

ЕЛЕЦКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. И.А. БУНИНА

ВЫПУСК № 1 (37)

CONTINUUM

Математика. Информатика.
Образование



ЕЛЕЦ - 2025

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Регистрационный номер средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, ректор ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности ЕГУ им. И.А. Бунина, профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Булдакова Н.В.** – доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой педагогики Вятского государственного университета (Вятка, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** – доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, академик IHEAS, Президент Ассоциации развития образования, Вице-президент Болгарской академии наук и искусств (София, Болгария);
- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);
- Карапетян В.С.** – доктор психологических наук, профессор, профессор кафедры психологии развития и педагогической психологии Армянского государственного педагогического университета им. Х. Абовяна (Ереван, Армения);

- Клушина Н.П.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры социальных технологий Северо-Кавказского федерального университета (Ставрополь, Россия);
- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, помощник генерального директора ФГБУ «Национальный медицинский исследовательский центр имени В.А. Алмазова» Минздрава России (Санкт-Петербург, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор Государственного университета просвещения, Академии реализации государственной политики и профессионального развития работников образования Министерства просвещения Российской Федерации (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики, физики и методики обучения Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The founder and the publisher: Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Registration number: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

THE EDITORIAL BOARD

Shcherbatykh S. V.	Editor-in-chief , Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Rector, Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Dvoryatkina S. N.	Deputy Editor-in-Chief , Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Vice-Rector for Research and Innovation, Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
Abylkasymova A. E.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan);
Borovskikh A. V.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
Buldakova N. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Pedagogy of Vyatka State University (Vyatka, Russia);
Grinshkun V. V.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department of Informatization of Education of the Institute of Digital Education of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
Grozdev S. I.	Doctor of Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the IHEAS, President of the Association for the Development of Education, Vice-President of the Bulgarian Academy of Sciences and Arts (Sofia, Bulgaria);
Karakozov S. D.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
Karapetyan V.S.	Doctor of Psychology, Professor, Professor of the Department of Developmental and Educational Psychology of Armenian State Pedagogical University Kh. Abovyan (Yerevan, Armenia);
Klushina N. P.	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Social Technologies of the North Caucasus Federal University (Stavropol, Russia);

- Orlov V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
- Razinkina E. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Assistant General Director of the Almazov National Medical Research Centre (St. Petersburg, Russia);
- Ryzhova N. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professorat at the State University of Education, Academy of State Policy Implementation and Professional Development of Education Workers of the Ministry of Education of the Russian Federation (Moscow, Russia);
- Sergeeva T. F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
- Smirnov E. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
- Melnikov R. A.** Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

- Абатурова В. С., Дятлов В. Н.** УЧЕБНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ИНСТРУМЕНТ НАУЧНОГО МЕТОДА ПРИ РЕШЕНИИ УЧАЩИМИСЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ8
- Санина Е. И., Поляков И. В.** ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КООРДИНАТ С ПРИМЕНЕНИЕМ GEOGEBRA 15
- Федянина Е. А.** МЕДИАОБРАЗОВАНИЕ В РОССИИ И ЗА РУБЕЖОМ: АНАЛИЗ ИСТОРИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ (НА ПРИМЕРЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ) ...29

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

- Буракова Г. Ю., Карпова Т. Н., Кузнецова И. В.** ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ДЕФИЦИТЫ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ПУТИ ИХ УСТРАНЕНИЯ В ЦИФРОВОМ ОБЩЕСТВЕ 43
- Куликова И. В.** РАЗВИТИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 55
- Лыкова К. Г.** ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ RYTHON ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАДАЧ 66

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

- Нестеренко О. Е., Оркин В. В., Ледянкин И. А., Антонов Д. А.** УЧЁТ ДАННЫХ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ БЛОКЧЕЙН 78

ПЕРСОНАЛИИ

- Розанова С. А., Мельников Р. А.** ГЕОРГИЙ ИОНОВИЧ КРУЧКОВИЧ – ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЁНЫЙ, МЕТОДИСТ, РУКОВОДИТЕЛЬ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ВЗЭИ – МИРЭА (К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ) 86

CONTENTS

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

Abaturova V. S., Dyatlov V. N. EDUCATIONAL MATHEMATICAL MODELING AS A TOOL OF SCIENTIFIC METHOD IN SOLVING TEXT PROBLEMS BY STUDENTS.8

Sanina E. I., Polyakov I. V. METHOD OF TEACHING SOLVING PLANIMETRIC PROBLEMS BY THE METHOD OF COORDINATES USING GEOGEBRA 15

Fedyanina E. A. MEDIA EDUCATION IN RUSSIA AND ABROAD: AN ANALYSIS OF HISTORICAL DEVELOPMENT (USING THE EXAMPLE OF TEACHING MATHEMATICS) 29

THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

Burakova G. Yu., Karpova T. N., Kuznetsova I. V. SUBJECT-METHODOLOGICAL DEFICITS OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND WAYS OF THEIR ELIMINATION IN THE DIGITAL SOCIETY..... 43

Kulikova I. V. FUTURE ENGINEERS COMPUTATIONAL THINKING DEVELOPMENT IN THE UNIVERSITY MATHEMATICS COURSE..... 55

Lykova K. G. POSSIBILITIES OF PYTHON APPLICATION FOR MODELLING PROBABILISTIC PROBLEMS..... 66

METHODOLOGY AND TECHNOLOGY OF VOCATIONAL EDUCATION IN THE ERA OF DIGITAL TRANSFORMATION

Nesterenko O. E., Orkin V. V., Ledjankin I. A., Antonov D. A. ACCOUNTING FOR STUDENTS INTERMEDIATE ATTESTATION DATA USING BLOCKCHAIN TECHNOLOGIES..... 78

PERSONALITIES

Rozanova S. A., Melnikov R. A. GEORGY IONOVICH KRUCHKOVICH – AN OUTSTANDING SCIENTIST, METHODIST, HEAD OF THE DEPARTMENT OF HIGHER MATHEMATICS AT VZEI – MIREA (ON THE 100TH ANNIVERSARY OF HIS BIRTH)..... 86

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-8-14

УДК
378.147

**УЧЕБНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК
ИНСТРУМЕНТ НАУЧНОГО МЕТОДА ПРИ РЕШЕНИИ
УЧАЩИМИСЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ**

Абатурова Вера Сергеевна

к.п.н.

veronika-abaturova@yandex.ru

г. Владикавказ

Дятлов Владимир Николаевич

к.ф.-м.н., доцент

vndyatlov@gmail.com

г. Новосибирск

Южный математический институт – филиал
Владикавказского научного центра РАН,
Северо-Кавказский центр математических
исследований ВНЦ РАН

Южный математический институт – филиал
Владикавказского научного центра РАН,
Новосибирский государственный универ-
ситет

Аннотация. В статье рассмотрена проблема применения алгоритма учебного математического моделирования в обучении учащихся основной и старшей школы решению текстовых задач как инструмента научного метода. Показано, что, несмотря на наличие требований к результатам овладения учебными познавательными, логическими и исследовательскими действиями, учащиеся основной и старшей школы испытывают затруднения при решении текстовых задач, демонстрируют низкий уровень умений анализировать условие задачи, составлять математическую модель, находить обоснованный ответ, используя изученные математические методы. Приведены результаты сопоставления алгоритма научного метода решения исследовательских задач и алгоритма учебного математического моделирования при решении текстовых задач, в ходе доказываемого, что эти алгоритмы коррелируют, т.е. учебное математическое моделирование является инструментом научного метода при решении учащимися текстовых задач. Также представлена детализация универсальных учебных действий учащегося на каждом этапе алгоритма учебного математического моделирования при решении текстовой задачи. Приведен пример решения типовой текстовой задачи на движение с помощью этого метода. В завершении статьи приведены результаты исследования, проведенного авторами в рамках мероприятий для учителей и учащихся основной и старшей школы, в ходе которых применялся алгоритм учебного математического моделирования при решении учащимися текстовых задач.

Ключевые слова: учебное математическое моделирование, научный метод, решение текстовых задач

Введение

В национальном проекте РФ «Образование», реализуемом в настоящее время, одной из задач системы общего и среднего образования указано внедрение новых образовательных технологий, обеспечивающих освоение обучающимися базовых навыков и умений. В дей-

ствующих нормативных документах системы образования (ФГОС ООО, ФГОС СОО) зафиксирована необходимость овладения обучающимися универсальными учебными познавательными действиями, т.е. сформированность метапредметных умений: *выявлять и характеризовать существенные признаки объектов (явлений); с учётом предложенной задачи выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых фактах, данных и наблюдениях; выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи; выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов; делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии, формулировать гипотезы о взаимосвязях; самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи.*

Одним из индикаторов овладения учащимися указанными умениями являются текстовые задачи. Такие задачи показывают способность к составлению математической модели, её анализу и решению. Однако результаты контрольно-измерительных мероприятий показывают, что многие учащиеся испытывают серьезные трудности при решении текстовых задач. Это связано с тем, что текстовые задачи по сравнению с другим изучаемым в школе учебным материалом имеют особенность: их формулировка даётся на естественном языке (языке, используемом для общения) и предполагается, что условие будет переформулировано учащимся на математическом языке с последующим анализом и, как правило, получением числового результата. Такой перевод какой-то конструкции с одного языка на другой имеет отношение к широко применяемому методу исследования – моделированию. Среди разных способов моделирования можно выделить математическое моделирование, о котором имеет смысл говорить в тех случаях, когда образ объекта моделирования может быть представлен в виде некоторой содержательной математической конструкции, позволяющей в результате применения математических средств сделать выводы об оригинале с интересующей исследователя точки зрения. Вместе с тем область расположения оригинала может быть самой разнообразной.

Математические модели строятся для весьма разнообразных ситуаций, но надо иметь в виду, что реальные, жизненно важные ситуации, можно моделировать только с привлечением весьма развитого математического аппарата, на школьном уровне практически никогда не доступного. На элементарном уровне можно моделировать только то, что относится к условно реальным конструкциям, таким как идеальное движение точки (равномерное), пропорциональные (линейные) зависимости, обратно пропорциональные зависимости, доленое изменение величин и т.п. На уровне школьного курса математики в качестве оригиналов для математического моделирования обычно используют условно реальные ситуации, приближенные к действительности, насколько это возможно. Так появляются текстовые задачи «на работу» или «на движение», «на проценты», «экономические» задачи, приводящие к линейным моделям и т.п. (исключение, возможно, составляют задачи, связанные с процентами или долевым содержанием). Ценность математического моделирования при решении текстовых задач состоит в усвоении самого процесса математического моделирования, поэтому мы говорим об учебном математическом моделировании при решении текстовых задач. Именно с точки зрения анализа процесса построения, изучения и решения модели в данной статье будут рассмотрены некоторые вопросы, связанные с учебным математическим моделированием.

Материалы и методы

Одной из причин наличия проблем, связанных с решением школьниками текстовых задач, отражающих условно реальные ситуации, на наш взгляд, может оказаться система, принятая при обучении их решению, состоящая в изложении набора схем, образцов решения и необходимости при встрече с текстовой задачей следовать одному из шаблонов. В качестве альтернативы указанному подходу к обучению решению текстовых задач можно предложить аналог системы действий, присущей исследовательской деятельности и состоящей в выполнении определенного набора шагов, позволяющих анализировать разные ситуации и находить решения возникающих задач. Такая система действий состоит из указанных ниже не-

скольких этапов, которые соответствуют научному методу решения исследовательской задачи (Абатурова, 2023). Каждый этап научного метода порождает соответствующий этап учебного математического моделирования при решении текстовых задач.

Перечислим и охарактеризуем этапы научного метода решения исследовательских задач и сопоставленного ему метода учебного математического моделирования при решении текстовых задач. Некоторые предыдущие результаты применения математического моделирования и научного метода представлены в работах В.С. Абатуровой (Абатурова, 2023) и совместных работах В.С. Абатуровой и В.Н. Дятлова (Абатурова, Дятлов, 2023; 2022).

Рассмотрим алгоритм научного метода решения исследовательских задач.

1. *Постановка задачи.* В исследовательской деятельности этот этап предполагает изучение обстановки, сбор информации, постановку цели и признаков её достижения.

2. *Наблюдения, эксперименты, их анализ, поиск закономерностей.* На этом этапе исследователь определяется с получением необходимой для анализа информации, в том числе путём постановки экспериментов, отмечает особенности результатов, работает над поиском взаимосвязей между элементами и закономерностей.

3. *Выдвижение гипотезы.* На этом этапе формулируется ожидаемый результат.

4. *Построение и применение теории, методики.* В исследовательской деятельности в этот момент создаются элементы теории, позволяющей продвинуться в решении для достижения ожидаемого результата, подбирается инструментарий, разрабатывается план действий.

