

Программные системы и вычислительные методы

Правильная ссылка на статью:

Сердюков Ю.П., Гельман В.Я. — Применение гомоморфной фильтрации для мультипликативно взаимодействующих сигналов и окон выборки данных при периодическом оценивании // Программные системы и вычислительные методы. – 2023. – № 4. – С. 88 - 101. DOI: 10.7256/2454-0714.2023.4.69171 EDN: NHGRVH URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=69171

Применение гомоморфной фильтрации для мультипликативно взаимодействующих сигналов и окон выборки данных при периодическом оценивании

Сердюков Юрий Павлович

доктор технических наук

профессор, кафедра медицинской информатики и физики, Северо-Западный государственный медицинский университет имени И.И.Мечникова

191015, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Кирочная, 41

✉ Yurii.Serdyukov@szgmu.ru



Гельман Виктор Яковлевич

доктор технических наук

профессор, "Северо-Западный государственный медицинский университет им. И.И. Мечникова" Минздрава РФ

191015, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Кирочная, 41

✉ vyagelman@hotmail.com



[Статья из рубрики "Телекоммуникационные системы и компьютерные сети"](#)

DOI:

10.7256/2454-0714.2023.4.69171

EDN:

NHGRVH

Дата направления статьи в редакцию:

30-11-2023

Дата публикации:

31-12-2023

Аннотация: Объектом исследования являются системы передачи информации. В

качестве предмета исследования рассматривается повышение качества информации на приемной стороне. Авторы подробно рассматривают такие аспекты темы, как формирование процедуры, существенно снижающей влияние межсимвольной интерференции, обусловленной взаимодействием самого сигнала и окна выборки. Этот источник ошибок, как правило, является доминирующим при скоростях передачи информации близких к пропускной способности канала связи. Исследования по снижению влияния межсимвольных искажений являются важными и актуальными и в последние годы им посвящено значительное количество работ. Рассматривалась модель сигналов, имитирующая передачу последовательности не модулированных импульсов типа меандр. Предполагалось, что обработка входящего потока импульсов производится в режиме реального времени на основе процедур периодического оценивания каждого элемента. Методической основой исследования являлись методы математического моделирования систем передачи информации и методы линеаризации с использованием обобщенного принципа суперпозиции. Основным результатом проведенного исследования является предложенная методика формирования гомоморфного фильтра для обработки входящего потока импульсов в режиме реального времени на основе процедур периодического оценивания каждого элемента. Алгоритм его функционирования обеспечивает преобразование мультипликативного взаимодействия сигнала и окон выборки в аддитивное и обеспечивает разделение мультипликативно взаимодействующих передаваемого информационного сигнала и окна выборки в канале связи. Полученная процедура, снижающая влияние межсимвольной интерференции на приемной стороне, является реализацией оптимального фильтра на основе гомоморфного преобразования. Получена оценка величины межсимвольной интерференции при использовании предложенного способа обработки. Продемонстрирована эффективность метода при потоковой обработке сигналов. Выражения получены в самом общем виде и могут быть детализированы в рамках описанной модели передачи информации, что является предметом дальнейшего исследования.

Ключевые слова:

системы передачи информации, каналы связи, межсимвольная интерференция, импульсы типа меандр, окно выборки данных, взаимодействие, периодическое оценивание, гомоморфный фильтр, линеаризация, принцип суперпозиции

Введение

Современные системы передачи информации можно классифицировать на основе тех или иных критериев или характеристик [\[1\]](#). Например, по типу описания их математических моделей, т.е. разделяя их на классы линейных и нелинейных систем. Описание первых опирается на известном и развитом математическом аппарате. Для нелинейных систем в настоящее время не существует общей математической теории, позволяющей с единых позиций формализовать их проектирование [\[2, 3\]](#). Одним из множества возможных частных методов решения является приведение таких систем к линейному типу с использованием, так называемого обобщенного принципа суперпозиции [\[4\]](#). Использование его методологии позволяет сформировать процедуру, существенно снижающую влияние межсимвольных искажений (или межсимвольной интерференции - МСИ). Этот источник ошибок, как правило, является доминирующим при скоростях передачи информации близких к пропускной способности канала связи [\[5-8\]](#). Именно

такая модель системы передачи информации и принята в качестве основы для исследований. Известные методы обработки в этом случае не обеспечивают приемлемого качества информации на приемной стороне [9]. Поэтому исследования по снижению влияния межсимвольных искажений являются важными и актуальными и в последние годы им посвящено значительное количество отечественных и зарубежных работ [10-13].

Описываемая в настоящей статье последовательность операций есть некоторое гомоморфное преобразование и по своей сути реализующая гомоморфный фильтр [14]. Исследования опираются на модель имитирующую передачу последовательности не модулированных импульсов типа меандр [15]. Принятое допущение, во-первых, позволяет упростить понимание сути описываемого предлагаемого метода. И, во-вторых, даже не смотря на такой несколько схематичный подход описания, он позволяет получить достаточно простые и вместе с тем информативные оценки источников ошибок самого метода и оценить их влияние. Сама же процедура, снижающая влияния межсимвольной интерференции на приемной стороне, является реализацией оптимального фильтра на основе гомоморфного преобразования. Именно поэтому именуется далее в тексте как метод концентрирующих интегральных преобразований [16, 17].

