

Философская мысль

Правильная ссылка на статью:

Чечеткина И.И. — Связь математики и логики в структуре аксиоматизированных и формализованных теорий // Философская мысль. – 2023. – № 12. – С. 109 - 120. DOI: 10.25136/2409-8728.2023.12.69100 EDN: ITGSHN URL: [https://nbpublish.com/library\\_read\\_article.php?id=69100](https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=69100)

## Связь математики и логики в структуре аксиоматизированных и формализованных теорий

Чечеткина Ирина Игоревна

кандидат химических наук

доцент, кафедра философии и истории науки, Казанский национальный исследовательский технологический университет

420097, Россия, республика Татарстан, г. Казань, ул. Достоевского, 74 А, оф. 1

✉ [iralena@mail.ru](mailto:iralena@mail.ru)



---

[Статья из рубрики "Философия науки"](#)

### DOI:

10.25136/2409-8728.2023.12.69100

### EDN:

ITGSHN

### Дата направления статьи в редакцию:

24-11-2023

### Дата публикации:

31-12-2023

**Аннотация:** Целью исследования является изучение связи логики и математики в структуре аксиоматизированных и формализованных научных теориях. Объектом исследования является экспликация этой связи и ее объяснение. Предметом исследования выступают синтаксические и семантические взгляды на структуру научных теорий, связь логики и математики в них детально не изучалась. В синтаксическом взгляде структура теории понимается как лингвистический конструкт, построенный из различных логических предложений теоретического уровня, предложений соответствия и предложений наблюдения. Структура теории не учитывает многообразие модельных представлений теории, порождающих множество языковых конструктов. Семантический взгляд преодолевает этот недостаток, и в нем структура теории представлена как иерархия моделей: от аксиом до моделей теоретического уровня, моделей эксперимента

и моделей данных. Структура теории, связь логики и математики изучались с помощью сравнительного анализа, методов интерпретативного анализа и реконструкции научных теорий. Методы позволили эксплицировать в структуре теории математические понятия и соотнести их с логикой и естественным языком. Сравнительный анализ показал, что в синтаксическом взгляде связь логики и математики заключается в том, что математические понятия физики интерпретируются в языке логики предикатов первого порядка с равенством. Связь между математическими понятиями обеспечивает аксиоматический метод, служащий средством формализации понятий. Математика сводится к логике. В семантическом подходе для выявления связи математики и логики понадобилась реконструкция структуры нерелятивистской квантовой механики. С помощью теоретико-множественного предиката Суппеса были определены ее аксиомы, установлена связь между математическими структурами, постулатами теории, аксиомами, и наблюдаемыми величинами. Логика и математика связаны друг с другом так, что метаматематика или лингвистика есть часть математики. Математика включает в себя теорию множеств и теорию моделей, то есть математическую логику. Проблемной остается связь математических формализмов с явлениями, и с естественным языком, этот недостаток есть и в синтаксическом подходе. Новизна заключается в том, что исследование вносит вклад в методологию и логику науки, в объяснение связи логики и математики в научной теории, что было проиллюстрировано на разных примерах из различных областей физики.

**Ключевые слова:**

методология науки, синтаксический взгляд, семантический взгляд, математика, логика, аксиоматический метод, формализация, структура теории, теоретико-множественный предикат, модель

**Введение: аксиоматический метод, его актуальность, история, и перспективы в естествознании.**

Большинство ученых и инженеров, работающих в фундаментальных и прикладных естественных науках, в технологиях, используют в основном неформализованные и неаксиоматизированные математические модели и теории. Под неформализованными моделями и теориями будем понимать такие, которые не связываются с теорией множеств, пространством состояний или теорией моделей.

Таковы, например, эвристические модели в биологии (модель двойной спирали ДНК Уотсона и Крика), знаково-символические модели структурной химии, аналоговые модели в микрофизике (модель строения атома Резерфорда), математические модели и частные теории физико-химических процессов в области кинетики и катализа, термодинамики, описывающих с помощью системы дифференциальных уравнений состояние процесса в любой момент времени, симуляционные модели в компьютерных науках <sup>[1]</sup>. Все эти модели требуют инсайта и логики построения модели (аналогия, упрощение, использование приближений), поиска математических аналогов естественнонаучного объекта, способов изучения знаковых закономерностей параметров модели. Неформализованные и неаксиоматизированные модели и теории могут быть противоречивыми, описывать одну и ту же реальность с помощью различных представлений (модель строения атома Бора), их противоречивость обнаруживается тогда, когда выявляются их явные противоречивые положения, что приводит к

дальнейшему детальному анализу их математических и логических структур [\[2\]](#).

