of the transport system is presented in the form of a graph. The principles of resource allocation in the transport system under various conditions are considered in detail. The features of solving the problem related to the optimization of the transport system from the point of view of the distribution of interdependent limited resources are considered. The proposed approaches are universal, allowing you to consider the features of various transport companies.

Purpose. Development of a model that allows optimizing the distribution of resources within the transport system.

Materials and methods. The main research methods are related to the application of graph theory and the multi-criteria model.

Results. In the paper, the basic principles and features of the distribution of resources in the transport system are considered in detail. Due to the invariance of the models used, they can be used in a variety of transport companies, it is only necessary to configure the appropriate parameters. The results of the work can be used in logistics companies to improve the efficiency of their work.

Keywords: resource allocation; transport system; model; efficiency; optimization

For citation. Preobrazhenskiy, A. P., Avetisyan, T. V., & Lvovich, Ya. E. (2025). Optimization of resource allocation in the transport system. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *15*(3), 244–267. https://doi.org/10.12731/3033-5965-2025-15-3-390

Введение

Действующие в настоящее время транспортные системы были созданы с учетом запросов как потребителей, так и производственной сферы. Необходимо учитывать возможные изменения в транспортных компаниях вследствие воздействия экономических факторов. Кроме того, вследствие внедрения инструментов глобальной цифровизации определяет появление новых требований к соответствующим системам управления.

Транспортно-логистические системы активным образом внедряются в различные промышленные сферы [1; 2]. Для того, чтобы обеспечить высокую эффективность промышленных систем, необходимо реализовывать оптимизацию материальных ресурсов, уменьшать нагрузку на сотрудников на различных уровнях. Это происходит за счет централизованного управления. Важно также обеспечивать своевременный оперативный контроль. Системы функционируют на базе разработанных алгоритмов.

Управление человеческими ресурсами в транспортных системах [3] должно происходить с учетом следования принципам обеспечения высокого качества производственных процессов. Необходимо разрабатывать алгоритмы управления и оптимизации человеческими ресурсами. При этом необходимо отслеживать связи между подразделениями на различных уровнях, поддерживать гибкую систему менеджмента. В ходе формирования оптимальной системы управления должен использоваться системный подход. При его использовании рассматриваются отдельные элементы транспортной системы и учитывается влияние внешней среды. Все операции с существующими ресурсами происходят с учетом того, как они будут влиять на взаимодействующие подсистемы [4].

В ходе рассмотрения технического состояния объектов транспортной системы необходимо вести планирование необходимых ресурсов. Важно распределять по различным видам работ технические объекты. В таком случае можно повысить эффективность использования различных ресурсов [5].

В ходе анализа трансграничной транспортной инфраструктуры [6] необходимо учитывать загрузку различных производственных мощностей, последовательным образом развивать транспортно-логистические объекты. При инфраструктурно-технологическом развитии трансграничных переходов большая роль принадлежит используемым ресурсам.

Таким образом, проведенное рассмотрение показало, что в ходе развития современных транспортных систем должен быть использован комплексный подход по управлению их ресурсами, базирующийся на методах системного анализа, оптимизации, многокритериальных моделей.

Цель данной работы – разработка модели, позволяющей оптимизировать распределение ресурсов в транспортной системе.

Формирование многокритериальной модели распределения ресурсов в транспортной системе

При рассмотрении транспортной системы, когда эффективным образом используются соответствующие ресурсы, возникают возможности для развития такой системы. Одной из ключевых целей в ходе организации и управления транспортной компании можно считать осуществление рациональное распределение ресурсов среди различных ее компонентов. Цель достигается за счет того, что будут решены две задачи, которые являются взаимосвязанными.

В первой задаче, которая является краткосрочной, требуется преобразовывать существующие ресурсы и возможности транспортной системы в конкурентные преимущества. При этом происходит рост ее текущей эффективности. Чтобы решать такую задачу необходимо опираться на подходы, в которых учитывается, что ресурсы являются ограниченными.

Вторая задача является долгосрочной. При ее рассмотрении ресурсы создаются или развиваются. Виды ресурсного обеспечения будут оказывать влияние на решение задачи в транспортной системе. На рис. 1 дана иллюстрация того, как взаимосвязаны задачи. В ходе решения задачи будет реализовываться многокритериальный подход. В задаче будет реализовываться векторная оптимизация [7]. В транспортной системе проведем рассмотрение задачи, связанной с тем, как распределяются ресурсы между n-объектами.

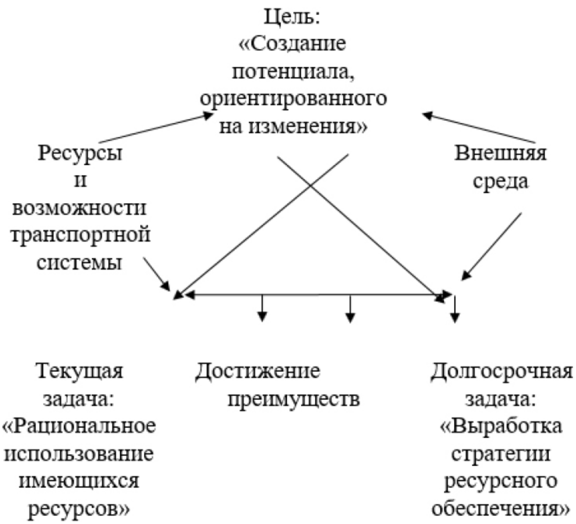

Рис. 1. Иллюстрация задачи, связанного с повышением эффективности транспортной системы