Описание модели исследования

Считаем, что обработка входящего потока импульсов производится в режиме реального времени на основе процедур периодического оценивания каждого элемента. Она состоит из следующих элементов:

• выборки текущего сигнала конечной длительности x_k с использованием окна данных прямоугольного типа - $d(t)$;

• модели канала связи, как идеального линейного фильтра нижних частот с характеристикой $H(f)$ в диапазоне $[0, W]$.

Модель канала дисперсионная, в том смысле, что скорость распространения частотных составляющих сигнала зависит от их значения. Во временной области это отвечает

формуле Коши-Дюамеля вида
$$y(t) = \int_{-\infty}^t h'(t-\tau) x(\tau) d\tau$$
, где $x(t)$ и $y(t)$ входной и выходной сигналы соответственно, а $h'(t)$ - импульсная характеристика канала связи.

Произвольность частотной характеристики $H(f)$ данной модели предполагает известность лишь непустого класса функций. Как то некоторого множества $H = \{H_\omega\}$ непрерывных функций из класса H_ω , определенных на интервале $[0, W]$ и соответственно также непустого множества импульсных характеристик $h' = \{h'_t\}$. Они связаны между собой посредством интегрального преобразования, например, преобразования Фурье.

Следует отметить, что при проведении теоретических исследований более удобна симметричная модель канала связи. Ее частотная характеристика $[-W, W]$ симметрична относительно нуля оси частот. Она и будет использована в дальнейшем, что не снижает

общность полученных результатов [18].

Последовательность информационных импульсов в канале связи характеризуется периодом T , длительностью сигнала Δt и амплитудой x_k . Носителем информации являются широко используемые импульсы прямоугольной формы. Они обладают высокой степенью локализации во временной области и их параметры: амплитуда, длительность или временное положение (фаза) могут быть модулированы. В представленном предварительном материале модуляция носителей информации отсутствует. Однако следует учитывать, что данный класс носителей имеет существенный недостаток: неограниченность спектра и низкая скорость убывания его составляющих – 6дБ/октаву.

Основные теоретические результаты

Общее выражение модели последовательности входящих сигналов представляется таким образом

$$y(t) = \sum_k y_k(t) = \sum_k x_k s_{y_k}(t) d_k(t).$$

Выделенному k сигналу последовательности на приемной стороне отвечает следующая запись

$$y_k(t) = x_k s_{y_k}(t) d_k(t), \quad (1)$$

где $s_{y_k}(t)$ - его огибающая с амплитудой $x_k = 1$. Индекс k указывает его позицию во временной последовательности и характеризует его аддитивно-временную структуру. Через $d_k(t)$ обозначено окно данных для k импульса.

$$s_{y_k}(t) = \text{rect}\left(\frac{t - kT}{\Delta t}\right) * h'_i(t). \quad (2)$$

При периодическом оценивании каждый поступающий на вход приемника импульс последовательности умножается на некоторое временное окно данных. С учетом этого выражение (2) и соотношения (1) запишем так

$$y_k(t) = \left[x_k \text{rect}\left(\frac{t}{\Delta t}\right) * h'_i(t) + \eta_0 \right] d_k(t). \quad (3)$$

В формуле (3) величина η_0 определена условием

$$|\eta(t)| \leq \eta_0 \ll x_k,$$

где η_0 - верхняя граница ошибки, являющаяся результатом выполнения текущей операции. Иллюстрацией этого является рис.

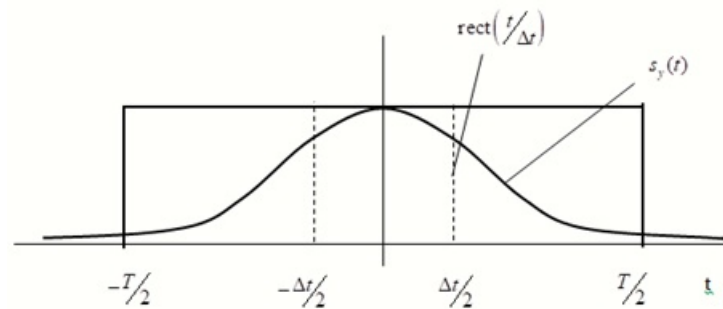


Рис. Модель огибающей k сигнала на приемной стороне, выделенного с помощью окна длительностью T