Для лучшего понимания физической реальности и сути ее законов необходимо прийти к аксиоматизированной и формализованной версии теории. Аксиомы позволяют не только систематизировать теоретическое знание и осуществлять формальную рутинную проверку доказательств, но и прийти к новым законам, лучше понять и установить их связь с физической реальностью. Такова роль аксиом в познании. Аксиоматизация позволяет избавиться от путаницы в происхождении понятий и описания ими явлений, заменить интуитивные или полуэмпирические понятия научной теории на строгие математические, покончить с мысленными экспериментами.

Первоначально физика занималась аксиоматизацией конкретных неформальных теорий, что означало эксплицитное изложение примитивных понятий и аксиом. Примером может служить механика Ньютона, где логика применялась интуитивно и аксиомы имели содержательный характер.

В физике к аксиоматическому методу был близок Ньютон. Он полагал, что из явлений природы можно вывести два – три общих начала и после этого изложить, каким образом действия вещей вытекают из этих начал [\[3\]](#). Хотя Ньютон и называет свои законы движения аксиомами, но они выводятся у него из собственных опытов или опытов Галилея, при этом метода выведения этих законов он не представляет.

Согласно Ньютону, суть науки состоит в установлении причинно-следственных связей, которые выражаются в фундаментальном законе («начале»). Законы (три закона движения и закон гравитации) – это математические формулы, которые он называет аксиомами, из которых выводятся простые следствия, служащих для решения частных задач механики и объяснения феноменологического третьего закона Кеплера.

Однако, развитые в математическом плане теории физики XIX в., такие как термодинамика и электродинамика, требовали логического обоснования своего знания, что означало формализацию физической теории и эксплицитного изложения лежащего в ее основе логического аппарата. Требовалось совершенствование логического аппарата и создание надежных логических языков.

В начале XX в. Гильберт выдвинул проект перестройки оснований классической математики, его внимание было направлено на проблему непротиворечивости математики. Для этого Гильберт предложил решить ее с помощью формализации всех ее теорий и сведения их последовательно к теории множеств. Он хотел создать аксиоматическую систему, которая служила бы фундаментом всех математических теорий. Гильберт осознал, что аксиоматизация требует хорошо разработанных символических формальных систем, с помощью которых можно было бы формализовать математические теории и доказательства. Смысл программы был в том, что можно было пренебрегать смысловыми значениями математических выражений, заменяя их на символы или строки алгебраических символов. В итоге математические теории должны были замениться на формальные системы, а доказательства – на последовательности формул [\[4, pp. 464 – 480\]](#). Так математические теории приобретали логическую структуру, и вскоре математика открыла путь редукции к логике (Рассел, Уайтхед, Витгенштейн, логический эмпиризм).

Проект Гильберта был нацелен также на использование формального аксиоматического метода в математическом естествознании, там он должен был стать методом всех теоретических исследований.

Программа Гильберта оказала влияние на построение системы аксиом теории множеств (Цермело, фон Нейман, Френкель) и установления ее непротиворечивости. Для этого потребовалось более глубокое изучение системы аксиом, что повлекло за собой анализ структуры научного высказывания, истинности, выразительности, доказуемости, изучение математических моделей. Вместе с открытием формальных языков и их систем все эти новые представления привели к созданию математической логики [5].

Математическая логика открывала новые перспективы для естествознания. Теории естественных наук представляли как аксиоматически формализованные системы. Вопрос состоял в соотнесении естественного языка теории, на котором описывались эмпирические факты, с их математическими и логическими структурами. Этот вопрос обсуждается в синтаксических и семантических концепциях науки в связи с проблемой реконструкции научных теорий до сих пор.

### **Синтаксический взгляд: пример из газовой молекулярно-кинетической теории.**

Синтаксический взгляд (Венский кружок, логический эмпиризм) на предметную область науки состоит в том, что ее язык, включающий, например, физические понятия и естественный язык, можно с помощью аксиоматического метода выразить как набор предложений в символическом логическом языке для данной предметной области [6]. Синтаксическая трактовка естественных наук требовала их формального аксиоматического построения по рецепту Гильберта и сведения математики к символической логике.