5. *Проверка гипотезы, выводы.* Здесь происходит проверка выполнения признаков или критериев достижения цели, и, если они выполнены, делается вывод о получении результата.

6. *Принятие гипотезы в случае её подтверждения или возвращения к предыдущим этапам, если гипотеза не подтвердилась.* Это естественный шаг в любом исследовании, либо оно завершилось приемлемым результатом, либо по какой-то причине результат оказался неудовлетворительным.

Рассмотрим теперь алгоритм учебного математического моделирования при решении текстовой задачи, который, фактически, содержит возможность формирования требуемых во ФГОС ООО и ФГОС СОО метапредметных умений и универсальных учебных действий.

Этап 1. Смысловое чтение условия задачи. На этом шаге происходит ознакомление с текстом условия задачи, составлением образа описываемой ситуации, соотносением фраз условия задачи с математическими понятиями и математическими соотношениями, известными учащемуся.

Этап 2. Анализ условия задачи, выделение ключевых фраз, подготовка предмодели и её детализация. Анализ условия задачи предполагает выяснение, есть ли в тексте задачи фразы, в которых говорится о сравнении (равенстве или неравенстве) двух различных способов выражения одной и той же величины или о сравнении двух значений некоторой величины, относящихся к разным объектам (назовем её для краткости балансовой величиной). Учащийся на этом шаге начинает действия в рамках выбранного математического средства (соотношения), составляет *предмодель* ситуации, адаптированную для дальнейшей её формализации и представления в виде математической модели. Поскольку термин «предмодель» не относится к распространенным, поясним, что под этим понимается. Обсудим это понятие в ситуации наличия балансовых величин. При наличии ключевой фразы в тексте условия задачи, соответствующей ей *предмоделью* назовем запись содержания ключевой фразы на естественном языке, без введения математических соотношений, в виде сравнения (обычно равенства), которые отражают указанные в условии закономерности (балансовое соотношение, записанное на естественном языке, используемом в тексте задачи). Предмодель послужит основой для перехода к модели с использованием кратких обозначений и математических соотношений, то есть к математической модели.

Этап 3. Формализация предмодели и построение математической модели. После получения предмодели в виде балансового соотношения, отражающего какое-то событие,

начинается её детализация и формализация, то есть осуществляется мотивированное введение кратких обозначений и совершается переход от предмодели к математической модели (балансового соотношения, записанного в виде уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств)). Перевод текста условия задачи на математический язык всегда сопровождается указанием искомой величины, то есть указанием цели. Бывает так, что искомая величина не входит в набор введенных при составлении соотношений переменных, а выражается через них в виде какой-то их комбинации.

Этап 4. Внутримодельное решение. На этом шаге в решении текстовой задачи выбираются математические ресурсы и решается математическая задача, полученная на предыдущем этапе.

Этап 5. Интерпретация результата решения математической модели. На этом этапе решения задачи полученный на этапе 4 результат переводится на естественный язык, т.е. происходит возвращение к фабуле задачи и записывается ответ на вопрос задачи.

Этап 6. Проверка результата на корректность. При решении текстовой задачи её результат может оказаться правдоподобным, и в таком случае при условии корректного решения математической модели результат можно считать полученным. Если же правдоподобности не наблюдается, то необходимо вернуться к предыдущим этапам с целью поиска ошибок при их выполнении.

Приведём пример применения алгоритма учебного математического моделирования, указав все его этапы, при решении типовой текстовой задачи.

Пример. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 50 км/ч, а вторую половину – со скоростью, на 15 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение.

Этап 1. Смысловое чтение условия задачи. В первую очередь полезно вспомнить взаимозависимость между длиной пути, временем на его прохождение и скоростью, которую полезно и достаточно помнить, например, в виде «длина пути равна произведению скорости на время прохождения пути», без использования символов. Разумеется, можно отметить, что движение считается равномерным.

Этап 2. Анализ условия задачи, выделение ключевых фраз, подготовка предмодели и её детализация. Обратимся к анализу фраз в тексте условия задачи. Найдем фразы, в которых говорится о сравнении, например, «со скоростью, на 15 км/ч большей скорости первого», однако в качестве решающей, ключевой, следует, по-видимому, взять фразу «прибыл в В одновременно с первым автомобилем». Речь в ней идёт о равенстве времени в пути обоих участников движения. Тем самым можно записать такую предмодель:

время в пути первого автомобиля = время в пути второго автомобиля.

К этой предмодели можно добавить вспомогательную:

Скорость второго равна скорости первого плюс 15.

Начнём постепенно детализировать выражения в обеих частях равенства. По условию первый автомобиль проехал весь путь с одной скоростью, значит,

$$\text{время в пути первого автомобиля} = \frac{\text{длина пути}}{\text{скорость первого автомобиля}}.$$

Со вторым автомобилем дело обстоит иначе – он двигался по-разному в первой и второй половинах пути, тем самым

время в пути второго автомобиля = время на первой половине пути + время на второй половине пути, что можно записать так:

$$\text{время в пути второго автомобиля} = \frac{\text{половина пути}}{50} + \frac{\text{половина пути}}{\text{скорость первого} + 15}.$$

Детализация левой и правой частей равенства в предмодели приводит к такой её форме:

$$\frac{\text{длина пути}}{\text{скорость первого автомобиля}} = \frac{\text{половина пути}}{50} + \frac{\text{половина пути}}{\text{скорость первого автомобиля} + 15}.$$

Этап 3. Формализация предмодели и построение математической модели. Предмодель составлена, и теперь можно посмотреть, что известно, а для чего придётся вводить обозначения. В принципе, все конкретные данные задачи в предмодели уже отражены. Нет длины пути и скорости первого автомобиля. Значит, для них надо вводить обозначения. Обратим особое внимание на то, что при предлагаемом подходе выбор и введение обозначений носит мотивированный характер.

Пусть длина пути равна l (км), скорость первого автомобиля равна x (км/ч). Используя эти обозначения, переводим предмодель в символьную запись:

$$\frac{l}{x} = \frac{l/2}{50} + \frac{l/2}{x+15} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{100} + \frac{1}{2(x+15)} \quad (1)$$

и получаем математическую модель.

Этап 4. Внутримодельное решение. После простейших тождественных преобразований полученное уравнение преобразуется к обычному квадратному уравнению

$$x^2 - 35x - 1500 = 0,$$

которое имеет два корня: $x_1 = 60$, $x_2 = -25$. Ясно, что эти числа являются корнями уравнения (1), ибо для них знаменатели дробей не обращаются в нуль.

Этап 5. Интерпретация результата решения математической модели. Из разумных соображений можно увидеть, что решением задачи будет один из двух полученных корней уравнения, т.к. корень $x_2 = -25$ не удовлетворяет условию исходной задачи (скорость автомобиля не может быть отрицательной). Таким образом, скорость первого автомобиля равна 60 км/ч.

Этап 6. Проверка результата на корректность. Полученный результат отвечает требованиям правдоподобности и корректности, что стало ясным после подстановки результата в условие задачи.

Результаты исследования

В ходе данного исследования нами в РСО-А (очно и дистанционно) были проведены следующие мероприятия: 1) тематические научно-практические семинары для учителей математики по применению алгоритма учебного математического моделирования при обучении учащихся решению текстовых задач; 2) ресурсные занятия со школьниками 7-х – 10-х классов по применению алгоритма учебного математического моделирования при решении текстовых задач; 3) открытые уроки и мастер-классы учителей математики РСО-А, на которых была применена методика обучения учащихся решению текстовых задач с применением алгоритма учебного математического моделирования.

Обсуждение и заключение

Исследование показало, что использование алгоритма учебного математического моделирования при решении учащимися текстовых задач как инструмента научного метода позволяет повысить у учащихся мотивацию к решению задач, способствует повышению их академической успешности.

Список литературы

Абатурова В.С. Формирование и развитие научного стиля мышления школьников. Математический форум (Итоги науки. Юг России). 2023. Т. 15. С. 16–17.

Абатурова В. С., Дятлов В. Н. Математическое моделирование в обучении школьников решению мотивационно-прикладных задач // Фундаментальные проблемы обучения

математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов международной научной конференции, Елец, 29 сентября – 01 октября 2023 года. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2023. С. 30–34.

Абатурова В.С., Дятлов В.Н. Научный метод как методологическая основа формирования у учащихся умения моделировать реальные ситуации и процессы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 1(25). С. 8–15. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-1-8-15

EDUCATIONAL MATHEMATICAL MODELING AS A TOOL OF SCIENTIFIC METHOD IN SOLVING TEXT PROBLEMS BY STUDENTS

Abaturova V. S.

PhD (Pedagogy)

veronika-abaturova@yandex.ru

Vladikavkaz

Southern Mathematical Institute – the
Affiliate of the Vladikavkaz Scientific Center of
the RAS, North-Caucasus Center for Mathe-
matical Research of the Vladikavkaz Scientific
Centre of the RAS

Dyatlov V. N.

PhD (Physics and Mathematics)

associate professor

vndyatlov@gmail.com

Novosibirsk

Southern Mathematical Institute – the
Affiliate of the Vladikavkaz Scientific Center of
the RAS, Novosibirsk State University

Abstract. The article considers the problem of using the algorithm of educational mathematical modeling in teaching primary and high school students to solve text problems as a tool of the scientific method. It is shown that despite the requirements for the results of mastering educational cognitive, logical and research activities, primary and high school students have difficulty solving text problems, demonstrate a low level of skills to analyze the condition of the problem, create a mathematical model, and find a reasonable answer using the studied mathematical methods. The results of comparing the algorithm of the scientific method of solving research problems and the algorithm of educational mathematical modeling in solving text problems are presented. In the course, it is proved that these algorithms correlate, i.e. educational mathematical modeling is a tool of the scientific method in solving text problems by students. It also provides a detailed description of the student's universal learning actions at each stage of the learning mathematical modeling algorithm when solving a text problem. An example of solving a typical text problem for movement using this method is given. At the end of the article, the results of a study conducted by the authors within the framework of events for teachers and students of primary and high schools, during which an algorithm of educational mathematical modeling was used when students solved text problems.

Keywords: educational mathematical modeling, scientific method, text problem solving

References

- Abaturova, V. S. (2023). Formation and development of the scientific style of thinking of schoolchildren. *Mathematical Forum (Results of Science. South of Russia)*, 15, 16–17 (In Russ.).

- Abaturova, V. S., Dyatlov, V. N. (2023). Matematicheskoe modelirovanie v obuchenii shkol'nikov resheniyu motivacionno-prikladnyh zadach [Mathematical modeling in teaching schoolchildren to solve motivational and applied problems]. *Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizacii obrazovaniya: Sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii, Elets, 29 sentyabrya – 01 oktyabrya 2023 goda* (pp. 30-34). Elets: Eletsij gosudarstvennyj universitet im. I.A. Bunina. (In Russ.).
- Abaturova, V. S., Dyatlov, V. N. (2022). Scientific method as a methodological basis for the formation of students' ability to model real situations and processes. *Continuum. Mathematics. Computer science. Education*, 1(25), 8–15. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-1-8-15 (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 10.03.2025
Принята к публикации 14.03.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-15-28

УДК
378.51**ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ
ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КООРДИНАТ
С ПРИМЕНЕНИЕМ GEOGEBRA****Санина Елена Ивановна**
д.п.н., профессор
esanmet@yandex.ru
г. Москва**Поляков Илья Валерьевич**
il76tsure@yandex.ru
г. Армавир

Государственное казённое образовательное учреждение высшего образования „Российская таможенная академия“

Армавирский государственный педагогический университет

Аннотация. Традиционная система обучения математике в настоящее время претерпевает изменения. С одной стороны, изменения обусловлены объективными обстоятельствами, такими как цифровизация общества и её влияние на образовательные процессы, с другой стороны, требования к подготовке выпускников школ, которые включают, согласно ФГОС основного общего и среднего образования, предметную подготовку и личностное развитие обучающихся. В научной литературе отмечается как положительное, так и отрицательное влияние цифровых образовательных инструментов. Особенно обсуждаются проблемы обучения геометрии и применения систем динамической математики при решении геометрических задач. В теории и методике обучения математике недостаточно исследованы вопросы, связанные с обучением учащихся основной школы решению планиметрических задач с поддержкой применения GeoGebra. Целью данной статьи является построение методики обучения планиметрических задач координатным методом с применением ПО GeoGebra. Метод координат при обучении планиметрических задач выбран не случайно. Проведенный анализ результатов обучения геометрии в основной школе показал, что именно при изучении этого метода возникает много проблем, и школьники редко используют координатный метод при решении планиметрических задач. Методика обучения решению планиметрических задач методом координат с применением GeoGebra обучающихся основной школы представляет собой систему взаимосвязанных компонентов, целостность которых определяет достижение конечного результата. Особенностью методики является наглядное моделирование конструктора чертежа на основе применения GeoGebra.