На рисунке показано окно выборки прямоугольного типа и огибающая сигнала на выходе канала связи с учетом его фильтрующих частотных свойств. Максимальная протяженность окна выборки равна периоду следования передаваемых сигналов. Середина окна данных находится в точке максимума огибающей $s_{y_k}(t)$. Отметим, что временная протяженность или апертура окна данных определяет спектральное разрешение, т.е. способность различать в спектре близкорасположенные сигналы. С учетом того, что скорость передачи близка к пропускной способности канала связи, периодическое оценивание предполагает использование достаточно коротких временных апертур окон. Их протяженность ограничена только периодом следования импульсов, что также является дополнительным источником погрешности, приводящим к ошибкам в оценке их спектра. В некоторой степени эту составляющую погрешности можно снизить соответствующим выбором оптимальных временных окон и их параметров, но это не является предметом нашего исследования [9, 19]. В периодической литературе описываются различные подходы и методы, обеспечивающие в той или иной мере, решение проблемы снижения влияния межсимвольных искажений. По мнению некоторых авторов, эти методы можно условно разделить на «мягкие» и «жесткие» [20]. Вместе с тем, по мнению авторов представленной статьи, более конструктивным является подход, основанный на совершенствовании математических методов обработки типовых сигналов в рамках единой конструкторско-технологической базы систем передачи информации и обеспечивающих минимизацию влияния межсимвольных искажений. Безусловно, что проектирование систем передачи информации ориентированных на оптимизацию формы носителя информации [21, 22], так и современные подходы, базирующиеся на применении программно-аппаратных комплексов [23, 24] не противоречат подходу используемому авторами, а скорее дополняют его.

Описываемая ниже процедура обработки сигнала приводит в итоге к максимальной концентрации его энергии в минимально возможном интервале времени. Она представляет некоторую последовательность интегральных преобразований, приводящих к достижению сформулированной цели. В качестве окна выборки используем прямоугольный тип. Иллюстрацией служит рис.1. Отметим, что временные окна прямоугольного типа, как и сигналы аналогичного вида, имеют в частотной области самый узкий главный лепесток спектральной характеристики и множество боковых убывающих, со скоростью $O(1/\omega)$. Невысокая скорость их убывания и приводят к значительному проявлению эффекта «просачивания». Как итог - искажение амплитуд спектральных составляющих самого сигнала, что может привести к маскированию слабых сигналов [25].

Рассмотрим выражение (3) более подробно. Легко заметить, что оно состоит из двух групп компонент, взаимодействующих между собой аддитивно. К первой группе относятся описание самого сигнала передаваемого по каналу связи, импульсная характеристика самого канала связи и окно выборки данных. Эти компоненты взаимодействуют между собой посредством операций свертки и умножения. Вторая группа характеризует верхнюю границу ошибки линейной фильтрации, возникающая операции выделения огибающей информационного сигнала. Окно данных воздействует на обе группы посредством операции умножения.

Приведенные ниже преобразования по своей сути являются детализацией последовательности преобразований выражения (3). На первом шаге находим обратное преобразование Фурье и в результате имеем

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = F^{-1}\left\{\left[x_k \operatorname{rect}\left(\frac{t}{\Delta t}\right) * h'(t) + \eta_0\right] \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\right\}(\nu) \quad (4)$$

или в развернутом виде

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k}{2\pi} F^{-1}\left[\operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\right](\nu) * \\ * \left\{F^{-1}\left[\operatorname{rect}\left(\frac{t}{\Delta t}\right)\right](\nu) F^{-1}[h'(t)](\nu)\right\} + \frac{1}{2\pi} \left\{F^{-1}\left[\eta_0 \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\right]\right\}(\nu).$$

Последнее соотношение также может быть представлено следующим образом

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k T \Delta t}{2\pi} \left\{ \frac{\sin \frac{T}{2} \nu}{\frac{T}{2} \nu} * \left[\frac{\sin \frac{\Delta t}{2} \nu}{\frac{\Delta t}{2} \nu} H(\nu) \right] \right\} + \frac{T}{2\pi} \left[\eta_0 * \frac{\sin \frac{T}{2} \nu}{\frac{T}{2} \nu} \right], \quad (5)$$

где $H(\nu)$ - обратное преобразование Фурье от импульсной функции $h'(t)$ и является частотной характеристикой канала связи.

Перепишем выражение (5) в следующем виде

$$Y_k(\nu) = Y_k(\nu) + Y_\eta(\nu), \quad (6)$$

где обозначено

$$Y_k(\nu) = F^{-1}[y_k(t)](\nu), \quad (7)$$

$$Y_k(\nu) = \frac{x_k T \Delta t}{2\pi} \left\{ \frac{\sin \frac{T}{2} \nu}{\frac{T}{2} \nu} * \left[\frac{\sin \frac{\Delta t}{2} \nu}{\frac{\Delta t}{2} \nu} H(\nu) \right] \right\}, \quad (8)$$

$$Y_\eta(\nu) = \frac{T}{2\pi} \left[\eta_0 * \frac{\sin \frac{T}{2} \nu}{\frac{T}{2} \nu} \right]. \quad (9)$$

Реализованная последовательность интегральных преобразований в итоге привела к искомому результату (8). Он представляет собой описание информационной части принятого сигнала. Что касается составляющей вида (9), то она есть функция

погрешности и ее источником является собственно не идеальность реализации операции фильтрации.