Теория представляла собой частично интерпретированную аксиоматизированную систему, ее язык разделялся на теоретический язык, язык соответствия, и язык наблюдения. Теоретические предложения – это, например, законы термодинамики, которые составляются из теоретических понятий (температура, давление, объем), сюда же входит исчисление принятой аксиоматической системы, например, алгебра. Предложения соответствия связывали предложения теории с предложениями наблюдения, последние задавали семантику предложениям теории.

Так, язык молекулярно-кинетической теории для газов включал в себя предложения наблюдения, следовавшие из частного закона Бойля,  $PV = \text{const}$ . Этот закон был основан на экспериментах с реальным газом, для измерения объема выделившегося газа применялся стеклянный куб с заданными геометрическими характеристиками – длиной, шириной и высотой. Предложения наблюдения фиксировали объем куба, давление и температуру газа, например, давление газа было таким-то, в лаборатории для измерения объема газа применялся стеклянный куб. Эмпирическое содержание понятий объема как геометрической характеристики и давления как силы, давящей на газ, что фиксировалось в предложениях соответствия, которые, в свою очередь, задавали смысл идеальным понятиям давления, температуры и объема в аксиоматизированном уравнении состояния идеального газа  $PV = nRT$  [7]. Подобные предложения описывал Карнап и считал, что они все описываются логическими терминами [8]. Математические понятия в физических законах, а также связь между ними в предложениях выражалась на языке логики предикатов первого порядка с равенством. Аксиомы логики связывались с формализованными предложениями научной теории, и методом дедукции из них выводились частные понятия (следствия) – аналитические суждения, которые затем соотносились с предложениями наблюдения. Математика сводилась к логике.

Таким образом, научная теория понималась как синтаксически сформулированный набор теоретических предложений (аксиом, теорем и законов) вместе с их интерпретацией с помощью соответствующих предложений.

Дальнейший анализ логико-методологических проблем конкретных научных теорий сторонниками семантического подхода (ван Фраасен, Суппес) выявил недостатки синтаксического подхода. Его упрекали за разрыв между теоретическим описанием и эмпирическими высказываниями, ведущий к отождествлению множества теоретических высказываний с множеством эмпирически проверяемых следствий, чем больше аксиом и постулатов вводилось, тем больше требовалось эмпирически проверяемых следствий. Критика велась также за признание только единственного языка формализации и аксиоматизации, которым выступала логика предикатов первого порядка с равенством, а теория, использующая эту логику, объявлялась эталоном научности.

Тем не менее, синтаксический подход имеет непреходящее значение для философии науки, поскольку это была попытка нахождения элементарных основ научного знания, в качестве которых выступили аналитические суждения, и сведения к ним сложных теоретических описаний. В качестве методов анализа научного знания выступали формально-логические методы с использованием символических языков и аксиоматического метода, который с помощью системы аксиом обеспечивал связь между формализованными понятиями и высказываниями теории. Отметим, что интерес к синтаксическому подходу не угасает до сих пор, например, работы Фридмана, где он предпринимает попытку аксиоматизировать специальную теорию относительности [\[9\]](#), или его реконструкция работ Карнапа [\[10\]](#).

### **Семантический взгляд.**

Семантический взгляд (Суппес, ван Фраасен) на реконструкцию структуры научной теории был связан с тем, что в середине XX в. большинство логиков и математиков признали, что существует альтернативный путь аксиоматизации теории – построение теоретико-множественного предиката в отличие от логических эмпиристов, которые использовали символическую алгебру в логике, сохраняя аксиоматическую архитектуру теории в стиле Гильберта.

Предложение Суппеса состояло в том, чтобы применить к эмпирическим наукам теоретико-множественный предикат, представить его как формулу языка теории множеств, специфического в каждой науке. Есть различия в подходах Суппеса и ван Фраасена. Суппес фокусируется на описании математических структур, удовлетворяющих теоретико-множественному предикату, а ван Фраасен сосредотачивается на самих моделях, пытаясь свести к минимуму роль аксиом теории. Оба они согласны в том, что реконструкция структуры теории означает представление ее как класса моделей [\[11, p. 64\]](#).

Понятие модели было заимствовано из логики Тарского, она представляет собой логическую конструкцию, выраженную на языке математики. Модель строится разными способами, в том числе с помощью теоретико-множественного предиката Суппеса.