Ключевые слова: обучение геометрии, основная школа, координатный метод, методика обучения решению задач, цифровые средства обучения, GeoGebra.

Введение

Методическая система обучения математике имеет глубокие исторические корни, которые на протяжении длительного времени доказали состоятельность математической подготовки школьников. Традиционная система обучения математике в настоящее время претерпевает изменения. С одной стороны, изменения обусловлены объективными обстоятельствами, такими как цифровизация общества и её влияние на образовательные процессы, с другой стороны, требования к подготовке выпускников школ, которые включают, согласно

ФГОС основного общего и среднего образования, предметную подготовку и личностное развитие обучающихся. Методологией построения учебного процесса является системно-деятельностный подход, который направлен на овладение обучающимися самостоятельной и исследовательской математической деятельностью в средней школе. Тенденция снижения академических часов на изучение математики в средней школе, включение новых разделов, таких как статистика и теория вероятностей, обуславливают поиск новых подходов к построению методической системы обучения математике в новых образовательных условиях. Актуальность создания методической системы обучения математике в условиях цифровой трансформации образовательной среды подтверждает и объективно существующее противоречие между высокими требованиями к подготовке выпускников средних школ, обладающими математической и информационной грамотностью и невысокими результатами выпускных экзаменов по математике, и низким уровнем мотивационной активности при выборе технических вузов.

В научной литературе отмечается как положительное, так и отрицательное влияние цифровых образовательных инструментов. Особенно обсуждаются проблемы обучения геометрии и применения систем динамической математики при решении задач. В теории и методике обучения математике недостаточно исследованы вопросы, связанные с обучением учащихся основной школы решению планиметрических задач с поддержкой применения GeoGebra. Целью данного исследования является построение методики обучения планиметрических задач координатным методом с применением GeoGebra. Метод координат при обучении планиметрических задач выбран неслучайно. Проведённый анализ результатов обучения геометрии в основной школе показал, что именно при изучении этого метода возникает много проблем, и школьники редко используют координатный метод при решении планиметрических задач.

Обзор литературы

В последние десятилетия активно проводятся исследования по обучению геометрии с использованием интерактивных обучающих программ:

- Использование компьютерных технологий в обучении геометрии учащихся средней школы рассматривали Н.А. Умарова, Н.Р. Умарова (2020), А.С. Аликин, Е.В. Иващенко (2020), Л.Р. Шарафеева, А.А. Туманова (2020), Е.А. Шовгеня, И.Ю. Жмурова (2023), М.В. Шабанова (2015).

- Изучение понятий и доказательство теорем с применением цифровых образовательных средств представлены в работах Н.Г. Подаевой, М.В. Подаета, П.А. Агафонова (2019), С.В. Гушиной, Т.П. Шириковой (2014), М.А. Мозговой (2023).

- Обучение геометрии в старшей школе и построение сечений многогранников с применением СДМ GeoGebra разрабатывали А.П. Елисеева (2020), В.Е. Шарко (2020), Д.В. Егорова, Л.М. Кожевникова (2020), В.Н. Эверстова (2021).

- Применение ПО в исследовательском обучении и в рамках внеурочной деятельности изучали В.Р. Майер, Д.В. Бочкарев (2020), М.А. Павлова (2019), М.А. Родионов, И.В. Акимова, И.А. Баландин (2019), М.И. Черемисина, У.В. Суходолова (2021).

Отметим, что статьи, посвящённые обучению решению задач координатным методом, можно разделить на две группы. Первая группа содержит задачи с параметрами, решение которых связано с координатным методом и применением ПО GeoGebra Ю.Н. Кашицына (2020), Д.А. Кириллова (2022), В. Петухова, С. Платонова (2024). Вторая группа работ, в которой представлено непосредственно обучение геометрических задач координатным методом, но не рассматриваются вопросы применения цифровых технологий А.П. Гупенко, И.В. Прояева, Г.И. Санникова (2020), В.Н. Сырицына, О.Е. Кадеева (2020), Н.И. Фирстова (2021), С.М. Сюткина (2022), Б. Усмонов, Н. Ассоева (2023).

Особенно выделим работу А.Р. Мухаметьяровой (2019), связанную с применением среды GeoGebra при решении стереометрических задач векторно-координатным методом.

Анализ научных источников показал, что в основном исследования учёных и обобщение опыта работы учителей по обучению решению задач с применением ПО GeoGebra представлены для учащихся старшего звена средней школы. Рекомендации направлены на развитие пространственного мышления обучающихся и построение сечений многогранников. В большинстве работ представлены отдельные методические аспекты по применению СДМ в обучении геометрии в основной и старшей школе.

Несмотря на то, что метод координат является уникальным методом решения задач, недостаточно полно представлена методика обучения решению планиметрических задач этим методом в новой образовательной среде с учётом использования СДМ. Цель исследования: разработать методику обучения решению планиметрических задач координатным методом с использованием ПО на примере GeoGebra.

Результаты

Методика обучения решению планиметрических задач методом координат с применением GeoGebra обучающихся основной школы представляет собой систему взаимосвязанных компонентов, целостность которых определяет достижение конечного результата.

Первый компонент методики – **цели** обучения. Первая из целей – обучающая. В первую очередь необходимо обучить теоретическим основам (изучение понятий, доказательство теорем), способам применения этой теории. Особенностью методики является наглядное моделирование понятий на основе применения GeoGebra. Дифференцированность и вариативность применения координатного метода обеспечивает умение комбинировать способы решения планиметрических задач и осознанно подходить к выбору средств, способа решения задачи. Вторая цель – развивающая. Важным является развитие математической деятельности, а значит: воспитание мотивационно-ценностного отношения к познавательной деятельности, развитие мышления от наглядно образного к словесно-логическому мышлению, коммуникативной деятельности, культуры математической речи и рефлексивной деятельности.

Второй компонент, который вытекает из целей обучения и при этом на них влияет, это **содержание**. Отбор задач, которые являются основной частью методики. При этом с учётом цифровой образовательной среды содержание может быть представлено в цифровом виде, поэтому содержание можно условно разделить на две части: базовая и дополнительная. Базовая часть включает в себя все темы, которые входят в общеобразовательную программу 9 класса. Дополнительная часть включает в себя дистанционное обучение, которое может быть представлено в виде асинхронного курса по геометрии, включающего задачи, входящие в базовую школьную программу девятого класса, но при этом логично её продолжают и позволяют, зная всего лишь несколько дополнительных фактов из теории координатного метода, значительно расширить сферу применения и сложность решаемых задач.

Обучение на основе использования GeoGebra влияет и на методику обучения решению задач, так как основой содержания данной методики являются задачи, их пошаговое решение, объяснение и моделирование. Стоит отдельное внимание уделить критериям и принципам отбора задач.

Следующий компонент, который так же, как и остальные влияет и при этом опирается на предыдущие компоненты, это **формы организации** обучения. Видов классификации форм обучения много, остановимся на тех, которые наиболее полно раскрывают преимущества и возможности использования данной методики при обучении учащихся средней школы координатному методу. Выбранная форма реализации курса – массово открытый онлайн курс приводит к тому, что вопрос, это групповая или индивидуальная форма обучения не стоит потому, что, хоть и чисто технически перед экраном монитора можно посадить как одного ученика, так и группу, при этом принципиального влияния на методику обучения с точки зрения выдачи материала не произойдёт, так как курс асинхронный, и он не предусматривает общение между преподавателем и учащимся в режиме онлайн. Для удобства будем считать, что этот курс индивидуальный, так как именно в данном виде он принесёт наибольший эффект учащимся и при этом не потребует каких-то дополнительных затрат (разве что по-

требуется или дополнительный компьютер, или провести сессию с другими учащимся в иное время).

Если рассматривать деление на школьное и внешкольное, то данная методика имеет преимущество, потому что может использоваться как в школьном формате, так и во внешкольном. Например, сейчас есть запрос на обучение и самообразование у наиболее мотивированных учеников школы. И в данном случае курс можно рассматривать во внешкольном формате, когда учащийся самостоятельно, согласно своему собственному составленному расписанию, изучает последовательно модули курса и тем самым повышает свои знания и навыки, связанные с координатным методом.

Существует деление на дистанционную и очную форму обучения. Безусловно, так как курс онлайн, методика исключительно дистанционная, что является, пожалуй, ее преимуществом, так как здесь не предъявляется никаких требований к месту обучения и к месту проживания учащихся. Таким образом, по этой методике может обучаться любой ученик, который находится в любом месте и есть доступ к сети интернет. А так как курс еще и асинхронный, это значит, что нет требований с точки зрения времени суток, когда производится обращение к серверу, подразумевается, что учащиеся могут находиться в разных часовых поясах, что в свою очередь никак не влияет на эффективность прохождения данного курса.

Следующий компонент, отвечает за **методы и приёмы** обучения и отвечает на вопрос: «Каким образом мы учим?». Здесь пойдёт речь о способах изложения, лежащих в основе методики, и первый из которых, это метод наглядного моделирования. Кроме него еще можно выделить исследовательский метод, ведь некоторые задачи специально спроектированы так, чтобы они были решены несколькими способами, особенно когда ставится общая задача.

Стоит помнить, что каждая задача не просто решена и объяснена с помощью аналитических методов, но при этом она ещё и смоделирована в системе динамической геометрии на основе программного обеспечения GeoGebra. Таким образом, учащийся видит не только эскизные рисунки, которые он сделал сам или преподаватель во время объяснений задачи, но также видит точные чертежи, которые построены в системе координат с абсолютной точностью и которые при этом намного более наглядны ввиду того, что они построены в масштабе. И при этом они позволяют проводить рефлексию после решения и предположить, какие варианты решения могли бы здесь ещё использоваться.

Последний по порядку, но не по значению, компонент – это **контрольно-оценочный**. Так как методика рассчитана на очное и дистанционное обучение наиболее мотивированных учащихся, изначально мы не ставили перед собой задачу оценить знания и то, насколько хорошо был усвоен материал. Мы не ставили перед собой задачу выставления в конце каких-либо отметок или оценок. Отчасти это делалось ввиду сложности создания системы и критериев оценки из-за того, что курс является асинхронным. Это значит, что после его записи и настройки не подразумевается общение между учащимися и преподавателями. И поэтому в явном виде после прохождения курса учащиеся не получают оценку или другие данные, которые позволяют понять, насколько хорошо был усвоен материал. Но, так как самое главное в этом курсе – это не оценивание, а донесение материала, был сделан упор на рефлексию.

Во время моделирования каждого этапа алгоритма решения задачи (анализ условия, поиск способа решения, запись решения с обоснованием, рефлексия) была задача поставить учащегося перед вопросом, чтобы он изменил бы в своём решении, когда бы, во-первых, узнал правильный ответ задачи, и, во-вторых, увидел чертёж, созданный в системе динамической геометрии, построенный в масштабе и с абсолютной точностью.

Проиллюстрируем ситуацию примером, в качестве которого возьмём задачу из второй части профильного экзамена ЕГЭ по математике, которая была в вариантах в 2023 году в некоторых регионах России. «На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно. Оказалось, что $BC = B_1C = BC_1$. Найдите косинус угла между прямыми

BB_1 и CC_1 , если $BC = 5, AB = 12, AC = 13$ » (Лысенко, 2023). Как и многие другие задачи по геометрии, эта может быть решена несколькими способами.

Способ 1. Заметим, что здесь можно применить теорему, обратную теореме Пифагора, ведь длины сторон таковы, что выполняется выражение $BC^2 + AB^2 = AC^2$. Следовательно, имеем дело с прямоугольным треугольником с прямым углом при вершине B .

Рассмотрим треугольник BCC_1 , он прямоугольный и равнобедренный, так как $BC = BC_1$ по условию, значит, угол BCC_1 равен 45° градусов. Обозначим угол CBO как α и рассмотрим треугольник CBB_1 (рис. 1).