Предположим, что требуется определение вектора $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, для компонентов $x_{n,i}$, $i = \overline{1,n}$, входящих в систему. То, как действует каждая из компонент описывается на основе критерия $\varphi_i(\vec{x})$. Критерий эффективности каждого из компонентов связан с целью распределения ресурсов. По ресурсам существуют определенные ограничения. Они будут связаны с функциями потребления $R_1(\vec{\bar{x}})$, $i = \overline{1,m}$. Для этого формируются необходимые неравенства. Задача векторной оптимизации представляется следующим образом [7]:

$$\max \varphi_1(\vec{x}), \max \varphi_2(\vec{x}), \ldots, \max \varphi_n(\vec{x}) \quad (1)$$

с учетом ограничений

$$R_i(\vec{x}) \le 0.\, i = 1,2,\ldots,m. \quad (2)$$

В сокращенном виде задачу (1) -(2) мы можем представить так

$$\max \vec{\varphi}(\vec{x}),\ D = \left\{ \frac{\vec{x}}{R_i(\vec{x})} \le 0,\ i = 1,2,\ldots m \right\},\ \vec{x} \in D \quad (3)$$

при этом $\vec{\varphi}(\vec{x}) = (\varphi_1(\vec{x}), \varphi_2(\vec{x}), \ldots, \varphi_n(\vec{x}))$. То есть, мы представили задачу, которая относится к распределению ресурсов. Здесь присутствует несколько критериев. Эти частные критерии будут образовывать вектор $\vec{\varphi}$. В чем здесь будет особенность? Задача будет отличаться от обычной задачи в математическом программировании. Отметим те факторы, которые оказывают влияние на природу многокритериальности.

Во-первых, в транспортных системах выделяются сложные цели. В связи с чем они являются сложными? Это вытекает из того, что требуется обеспечивать функциональную полноту показателей.

Во-вторых, существуют разные технические требования, которые связаны распределением ресурсов. Подобные требования во многих случаях будут представлены на основе системы неравенств

$$q_i(\vec{x}) \le q_i^+,\ i = 1,2,\ldots n. \quad (4)$$

Тогда искусственным образом можно ввести рассмотрение многокритериальности на базе критериев

$$\varphi_i(\vec{x}) = \begin{cases} 0,\ если\ q_i(\vec{x}) \le q_i^*; \\ -\alpha_i\left(q_i(\vec{x}) - q_i^*\right) в\ противном\ случае,\ \alpha_i \succ 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Проверку условия удовлетворения требования (4) можно осуществить, когда решается задача

$$\max_{\vec{x}\in D} \varphi_i(\vec{x}), \ldots, \max_{\vec{x}\in D} \varphi_n(\vec{x}). \qquad (6)$$

В-третьих, рассматриваются транспортные системы с точки зрения их работы, чтобы обеспечить должную эффективность. Например, мы можем провести анализ задач по определению максимума функций $\vec{\varphi}(\vec{x}, u)$ в транспортной системе, когда ведется анализ по всем значениям параметра, которые лежат в некотором интервале:

$$\max_{\vec{x}\in D} \varphi_i(\vec{x}, u), \quad U \in \left[U^-, U^+\right] \qquad (7)$$

Введение многокритериальности обеспечивается за счет того, что будет реализован анализ дискретного множества значений $U_i, U_i \in \left[U^-, U^+\right], i = 1,2,\ldots,m$. Есть для каждого параметра критерии

$$\varphi(\vec{x}) = \varphi(\vec{x}, u_i), i = 1,2,\ldots,m \qquad (8)$$

Необходимо по любому критерию обеспечить максимум

$$\max_{\vec{x}\in D} \varphi_i(\vec{x}), \ldots, \max_{\vec{x}\in D} \varphi_m(\vec{x}). \qquad (9)$$

В-четвертых, структура транспортной системы характеризуется сложностью. Внутри системы выделяются подсистемы. Сложность вытекает из того, что в таких подсистемах будут разнородные цели. Аппарат исследования операций, в котором в основном существует одна целевая функция трудно применять для многокритериальных задач.

В этой связи, чтобы решать многокритериальные задачи требуется активным образом развивать различные методы. Представляет интерес проведение разработок различных методов решения с тем, чтобы учитывать соответствующие факторы в процессах принятия решений.

Транспортная система представляется как иерархическая. В такой иерархической системе можно выделить два уровня. Формируется граф (рис. 2).

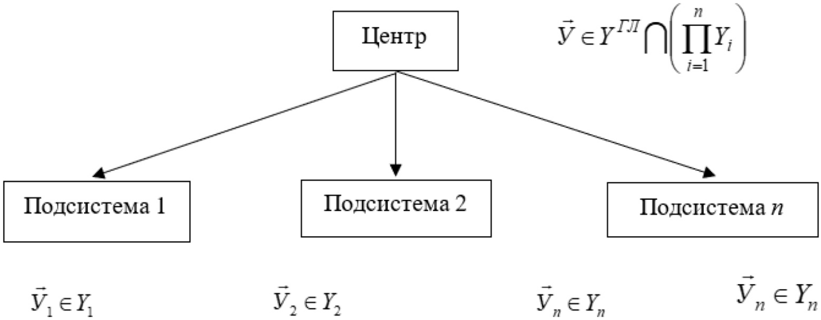

Рис. 2. Схема двух уровней в транспортной системе

В структуре транспортной системы можно также выделить набор переменных. На их основе задается состояние ее элементов. Внутри подсистем i происходит определение вектора $\vec{y}_l$ состояния