Суппес считает, что главным инструментом для философии науки является математика, а не метаматематика логических эмпиристов [\[12\]](#). Построение теоретико-множественного предиката означает включение в теорию множеств как всего математического аппарата естественнонаучной теории, так и логики. Допустим, общая теория относительности зависит от геометрии Римана, дифференциального исчисления, тензорного исчисления,

действительных чисел. Все эти теории не нужно теперь ступенчато формализовывать и пошагово аксиоматизировать (так поступали раньше логические эмпиристы), теории задаются теоретико-множественными ресурсами. Пусть  $U$  – это математическая структура, которую можно построить из базовых множеств, тогда предикат  $P$  состоит из двух частей, первая составляет  $U$  из базовых множеств, а вторая представляет собой объединение аксиом математической структуры. Обозначим  $A_1, \dots, A_I$  наборами  $U$ , тогда мы можем записать предикат  $P$  как  $P(U; A_1, \dots, A_I)$ . Все виды структур, соответствующие  $A$ , являются предикатом  $P$  по своему определению. Окончательно предикат Скупеса записывается в виде формулы  $P(x) \leftrightarrow \exists x_1 \exists x_2 \dots \exists x_I P(x_1; x_2, \dots, x_I)$  [13, 120 - 126 p.].

### **Предикат Скупеса и нерелятивистская квантовая механика.**

Что же представляет собой структура физической теории, построенной с помощью предиката Скупеса? Постараемся ответить на этот вопрос. В качестве примера можно описать предикат Скупеса для нерелятивистской квантовой механики с использованием теории множеств Цермело – Френкеля (ZF) без аксиомы выбора. Краузе [14] сформулировал теоретико-множественный предикат и выделил пять аксиом для этой области знания. Наша стратегия будет такой: сначала выявим аксиомы, а потом займемся их интерпретацией и покажем, как происходит «перевод» математических структур физики (представлений о Гильбертовом пространстве) на язык неклассической логики, использующей теорию множеств. Дальше выделим этапы построения научной теории.

С точки зрения Краузе, математическая формула для нерелятивистской квантовой механики в теории множеств будет такой:

$$QMNR = \langle S, \{H_i\}, \{A_{ij}\}, \{T_{ik}\} \rangle \quad i \in I, j \in J, k \in K \quad (1)$$

В этой формуле обозначим нерелятивистскую квантовую механику как  $QMNR$ .  $S$  есть множество физических систем,  $\{H_i\}$  – совокупность гильбертовых пространств,  $\{A_{ij}\}$  – совокупность эрмитовых операторов в пространстве  $H_i$ , и  $\{T_{ik}\}$  – совокупность унитарных операторов в  $H_i$ ,  $\{T_{ik}\} \subset \{A_{ij}\}$ .

Теперь сформулируем аксиомы (1 – 5) для этой формулы:

(1). Для каждой физической системы  $s \in S$ . Это означает, что гильбертово пространство для данной физической системы связывается с совокупностью гильбертовых пространств:  $H_s \in \{H_i\}$ . Векторы  $|\Psi_i\rangle$  этого пространства представляют состояния физической системы. Векторы состояний должны быть нормализованы, т.е. умножены на комплексные числа, все нормализованные векторы должны представлять одно и то же состояние квантово-механической системы. Так,  $k \cdot |\Psi_i\rangle$  (для любого комплексного числа  $k$ ) представляет то же состояние, что и  $|\Psi_i\rangle$ . Когда есть система, состоящая из нескольких элементов  $S$ , то она связывается с тензорным произведением гильбертовых пространств составляющих элементов системы. Если кардинал подмножества систем равен  $n$  (назовем их  $s_1, \dots, s_I$ ), то гильбертово пространство  $H$  равно  $H = H_{s_1} \otimes \dots \otimes H_{s_I}$ . Типичный вектор этого пространства записывается как  $|\Psi_1\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_n\rangle$ , или просто  $|\Psi_1\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_n\rangle$ . Последняя формула представляет собой аксиому.

(2). Пусть  $|\Psi(t)\rangle$  представляет состояние квантово-механической системы в момент времени  $t$ . Для каждого  $|\Psi_i\rangle$  нужно связать унитарный оператор  $T_s$  таким образом, чтобы для любого момента времени  $t$  выполнялось:

$$|\Psi(t)\rangle = T_s(t) \cdot |\Psi(0)\rangle, \text{ где } |\Psi(0)\rangle \quad (2)$$

Это уравнение представляет собой унитарную эволюцию во времени вектора состояния, которое называется уравнением Шредингера, являющегося аксиомой.