Замечание. Следует учитывать, что рассмотрен случай отсутствия в передаваемой последовательности сигналов какого-либо типа модуляции. Обобщение же полученных результатов для случая передачи модулированных сигналов с использованием описываемого метода вполне возможно и это является предметом дальнейших исследований.

Следует заметить, что в полученных соотношениях (6) - (9) могут быть использованы иные параметры, соответствующие каналам связи с другими характеристиками.

Концентрирующие интегральные преобразования для идеализированной модели канала связи

Конкретизируем полученные выше результаты для принятой модели канала связи с амплитудно-частотной характеристикой вида $H(\omega) = \text{rect}(\omega/2W)$, полосой пропускания $[-W, W]$ и импульсной характеристикой

$$h'(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{W}{\pi} \frac{\sin Wt}{Wt}.$$

Это позволяет записать соотношение (8) так

$$Y_k(\nu) = \frac{x_k T \Delta t}{2\pi} \left\{ \frac{\sin \frac{T}{2} \nu}{\frac{T}{2} \nu} * \left[\frac{\sin \frac{\Delta t}{2} \nu}{\frac{\Delta t}{2} \nu} \text{rect} \left(\frac{\nu}{2W} \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

Итак, выражение (10) дает описание амплитудно-временных параметры информационного сигнала.

Рассмотрим соотношения (9). Из определения свертки следует, что

$$\eta_0 * \frac{\sin \frac{T}{2} \nu}{\frac{T}{2} \nu} = \eta_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \frac{T}{2} \xi}{\frac{T}{2} \xi} d\xi = \pi \eta_0.$$

Таким образом, составляющая $Y_\eta(\nu)$ равна

$$Y_\eta(\nu) = T \eta_0 / 2. \quad (11)$$

С учетом проведенных преобразований запись (10) представим в следующем виде

$$Y_k(\nu) = \frac{x_k T \Delta t}{2\pi} \left[\int_{-W}^W \frac{\sin \frac{\Delta t}{2} \xi}{\frac{\Delta t}{2} \xi} \frac{\sin \frac{T}{2} (\nu - \xi)}{\frac{T}{2} (\nu - \xi)} d\xi \right]. \quad (12)$$

Интеграл в квадратных скобках — это свертка с конечными пределами интегрирования. Далее, в силу того, что временные параметры последовательности и окон данных, а также частотный диапазон полосы пропускания канала связи нам априори известны это

позволяет найти их свертку в виде некоторой функции зависящей от переменной обратного преобразования Фурье ν . Примем также обозначение для интеграла в выражении (12), который является нормирующим множителем и имеет вид

$$I(\nu) = \int_{-W}^W \frac{\sin \frac{\Delta t}{2} \xi}{\frac{\Delta t}{2} \xi} \frac{\sin \frac{T}{2} (\nu - \xi)}{\frac{T}{2} (\nu - \xi)} d\xi, \quad (13)$$

Обратимся к соотношениям (11) и (12). Перенормируем их. Разделим, правую и левую части этих соотношений на нормирующий множитель (13), исключив предварительно определенные точки неопределенности.

Его применение позволяет переписать выражение (11) и (12) так

$$Y'_k(\nu) = \frac{x_k T \Delta t}{2\pi}, \quad (14)$$

$$Y'_\eta(\nu) = \frac{\eta_0 T}{2} I^{-1}(\nu), \quad (15)$$

где

$$Y'_k(\nu) = Y_k(\nu) I^{-1}(\nu), \quad Y'_\eta(\nu) = Y_\eta(\nu) I^{-1}(\nu).$$

С учетом проведенных преобразований запишем

$$Y'_k(\nu) = Y'_k(\nu) + Y'_\eta(\nu) = T \left(\frac{x_k \Delta t}{2\pi} + \frac{\eta_0}{2} I^{-1}(\nu) \right). \quad (16)$$

Соотношение (16) содержит интеграл вида (13). Оценим его, с учетом выражения (4). Известность импульсной характеристики канала связи для принятой нами модели позволяет записать

$$y_k(t) = \left[\frac{x_k W}{\pi} \operatorname{rect} \left(\frac{t}{\Delta t} \right) * \frac{\sin Wt}{Wt} + \eta_0 \right] \operatorname{rect} \left(\frac{t}{T} \right)$$

или в развернутом виде

$$y_k(t) = \left[\frac{x_k W}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect} \left(\frac{\xi}{\Delta t} \right) \frac{\sin W(t - \xi)}{W(t - \xi)} d\xi + \eta_0 \right] \operatorname{rect} \left(\frac{t}{T} \right).$$