$$\vec{y}_l = \left(y_{i1}, y_{i2}, \ldots, y_{imi}\right), i \in I, \tag{10}$$

В таком представлении учитывается, что y_{ij} являются показателями подсистемы в транспортной системе. При этом m_i – является их количеством. Кроме того, $I = \{1, 2\}$ будет считаться множеством номеров подсистем. Следующей задачей является определение состояний системы. С тем, чтобы ее решить, требуется вести анализ для всех состояний подсистем

$$\vec{y} = \left(y_i, i \in I\right). \tag{11}$$

В подсистеме важно знать ограничения. Для этого можно задавать множество всех состояний, которые можно реализовать в транспортной системе

$$\vec{y}_l \in Y_i, i \in I, \tag{12}$$

множество состояний подсистемы локальным образом допустимых считается как Y_i.

Вектор затрат $\vec{V}_l$ и вектор выпуска $\vec{U}_l : \vec{y}_l\left(\vec{V}_l, \vec{U}_l\right)$ достаточно часто рассматривают, чтобы дать описание транспортной системы [7]. Можно рассматривать количество видов затрачиваемых m_i^3 и производимых $m_i^{\hat{a}}$ ресурсов, что позволяет определить размерности векторов затрат и выпуска:

$$\vec{V}_i = \left(V_{i1}, V_{i2}, \ldots, V_{im_i^з}\right), \vec{U}_i = \left(U_{i1}, U_{i2}, \ldots, U_{im_i^в}\right) \tag{13}$$

в компонентах V_{ij}, U_{ij} учитываются затраты и выпуски j - го вида, которые производятся транспортной системой. Множеству состояний транспортной системы $Y^{гл}$, которые глобально-допустимые, будут соответствовать некоторые глобальные ограничения:

$$\vec{y} \in Y^{гл} \tag{14}$$

Есть декартовое произведение $\prod_{i \in I} Y_i$ множеств локально-допустимых состояний подсистем. Указанные множества пересекаются, что дает ограничение

$$\vec{y} \in Y, Y = Y^{гл} \prod \left(\prod_{i \in I} Y_i \right). \tag{15}$$

При этом общий эффект от применения ресурса должен быть максимальный. Это учитывается в начальных данных. Пусть общий объем однородного ресурса в центре будет R. Всего П подсистем делят ресурс. Между ними будет происходить его распределение. Предположим, что максимальный эффект от применения ресурса в количестве V_i в потребляющей подсистеме i мы можем определить на основе функции дохода $U_i = Д(Y_i, M_i)$. При этом M_i является количеством ресурса, которое дает максимальный эффект для потребляющей подсистемы i. Считаем функцию дохода монотонной для области $0 \le V_i \le M_i$. Для анализируемой модели, связанной с распределением ресурса состояние каждой потребляющей подсистемы, мы можем задавать при помощи пары $\vec{y}_l = \left(V_i, U_i\right)$. Потребляющие подсистемы имеют заинтересованность в том, чтобы ресурс был применен при максимальной эффективности. Соответствующие целевые функции для подсистем будут приниматься функции, характеризуемые максимальным доходом $D_i\left(V_i M_i\right), i \in I$.

В транспортной системе в качестве целевой функции в общем рассматривается суммарное поступление ресурса

$$Ф\left(\vec{y}, \vec{M}\right) = \sum_{i \in I} D_i\left(V_i, M_i\right). \tag{16}$$

Необходимо определить пути распределения ресурсов. С этой целью необходимо оценить степень централизации механизма работы транспортной системы. При этом относительно функций эффективности соответствующих подсистем рассматривается степень информированности центра. Рассматривается максимальное поступление ресурса. В качестве модельной функции будем считать

$$D_i(V_i, M_i) = A\left[1 - \left(1 - \frac{V_i}{M_i}\right)^{\alpha_i}\right], \alpha_i \geq 1, \tag{17}$$

здесь $A_i = D_i(M_i, M_i)$ – является максимально возможным поступлением ресурса или максимально возможными потерями потребляющей подсистемы i.

Есть два параметра модели для всех функций поступления ресурса (17). Первый из них – максимальное количество ресурса A_i. Второй – максимальное требуемое количество ресурса M_i. Будем считать, что есть полная централизация. В таком случае центр имеет информацию о параметрах A_i и M_i. При этом задача распределения ресурса будет сведена к следующей оптимизационной задаче:

$$\max_{\Pi} \sum_{i \in I} D_i(\Pi_i, M_i), \ \sum_{i \in I} \Pi_i \leq R, 0 \leq \Pi_i \leq M_i, i \in I. \tag{18}$$

Проведем рассмотрение случая, когда есть неполная информированность центра транспортной системы. Тогда потребителями информации производится подача заявки $\vec{S} = (S_1, S_2, \ldots, S_n)$ по требуемому для него количеству ресурса. Исходя из полученных заявок происходит распределение ресурса R. При этом применяется некоторый принцип (закон планирования) $\vec{\Pi}(\vec{S}) = (\Pi_1(\vec{S}), \Pi_2(\vec{S}), \ldots, \Pi_n(\vec{S}))$ так, что $\sum_{i \in I} \Pi_i(S) \leq R$. Принимая во внимание полную централизацию планирования относительно распределения ресурса, $\vec{\Pi}(\vec{S})$ можно записать такие выражения:

$$D_i(\Pi_i(\vec{S}), M_i), i \in I, \sum_{i \in I} D_i(\Pi_i(\vec{S}), M_i). \tag{19}$$

Принципы распределения ресурсов

Мы исходим из того, что принцип распределения ресурсов будет выполняться в транспортной системе. В решении $\vec{S}^0$ соответствующей игровой модели в таком случае то количество ресурса, которое получается для каждого из потребителей равно заявленному количеству $(\Pi_I(\vec{S}^0 = S_i^0, i \in I))$. Проведем рассмотрение особенностей трех принципов, которые связаны с тем, как будут распределяться ресурсы.