(3). Эрмитову оператору  $A$  соответствуют скаляры  $a_i$ , что записывается с помощью формулы:

$$A|\Psi_i\rangle = a_i|\Psi_i\rangle \quad (3)$$

Формула является аксиомой. Предполагается, что эрмитовы операторы представляют наблюдаемые физические величины, которые могут быть измерены в физической системе в определенном состоянии.

(4). Известно, что любой эрмитов оператор  $A$  диагонализуем, что означает, что мы можем найти базис  $\{|\alpha_i\rangle\}$  для рассматриваемого гильбертова пространства, образованного инженерными векторами  $A$ . Так, для любого состояния  $|\Psi_i\rangle$ , мы можем написать:

$$|\Psi_i\rangle = \sum c_i |\alpha_i\rangle \quad (4),$$

где  $\sum c_i = \langle \alpha_i | \Psi \rangle$  – коэффициенты Фурье. Таким образом,  $|c_i|^2 = P_i$  представляет вероятность того, что измерение  $A$  получит значение  $a_i$ . Этот постулат известен как правило Борна, он также является аксиомой.

(5). Уравнение Дирака (эквивалентное записи уравнению Шредингера) представляет собой аксиому.

### **Построение нерелятивистской квантовой механики QMN R с помощью предиката Суппеса.**

Построение теории с точки зрения семантического взгляда сводится к следующим процедурам:

1. Формируется математическая структура, в данном случае в качестве формулы нерелятивистской квантовой механики QMNR выступает теоретико-множественный предикат Суппеса, представляющий собой множества физических систем, гильбертовых пространств, эрмитовых и унитарных операторов. Эта математическая формула подлежит дальнейшей аксиоматизации (в логическом смысле).

2. Ищется язык математической структуры, с помощью которого формулируются аксиомы логики, дающие символьные представления. Таким языком выступает теория множеств Цермело – Френкеля без аксиомы выбора.

3. Формулируется пять аксиом. Они представляют собой постулаты нерелятивистской квантовой механики, в данном случае – это математические формулы гильбертова пространства, вектора состояния, его эволюции во времени в записи Шредингера или Дирака, эрмитовых операторов. Теперь математические формулы нужно «перевести» на язык логики теории множеств ZF, например, вектор состояния квантово-механической системы, для описания которого используется математический аппарат гильбертова пространства, в теории множеств записывается в символьной форме как  $|\Psi_1\rangle \dots |\Psi_n\rangle$ .

4. Аксиомы логики выступают как описания математических моделей или теоретико-множественного предиката. Отметим, что многие логические понятия имеют интерпретацию не только в математике (формальную), но и в физической теории (содержательную). Так, векторы  $|\Psi_i\rangle$  гильбертова пространства обозначают все, что мы знаем о состоянии физической системы (например, квантовые числа электрона), а



эрмитовы операторы связаны с наблюдаемыми величинами.

5. Математические структуры нерелятивистской квантовой механики (математические представления о гильбертовом пространстве) становятся моделями аксиом, а сама теория становится семейством моделей. Структура теории предстает как иерархия моделей.

Изучение математических структур, которые могут быть моделями (в логическом смысле) научных теорий, можно рассматривать с нескольких точек зрения. Теоретические структуры могут описываться в терминах пространств состояний (Ллойд, ван Фраасен, Вайсберг [\[15\]](#), понимаются как реляционные системы [\[16\]](#), или рассматриваются как теоретико-множественные предикаты (Суппес и Снид) [\[17\]](#). Наиболее общей версией является третья [\[18\]](#).

Семантический подход Суппеса понимает конкретную теорию как класс моделей (теоретико-множественных структур в логике), так, как они даны в некоторой теории множеств, удовлетворяющих аксиомам теории и служащих для идентификации теории.