Ограниченность функции $\operatorname{rect}(\xi/\Delta t)$ во времени позволяет последнее соотношение представить так

$$y_k(t) = \left[\frac{x_k W}{\pi} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} \frac{\sin W(t - \xi)}{W(t - \xi)} d\xi + \eta_0 \right] \operatorname{rect} \left(\frac{t}{T} \right).$$

Выполнив операцию интегрирования получим

$$y_k(t) = \left\{ \frac{x_k}{\pi} \left[\operatorname{Si} \left(W \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right) - \operatorname{Si} \left(W \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right] + \eta_0 \right\} \operatorname{rect} \left(\frac{t}{T} \right). \quad (17)$$

Далее воспользуемся полученным результатом следующим образом. Найдем обратное преобразование Фурье от выражения (17), учитывая, что функции $\text{rect}(t/T)$ ограничена во времени. Запишем

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k}{2\pi^2} \left\{ F^{-1} \left[\text{Si} \left(W \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right] \right\}_{-T/2}^{T/2}(\nu) - F^{-1} \left[\text{Si} \left(W \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right] \right\}_{-T/2}^{T/2}(\nu) + \frac{\eta_0}{2\pi} * F^{-1} \left[\text{rect} \left(\frac{t}{T} \right) \right](\nu). \quad (18)$$

Во-первых, интегральный синус $\text{Si}(\cdot)$ в выражении (18) имеют временной сдвиг, что при обратном преобразовании Фурье, эквивалентно умножению на множитель $\exp(\pm jW\Delta t/2)$. Знак показателя экспоненты определяется направлением временного сдвига. Таким образом, соотношение (18) представим так

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k}{2\pi^2} \left\{ F^{-1} [\text{Si}(Wt)] \right\}_{-T/2}^{T/2}(\nu) \left(e^{-j\frac{W\Delta t}{2}} - e^{j\frac{W\Delta t}{2}} \right) + \frac{T\eta_0}{2}.$$

Во-вторых, учтем, что функция $\text{Si}(\cdot)$ нечетна и потому для нее верно

$$F^{-1} \left[\right]_{-T/2}^{T/2}(\nu) = 2j F_{\sin}^{-1} \left[\right]_0^{T/2}(\nu),$$

где $F_{\sin}^{-1}[\cdot]$ есть обратное синус-преобразование Фурье.

Следует отметить, что при $\nu < 0$ функция прообраза может быть продолжена на интервал $(-\infty, 0)$ как четным, так и нечетным образом. Поэтому, считая переменную ν , также как и переменную t положительными, можно пользоваться как косинус-, так и синус-преобразованием Фурье. Однако результаты, даваемые этими преобразованиями, в общем случае могут быть различными. Поэтому более обоснованным и логичным представляется такое продолжение в область отрицательного аргумента, когда функция сохраняет свойства непрерывности и нечетности. Кроме того, если исходить из свойства симметрии преобразования Фурье, то результат преобразования должен также оставаться нечетной функцией.

Воспользуемся таблицами преобразования [\[26\]](#) для выражения в фигурных скобках и найдем, что

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k}{2\pi^2} \left\{ \frac{j}{\nu} \left[\text{Si} \left(\frac{T}{2}(\nu + W) \right) - \text{Si} \left(\frac{T}{2}(\nu - W) \right) \right] - 2\text{Si} \left(\frac{WT}{2} \right) \cos \left(\frac{T}{2}\nu \right) \right\} \left(e^{-j\frac{W\Delta t}{2}\nu} - e^{j\frac{W\Delta t}{2}\nu} \right) + \frac{T\eta_0}{2}.$$

или в виде

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k}{2\pi^2} \left\{ \left[\text{Si}\left(\frac{T}{2}(\nu+W)\right) - \text{Si}\left(\frac{T}{2}(\nu-W)\right) \right] - 2\text{Si}\left(\frac{WT}{2}\right) \cos\left(\frac{T}{2}\nu\right) \right] \frac{\sin(W\Delta t\nu/2)}{W\Delta t\nu/2} \right\} + \frac{T\eta_0}{2}.$$

Последнее соотношение может быть представлено так

$$F^{-1}[y_k(t)](\nu) = \frac{x_k T \Delta t}{2\pi} I(\nu) + \frac{T\eta_0}{2}, \quad (19)$$

Выражения (6) и (19) по своей сути эквивалентны. С учетом обозначений в виде соотношений (7) - (9) и (13) запишем

$$I(\nu) = \int_{-W}^W \frac{\sin \frac{\Delta t}{2} \xi}{\frac{\Delta t}{2} \xi} \frac{\sin \left[\frac{T}{2}(\nu - \xi) \right]}{\frac{T}{2}(\nu - \xi)} d\xi = \frac{1}{\pi T \Delta t} \left\{ \left[\text{Si}\left(\frac{T}{2}(\nu+W)\right) - \text{Si}\left(\frac{T}{2}(\nu-W)\right) \right] - 2\text{Si}\left(\frac{WT}{2}\right) \cos\left(\frac{T}{2}\nu\right) \right] \frac{\sin(W\Delta t\nu/2)}{W\Delta t\nu/2} \right\}. \quad (20)$$

Левая часть формулы (20) является, по своей сути, сверткой обратного преобразования Фурье импульсного сигнала единичной амплитуды длительностью Δt и временного окна данных с апертурой равной T . Пределы вычисления свертки конечны и определяются интервалом $[-W, W]$.