1. Принцип, направленный на то, чтобы распределение было пропорциональным

$$П_i(\vec{S}) = \begin{cases} S_i, & \text{если } \sum_{i \in I} S_i \le R, \\ \dfrac{S_i R}{\sum_{i \in I} S_i}, & \text{если } \sum_{i \in I} S_i \rhd R. \end{cases} \quad (20)$$

Дефицит ресурса будет основываться на таком выражении $\sum_{i \in I} M_i \rhd R$. Об абсолютно оптимальной стратегии $S_i^0 = Q_i,\ i \in I$ можно говорить для любого из потребителей. Она является единственной. Для потребителя i максимальные потребности характеризуются на основе оценки Q_i. Завышение заявок по ресурсу будет рассматриваться как тенденция в анализируемой транспортной системе. Чем больше степень неинформированности центра, тем большее значение. В таких случаях наблюдается превышение Q_i над M_i.

2. Принцип, который базируется на оптимальном распределении.

В центр потребителями происходит сообщение оценок S_i величин $M_i, i \in I$. Происходит решение задачи по оптимальному распределению ресурсов при критерии максимума суммарного дохода:

$$\max_{\vec{П}} \sum_{i \in I} D_i(П_i, S_i),\ \sum_{i \in I} П_i \le R,\ П_i \le S_i,\ i \in I. \quad (21)$$

3. Принцип, который базируется на обратных приоритетах.

Приоритет потребителя, когда распределяются ресурсы тем выше, чем меньше количество ресурса он заказывает. В качестве показателя приоритета выступает величина A_i / S_i:

$$П_i(\vec{S}) = \begin{cases} S_i, \text{ если }, \\ \min\left(S_{i,}\ \dfrac{\dfrac{A_i}{S_i}}{\sum_{i \in I} \dfrac{A_i}{S_i}} R \right), \text{если } \sum_{i \in I} S_i \rhd R. \end{cases} \quad (22)$$

В качестве оптимальной стратегии потребителей будет

$$S_i = \frac{\sqrt{A_i}}{\sum_{i \in I} \sqrt{A_i}} R, \; i \in I, \tag{23}$$

учитываем, что $\Pi_i(\vec{s}^{\,0}) = s_i^0$, то есть принцип обратных приоритетов рассматривается как эффективный. Когда свертка частных критериев не обозначается, тогда есть трудности, связанные с определением наилучших решений, когда даже наблюдается полная централизация в системе. Поэтому на практике применяются многокритериальные задачи. В них распределяются ресурсы в транспортной системе, являющейся иерархической. При этом будет ограниченность по однокритериальным задачам распределения ресурсов. Дадим анализ по некоторым задачам, связанным с распределением однородных ресурсов. Требуется распределение однородного ресурса в объеме x^0 среди n объектов или подсистем. Каждая из подсистем описывается на основе функции

$$\varphi_i(\vec{x}) i = 1, 2, \ldots, n. \tag{24}$$

Максимизация суммарного эффекта связана с тем какая цель распределения

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\vec{x}) \to \max \tag{25}$$

с учетом ограничений

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x^0, \quad x_i \geq 0, \; i = 1, 2, \ldots n. \tag{26}$$

Помимо (25) мы можем рассмотреть обратную задачу, связанную с распределением ресурсов. Требуется определить соответствующее минимальное значение объема по ресурсу x^0 и таким образом осуществить распределение его среди n подсистем, чтобы значение суммарного эффекта было бы не меньше определенного заданного значения Φ^0.

$$x^0 = \sum_{i=1}^{n} x_i \to \min \tag{27}$$

с учетом ограничений

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\vec{x}) \geq \Phi^0, \; x_i \geq 0, \; i = 1, 2, \ldots, n. \tag{28}$$

Происходит обобщение задачи (25) на случай, когда ресурсы в транспортной системе неоднородные. Всего рассматривается m групп ресурсов x_j, $j = 1,2,...,m$. При этом x_{ij} – количество ресурса типа j, который будет потребляться подсистемой i. Когда эффект от применения ресурса подсистемой i равняется $\varphi_i(\vec{x})$, тогда задачу максимизации суммарного эффекта запишем так:

$$x^0 = \sum_{i=1}^{n} x_i \to \max \tag{29}$$

С учетом ограничений

$$\begin{gathered} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = x_j^0,\ j = 1,2,\ldots,m, \\ x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,\ldots n,\ j = 1,2,\ldots m. \end{gathered} \tag{30}$$

Условия оптимальности Куна-Таккера [8] и методы динамического программирования являются основой для алгоритмов решения задач типа (25)-(29) по некоторым специальным видам функции $\varphi_i(\vec{x})$. Все проанализированные задачи связаны с тем, что существует один критерий эффективности. Для реальных систем степень эффективности их работы может быть оценена на базе нескольких показателей, помимо этого, требуется проводить учет самостоятельным образом критерии эффективности в составляющих подсистемах.