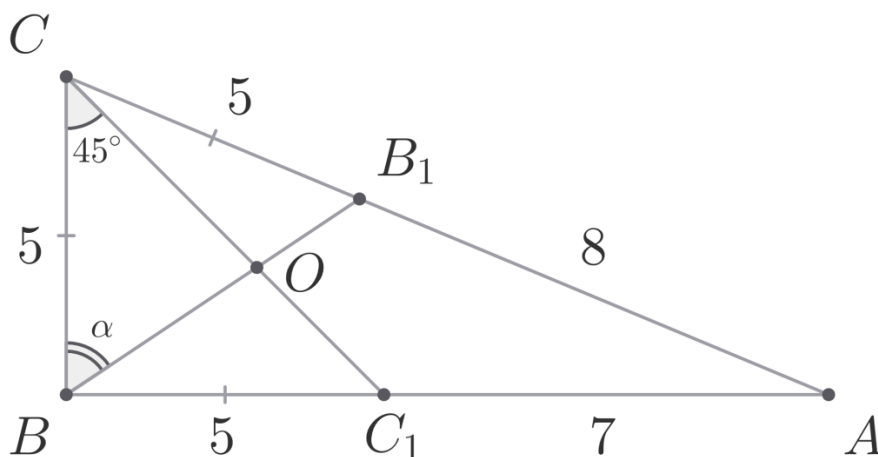


Рис. 1. Иллюстрация к первому способу решения задачи

Так этот треугольник является равнобедренным, его угол при вершине можно найти как $180^\circ - 2\alpha$. С другой стороны, косинус этого же угла можно найти из прямоугольного треугольника ABC как отношение прилежащего катета к гипотенузе. Он равен $5/13$. Используя формулы тригонометрии, получим значения синуса и косинуса угла α , учитывая, что это острый угол:

$$\begin{aligned}\cos(180^\circ - 2\alpha) &= \cos(\angle BCA) = \frac{5}{13}; \\ 1 - 2\cos^2\alpha &= \frac{5}{13}; \\ \cos\alpha &= \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}.\end{aligned}$$

Из треугольника BCO выражаем угол O :

$$\begin{aligned}\cos(\angle BOC) &= \cos(135^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha = \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{26}}\end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

У этого способа есть как преимущества, так и недостатки, пожалуй, главным из которых является использование формул тригонометрии, которые изучаются только в 10 классе. Девятиклассники, на которых рассчитан онлайн-курс, ещё знают формул приведения, двойных углов и разности аргументов.

Способ 2. В начале решения заметим, что имеем дело с прямоугольным треугольником, как это было в предыдущем способе решения. Построим отрезок C_1B_1 , рассмотрим треугольники C_1B_1A и ABC и найдем значение их площадей (рис. 2).

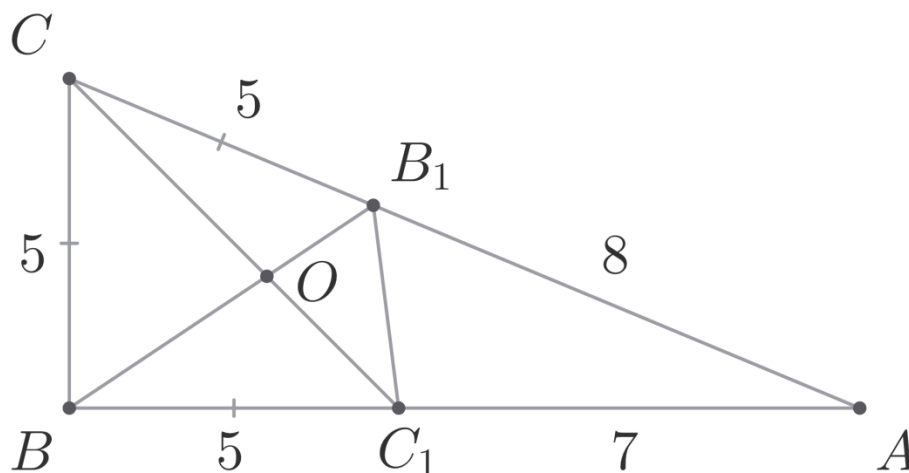


Рис. 2. Иллюстрация ко второму способу решения задачи

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30; \quad S_{AC_1B_1} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \sin A = 7 \cdot 4 \cdot \frac{5}{13} = \frac{140}{13}$$

Найдём площадь четырёхугольника BCB_1C_1 как разность значения площадей:

$$S_{BCB_1C_1} = 30 - \frac{140}{13} = \frac{250}{13}$$

С другой стороны, можно найти площадь этого же четырёхугольника по формуле

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \varphi}{2}.$$

Откуда можно выразить синус угла между диагоналями $\sin \varphi = \frac{2S}{d_1 \cdot d_2}$. Найдём длины диагоналей. Длину отрезка CC_1 можно найти из прямоугольного равнобедренного треугольника:

$$CC_1 = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

Длину отрезка BB_1 найдем из треугольника BB_1C с помощью теоремы косинусов, предварительно найдя значение косинуса угла C из треугольника ABC :

$$BB_1^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{5}{13} = 50 - \frac{250}{13} = \frac{400}{13}; \quad BB_1 = \frac{20}{\sqrt{13}}.$$

Подставляем полученные длины в выраженную формулу и получаем значение синуса искомого угла:

$$\sin \varphi = \frac{2S}{d_1 \cdot d_2} = \frac{2 \cdot 250 \cdot \sqrt{13}}{13 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 20} = \frac{5}{\sqrt{26}}.$$

Косинус угла найдём с помощью основного тригонометрического тождества, зная, что речь идёт об остром угле:

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{25}{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}.$$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

С одной стороны, этот способ уже доступен девятикласснику, с другой же, он сложен как самой идеей (здесь нужно не просто знать о методе площадей и формуле нахождения площади четырёхугольника через диагонали, но и этот четырёхугольник «увидеть»), так и её реализацией (здесь не самые простые вычисления).

Способ 3. Заметим, что треугольник ABC – прямоугольный, значит можно легко ввести прямоугольную систему координат, как показано на рис. 3.

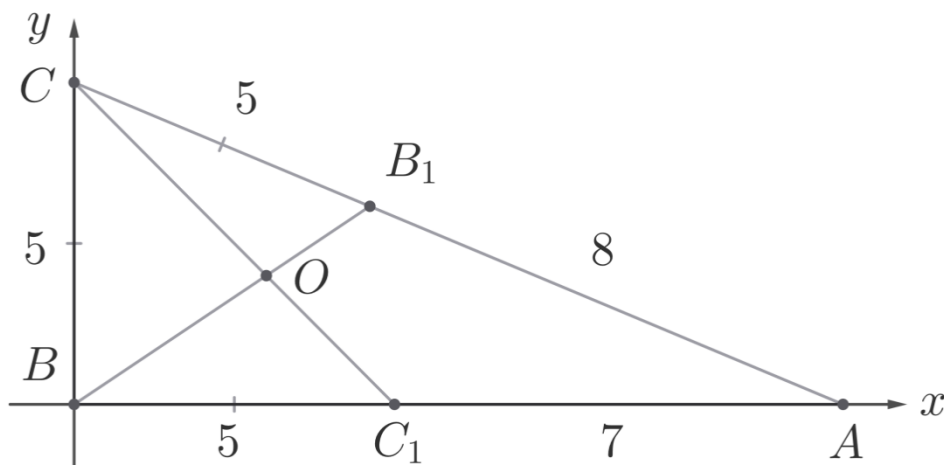


Рис. 3. Иллюстрация к третьему способу решения задачи

Найдём координаты всех точек:

$$B(0;0), A(12;0), C(0;5), C_1(5;0).$$

Так как точка B_1 делит отрезок AC в отношении $8:5$, для вычисления координат этой точки можно воспользоваться формулами

$$x_{B_1} = \frac{5 \cdot 12 + 8 \cdot 0}{5 + 8} = \frac{60}{13}; y_{B_1} = \frac{5 \cdot 0 + 8 \cdot 5}{5 + 8} = \frac{40}{13}.$$

Находим координаты векторов $\overrightarrow{BB_1}$ и $\overrightarrow{CC_1}$:

$$\overrightarrow{BB_1} \left\{ \frac{60}{13}; \frac{40}{13} \right\}, \overrightarrow{CC_1} \{5; -5\}.$$

Подставляем в формулу нахождения косинуса угла между векторами и получаем ответ:

$$\cos \varphi = \frac{\left| \frac{60}{13} \cdot 5 + \frac{40}{13} \cdot (-5) \right|}{|\overrightarrow{BB_1}| \cdot |\overrightarrow{CC_1}|} = \frac{\left| \frac{300}{13} - \frac{200}{13} \right|}{\frac{20\sqrt{13}}{13} \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{100}{13} : \frac{100\sqrt{26}}{13} = \frac{1}{\sqrt{26}}.$$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

Заметим, что метод не требует, как сложных вычислений, так и сложных идей, положенных в основу решения задачи. Пожалуй, самой большой сложностью здесь может быть «догадка», что при решении задачи, в условии которой ни слова не было про векторы и координаты, этот координатный метод может быть применён.

Отметим момент, в котором моделирование задач в системе динамической геометрии может сыграть положительную роль – это ситуация, когда вроде бы ход решения задачи ясен, ответ получен, но при этом он отличается от контрольного ответа, данного в сборнике задач. Скорее всего, была допущена какая-то арифметическая ошибка, или в каком-то из этапов решения был допущен просчет, что повлияло на все дальнейшие вычисления. Пошаговое построение в системе динамической геометрии всех своих вычислений позволяет проверить правильность своих ходов и найти ошибку. Таким образом, мы относимся к своему решению не к бинарному «решено верно» и «решено неверно», а более градиентно. На этапе моделирования своего решения можно проверить не только арифметические выкладки, но и сделанные предположения о взаимном расположении элементов чертежа.

Заключение

Полученные в результате исследования данные и выводы о применении в области обучения математике цифровых средств обучения подтверждают практическую ценность и реализуемость разработанной методики обучения решению планиметрических задач методом координат с применением GeoGebra в реальных условиях образовательного процесса в нескольких аспектах:

- целевой компонент реализует направленность обучения математике на основе применения СДМ на повышение качества знаний по геометрии и личностное развитие обучающихся, обогащая их опыт наглядного моделирования и как следствие развитие критического и рефлексивного мышления;
- содержательный компонент насыщает систему дифференцированных задач (представленную крайне мало в учебниках геометрии) созданием и описанием опорных задач по школьной геометрии на основе координатного метода, охватывающих весь курс школьной геометрии с точки зрения применения СДГ в обучении решению геометрических задач и дополняет для обучающихся, интересующихся геометрией, задачи, превосходящие содержание обязательного школьного курса. Это позволяет учащимся расширить свои знания и углубить понимание применения координатного метода для геометрических концепций;
- организационный компонент расширяет возможности индивидуализации обучения в средней школе, данная методика имеет преимущество, потому что может использоваться как в школьном формате, так и во внешкольном, очном и дистанционном формате за счёт создания асинхронного массово открытого курса по обучению решению планиметрических задач координатным методом;
- технологический компонент обновляет методы обучения на всех этапах решения планиметрической задачи; выявлены и описаны приёмы постепенного обучения саморефлексии на основе применения систем динамической геометрии;
- контрольно-оценочный компонент отличается от традиционной проверки тем, что способствует развитию мотивации математической деятельности и переоценке ценности самообразования и саморазвития.

Список литературы

- Абраменкова Ю.В., Карлина О.В. Особенности применения интерактивной геометрической среды geogebra при изучении геометрии в основной школе // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2020. № 51. С. 61-69. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-primeneniya-interaktivnoy-geometricheskoy-sredy-geogebra-pri-izuchenii-geometrii-v-osnovnoy-shkole>
- Аликин А.С., Иващенко Е.В. Использование информационных технологий в процессе изучения геометрии в школе // Прикладные вопросы точных наук: IV Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, преподавателей. Армавир, 2020. С. 228-231. URL: [https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4\(4\)/198.pdf](https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4(4)/198.pdf)
- Бочкарёва Д.В., Майер В.Р. Об исследовательском подходе при обучении математике с использованием среды GeoGebra // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: Материалы VII Международной научной конференции. Красноярск, 2023. С. 729-732. URL: https://disk.yandex.ru/i/PW_JYF1iksKklw
- Власов Д.А., Синчуков А.В. Модернизация методических систем преподавания математических дисциплин на основе GeoGebra // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2020. Т. 16. № 1. С. 187-197. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modernizatsiya-metodicheskikh-sistem-prepodavaniya-matematicheskikh-distiplin-na-osnove-geogebra>
- Гладышева Г.С. Интерактивная геометрическая среда GeoGebra и её использование на уроках геометрии // Поколение будущего: Взгляд молодых ученых-2022 сборник научных статей 11-й Международной молодежной научной конференции. Курск, 2022. Т. 2. С. 284-287. URL: <https://disk.yandex.ru/i/FQFYGaAHuyxUaA>
- Гупенко А.М., Прояева И.В. Специфика использования метода координат при решении геометрических задач в школьном курсе // Математика, информатика, физика: проблемы и