### **Структура нерелятивистской квантовой механики QMNR в семантическом взгляде.**

Структура теории может рассматриваться как иерархия моделей [\[19\]](#). В ней выделяются в ней различные уровни аксиоматизации: от самых высоких до самых низких – аксиомы, модели теории, затем модели эксперимента и модели данных. Дадим интерпретацию структурным уровням теории:

1. Аксиомы теории. Они определяют структуру научной теории, с одной стороны, связаны с ее постулатами, а с другой определяют теоретико-множественные предикаты и его модели. Выбор аксиомы связан с интуицией, об этом говорит да Коста: интеллектуальное знание всегда требует интуиции, поясняет: у математиков нет четкого «видения» ни трансфинитных кардиналов, ни совокупности действительных чисел, а есть только интуиция системы отношений, которая неявно определяют эти понятия посредством аксиоматических систем [\[20, p. 54\]](#). Дальше он рассуждает в стиле конструктивизма, считая, что эта интуиция имеет конструктивную природу, все формальные представления начинаются с интуиции, но дальше они выходят за пределы интуитивного ядра и начинают усложняться, приводя к построению все более сложных концептов, и тогда нашим «автопилотом» становится аксиоматический метод.

2. Модели теории. Выявление множества моделей теории связано с математической теорией измерения, устанавливающей способ перехода от качественных эмпирических понятий теории к количественным представлениям. Для этого экспериментальные процедуры необходимо аксиоматизировать с помощью специальных разделов алгебры и выдвинуть математическую модель, включающую в себя множество чисел, отношений и операций. Соответствие модели эксперимента численной модели доказывается с помощью теоремы представления. Получается, что между постулатами теории и ее предметной областью лежит целый класс моделей, который игнорировался сторонниками синтаксического подхода. Доказательство теоремы представления для различных классов моделей связано с построением теоретико-множественного предиката [\[21\]](#).

3. Модели эксперимента и модели данных. Для постановки целей и задач, анализа эксперимента используется теория планирования эксперимента и ее критерии. Для построения моделей данных используются статистические тесты на соответствие и оценку параметров в контексте теоретических моделей. Существуют сложные соответствия



(гомоморфизм, изоморфизм) между моделями эксперимента и моделями теории, теорией измерения и моделями данных. Это соответствие основано на расширении методологии теоремы представления, которая распространяется на всю структуру научной теории, охватывая модели теории, модели эксперимента и модели данных [22]. Однако, самым сложным является соотнесение моделей данных с самой реальностью [23]. Поэтому представители семантического подхода, такие, как Ледиман и ван Фраасен [24] считают, что один только семантический подход не может решить эту проблему.

Таким образом, для экспликации структуры нерелятивистской квантовой механики были определены ее аксиомы и интерпретированы с помощью неклассической логики. Выделение этапов построения теории позволило лучше понять связь логики и математики между математическими структурами и аксиомами логики, которая заключается в том, что математические структуры становятся моделями аксиом, а сама теория становится семейством моделей. Математика включает в себя неклассическую логику. Дальнейшее рассмотрение структуры теории как иерархии моделей выявляет связь между аксиомами, постулатами теории, ее моделями, моделями эксперимента, и моделями данных. Всю эту иерархическую структуру связывает методология теоремы представления.

### **Заключение.**

В центре внимания был вопрос о том, как базовые структуры логики и математики участвуют в построении научных теорий и как они соотносятся с естественным языком теории. Для этого был сделан сравнительный анализ между синтаксическим и семантическим подходом в философии науки. В фокусе исследования была также структура научного знания, которая понималась по-разному представителями этих подходов. В синтаксическом взгляде структура теории понималась как лингвистический конструкт, а связь логики и математики была в том, что в теоретический уровень познания входили математические описания теоретических понятий и законов, которые выражались на языке логики предикатов первого порядка с равенством. Связь между математическими и логическими понятиями обеспечивал аксиоматический метод, который выступал как инструмент познания, средство формализации математических структур. Математика «переводилась» на язык символической логики. Математика сводилась к логике. Теоретический язык посредством предложений соответствия связывался с предложениями наблюдения, в качестве которых выступали аналитические суждения  $S$  есть  $P$ , выражавшихся на естественном языке. Такая структура теории была слишком простой и не учитывала многообразие модельных представлений теории, порождавших множество языковых конструктов.

Этот недостаток пытается преодолеть семантический взгляд. Он выдвигает два подхода для понимания структуры теории: пространство состояний и теорию моделей, последняя была развита с помощью теоретико-множественного предиката Суппеса, который держится в фокусе настоящего исследования для иллюстрации связи логики, математики и естественного языка. Для этой цели была проведена реконструкция нерелятивистской волновой механики и было показано как происходит построение научной теории и была выделена ее структура.