Осуществление оптимизации транспортной системы с точки зрения распределения взаимозависимых ограниченных ресурсов

Одной из задач повышения эффективности транспортной системы является поддержка в ней сбалансированного равновесия ресурсов за счет того, что путем оптимального образа распределяются ограниченные ресурсы. Предположим, что есть некоторая определенная структура в системе. Она сформирована за счет координирующего центра и подсистем. В центре существует некоторый вектор ресурсов $\widetilde{o} = \left(\widetilde{o}_1^0, \widetilde{o}_2^0, \ldots, \widetilde{o}_m^0\right)$ разного вида. При этом в качестве неизвестных рассматриваются объемы тех ресурсов каждого вида $\widetilde{o}_{Ij}$, $i = 1, 2,...,n$, $j = 1, 2,...,m$, которые выделяются для подсистем. Если требуется, то проводится рассмотрение объемов ресурсов с привлечением соответствующих нормировок. Есть ограничения по тому, как будет выделяться соответствующий ресурс каждого вида с точки зрения минимального $\tilde{o}_{Ij}^{-}$ и максимального объемов $\tilde{o}_{Ij}^{+}$, $i = 1, 2,..., n, j = 1, 2,..., m$. Ресурсы снизу и сверху имеют соответствующие ограничения g_i^- и g_i^+. Это определяется тем, какие в транспортной системе по подсистемам $i = 1, 2,\ldots,n$ объемы потребления по ресурсам разных видов. Центром внутри системы ведется распределение ресурсов. При этом исходим из того будет выделен для любой из подсистем максимальный суммарный объем по всем ресурсам. В таком случае для транспортной системы задача сводится к такой задаче векторной оптимизации:

$$\max \sum_{j=1}^{m} x_{ij},\ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{31}$$

с учетом ограничений по объемам ресурсов

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = x_j^0,\ j = 1, 2, \ldots, m, \tag{32}$$

$$x_{ij}^- \le x_{ij} \le x_{ij}^+,\ i = 1, 2, \ldots, m, \tag{33}$$

при условиях взаимосвязи ресурсов

$$\sum_{j=1}^{m} \tilde{n}_{ij} x_{ij} \ge g_i^-,\ i = 1, 2, \cdots, n,\ \ \sum_{j=1}^{m} d_{ij} x_{ij} \le g_i^+,\ i = 1, 2, \cdots, n. \tag{34}$$

Могут быть получены разные виды в линейной зависимости ресурсов, что определяется зависимостью от того, какие значения коэффициентов взаимосвязи $\tilde{n}_{ij}$,$d_{ij}$$i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,m$. Центр анализируемой транспортной системы будет решать задачу, связанную с тем, что определяется вид свертки. Относительная важность подсистем должна быть учтена в центре. Проведем анализ двух схем компромисса, которые задаются на базе аддитивной свертки [9] по частным критериям оптимальности

$$\hat{O}_1(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \phi_i(\vec{x}) \quad (35)$$

и при помощи свертки в рамках принципа результата

$$\hat{O}_2(\vec{x}) = \min_{1 \le i \le n} \phi_i(\vec{x}) / \alpha_i \quad (36)$$

При этом $\alpha_i > 0$ является относительной важностью в частных критериях оптимальности $\varphi_i, i = 1, 2, \ldots, n$. Задача (35), в которой проводится рассмотрение обобщенного критерий $\hat{O}_1$, анализируется в виде задачи линейного программирования. Осуществлять процесс ее решения можно за счет того, что применяются общие методы, на основе которых проводится решение задач в линейном программировании. Предположим, что требуется осуществить процесс распределения вектора ресурсов среди подсистем, если ведется обозначение нижних и верхних границ по общему потреблению всех видов ресурсов в любой из подсистем. Следует считать, что значения коэффициентов взаимосвязи по ресурсам равны: $c_{ij}d_{ij}= 1$ $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,...,m$. Важно осуществить замену интервальных ограничений по объемам потребления любой из подсистем для видов ресурсов на то, что будут условия, связанные с неотрицательностью таких объемов, при этом:

$$x_{ij}^{-} = 0,\ x_{ij}^{+} = \infty,\ i = 1, 2, \ldots n,\ j = 1, 2, \ldots m \quad (37)$$

тогда приходим к экстремальной задаче:

$$\hat{O}_2(\vec{x}) = \min_{1 \le i \le n} \left(\sum_{j=1}^{m} x_{ij} / \alpha_i \right) \to \max \quad (38)$$

с учетом условий

$$\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = x_j^0,\ j = 1, 2, \ldots, m, \\ g_i^{-} \le \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le g_i^{+},\ i = 1, 2, \ldots, n, \end{array} \quad x_{ij} \ge 0,\ i = 1, 2, \ldots, n,\ j = 1, 2, \ldots, m. \quad (39)$$

В представленных выражениях ограничения вида равенства рассматриваются в виде требований по объемам ресурсов каждого вида. При этом для общего потребления по всем видам ресурсов любой подсистемы в транспортной системе будет отражение двусторонних ограничений по взаимосвязи ресурсов. Чтобы изучить свойства такой задачи и обеспечить методы ее решения проведем рассмотрение вспомогательной задачи. В ней осуществлена замена ограничений по объему каждого вида ресурсов на ограничения, относящиеся к общему объему по всем видам ресурсов, которые будут получаться при суммировании уравнений, которые приведены в (39).