- перспективы: Международная научно-практическая конференция, Сборник научных статей. Оренбург, 2024. С. 163. URL: <http://elib.osu.ru/bitstream/123456789/14905/1/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA%202024.pdf#page=163>
- Гущина С.В. Обучение доказательству теорем с использованием программы GeoGebra при изучении курса геометрии в основной школе // Современные проблемы математики, физики и физико-математического образования: Сборник материалов X Международной научно-практической конференции. Москва, 2020. С. 20-22. URL: https://disk.yandex.ru/i/DJX_Yp-1Ulf3jw
- Данилкова Е.Р. Методические аспекты применения динамической среды GeoGebra на уроках геометрии старшей школе // Современное общее образование: проблемы, инновации, перспективы: Материалы международной научно-практической конференции. Орел, 2022. С. 546-549. URL: <https://disk.yandex.ru/d/V054D8DUnA5AHg>
- Егорова Д.В., Кожевникова Л.М. Преподавание геометрии в старших классах с применением пакета GeoGebra // ModernScience. 2021. № 4-3. С. 363-366. URL: <https://disk.yandex.ru/i/Kcr9xARrXQ6UbQ>
- Кашицына Ю.Н. Методика обучения решения задач с параметрами с использованием программы «GeoGebra» // Мир науки, культуры, образования. 2020. № 1 (80). С. 249-255. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-resheniya-zadach-s-parametrami-s-ispolzovaniem-programmy-geogebra>
- Кириллова Д.А. Применение среды GeoGebra при изучении темы "уравнение окружности" как способ перехода к решению задач с параметром // Наука и школа. 2022. № 2. С. 152-160. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-sredy-geogebra-pri-izuchenii-temy-uravnenie-okruzhnosti-kak-sposob-perehoda-k-resheniyu-zadach-s-parametrom>
- Лукияничкова Ю.Э., Эверстова В.Н. Программа "живая геометрия" как средство развития пространственного мышления учащихся на уроках геометрии // Евразийское Научное Объединение. 2019. № 3-5. С. 312-314. URL: <https://disk.yandex.ru/i/S3BJE3d3FPQMia>
- Люблинская И.Е., Рыжик В.И. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «GeoGebraClassic». Пособие для учителей и учащихся 7-9 классов. Санкт-Петербург: СМАО Пресс, 2020. URL: https://www.mathedu.ru/text/lyublinskaya_ryzhik_issledovatel'skie_i_proektnye_zadaniya_s_geogebra_2020/p0/
- Малышева М.М., Эверстова В.Н. Методические рекомендации по применению кроссплатформенной программы GeoGebra при обучении решению задач на построение сечений многогранника // Преподавание предметов физико-математического цикла в современной школе: Материалы Всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием. Ульяновск, 2021. С. 65-69. URL: <https://disk.yandex.ru/i/6GwekYTtuiZ2UA>
- Математика. Подготовка к ЕГЭ-2024. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2024 года: учебно-методическое пособие / под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. – Ростов н/Д: Легион, 2023 - 368 с.
- Мозговая М.А. Структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению задач с использованием GeoGebra // Проблемы современного педагогического образования. 2023. № 79-2. С. 274-276. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/strukturno-funktsionalnaya-model-kompyuternogo-soprovozhdeniya-urokov-geometrii-po-resheniyu-zadach-s-ispolzovaniem-geogebra>
- Мумряева С.М., Кормилицына Т.В., Фролова М.А. Использование облачных технологий для формирования навыков исследовательской деятельности учащихся общеобразовательных организаций // Учебный эксперимент в образовании. 2019. № 3. С. 72-81. URL: <https://disk.yandex.ru/i/k1HlvskGfsre5Q>
- Мухаметьярова А.Р. Применение среды GeoGebra при решении стереометрических задач векторно-координатным методом // Математическое и информационное моделирование:

- материалы Всероссийской конференции молодых ученых. Вып. 17. Тюмень, 2019. С. 366-374. URL: [https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet % 27jarova_1034_2019.pdf](https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet%27jarova_1034_2019.pdf)
- Павлова М.А. Исследовательское обучение математике учащихся основной школы во внеурочное время с использованием систем динамической геометрии: дис. ... канд. пед. наук. Елец, 2018.
- Петухова В., Платонова С. Использование математического пакета GeoGebra при решении задач с параметрами // Перспективы цифровой трансформации образования: Материалы Национальной научно-практической конференции. Рязань, 2024. С. 45-47.
- Подаева Н.Г., Подаев М.В., Агафонов П.А. Формирование понятий в процессе обучения геометрии школьников в электронной образовательной среде // Концепт. 2019. № 6. С. 2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-ponyatii-v-protsesse-obucheniya-geometrii-shkolnikov-v-elektronnoi-obrazovatelnoi-srede>
- Родионов М.А., Акимов И.В., Баландин И.А. Содержательно-методические особенности использования ИТ-технологий при изучении геометрии в профильной школе (на примере профильного элективного курса "Геометрия на компьютере") // Школьные технологии. 2019. № 1. С. 87-97. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/soderzhatelno-metodicheskie-osobennosti-ispolzovaniya-it-tehnologiy-pri-izuchenii-geometrii-v-profilnoy-shkole-na-primere-profilnogo>
- Санникова Г.И. Применение метода координат при решении задач // Старт в науке. 2020. № 6. С. 1-19. URL: <https://s.science-start.ru/pdf/2020/6/1972.pdf>
- Суходолова Е.В. Цифровые образовательные технологии и ресурсы в обучении геометрии на примере применения динамической среды GeoGebra // Самарский научный вестник. 2022. Т. 11. № 3. С. 323-326. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-obrazovatelnye-tehnologii-i-resursy-v-obuchanii-geometrii-na-primere-primeneniya-dinamicheskoy-sredy-geogebra>
- Сырицына В. Н., Кадеева О. Е. Метод координат для решения задач элементарной геометрии (планиметрия): учебно-методическое пособие. Владивосток: Дальневосточный федеральный университет, 2020. 32 с. URL: http://uss.dvfu.ru/e-publications/2020/metod_koord_dlya_resheniya_zadach_elem_geometrii_2020.pdf
- Сюткина С.М. Применение аналитической геометрии к решению планиметрических задач. // Новости образования: исследование в XXI веке. 2022. Т. 1. № 1. С. 322-332. URL: <https://nauchniyimpuls.ru/index.php/noiv/article/download/165/149>
- Умарова Н.Р., Умарова Н.А. Преподавание математики с использованием современных технологий // Наука и образование сегодня. 2020. № 6-2 (53). С. 5-6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/prepodavanie-matematiki-s-ispolzovaniem-sovremennyh-tehnologiy>
- Усмонов Б., Ассоева Н. Решение геометрических задач с помощью координатного метода // Interpretationandresearches. 2023. Т. 1. № 4. С. 138-141. URL: <https://interpretationandresearches.uz/index.php/iar/article/view/63/123>
- Фирстова Н.И. Обучение координатному методу в курсе алгебры и геометрии 8-9 классов // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы международной научно-практической интернет-конференции. Москва, 2021. С. 466-473. URL: <https://disk.yandex.ru/i/QupnQSm02tYYpg>
- Черемисина М.И., Суходолова Е.В. Использование возможностей динамической среды GeoGebra в условиях дистанционного обучения математике // Грани познания. 2021. № 1(72). С. 36-41. URL: <http://grani.vspu.ru/files/publics/1615014835.pdf>
- Шарафеева Л.Р., Туманова А.А. Использование мобильного приложения Geogebra при решении задач школьной геометрии // Вопросы педагогики. 2022. № 5-2. С. 388-391. URL: https://disk.yandex.ru/d/cds_TLCtqTh3Rg
- Шарко В.Е. Дидактические возможности интерактивной геометрической среды GeoGebra при обучении стереометрии // Будущее науки-2020: Сборник научных статей 8-й Междуна-

родной молодежной научной конференции. В 5-ти томах. Курск, 2020. С. 111-114. URL: <https://disk.yandex.ru/i/w8iPJStuojthg>

Ширикова Т.С. Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием GeoGebra: дис. канд. пед. наук. Ярославль, 2014.

Шовгеня Е.А., Жмурова И.Ю. Цифровые инструменты учителя математики // Современные проблемы и технологии инновационного развития образования: Материалы III Международной студенческой научно-практической конференции. Чебоксары, 2023. С. 86-90. URL: https://phsreda.com/ru/article/106071/discussion_platform

METHOD OF TEACHING SOLVING PLANIMETRIC PROBLEMS BY THE METHOD OF COORDINATES USING GEOGEBRA

Sanina E. I.
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
esanmet@yandex.ru
Moscow

Russian Customs Academy

Polyakov I. V.
il76tsure@yandex.ru
Armavir

Armavir State Pedagogical University

Abstract. The traditional system of teaching mathematics is currently undergoing changes. On the one hand, the changes are due to objective circumstances, such as the digitalization of society and its impact on educational processes, on the other hand, the requirements for the training of school graduates, which include, according to the Federal State Educational Standard of Basic and Secondary Education, subject training and personal development of students. In the scientific literature, both positive and negative effects of digital educational tools are noted. The problems of teaching geometry and the use of dynamic mathematics systems in solving geometric problems are especially discussed. In the theory and methods of teaching mathematics, issues related to teaching basic school students to solve planimetric problems with the support of GeoGebra have not been sufficiently studied. The purpose of this article is to develop a methodology for teaching planimetric problems using the coordinate method using GeoGebra software. The coordinate method in teaching planimetric problems was not chosen by chance. The analysis of the results of teaching geometry in basic school showed that it is when studying this method that students have many problems and teachers rarely use the coordinate method in solving planimetric problems. The methodology for teaching students of basic school to solve planimetric problems using the coordinate method with the use of GeoGebra is a system of interconnected components, the integrity of which determines the achievement of the final result. A special feature of the methodology is the visual modeling of the drawing construct based on the use of GeoGebra.

Keywords: teaching geometry, students of basic school, coordinate method, problem solving teaching methods, digital teaching aids, GeoGebra

References

- Abramenkova, Yu. V., Karlina, O. V. (2020). Features of the application of the interactive geometric environment geogebra in the study of geometry in basic school Didactics of Mathematics: Problems and Research, 51, 61-69. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-primeneniya-interaktivnoy-geometricheskoy-sredy-geogebra-pri-izuchenii-geometrii-v-osnovnoy-shkole> (In Russ.)
- Alikin, A. S., Ivaschenko, E. V. (2020). Use of information technologies in the process of studying geometry at school Applied issues of exact sciences: IV International scientific and practical conference of students, graduate students, teachers. Armavir, 228-231. URL: [https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4\(4\)/198.pdf](https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4(4)/198.pdf) (In Russ.)
- Bochkareva, D. V., Mayer, V. R. (2023). On the research approach to teaching mathematics using the GeoGebra environment. Informatization of education and methods of e-learning: digital technologies in education: Proceedings of the VII International Scientific Conference. Krasnoyarsk, 729-732. URL: https://disk.yandex.ru/i/PW_JYF1iksKklw (In Russ.)
- Vlasov, D. A., Sinchukov, A. V. (2020). Modernization of methodological systems for teaching mathematical disciplines based on GeoGebra. Modern information technologies and IT education, 16(1), 187-197. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modernizatsiya-metodicheskikh-sistem-prepodavaniya-matematicheskikh-distiplin-na-osnove-geogebra> (In Russ.)
- Gladysheva, G. S. (2022). Interactive geometric environment GeoGebra and its use in geometry lessons. Generation of the Future: The View of Young Scientists-2022 collection of scientific articles of the 11th International Youth Scientific Conference. Kursk, Vol. 2, 284-287. URL: <https://disk.yandex.ru/i/FQFYGaAHuYxUaA> (In Russ.)
- Gupenko, A. M., Proyaeva, I. V. (2024). Specifics of using the coordinate method in solving geometric problems in the school course. Mathematics, computer science, physics: problems and prospects: International scientific and practical conference, Collection of scientific articles, Orenburg, 163. URL: <http://elib.osu.ru/bitstream/123456789/14905/1/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA%202024.pdf#page=163> (In Russ.)
- Gushchina, S. V. (2020). Teaching theorem proof using the GeoGebra program when studying a geometry course in basic school. Modern problems of mathematics, physics and physics and mathematics education: collection of materials of the X International scientific and practical conference, Moscow, 20-22. URL: https://disk.yandex.ru/i/DJX_Yp-1Ulf3jw (In Russ.)
- Danilkova, E. R. (2022). Methodological aspects of using the dynamic environment GeoGebra in geometry lessons in high school. Modern general education: problems, innovations, prospects: Proceedings of the international scientific and practical conference, Orel, 546-549. URL: <https://disk.yandex.ru/d/V054D8DUnA5AHg> (In Russ.)
- Egorova, D. V., Kozhevnikova L. M. (2021). Teaching geometry in high school using the GeoGebra package. Modern Science, 4-3, 363-366. URL: <https://disk.yandex.ru/i/Kcr9xARrXQ6UbQ> (In Russ.)
- Kashitsyna, Yu. N. (2020). Methodology for teaching solving problems with parameters using the GeoGebra program. World of science, culture, education, 1(80), 249-255. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-resheniya-zadach-s-parametrami-s-ispolzovaniem-programmy-geogebra> (In Russ.)
- Kirillova, D. A. (2022). Application of the GeoGebra environment in studying the topic "circle equation" as a way to move to solving problems with a parameter. Science and School, 2, 152-160. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-sredy-geogebra-pri-izuchenii-temy-uravnenie-okruzhnosti-kak-sposob-perehoda-k-resheniyu-zadach-s-parametrom> (In Russ.)