Рассмотрим поведение функции, в правой части выражения (20). Во-первых, множитель $\frac{\sin(W\Delta t\nu/2)}{W\Delta t\nu/2}$ непрерывен на всей оси и имеет максимум равный 1 при $\nu = 0$ и осциллирует вдоль оси ν с периодом $\frac{2\pi}{W\Delta t}$ и амплитудой убывающей как $O(1/\nu)$.

Во-вторых, при $\nu = 0$ функция тождественно равна нулю. Таким образом, на основании результата (19) можно заключить, что для одиночного импульса, как предельного случая импульсной последовательности, уровень межсимвольных искажений равен нулю в точке $\nu = 0$. Погрешность, содержащаяся в переданной амплитуде импульса, определяется только характеристиками выделяющего этот импульс линейного фильтра. Исходя из того факта, что длительность передаваемого импульса $\Delta t \ll T$, считаем уровень межсимвольных искажений в пределах вершины импульса длительностью Δt , постоянной величиной, а в данном случае равным нулю.

В-третьих, так как рассматривается модель согласованного канала связи [11], для которого выполняется неравенство $W \geq 1/2T$, то очевидно, что $WT/2 \geq 1/4$.

Следует отметить, что для значений $WT/2 \leq 10$, разность сдвинутых на $\pm W$ интегральных синусов, ведет себя как функция типа $\sin x/x$, имеющая максимум равный $2\text{Si}(TW/2)$ при $\nu = 0$. Поэтому функция в квадратных скобках имеет минимум при $\nu = 0$ равный нулю. Таким образом, функция вида (20) непрерывна и регулярна на всей оси ν .

Получение аналитической зависимости для $I(\nu)$ в рассматриваемом случае в виде

соотношения (20) это скорее исключение. Использование в качестве модели канала связи идеальный фильтр нижних частот позволило достичь этого результата. В случае же применения более общих моделей канала связи или окон данных не прямоугольного типа, функция $I(\nu)$ не будет выражаться в квадратурах. Необходимая информация об особенностях поведения и влияния функции $I(\nu)$ для проведения анализа или использования в приложениях может быть получена только на основе численных методов. Это, естественно, приводит к появлению некоторой методической погрешности $\varepsilon(\nu)$ такой, что

$$|\varepsilon(\nu)| < \varepsilon_0 \ll I(\nu). \quad (21)$$

С другой стороны, даже знание функциональной зависимости для $I(\nu)$ не гарантирует объективного отражения ею свойств нормирующего множителя. Это связано с тем, что размер апертуры окна данных T , его форма, параметры носителя информации – импульсного сигнала, реально содержат в себе ошибки их практической реализации, технологического разброса и влиянием дестабилизирующих факторов. Поэтому реальную зависимость $I_{\text{реал}}(\nu)$, учитывающую эти факторы, определим так

$$I_{\text{реал}}(\nu) = I(\nu) + \varepsilon(\nu)$$

или с учетом неравенства (21)

$$I_{\text{реал}}(\nu) < I(\nu) + \varepsilon_0. \quad (22)$$

Формула (22) представляет собой описание суммарной ошибки метода концентрирующих интегральных преобразований или гомоморфного фильтра.

Заключение

В представленной работе описана реализация гомоморфного фильтра, обеспечивающего разделение мультипликативно взаимодействующих передаваемого информационного сигнала и окна выборки в канале связи. Выделена информационная часть самого сигнала, а также и ошибка, обусловленная взаимодействием самого сигнала и окна выборки. Указанное взаимодействие при скоростях, приближающихся к потенциальной пропускной способности канала связи, и является источником межсимвольной интерференции. Выражения получены в самом общем виде и могут быть детализированы в рамках описанной модели передачи информации, что является предметом дальнейшего исследования.

Библиография

1. Фыонг Д. В. Классификация систем передачи информации, использующих единый ресурс. // Радиотехника и электроника: материалы 55-й юбилейной научной конференции аспирантов, магистрантов и студентов. Минск, 2019. С. 57-58.
2. Землянхун П. Преобразование сигналов нелинейными цепями систем передачи информации. Litres, 2022. 142 с.
3. Канавин С.В., Панычев С.Н., Самоцвет Н.А. Метод повышения помехоустойчивости систем связи и передачи информации на основе нелинейной корреляционной фильтрации сигналов // Вестник Воронежского института МВД России. 2021. №. 1. С. 143-152.
4. Нефедов В.И., Сигов А.С. Основы радиоэлектроники и связи. Под ред. В. И.