Предположим, что

$$\hat{O}_{A_1}(\vec{x}) = \min_{1\le i\le n}\left(\sum_{j=1}^{m} x_{ij} / \alpha_i\right) \to \max \tag{40}$$

с учетом ограничений

$$\sum_{i=1,j=1}^{n,m} x_{ij} = z^0,\ \ g_i^- \le \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le g_i^+, i = 1,2,\ldots n,\ \ x_{ij} \ge 0, i = 1,2,\ldots n,\ j = 1,2,\ldots m. \tag{41}$$

здесь $z^0 = \sum_{j=1}^{m} x_j^0$. При помощи замены $z_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}$ мы приведем к такому виду задачу (40):

$$\hat{\mathrm{O}}_{\mathrm{A}_2} = (\vec{\mathrm{z}}) = \min_{1\le \mathrm{i}\le \mathrm{n}} \mathrm{z}_1 / \alpha_1 \to \max \tag{42}$$

с учетом ограничений

$$\sum_{i=1}^{n} z_1 = z^0,\ \ g_i^- \le z_i \le g_i^+, i = 1,2,\ldots,n. \tag{43}$$

Задача (42) рассматривается в виде задачи по распределению независимых ресурсов в транспортной системе. Исходя из того, что в задаче (42) есть множество оптимальных решений, необходимо стремиться к тому, чтобы достигать цели подсистем и транспортной системы в общем по множеству таких решений:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = z_i\ i = 1, 2,\ldots,n,\ \ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = x_j^0, j = 1,2,\ldots,m,\ \ \ x_{ij} \ge 0, i = 1,2,\ldots n,\ j = 1,2,\ldots m. \tag{44}$$

При этом важно, чтобы в подсистеме *i* происходило распределение общего объема выделяемого для нее ресурса z_i среди видов ресурсов при учете того какая приоритетность соответствующих ресурсов в подсистеме. Будем считать, что происходит задание приоритетности видов ресурсов в подсистеме *i* на базе коэффициентов важности $a_{ij} > 0$, $j = 1, 2,...,m$. В таком случае, основываясь на условии максимизации по объему любого вида ресурсов и на основе того, что применяется принцип результата, приходим к критерию эффективности подсистемы в транспортной системе

$$f_i(\vec{x}) = \min_{1 \le j \le m} x_{ij} / a_{ij} \to \max, i = 1, 2, \ldots, n. \quad (45)$$

При этом задается тип свертки в частных критериях оптимальности. Проводя учет по принципу справедливого распределения ресурсов, мы выберем схему компромисса, которая будет реализована на основе принципа результата

$$F(\vec{x}) = \min_{1 \le j \le m} f_i(\vec{x}) / a_i \to \max. \quad (46)$$

Дадим анализ задачи (44)-(46). Если частный критерий оптимальности будет подставлен из (45) в (46), есть возможность для того, чтобы представить таким образом обобщенный критерий оптимальности

$$F(\vec{x}) = \min_{1 \le i \le n} \min_{1 \le j \le m} x_{ij} / (a_{ij} \alpha_i) \to \max. \quad (47)$$

Если ввести замену $\tau_{ijj} = x_{ij} / \beta_{ij}$, $\beta_{ij} = a_{ij} \alpha_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots m$, мы задачу (44)-(46) представим так

$$F(\vec{\tau}) = \min_{\substack{1 \le i \le n \\ 1 \le j \le m}} \tau_{ij} \to \max \quad (48)$$

с учетом условий

$$\sum_{j=1}^{m} \beta_{ij} \tau_{ij} = z_i, i = 1, 2, \ldots, n, \ \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij} \tau_{ij} = x_j^0, i = 1, 2, \ldots, n, \ \tau_{ij} \ge 0, i = 1, 2, \ldots n, \ j = 1, 2, \ldots m. \quad (49)$$

В задаче (48) оптимального значение критерия F^* записывается так

$$F^* = \min \left(\min_{1 \le i \le n} \frac{z_i}{\sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}}, \min_{1 \le i \le m} \frac{x_j^0}{\sum_{j=1}^{n} \beta_{ij}} \right). \quad (50)$$

Будем считать, что происходит достижение минимума в (50) для одного из анализируемых $m + n$ выражений. Осуществим рассмотрение отдельным образом случаев, если реализуется его достижение для одного из первых n выражений, когда $i = i_0$. Предположим, что будет реализован первый случай. Проведем обозначение минимального значения выражения, которое находится в правой части (50) как W

$$W = \frac{z_{i_o}}{\sum_{j=1}^{m} \beta_{i_0 j}}. \quad (51)$$

Проведем формирование допустимого решения задачи (48) таким образом

$$\tau_{ij} = W + \delta_{ij},\ \delta_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,\ldots n,\ j = 1,2,\ldots m. \tag{52}$$

Осуществляя подстановку такого значения в систему ограничений, придем к системе уравнений, чтобы найти δ_{ij}

$$\sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}\delta_{ij} = z_i - W\sum_{j=1}^{m} \beta_{ij},\ i = 1,2,\ldots,n, \quad \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}\delta_{ij} = x_j^0 - W\sum_{i=1}^{n} \beta_{ij},\ j = 1,2,\ldots,m. \tag{53}$$

Проводя деление первых n уравнений на $\sum_{j=1}^{m}\beta_{ij}$ последних m уравнений на $\sum_{i=1}^{n}\beta_{ij}$, придем к таким уравнениям