- Luk'yanchikova, Yu. E., Everstova, V. N. (2019). The "living geometry" program as a means of developing students' spatial thinking in geometry lessons. Eurasian Scientific Association, 3-5, 312-314. URL: <https://disk.yandex.ru/i/S3BJE3d3FPQMIA> (In Russ.)
- Lyublinskaya, I. E., Ryzhik, V. I. (2020). Research and project tasks on planimetry using the GeoGebra Classic environment. A manual for teachers and students of grades 7-9. St. Petersburg: SMIO Press, 208 URL: https://www.mathedu.ru/text/lyublinskaya_ryzhik_issledovatel'skie_i_proektnye_zadaniya_s_geogebra_2020/p0/ (In Russ.)
- Malysheva, M. M., Everstova, V. N. (2021). Methodical recommendations for the use of the cross-platform GeoGebra program in teaching solving problems on constructing sections of a polyhedron. Teaching subjects of the physics and mathematics cycle in a modern school: Proceedings of the All-Russian student scientific and practical conference with international participation, Ulyanovsk, 65-69. URL: <https://disk.yandex.ru/i/6GwekYTuiZ2UA>
- Mathematics. Preparation for the Unified State Exam-2024. Profile level. 40 training options for the 2024 demo version. (2023). Edited by F. F. Lysenko, S. Yu. Kalabuhova. Rostov on Don, 368. (In Russ.)
- Mozgovaya, M. A. (2023). Structural and functional model of computer support for geometry lessons on solving problems using GeoGebra. Problems of modern pedagogical education, 79-2, 274-276. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/strukturno-funktsionalnaya-model-kompyuternogo-soprovozhdeniya-urokov-geometrii-po-resheniyu-zadach-s-ispolzovaniem-geogebra> (In Russ.)
- Mumryaeva, S. M., Kormilitsyna, T. V., Frolova M. A. (2019). Using cloud technologies to develop research skills in students of general education organizations. Educational experiment in education, 3, 72-81. URL: <https://disk.yandex.ru/i/k1HlvskGfsre5Q> (In Russ.)
- Mukhametyarova, A. R. (2019). Using the GeoGebra environment in solving stereometric problems using the vector-coordinate method. Mathematical and information modeling: materials of the All-Russian conference of young scientists. Issue 17. Tyumen, 366-374. URL: https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet%27jarova_1034_2019.pdf (In Russ.)
- Pavlova, M.A. (2018). Research-based teaching of mathematics to secondary school students during extracurricular hours using dynamic geometry systems: dissertation. Yelets. (In Russ.)
- Petukhova, V., Platonova, S. (2024). Using the GeoGebra mathematical package in solving problems with parameters. Prospects for the digital transformation of education: Proceedings of the National Scientific and Practical Conference, Ryazan, 45-47. (In Russ.)
- Podayeva, N.G., Podayev, M.V., Agafonov, P.A. (2019). Formation of concepts in the process of teaching geometry to schoolchildren in an electronic educational environment. Concept, 6.2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-ponyatii-v-protssesse-obucheniya-geometrii-shkolnikov-v-elektronnoi-obrazovatelnoi-srede> (In Russ.)
- Rodionov, M. A., Akimova, I. V., Balandin, I. A. (2019). Substantive and methodological features of using IT technologies in studying geometry in a specialized school (using the specialized elective course "Geometry on Computer" as an example). School technologies, 1, 87-97. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/soderzhatelno-metodicheskie-osobennosti-ispolzovaniya-it-tehnologiy-pri-izuchenii-geometrii-v-profilnoy-shkole-na-primere-profilnogo> (In Russ.)
- Sannikova, G. I. (2020). Application of the coordinate method in solving problems. Start in science, 6, 1-19. URL: <https://s.science-start.ru/pdf/2020/6/1972.pdf> (In Russ.)
- Sukhodolova, E. V. (2022). Digital educational technologies and resources in teaching geometry on the example of using the dynamic environment GeoGebra. Samara Scientific Bulletin, 11(3), 323-326. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-obrazovatelnye-tehnologii-i-resursy-v-obuchanii-geometrii-na-primere-primeneniya-dinamicheskoy-sredy-geogebra> (In Russ.)
- Syritsyna, V. N., Kadeeva, O. E. (2020). The coordinate method for solving problems of elementary geometry (planimetry): a teaching aid. Vladivostok: Far Eastern Federal University. 32. URL:

- http://uss.dvfu.ru/e-publications/2020/metod_koord_dlya_resheniya_zadach_elem_geometrii_2020.pdf (In Russ.)
- Syutkina, S. M. (2022). Application of analytical geometry to solving planimetric problems. *Education news: research in the 21st century*, 1(1), 322-332. URL: <https://nauchniyimpuls.ru/index.php/noiv/article/download/165/149> (In Russ.)
- Umarova, N. R., Umarova, N. A. (2020). Teaching Mathematics Using Modern Technologies. *Science and Education Today*, 6-2(53), 5-6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/prepodavanie-matematiki-s-ispolzovaniem-sovremennyh-tehnologiy> (In Russ.)
- Usmonov, B., Assoeva, N. (2023). Solving Geometric Problems Using the Coordinate Method. *Interpretationandresearches*, 1(4), 138-141. URL: <https://interpretationandresearches.uz/index.php/iar/article/view/63/123> (In Russ.)
- Firstova, N. I. (2021). Teaching the coordinate method in the course of algebra and geometry for grades 8-9. Actual problems of teaching methods of computer science and mathematics in a modern school: materials of the international scientific and practical Internet conference. Moscow, 466-473. URL: <https://disk.yandex.ru/i/QupnQSmotYYpg> (In Russ.)
- Cheremisina, M. I., Sukhodolova, E. V. (2021). Using the capabilities of the dynamic environment GeoGebra in the context of distance learning of mathematics. *Facets of knowledge*, 1 (72). URL: <http://grani.vspu.ru/files/publics/1615014835.pdf> (In Russ.)
- Sharafieva, L. R., Tumanova, A. A. (2022). Using the Geogebra mobile application to solve school geometry problems. *Issues of pedagogy*, 5-2, 388-391. URL: https://disk.yandex.ru/d/cds_TLCtqTh3Rg (In Russ.)
- Sharko, V. E. (2020). Didactic capabilities of the interactive geometric environment GeoGebra in teaching stereometry. *The Future of Science-2020: Collection of scientific articles of the 8th International Youth Scientific Conference*. In 5 volumes. Kursk, 111-114. URL: <https://disk.yandex.ru/i/w8iIPJctuojthg> (In Russ.)
- Shirikova, T.S. (2014). Methods of teaching basic school students to prove theorems when studying geometry using GeoGebra: diss. ... cand. ped. sciences. Yaroslavl. (In Russ.)
- Shovgenya, E. A., Zhmurova, I. Yu. (2023). Digital tools for a mathematics teacher. *Modern problems and technologies of innovative development of education: Proceedings of the III International Student Scientific and Practical Conference*. Cheboksary, 86-90. URL: https://phsreda.com/ru/article/106071/discussion_platform (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 13.02.2025
Принята к публикации 10.03.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-29-42

УДК
372.851**МЕДИАОБРАЗОВАНИЕ В РОССИИ И ЗА РУБЕЖОМ: АНАЛИЗ
ИСТОРИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ (НА ПРИМЕРЕ ОБУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКЕ)****Федянина Екатерина Андреевна**
аспирант
fedyanina.k@yandex.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Развитие информационных технологий является одним из важных факторов развития социального общества. Основной задачей образования и науки становится формирование личности школьника для дальнейшей профессиональной деятельности в современном обществе. Интеграция медиасредств в процесс обучения математике выполняет несколько функций, реализуя обучающий, информационный, воспитательный, мотивационный и развлекательный аспекты. Однако в научной литературе недостаточно исследований, посвященных проблеме формирования медиаграмотности на уроках математики. В данной статье произведен анализ исторических аспектов развития медиаобразования в российском и международном контекстах; выделены основные этапы развития медиаобразования в целом; рассмотрены различные способы применения медиаобразовательных компонентов на уроках математики. Исследование показало, что успешность внедрения новых технологий в образовательный процесс напрямую зависит от внешних факторов, влияющих на развитие информатизационного общества.

Ключевые слова: математическое образование, медиаобразование, медиаграмотность, кинообразование, медиасредства, медиатехнологии

Введение

Стремительные темпы развития информационного общества связаны с модернизацией цифровых технологий. Медиатехнологии являются одним из главных факторов формирования индивидуальности школьника в социальной системе. Информационное общество обладает способностью производить, хранить, перерабатывать и реализовывать информацию. У современного ученика в процессе изучения образовательных дисциплин появляется ряд задач, позволяющих свободно ориентироваться в потоке информации. В этом случае формирование навыков медиаграмотности обучающихся позволяет решить данные задачи, обеспечивая способность выпускника продуктивно жить в современном обществе.

В Париже в 1984 году было опубликовано первое определение медиаобразования, которое разработано коллегиально в секторе коммуникации ЮНЕСКО ещё в 1973 году. «Под медиаобразованием следует понимать обучение теории и практическим умениям для овладения современными средствами массовой коммуникации, рассматриваемыми как часть специфической и автономной области знаний в педагогической теории и практике; его следует отличать от использования СМК как вспомогательных средств в преподавании других областей знаний, таких как, например, математика, физика или география» (Федоров, 2004).

В российской педагогической энциклопедии медиаобразование представлено как одно из направлений педагогики, которое способствует изучению «закономерностей массовой коммуникации (прессы, телевидения, радио, кино, видео и т.д.). Задачи медиаобразования

закладаются в подготовке нового поколения молодых людей к жизни в современных информационных условиях; формировании навыков восприятия и понимания информации; обучении критически анализировать полученную информацию; формировании навыков общения на основе невербальных форм коммуникации с помощью технических средств (Давыдов, 1993).

Перед сферой образования и науки стоит новая задача – организация условий, в которых каждый специалист будет обладать умениями и навыками для решения профессиональных задач в цифровой среде. Многие учёные исследуют успешность формирования медиаграмотности специалистов гуманитарного направления подготовки. Рассмотрена взаимосвязь медиаграмотности с такими гуманитарными отраслями знаний, как педагогика, искусствоведение, культурология, история, психология, высшее языковое образование, филология, лингвистика, журналистика и т. д. (Федоров, 2015; Грицкевич, 2022). Проблема формирования медиаграмотности у специалистов естественно-технического и математического направлений не раскрыта в полном объёме. В то же время В.И. Крапчатов в 1936 году привёл следующие данные: «киноуроки в процессе проработки тем по различным предметам дают повышение успеваемости от 14,5%-17% до 33,2%-50% и повышают прочность запоминания изучаемого материала на 72,7%- 84,5%» (Крапчатов, 1936). В 2005 году Д.В. Залагаев проводит исследование об интеграции информатики и медиаобразования, делая выводы, что данное объединение способствует формированию прочных знаний, а также позволяет ученикам использовать свои умения и навыки, полученные на уроке, в повседневной жизни (Залагаев, 2005).

Возникает необходимость в детальном анализе вопроса интеграции медиаобразования и математики. Математическое образование способствует формированию критического стиля мышления обучающихся, содействует развитию навыков дедуктивного, логичного и последовательного изложения материала, составляя ключевые навыки медиаобразования. Медиасредства в процессе изучения математики способствуют подготовке нового поколения к жизни в современных условиях, способствуют восприятию различной информации и использованию её, исключая негативные последствия. Использование медиасредств при обучении математике выполняет несколько функций, реализуя обучающий, информационный, воспитательный, мотивационный и развлекательный аспекты. Таким образом, математика является благоприятной средой для формирования медиаграмотности будущих специалистов (Сергеева, 2013).

Целью исследования является изучение исторических аспектов развития медиаобразовательных технологий в контексте интеграции их в процесс обучения математике с возможностью актуализации и адаптации лучших медиапрактик в современных условиях.

Результаты исследования

Исторические аспекты развития «медиаобразования» в процессе изучения гуманитарных дисциплин в России представлены в трудах А. В. Федорова, И. В. Чельшевой, А. Д. Березкиной, Н. А. Чумаколенко, А.Н. Шаханской и др. Развитие «медиаобразования» за рубежом представлено в работах иностранных ученых: Г. Лассуэл, Р. Барт, Ж. Бодрийяр, Ж. Делёз, М. Маклюэн, Э. Тоффлер, Л. Мастерман, Б.Туфте. Вопросом развития медиаграмотности в зарубежных странах также занимались и российские ученые А.В. Шариков, А.В. Федоров, А.В. Спичкин, А.А. Новикова, Е.И. Худолеева. Однако влияние медиаобразования на процесс изучения математики не раскрыто в полном объёме.