- Нефедова. М.: Высшая школа, 2009. 735 с.
5. Рудько А.С., Филатов В.И., Немчанинов А.С. Способ передачи данных по радиоканалу сверхширокополосным импульсным сигналом в космических системах связи // Т-Comm-Телекоммуникации и Транспорт. 2017. Т. 11. №. 2. С. 4-9.
 6. Никишкин П.Б., Витязев В.В. Методы широкополосной передачи данных на основе сигналов с частотным разделением каналов // Цифровая обработка сигналов. 2020. Т. 3. С. 45-49.
 7. Nouri A., Asvadi R., Chen J., Vontobel P.O. Finite-Input Intersymbol Interference Wiretap Channels. *IEEE Information Theory Workshop (ITW)*. At: Kanazawa, Japan, 2021, pp. 1-7.
 8. Kavcic A., Ma X., Mitzenmacher M. Binary Intersymbol Interference Channels: Gallager Codes, Density Evolution, and Code Performance Bounds. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2003. Vol. 49, no.7, pp. 1636-1652.
 9. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Изд. Дом «Вильямс», 2003. 1104 с.
 10. Артюшенко В.М., Воловач В.И. Обнаружение сигналов при воздействии мультипликативных помех на фоне аддитивного шума. // Журнал радиоэлектроники, 2020, № 7. С. 1-24.
 11. Полушин П.А., Архипов Н.А., Шалина В.В. Модификация метода кодирования при борьбе с межсимвольными искажениями цифровых сигналов с модуляцией QPSK. // Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2023, №4. С. 33-40.
 12. Викулов А.С. Модель межканальной интерференции в сетях IEEE 802.11 в задаче оценки пропускной способности. // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2019, №1. С. 36-45.
 13. Qian B., Wang X., Wen J., Zhang S., Chen C. Novel Intersymbol Interference Cancellation Scheme to Enable Parallel Computational and High-Performance Faster-Than-Nyquist Signaling. *IEEE Access*, 2017. Vol. 5, pp. 24758-24765.
 14. Егорова Е.В., Аксяитов М.Х., Рыбаков А.Н. Обработка информации с использованием гомоморфных фильтров // Инновации в науке и практике. 2018. С. 153-160.
 15. Барбарина Е.Б., Шеховцов Д.В., Мушта А.И. Генератор модулированных по частоте прямоугольных импульсов в субмикронном технологическом базисе // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2017. Т. 13. №. 2. С. 55-57.
 16. Сердюков Ю.П. Метод эффективной обработки импульсно-модулированных сигналов // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2004. № 5. С. 36-42.
 17. Сердюков Ю.П. Концентрирующие интегральные преобразования при обработке сигналов с широтно-импульсной модуляцией // Технологии приборостроения. 2004. № 4. С. 50-63.
 18. Ключев Л.Л. Теория электрической связи. М.: Новое знание, Инфра-М, 2019. 448 с.
 19. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Фinitные функции в физике и технике. (2-е издание). Издательство: УРСС, 2010 г. 416 с.
 20. Белов А.Д., Полушин П.А. Методы "мягкой" и "жесткой" коррекции для борьбы с межсимвольными искажениями цифровых сигналов. // Проектирование и технология электронных средств. 2020, № 1. С. 33-37.
 21. Макаров С.Б., Завьялов С.В., Овсянникова А.С. Оптимизация формы сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией с использованием критерия заданной скорости спада уровня внеполосных излучений. // Известия ВУЗ России.

Радиоэлектроника, 2022, № 4(25). С. 6-22.

22. Зубарев В.Ю., Пономаренко Б.В., Вострецов А.Г. О выборе элементарных сигналов для радиосистем со сложными сигналами. // Доклады АН Высшей школы РФ, 2023, № 1(58). С. 39-55.
23. Королев А.Д., Кореневский Н.А., Кузнецов Д.Н. и др. Интеллектуальные программно-аппаратные комплексы передачи информации в телемедицинских сетях. 2-е изд., испр. и доп. Томск : Издательский дом Томского государственного университета, 2019. 359 с.
24. Лобов Е.М., Алаа А. Обзор существующих методов коррекции межсимвольных искажений радиосигналов в цифровых системах связи с использованием машинного обучения. // Телекоммуникации и информационные технологии. 2023, №1. С. 109-119.
25. Tengtrairat N., Woo W.L., Dlay S.S., Gao B. Online noisy single-channel source separation using adaptive spectrum amplitude estimator and masking. IEEE Transactions on Signal Processing. 2015. Vol 64, no. 7, pp. 1881-1895.
26. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. М.: Наука, 1969. Т. 1. 344 с.

Результаты процедуры рецензирования статьи

В связи с политикой двойного слепого рецензирования личность рецензента не раскрывается.

Со списком рецензентов издательства можно ознакомиться [здесь](#).