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{\beta_{ij}}{\sum_{j=1}^{m}\beta_{ij}}\delta_{ij} = \frac{z_i}{\sum_{j=1}^{m}\beta_{ij}} - W,\ i = 1,2,\ldots,n,\ \sum_{j=1}^{m} \frac{\beta_{ij}}{\sum_{i=1}^{n}\beta_{ij}}\delta_{ij} = \frac{x_j^0}{\sum_{i=1}^{n}\beta_{ij}} - W,\ j = 1,2,\ldots,m. \tag{54}$$

В правых частях представленных уравнений, поскольку выбирается *W,* придем к тому, минимальные значения в выражениях в (50) будут неотрицательными. В этой связи есть решение системы, в котором есть неотрицательные значения переменных $\delta_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,\ldots,n,\ j = 1,2,\ldots,m.$ В итоге будет достижение значения критерия $\min\limits_{1\leq i\leq n, 1\leq j\leq m} \tau_{ij} = W$ по компонентам решения $\tau_{i_0 j},\ j = 1,2,\ldots,m.$ Можно делать выбор остальных компонент в решении неоднозначным образом по решениям системы (54). При этом является целесообразным в ходе выбора таких компонент осуществлять применение принципа справедливого компромисса. В таких случаях будет сведение решения задачи (48) к тому, что будет осуществляться решение последовательности экстремальных задач, которые являются вложенными и однотипными. Любая из рассматриваемых задача будет иметь отличие от предыдущей в том, что сокращаются компоненты вектора неизвестных вследствие того, что компоненты, которые однозначным образом определены в ходе решения предыдущих задач, будут исключены. Важно осуществлять коррекцию по ресурсным ограничениям задач. Для решения задач опираемся на такой алгоритм.

1. Проводится определение

$$W = \min\left(\min_{1\le i\le n}\frac{z_i}{\sum_{j=1}^{m}\beta_{ij}},\ \min_{1\le i\le m}\frac{x_j^0}{\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}}\right) \tag{55}$$

а также компоненты $i = i_0$ (или $j = j_0$), для которой происходит достижение минимума.

2. Считаем, что $\tau_{i0j} = W, j = 1, 2,...,m$ (или $\tau_{i0j} = W, i= 1, 2,...,n$).

3. Проводим исключение компонентов вектора $\overline{\tau}, \tau_{i0j}, j= 1, 2,...,m$, из рассмотрения. Исходим из того, что $x_j^0 = x_j^0 - W\beta_{i_0 j},\ j = 1,2,\ldots,m$, полагаем $n = n - 1$ (или ведем исключение компонент τ_{i0j}, $i= 1, 2,..., n$ из рассмотрения, записываем $z_i,. = z_i - W\beta_{ij_0}$, $i= 1, 2,...,n$, считаем, что $m = m - 1$).

4. Компоненты подвергаются перенумеровыванию. Осуществляем повторение вычислений с шага *I* до того, как будут определены все компоненты в векторе $\vec{\tau}$.

Чтобы определить решение в рамках рассматриваемого алгоритма, необходимо реализовывать $m + n$ итераций. На любой из них ведется решение задачи, связанной с тем, что определяется минимальный элемент внутри числовой последовательности. В итоге, проведено сведение решения задачи по распределению взаимозависимых ресурсов в транспортной системе к тому, что осуществляется решение последовательности экстремальных задач. При этом по всем уровням происходит поддержка принципа равноправного распределения ресурсов (то есть, принципа гарантированного результата) при учете того, что есть относительная важность подсистем и видов ресурсов [10].

Заключение

1. Проведена постановка задачи по выбору функций управления в транспортной системе. Рассматривается двухуровневая модель управления, в которой происходит оптимизация распределяемых ресурсов. Указана модельная функция, которая для этого требуется.

2. Приведены ключевые принципы, на которых базируется распределение ресурсов. Показано, когда требуется опираться на условия оптимальности Куна-Таккера.

3. Рассмотрена задача распределения взаимозависимых ограниченных ресурсов и вспомогательная к ней задача. Приведен алгоритм коррекции по ресурсным ограничениям в транспортной системе.

Список литературы

1. Дунаенко, Н. А., & Кудрявцева, Т. Ю. (2022). Управление ресурсами и цифровизация транспортной логистики. *Экономические науки*, *4*(209), 81–89. https://doi.org/10.14451/1.209.80. EDN: https://elibrary.ru/GDAIEF
2. Миркина, О. Н. (2024). Цифровизация в деятельности предприятий транспортной отрасли России. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(2), 145–157. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-2-317. EDN: https://elibrary.ru/OEOUCC
3. Мальцева, М. В. (2018). Управление человеческими ресурсами в системе менеджмента качества транспортного предприятия. *Вестник университета*, *2*, 64–69. https://doi.org/10.26425/1816-4277-2018-2-64-69. EDN: https://elibrary.ru/YUPHVX
4. Коновалова, Т. В., Домбровский, А. Н., Надирян, С. Л., & Коцурба, С. В. (2024). Формирование и пути оптимизации транспортных затрат производственного предприятия. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(2), 169–180. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-2-283. EDN: https://elibrary.ru/JCLRUR
5. Карагодин, В. И. (2024). Распределение наземных транспортных и транспортно-технологических средств по объектам и видам работ с учётом их технического состояния. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(3), 77–99. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-3-309. EDN: https://elibrary.ru/SFOAPK
6. Король, Р. Г. (2024). Моделирование транспортных процессов