Анализ научной литературы позволяет выделить основные периоды становления медиаобразования в России и в зарубежных странах в контексте влияния на обучение математике, определить сходства и различия.

1. Период зарождения и становления медиаобразования (1900–1930 гг.)

Учебное кино в нашей стране развивается с первых дней Советской власти, большое внимание ему уделял В. И. Ленин, много потрудились для создания учебной кинематографии Н. К. Крупская и А. В. Луначарский. В данном периоде происходила работа

изучения воспитательной и образовательной роли кино. В 1900 году в США происходит активное развитие компаний по производству технического обеспечения для распространения кинематографа в образовательных организациях. Уже в 1908 году в Германии были сделаны попытки демонстрации математических диапозитивов и фильмов. Начиная с 1908 года по 1917 год, в России были проведены исследования по использованию кинематографа в образовательном процессе. В указанный период не было математических фильмов. В 1913 году на втором Всероссийском съезде преподавателей математики были продемонстрированы первые наглядные пособия по геометрии – кинотетради, разработанные А.А. Ляминам и В.М. Фесенко. Учебный материал был представлен по принципу «живой фотографии» «Киногеометрия» (Громов, 1958). В 1920-х гг. в школах активное развитие медиаграмотности у обучающихся осуществлялась с помощью бумажной прессы, основным направлением являлось самостоятельное творчество – стенные газеты (Жилавская, 2013). В российских школах стали популярны кружки, которые внедряли в свою работу медиаобразовательные компоненты – фотографии и кино.

Глобальным средством передачи информации в данный период оставалось радио. С 1926 года радиожурналы стали выполнять воспитательную функцию, информируя о новостях науки. Происходило деление на разные возрастные категории (Челышева, 2020). С 1920–1930 годов происходит переоценка роли использования средств медиаобразования в учебном процессе, возникают предложения о кинофикации учебников математики (Михалевский, 1968). Некоторые авторы (Б. А. Шуммер, Л. Сухаребский, А. Ширвиндт, Я. Кантор) предлагали для экранизации такие темы школьного курса математики, как «Формула корней квадратного уравнения», «Тождественные преобразования радикалов», «Буквенные обозначения», «Действия с многочленами» и т.п. Решительно предостерегая против переоценки роли учебного кинофильма в учебном процессе школы, В. Ястржембский, М. Бунегин и другие методисты указывали, что необходимо одинаково решительно бороться как с недооценкой роли кино, так и с попытками её переоценки. В 1931 году появился первый учебный кинофильм для учеников 6-х классов по геометрии «Математика». Фильм оказался неудачным и был подвергнут критике. К 1934 г. изготовили ещё два учебных кинофильма по математике – «Равенство треугольников» и «Тождественные преобразования радикалов». Однако эти фильмы также оказались не имеющими успеха, потому что темы, затронутые в них, были сложными и абстрактными для школьного зрителя. Фильмы не смогли привлечь широкую аудиторию.

2. Период стагнации медиаобразования (1935–1955 гг. XX в.)

Этап «застоя» характеризовался жёсткой идеологической цензурой, что повлияло на развитие медиаграмотности. В 1936–1937 гг. студией «Мостехфильм» по заказу Наркомпроса РСФСР были разработаны следующие кинофильмы по математике: «Образование поверхностей линиями», «Тригонометрические функции», «Круговые функции», «Прямая и обратная пропорциональность». В создании фильмов принимали участие советские педагоги, математики, методисты Н. Ф. Четверухин, Е.С. Березанская, М.К. Гребенча, М. Юкин. После 1937 года работа над математическими кинофильмами прекращается. Кинофильмы, подходящие под критерии коммунистической идейности, правдивости и результативности, использовались только в образовательном и воспитательном процессах в качестве экскурсионного и агитационного материала. «Система тоталитарного мышления несла огромный вред не только художественному процессу, но и зрителю. Мощная машина образования и воспитания ориентировала и художника, и зрителя на однозначность, на стандарт» (Вайсфельд, 1982).

В методической работе 1948 года А. Н. Перепелкина описывает необходимость внедрения кинофильмов в образовательный процесс, характеризуя только положительные стороны использования компонентов медиаобразования. Ученый аргументирует кинофикацию курса планиметрии и предлагает создание кинофильма, содержащего актуальные трудности преподавания планиметрии – применение к решению задач свойств окружности, имеющих внутреннее касание с данной окружностью. Автор предлагает

название кинофильма «Геометрическое место центров окружностей данного радиуса, имеющих внутреннее касание с данной окружностью» (Перепелкина, 1948).

В 1948 году П.С. Моденов публикует статью «Геометрические преобразования», в которой проводит анализ необходимости использования наглядных методов при обучении геометрии. Одним из способов демонстрации учебного материала, по мнению П.С. Моденова, является создание математических кинофильмов. «В качестве первого опыта можно было бы изготовить короткие кадры, изображающие динамику тех или иных аффинных преобразований (или проективных). Задача о внедрении кино в математику, безусловно, очень сложна. Здесь нужны, с одной стороны, лица, хорошо знакомые с фактической стороной дела, а с другой стороны, те, кто сумеет облечь это в художественную и занимательную форму» (Моденов, 1948).

3. Период возрождения медиаобразования (1955–1985 гг. XX в.)

В 1955 году Ф. Ф. Нагибин проводит анализ необходимости внедрения наглядных пособий в процесс обучения математике, подчеркивая ограниченное количество имеющихся математических кинофильмов, отсутствие копий имеющихся учебных фильмов во многих регионах страны, а также недостаток методико-математической литературы, посвящённой данной проблеме (Нагибин, 1955). В своей работе Ф.Ф. Нагибин предлагает возможные способы решения рассматриваемых вопросов:

- назначить ответственных за разработку сценариев математических фильмов для учащихся средней школы кафедры методики математики и элементарной математики крупных пединститутов;
- увеличить количество копий уже имеющихся математических фильмов, распространить их в регионах;
- выявить учителей, методистов и математиков-специалистов, интересующихся вопросами кинофикации преподавания математики.

Активное появление наглядных пособий по сценариям А. П. Громова произошло в 1957 году. Кинолаборатория МП РСФСР «Школфильм» изготовила 12 кинофрагментов по геометрии. После 1957 года математические фильмы изготавливались регулярно. В 1958 году на Братиславской студии «Диафильм» было начато производство учебных диафильмов по математике («Теорема Пифагора», «Периметры и площади», «Диаграммы и графики», «Круг и окружность» и др.). Первый учебный математический диафильм в России был изготовлен в 1959 году. В период возрождения медиаобразования увеличилось число учебных заведений, внедряющих в свою профессиональную деятельность материалы киноискусства. Была организована работа кружков дополнительного образования, которые были ориентированы на анализ кинофильмов, формирование образного мышления, на развитие художественной речи, а также способствовали гармоничному развитию личности в целом.

В России в 1965 году А.М. Пышкало публикует аннотированный каталог, в котором представлены методы работы с различными кинопособиями. В таблице 1 представлен статистический отчет созданных кинопродуктов по математике в 1965-1966 годах (по данным журнала «Математика в школе») (Пышкало, 1965). Как видим, методический фокус смещён в сторону наиболее сложного раздела математики – тригонометрии.

*Таблица 1.
Статистический отчет кинопродуктов*

Предмет	Фильм (шт)	Микрофрагмент (шт)
Арифметика	1	0
Алгебра	11	5
Тригонометрия	34	5
Геометрия	3	14

Параллельно становлению образовательного кинематографа происходит развитие учебной телеиндустрии. Первые опыты по использованию учебного телевидения произошли в 1959 году. Примером могут служить следующие передачи: «Математика нужна всем», «Числа вокруг нас», «Геометрический съезд», «Окружность» и др. Продолжительность передач была от 20 до 45 минут. В 1960-х гг. широкое распространение имели учебные телепередачи, которые предусматривали как коллективный просмотр на уроке, так и индивидуальный во внеурочное время. На рис. 1 представлено эфирное время трансляции образовательных телепередач на центральном телевидении в 1966–1973 годах.



Рис. 1. Распределение эфирного времени трансляции образовательных телепередач

Следует заметить, что основное время образовательных передач было посвящено гуманитарным наукам. Однако математика является одним из основных предметов школьного курса, содержащего объективные трудности восприятия учебного материала, и роль образовательных телепередач была бы неоценима. В связи с этим в Москве, Ленинграде, Йошкар-Ола, Херсоне ведётся активная работа по созданию математических телепередач. Активное появление и использование образовательных телепередач требовали глубокого общедидактического анализа. Опыт работ А.И. Маркушевича, С.Г. Шаповаленко, А.М. Гельмонта, Н.М. Шахмаева, А.К. Громцева, Д.И. Полторака, Л.П. Прессмана, А.Д. Боборыкина, А.А. Степанова, З.Г. Алексеевой, Х.Б. Абуговой, А.И. Поспелова требовал обобщения полученных результатов. В конце 1966 года под эгидой Центрального методического совета Министерства Просвещения РСФСР и научно-исследовательского института школьного оборудования и технических средств обучения была организована первая конференция по внедрению учебного телевидения в образовательный процесс.

В данный период актуализируется также роль научных исследований по медиаобразованию. К примеру, в 1968 году в диссертационном исследовании Л.Г. Востоковой рассматриваются следующие вопросы использования телевидения в обучении математике:

1. Эффективность учебных передач.
2. Обоснование и формулировка принципов отбора материала для передач, методических и композиционных принципов построения сценария учебных передач.
3. Определение учебных ситуаций.
4. Обобщение имеющего советского и зарубежного опыта использования и создания передач.
5. Определение назначения и видов передач по математике (Востокова, 1968).

Л.Г. Востокова совместно с Г.Г. Левитас разработали циклы телепередач в формате факультативных занятий по математике. Сценарий телепередачи «Дополнительные вопросы

арифметики целых чисел» для 7-8 классов был передан в эфир в 1968 году. Были разработаны также мультипликационные фрагменты для студии «Союзмультфильм».

Тенденцию создания математических фильмов поддерживают и зарубежные методисты. Одним из основных факторов развития образовательного телевидения в зарубежных странах стало распространение телевизионной техники. Образовательные телепередачи и кинофильмы являлись продуктами телевизионных компаний, а не образовательных организаций. К примеру, начиная с 1955 года, в Чехословакии изготовлено более двадцати математических кинофильмов. Значительная часть этих фильмов предназначена для использования на уроках алгебры (цикл фильмов под общим названием «Функция», фильмы «Графическое определение максимумов и минимумов функции», «Рациональные числа», «Комплексные числа», «Тангенс, синус, косинус» и др.). Большое внимание уделяется фильмам на геометрические темы: «Измерение расстояний», «Измерение углов», «Прямая в практике», «Площадь и объём», «Учащиеся возле мензулы», «Учащиеся возле теодолита», «Геометрические места точек», «Векторы», «Применение кривых в технике» и др.

Однако наиболее активное использование образовательных продуктов кинотелевизионной индустрии началось в США, Японии, Франции, Италии, Англии, Канаде. В 1960 году количество учебных заведений в Японии, внедряющих в свою работу учебные телепередачи, составляло 10000, а в 1964 году данный показатель увеличился в 5 раз и составил 50000 учреждений.

Телевизионные образовательные программы в Англии впервые появились на экранах в 1958 году под руководством Британской вещательной корпорации «Би-би-си» и независимым (Королевским) телевизионным обществом. Содержательный контент был отобран с учётом сложности и новизны математической программы, требующий от специалистов серьёзной методической подготовки. Следует отметить, что были телепередачи, позволяющие ярко проиллюстрировать математические термины. Авторам телепередач было необходимо применять наглядные приёмы, новые методические изложения. В редакции активно использовали метод обратной связи от учителей математики, тем самым совершенствуя материалы телепередач. Перед выпуском серии Би-би-си издаёт брошюры для учителей с методическими указаниями. Для обучающихся «Би-би-си» стало выпускать иллюстрированные книги с материалами телевизионных программ.