Предикат Суппеса предполагает еще большее использование формальных языков для описания математических структур теории, обычно для формализации математических структур используются ресурсы теории множеств как множеств абстрактных объектов (отношений или функций). Логика и математика связаны друг с другом так, что

метаматематика или лингвистика есть часть математики. Математика включает в себя теорию множеств и теорию моделей, то есть математическую логику. Теоретико-множественный предикат есть единая порождающая математическая система, в которой математические структуры связываются с аксиомами логики. Аксиомы логики играют в познании двоякую роль: во-первых, они выступают как описания математических моделей, а во-вторых, они описывают постулаты теории, в качестве которых используются ее основные законы. Аксиомы выбираются интуитивно, и это дает повод к дальнейшим философским дискуссиям. Как только аксиомы становятся явными, их модели могут быть определены, а они, в свою очередь, могут быть применены к реальным системам, тем самым обеспечивая семантику аксиом. Конкретной системой, удовлетворяющей этим пяти аксиомам, является физическая система нерелятивистской квантовой механики. Структура теории интерпретируется как иерархия моделей. Связь между моделями теории, моделями эксперимента и моделями данных обеспечивает теорема представления. Проблемной остается связь модели с явлениями и выражением их на естественном языке. Этот недостаток есть и в синтаксическом подходе. На наш взгляд, эта проблема в принципе является неразрешимой, поскольку невозможно гибкий и образный естественный язык свести к математическим формализмам и аксиомам.

## Библиография

1. Weisberg, M. *Simulation and Similarity: Using Models to Understand the World* (Oxford BStudies in Philosophy of Science). Oxford: Oxford University Press. 2013. 224 p.
2. Tanona, S. (2002) *Idealization and formalism in Bohr's approach to quantum theory* // *Philosophy of Science*. 2004. Vol. 71. No 5. P. 683–695. DOI <https://doi.org/10.1086/425233>
3. Newton, I. *Opticks, or, a treatise of the reflections, refractions, inflections colours of light*. Alexandria: Library of Alexandria. 2020. 414 p.
4. Hilbert, D. *From Frege to Godel: A Source Book in the Mathematical Logic*. Harvard: Harvard University Press. 1967. 664 p.
5. Беклемишев, Л. Д. Математика и логика / Л. Д. Беклемишев // Математическая составляющая / под ред. Н. Н. Андреева и [др.]. М.: Математические этюды. 2019. С. 242–261.
6. Hempel, C. *The Theoretician's Dilemma*. Minnesota Studies in the Philosophy of Science. Minneapolis: University of Minnesota Press. 1958. No 2, P. 37–98.
7. Reichenbach, H. *Experience and Prediction: An Analysis of the Foundations and the Structure of Knowledge*. Chicago: University of Chicago Press. 1938. 410 p.
8. Carnap, R. *On Protocol Sentences* // *Nous*. 1987. Vol 21. No 4, P. 457–470.
9. Friedman, M. *Foundations of Space-Time Theories: Relativistic Physics and Philosophy of Science*, Princeton: Princeton University Press. 1983. 385 p.
10. Friedman, M. *Carnap on Theoretical Terms: Structuralism without Metaphysics* // *Synthese*. 2011. No 2. P. 249–263.
11. Van Fraassen, B. *The scientific image*. New York: Oxford University Press. 1980. 235 p.
12. Suppes, P. *What is a Scientific Theory?* In *Philosophy of Science Today*, New York: Basic Books. 1967. P. 55–67.
13. Suppes, P. *Introduction to Logic*. New York: Courier Corporation. 2012. 336 p.
14. Krause, D., Arenhart, J. R. B. *The Logical Foundations of Scientific Theories: Languages, Structures, and Models*, New York and London: Routledge. 2017. 162 p.
15. Van Fraassen, B. *Theory Construction and Experiment: An Empiricist View* // *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*. 1980. No