при формировании и развитии трансграничной инфраструктуры. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(4), 134–153. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-4-323. EDN: https://elibrary.ru/LTYYNJ
7. Tunik, A., & Sushchenko, O. (2013). Usage of vector parametric optimization for robust stabilization of ground vehicles information-measuring devices. *Proceedings of National Aviation University*, *4*(57), 23–32. EDN: https://elibrary.ru/RTUFUX
8. Данданян, А. Н., Хайдарова, Л. А., & Курганова, М. В. (2020). Решение задач нелинейного программирования по условиям Куна-Таккера. *Наука XXI века: актуальные направления развития*, *1–2*, 24–27. EDN: https://elibrary.ru/JLDZQK
9. Заставный, В. П., & Савчук, В. В. (2011). Приближение классов свёртток линейными операторами специального вида. *Математические заметки*, *90*(3), 351–361. https://doi.org/10.4213/mzm8545. EDN: https://elibrary.ru/RLRHON
10. Фомичева, И. В., Юдина, О. В., & Поляков, Д. В. (2024). Экспертная оценка относительной ответственности управляющего в исполнении подсистем бизнес-плана. *Научные исследования и разработки. Экономика*, *12*(1), 36–40. https://doi.org/10.12737/2587-9111-2024-12-1-36-40. EDN: https://elibrary.ru/VBAGYC

References

1. Dunaenko, N. A., & Kudryavtseva, T. Yu. (2022). Resource management and digitalization of transport logistics. *Economic Sciences*, *4*(209), 81–89. https://doi.org/10.14451/1.209.80. EDN: https://elibrary.ru/GDAIEF
2. Mirkina, O. N. (2024). Digitalization in the activities of Russian transport enterprises. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(2), 145–157. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-2-317. EDN: https://elibrary.ru/OEOUCC
3. Maltseva, M. V. (2018). Human resource management in the quality management system of a transport enterprise. *Bulletin of the University*, *2*, 64–69. https://doi.org/10.26425/1816-4277-2018-2-64-69. EDN:

https://elibrary.ru/YUPHVX
4. Konovalova, T. V., Dombrovsky, A. N., Nadiryan, S. L., & Kotsurba, S. V. (2024). Formation and ways to optimize transport costs of a manufacturing enterprise. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(2), 169–180. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-2-283. EDN: https://elibrary.ru/JCLRUR
5. Karagodin, V. I. (2024). Distribution of ground transport and transport-technological means across facilities and types of work considering their technical condition. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(3), 77–99. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-3-309. EDN: https://elibrary.ru/SFOAPK
6. Korol, R. G. (2024). Modeling transport processes in the formation and development of cross-border infrastructure. *Transportation and Information Technologies in Russia*, *14*(4), 134–153. https://doi.org/10.12731/2227-930X-2024-14-4-323. EDN: https://elibrary.ru/LTYYNJ
7. Tunik, A., & Sushchenko, O. (2013). Usage of vector parametric optimization for robust stabilization of ground vehicles information measuring devices. *Proceedings of National Aviation University*, *4*(57), 23–32. EDN: https://elibrary.ru/RTUFUX
8. Dandanyan, A. N., Khaidarova, L. A., & Kurganova, M. V. (2020). Solving nonlinear programming problems under Kuhn-Tucker conditions. *Science of the XXI Century: Current Development Trends*, *1–2*, 24–27. EDN: https://elibrary.ru/JLDZQK
9. Zastavny, V. P., & Savchuk, V. V. (2011). Approximation of convolution classes by linear operators of a special type. *Mathematical Notes*, *90*(3), 351–361. https://doi.org/10.4213/mzm8545. EDN: https://elibrary.ru/RLRHON
10. Fomicheva, I. V., Yudina, O. V., & Polyakov, D. V. (2024). Expert assessment of the relative responsibility of the manager in the execution of business plan subsystems. *Scientific Research and Development. Economics*, *12*(1), 36–40. https://doi.org/10.12737/2587-9111-2024-12-1-36-40. EDN: https://elibrary.ru/VBAGYC

ДАННЫЕ ОБ АВТОРЕ

Преображенский Андрей Петрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и технологий
Воронежский институт высоких технологий
ул. Ленина, 73а, г. Воронеж, 394043, Российская Федерация
app@vivt.ru

Аветисян Татьяна Владимировна, преподаватель
Колледж Воронежского института высоких технологий
ул. Ленина, 73а, г. Воронеж, 394043, Российская Федерация
vtatyana_avetisyan@mail.ru

Львович Яков Евсеевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и технологий
Воронежский институт высоких технологий
ул. Ленина, 73а, г. Воронеж, 394043, Российская Федерация
office@vivt.ru

DATA ABOUT THE AUTHORS

Andrey P. Preobrazhenskiy, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Information Systems and Technologies
Voronezh Institute of High Technologies
73a, Lenin Str., Voronezh, 394043, Russian Federation
app@vivt.ru
SPIN-code: 2758-1530
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6911-8053
ResearcherID: A-5832-2019
Scopus Author ID: 14122417700

Tatyana V. Avetisyan, teacher
College of Voronezh Institute of High Technologies
73a, Lenin Str., Voronezh, 394043, Russian Federation
vtatyana_avetisyan@mail.ru

SPIN-code: 3062-9901
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3559-6070
Scopus Author ID: 58079888600

Yakov E. Lvovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Information Systems and Technologies
Voronezh Institute of High Technologies
73a, Lenin Str., Voronezh, 394043, Russian Federation
office@vivt.ru
SPIN-code: 9029-3251
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7051-3763
Scopus Author ID: 57193738839

Поступила 15.04.2025
После рецензирования 22.05.2025
Принята 01.06.2025

Received 15.04.2025
Revised 22.05.2025
Accepted 01.06.2025