Статья освещает проблематику использования гомоморфной фильтрации для анализа мультипликативно взаимодействующих сигналов. Это исследование акцентирует внимание на проблеме обработки сигналов в системах передачи информации, где важно учитывать межсимвольные искажения, возникающие в результате взаимодействия передаваемых сигналов с характеристиками канала связи. Авторы предлагают метод, основанный на применении гомоморфных фильтров, для улучшения качества обработки сигналов. Особое внимание уделяется разработке модели, которая имитирует передачу последовательности не модулированных импульсов, что позволяет упростить понимание предлагаемого метода, а также оценить источники ошибок и их влияние на процесс передачи информации. Исследование фокусируется на оптимизации процесса снижения влияния межсимвольной интерференции, которая является ключевой при передаче информации на скоростях, приближающихся к пропускной способности канала связи. Авторы подробно анализируют последствия выбора определенных типов окон выборки данных и их влияние на качество передаваемого сигнала. В целом, предмет исследования статьи касается важного аспекта в области обработки сигналов, особенно в контексте увеличения скорости передачи данных и минимизации ошибок при передаче. Это позволяет сделать вывод о значимом вкладе авторов в развитие методов обработки информации в современных системах связи. В данной статье методология исследования представлена как тщательно продуманный и комплексный подход к проблеме обработки мультипликативно взаимодействующих сигналов. Авторы начинают с разработки математической модели, имитирующей процесс передачи последовательности не модулированных импульсов. Эта модель служит основой для анализа и идентификации источников возможных ошибок и их влияния на процесс передачи данных. Центральное место в исследовании занимает применение гомоморфной фильтрации. Этот метод позволяет авторам снизить влияние межсимвольной интерференции, что является критически важным для повышения

качества передачи данных в современных системах связи. Важным аспектом является также оптимизация процесса выборки данных. Авторы детально рассматривают влияние различных типов окон выборки на качество обработки сигнала, обеспечивая тем самым более глубокое понимание процесса передачи данных. В исследовании используются различные аналитические методы, включая интегральные преобразования, для разработки и оптимизации предложенной методики. Это демонстрирует глубокое понимание авторами математического аппарата, необходимого для решения сложных инженерных задач. Также в статье присутствуют теоретические расчеты и анализ, которые служат для проверки эффективности предложенного метода. Авторы анализируют потенциальные ошибки и их влияние на результаты обработки сигналов, предоставляя тем самым ценные данные для практического применения. В целом, методология исследования демонстрирует систематический и всесторонний подход, начиная от теоретических основ и заканчивая практическими аспектами применения. Такой подход позволяет не только глубоко исследовать проблему межсимвольной интерференции, но и предложить эффективные решения для ее минимизации, что имеет большое значение для развития современных технологий связи. Актуальность темы, затронутой в данной статье, обусловлена быстрым развитием информационных технологий и необходимостью эффективной обработки сложных сигналов. Исследование фокусируется на значимой проблеме межсимвольной интерференции, которая возникает при скоростях передачи информации, близких к пропускной способности канала связи. Это представляет собой ключевой вызов в современных системах связи, поскольку искажения могут существенно снижать качество передачи данных. Авторы подчеркивают, что, несмотря на значительное количество исследований, посвященных данной проблеме, существующие методы обработки данных часто не обеспечивают приемлемого качества информации. В связи с этим, их работа направлена на разработку нового метода, основанного на использовании гомоморфных фильтров для улучшения процесса обработки сигналов. Это позволяет более эффективно справляться с межсимвольными искажениями и повышать точность передачи данных. Исследование также важно с точки зрения развития математических методов обработки типовых сигналов в рамках систем передачи информации. Авторы предлагают конкретные решения для минимизации влияния межсимвольных искажений, что актуально как для теоретических исследований, так и для практического применения в современных технологических системах. В общем, актуальность работы определяется не только ее практической значимостью для решения конкретных инженерных задач в области связи, но и теоретическим вкладом в разработку методов обработки сигналов, что делает ее важной для широкого круга специалистов в области информационных технологий и телекоммуникаций. Исследование вносит значительный вклад в теорию и практику обработки сигналов благодаря своему новаторскому подходу к использованию гомоморфных фильтров в обработке сигналов. Статья хорошо структурирована, язык и стиль изложения четкие и точные. Содержание полно и логично развивается от введения к заключению, что облегчает понимание и восприятие материала. Библиографический список тщательно подготовлен, демонстрируя широкий охват литературы по теме. Это свидетельствует о глубоких исследовательских усилиях авторов. Авторы профессионально и уважительно обращаются к работам других исследователей в области, демонстрируя зрелость исследовательского подхода. Выводы ясные и убедительные, отражают основные достижения и вклад исследования. Статья будет интересна широкому кругу читателей, особенно тем, кто занимается теорией и практикой обработки сигналов.

Единственное замечание: в статье присутствует рисунок, который не имеет номера. В связи с этим, предлагаю при ссылке на данный рисунок в тексте статьи также избегать

указания его номера.