2. P. 663–678. DOI: 10.1086.
16. Suppe, F. Understanding Scientific Theories: An Assessment of Developments, 1969–1998 // Philosophy of Science. 2000. Vol. 67. No 3. 115 p.p. DOI 10.1086/392812.
17. Sneed, J. The logical structure of mathematical physics. London: Reidel, 1979, 320 p.p.
18. Da Costa, N., French, S. Science and Partial Truth: A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning. Oxford: Oxford University Press. 2003. 272 p.
19. Giere, R. An Agent-based Conception of Models and Scientific Representation // Synthese. 2010, Vol. 172. No 2. P. 269–281. DOI 10.1007/s11229-009-9506-z
20. Da Costa, N. Ensaio sobre os fundamentos da lógica Editora Hucites: Editora da Universidade de São Paulo, 1980, 255 p.p.
21. Архиреев, Н. Л. Основы теоретико-множественной стратегии формализации и аксиоматизации научного знания // Вопросы теории и практики. Тамбов: Грамота. 2017. Т. 2 , № 12 . С. 26–29.
22. Suppe F. The semantic conception of theories and scientific realism. Chicago: University of Illinois Press. 1989. 475 p.
23. Van Fraassen, B. Scientific Representation: Paradoxes of Perspective. New York: Oxford University Press, 2008. P. 257–258.
24. Ladyman, J., Suárez, M., van Fraassen, B. A Long Journey from Pragmatics to Pragmatics // Metascience. 2011. Vol. 20. No. 3. P. 417–442. DOI: 10.1007/s11016-010-9465-5.

## Результаты процедуры рецензирования статьи

*В связи с политикой двойного слепого рецензирования личность рецензента не раскрывается.*

*Со списком рецензентов издательства можно ознакомиться [здесь](#).*

Рецензируемая статья является исключительно глубоким исследованием проблемы формализации знания, решение которой имеет большое значение для целого ряда научных дисциплин, нуждающихся в достижении строгости в изложении своего содержания. Автор справедливо указывает, что неформализованные модели, используемые в различных науках, не обеспечивают должной ясности и определённости. Дело в том, что между самим содержанием познания и отражающими его схемами в этом случае не устанавливаются однозначные отношения, они «могут быть противоречивыми, описывать одну и ту же реальность с помощью различных представлений», что рано или поздно приводит к обнаружению противоречий между содержанием познания и отражающим его «языком» и, как следствие, к осознанию необходимости их исправления или пересмотра (замены на другие схемы, модели). Поэтому в ходе фиксации и передачи естественнонаучных знаний необходимо стремиться к построению аксиоматизированных и формализованных вариантов отражения содержания научных теорий: «Аксиомы позволяют не только систематизировать теоретическое знание и осуществлять формальную рутинную проверку доказательств, но и прийти к новым законам, лучше понять и установить их связь с физической реальностью. Такова роль аксиом в познании. Аксиоматизация позволяет избавиться от путаницы в происхождении понятий и описания ими явлений, заменить интуитивные или полуэмпирические понятия научной теории на строгие математические, покончить с мысленными экспериментами». (Формализация научных теорий, чём автор не упоминает, помимо повышения степени строгости изложения также экономит время и силу следующих поколений исследователей.) Конечно, невозможно

спорить с тем, что движение по этому пути крайне желательно, но, признаем, автор недостаточно ясно (для широкого читателя, специалистам в области логики и методологии науки это хорошо известно) оттеняет противоположное положение: на ранних этапах познания той или иной специфической предметности достижение подобного идеала вообще невозможно, да и в последующем указанная цель остаётся именно «идеалом», ориентиром, но не требованием, реализация которого рассматривалась бы в качестве условия признания научного характера той или иной совокупности знаний (полученных, например, экспериментальным путём). Естественный язык всегда богаче и сложнее, чем возводимые на его основе формализованные языки, поэтому и формализация остаётся лишь ориентиром в поиске средств выражения результатов познания. Впрочем, и сам автор признаёт, что проблема формализации научного знания «в принципе является неразрешимой, поскольку невозможно гибкий и образный естественный язык свести к математическим формализмам и аксиомам». Более конкретное содержание статьи связано с обсуждением соотношения и достоинств синтаксических и семантических концепций науки. В этой части автор делает, думается, оправданный вывод о преимуществе семантического подхода в философии науки. На взгляд рецензента, в статье нет существенных недостатков теоретического характера, сделанные замечания не умаляют её достоинств. Конечно, в статье по проблеме формализации можно было бы упомянуть соответствующие проекты, высказанные задолго до Гильберта, например, Декартом или Лейбницем. Кроме того, автор почему-то не упоминает о том, что наряду с логицистским («формалистским») обоснованием математики давно (как минимум, с Канта) обсуждаются и альтернативные подходы (конструктивизм, интуиционизм). Тем не менее, повторим, статья обладает несомненными достоинствами, она может привлечь внимание всех читателей, интересующихся проблемой совершенствования формы изложения научного знания. Рекомендую опубликовать рецензируемую статью в научном журнале.