В США образовательное телевидение не имело материальной поддержки от государства. Образовательные телепередачи выпускали частные компании. Впервые 21 марта 1957 года национальный исследовательский совет США рассматривает идею внедрения фильмов и телевидения в образовательный процесс. Процесс обучения и развития личности с применением средств медиатехнологий носило название «визуальная грамотность». Было принято решение об оценке качества фильмов и телепередач по математике. Далее 28 мая 1957 года Совет по оценке качества фильмов, применяемых на уроках математики, состоявший из математиков различных образовательных организаций (Ф. А. Фикен, Университет Теннесси; А.М. Глисон, Гарвардский университет; Т.Х. Хильдебрандт, Мичиганский университет; Г. Хохшильд, Институт перспективных исследований; Дж.Д. Мансилл, Университет Алабамы; Б.Е. Meserve, Государственный Педагогический Колледж), рассмотрел около 35 доступных кинозаписей и телепередач. Видеоуроки содержали разные уровни арифметики, алгебры и тригонометрии, адаптированные под конкретные возрастные категории и определенные цели. Были определены позитивные и негативные аспекты применения фильмов и телевизионных передач на уроках математики.

Позитивный опыт применения:

- повышение качества восприятия материала обучающимися;
- методические новшества для учителя;
- обучение за пределами технических возможностей обычных средств;
- использование в больших группах людей;

- предоставление академического обучения тем, кто не посещает занятия из-за расстояния, здоровья;
- демонстрация объектов, сцен и событий из отдаленных времен и мест.

Негативный опыт применения:

- широкое распространение ложных идей и неудачных педагогических стереотипов;
- высокая стоимость оборудования.

В 1957 году Совет по оценке качества фильмов в США поднимает вопрос о создании постоянного комитета по математическим фильмам и телевидению, который должен выполнять следующие функции:

- сбор, классификация, хранение и распространение надёжных данных о существующих математических фильмах, передачах;
- оценка математических кинопродуктов и принципов по их эффективной подготовке и использованию, исследования технических проблем обратной связи и других возникающих проблем;
- содействие активному участию профессиональных математиков в планировании, судействе и обзоре фильмов, имеющих значительное математическое содержание;
- содействие в разработке справедливой и реалистичной экономической политики со ссылкой на имущественные интересы и экономическое влияние фильмов и телевидения на качество преподавания;
- обеспечение связи с математическим сообществом, с соответствующими профессиональными группами и с заинтересованными коммерческими предприятиями; в частности, сбор и распространение информации о возникающих потребностях в медиапродуктах и их выгодном использовании.
- публикация своего собственного существования и деятельности. Комитет должен избегать любых действий, которые придали бы ему статус сертифицирующего агентства.

Постоянный комитет должен отражать региональные различия внутри страны, учитывать разнообразный профессиональный опыт, взгляды и интересы американского математического общества, математической ассоциации Америки, национальной академии наук, Американской ассоциации содействия развитию науки, Национального совета учителей математики и других организаций, имеющих основной интерес к математическому образованию.

В 1963 году в Италии начинает работу «Телешкола». Телепередачи содержат материалы по ликвидации неграмотности, изучению математики, физики, химии.

Во Франции развитие учебного телевидения контролировало Министерство просвещения, поэтому использование медиапродуктов в образовательном процессе оказалось успешным. В 1961 году в г. Лилле телевизионные передачи стали содержать обучающие материалы, используемые на уроках математики. Позднее математические передачи стали популярны по всей Франции. В неделю было представлено 26 обучающих телепередач, из них – 8 по математике, что составляет 30,8%. Учебные передачи были представлены в соответствии с учебной программой. Были выпущены определенные серии по конкретным темам, к примеру, «Линейная алгебра». Для совершенствования работы образовательного телевидения французские исследователи проводили анкетирование учителей. Успех внедрения математических телепередач во Франции можно характеризовать следующими фактами:

- недостаточная квалификация учителей математики;
- восприятие телевидения как нового учебного средства;
- недостаток наглядных пособий, кинофильмов, диафильмов.

В период 1970-1980 гг. особую значимость, помимо кинофильмов, телевидения и радиовещания имела и пресса. В школах активно выпускались обучающие газеты, математические стенгазеты. Активное использование медиапродуктов в процессе образования в 1980-х годах позволило сформировать методологическую базу российского медиаобразования.

4. Период модернизации медиаобразования (с 1985 г. XX в. по настоящее время)

Постановление Верховного Совета СССР № 13-ХІ 1984 года содержит информацию о необходимости активного внедрения медиасредств в процесс обучения школьников. В это время в России активно появляются научные публикации, статьи, диссертационные исследования, монографии, которые направлены на решение проблемы применения различных медиа в образовании. Основное количество работ направлено на анализ применения медиапродуктов при обучении гуманитарным дисциплинам. Работ, посвященных проблеме интеграции медиаобразования и математики, и в этот период остаётся мало.

Отправной точкой периода модернизации медиаобразования принято считать начало 1985 года, в данный период в СССР начало снижаться идеологическое давление, что и послужило началом нового этапа формирования медиаграмотности обучающихся.

В таблице 2 представлено количество опубликованных работ по направлению медиаграмотности в период 1990–2010 годов (Гендина, 2012).

*Таблица 2.
Работы, посвящённые проблеме медиаобразования*

Диссертации		Книги	Статьи	Всего
Докторские	Кандидатские			
29	120	74	202	425

Особенности формирования медиаграмотности посредством прессы и радио были исследованы в диссертациях И.А. Руденко (1986), М.И. Холмова. В своих работах учёные поднимают вопрос становления и развития медиаобразования, производят анализ воздействия медиакomпонентов на юное поколение. Проблема учебного телевидения является ключевой в книгах В.В. Егорова (1986), Э.М. Ефимова (1986), В.П. Муштаева (1985).

В 1989 году в исследовании Л.М. Баженова появляется новый термин «информационное поле». Данный термин применялся для исследования особенностей социализации школьников в информационном пространстве. В результате анализа данного исследования можно сделать вывод, что большая часть школьников в качестве преимущественного источника информации выбирают телевидение, журналы и газеты, что приводит к острой необходимости формирования медиаграмотности обучающихся.

До начала 90-х годов термина «медиаобразование» не существовало, было принято рассматривать отдельные направления кинообразования и юношеской журналистики. Первым, кто решил объединить эти направления в одно – медиаграмотность, был А.В. Шариков. Ученый отмечает: «Было бы ошибкой считать, что медиаобразование связано только с телевидением. Его задачи шире и охватывают весь комплекс средств массовой коммуникации: телевидение, прессу, радио, кино, а также другие их формы – фотографию, звукозапись, рекламу и т.д.» (Шариков, 1990).

Активное внедрение компьютерных технологий произошло в конце 80-х годов XX в. В этот период происходит комплектование школ компьютерной техникой, стали появляться компьютерные классы. Компьютеризация обучения повлекла появление новой проблемы – отсутствие обучающих программ.

С середины 90-х годов произошёл прорыв – появление глобальной сети Интернет. Вместе с тем увеличение количества информации предшествовало возникновению ряда новых проблем. В частности, мультимедийная подача информации не имеет чёткой структуры, но имеет ряд противоречий и неточностей, что требовало от обучающихся сформированных навыков критического мышления.

Следует отметить, что в 1990 годах медиаобразование стало также важным фактором в изучении предметных дисциплин в школах Канады, США, Австралии.

Использование мультимедийных технологий на уроках математики становится достаточно популярным, но возникает вопрос: всегда ли оно будет нести положительный результат? В своей работе С. С. Кравцов в 1998 году определил необходимые этапы при создании мультимедийных программ. На первоначальном этапе крайне важно определить цели и задачи использования медиапрограммы, также необходимо решить на каком этапе урока она будет использована. На втором этапе необходимо спланировать содержание программы, определить наличие видеоматериала, продумать интерфейс. Третий этап – экспертиза. Четвертый – тестирование получившегося продукта, удаление недостатков. Пятый – апробация (Кравцов, 1998).

Необходимость использования в математическом образовании современных информационных систем и потребность их при решении практических задач определили задачу формирования медиаграмотности обучающихся на уроках математики. На экспериментальных площадках РАО Москвы и Санкт-Петербурга в начале XI века апробировались методики обучения математике и физике в рамках концепции компетентностного подхода под руководством А.С. Кондратьева, В.В. Лаптева (Голубовская, 2004).

В 2001 году В.А. Тестов анализирует внедрение интернет-мультимедиа технологий в образовательный процесс, делая вывод о необходимости развития медиаграмотности обучающихся. Учёный рассматривает достоинства и недостатки информационного прорыва, акцентируя внимание на следующем: «Учащиеся стали выступать в большей степени как потребители знаний, «потребители культуры.... Знания, как простая информация, становятся ненужными, поскольку объём информации резко возрос, а доступ к ней существенно расширился и облегчился. Стали нужны знания, полезные не в утилитарном смысле, а полезные для принятия правильных решений» (Тестов, 2001).

В 2005 году А.А. Журин поднимает вопрос об интеграции медиаобразования с гуманитарными дисциплинами. За рубежом широко распространено медиаобразование, интегрированное с курсами родного и иностранного языков, истории, в то время как медиаобразование на уроках естественно-научного цикла сводится к простому использованию сообщений СМИ как средств обучения. Аналогичная ситуация сложилась и в отечественной педагогике: вопросы медиаобразования активно разрабатываются лишь в начальной школе и на уроках гуманитарного цикла предметов (Е.А. Бондаренко, С.И. Гудилина, Т.Г. Жарковская, К.М. Тихомирова и др.). В сегодняшней практике обучения химии было бы неправомерным игнорировать то огромное влияние (как положительное, так и отрицательное), которое оказывают средства массовой информации на результаты обучения, воспитания и развития школьников» (Журин, 2005). В нашем исследовании мы говорим о недостаточном количестве методического материала при обучении математике в старших классах.

На начало 2007 года информации настолько много, что это становится уже проблемой, а для использования медиапродуктов необходимо обладать определенными навыками медиаграмотности. Отмечая, что грамотное использование мультимедийных технологий является эффективным инструментом для успешного изучения математики, Н.Б. Бальцюк и А.Б. Хилюк предложили методические аспекты внедрения технологий мультимедиа на уроках математики в старших классах (Бальцюк, 2007).

В развитии медиатехнологий происходит переоценка роли электронных ресурсов на уроках математики. Одним из средств мультимедиа выступает электронный учебник. Е.А. Курилина выделяет преимущества использования электронных учебников взамен классических бумажных. Основным достоинством выступает ускоренный поиск необходимой информации, использование гиперссылок, а мультимедиа способствует качественному восприятию информации (Курилина, 2008).

В своем диссертационном исследовании О.В. Печинкина, одна из первых, проводит анализ зарубежного опыта интеграции медиаобразования и математики. Исследователь отмечает: «Интеграция медиаобразования осуществляется и с математикой, которая имеет

большое значение в становлении личности, так как развивает творческое и логическое мышление ребёнка, помогает определять, формулировать и решать проблемы, влияет на умственное развитие, стимулирует целенаправленную деятельность и социальное взаимодействие. Цели медиаобразования, интегрированного с курсом математики в обязательной школе: 1) применение информационных и коммуникационных технологий для работы с геометрическими фигурами, вычислений, сбора, обработки и презентации информации; 2) критический анализ текстов, содержащих математическую терминологию и информацию; 3) создание, чтение, интерпретация и анализ чертежей, диаграмм, гистограмм, таблиц, графиков с использованием цифровых технологий и без них» (Печинкина, 2009, 144).

Сегодня медиаобразование рассматривается авторами как культурно-педагогический феномен, основанный на технических и креативных способностях учителя. Педагоги всё чаще используют медиатеchnологии при обучении математике. Это и традиционные научно-популярные фильмы по математике (Dvoryatkina, 2023), и инновационные интегративные медиаобразовательные технологии (Дворяткина, 2023), и игровые новеллы (Кишкинский, 2023), и мультимедийные лонгриды (Пипераки, 2024), и др. Практико-ориентированные сюжеты, получившие визуализированный формат, устанавливают широкую применимость математических знаний к современным медиатеchnологиям и множеству аспектов повседневной жизни. Они служат неиссякаемым источником реализации и мотивации учебного, исследовательского и творческого потенциала обучаемых.

Выводы

Необходимость внедрения медиаобразовательных технологий в процесс обучения математике обоснована совершенствованием и расширением возможностей современных педагогических методик. В результате исследования был восполнен пробел в историко-педагогическом знании в аспекте интеграции медиаобразования и математики. Были выделены основные этапы формирования медиаобразования, проанализированы периоды от развития методологических основ до практической реализации в учебный процесс в образовательных организациях разного типа.

Опыт успешного внедрения медиаобразовательных технологий, таких как электронные учебники, интерактивные мультимедийные презентации, игровые новеллы, мультимедийные лонгриды, научно-популярные фильмы, образовательные видеоматериалы, способствует увеличению уровня мотивации к изучению математики через визуализацию абстрактных понятий, индивидуализирует процесс обучения, развивает критическое мышление и аналитические способности школьников. Это повышает уровень вовлеченности обучающихся в образовательный процесс.

Таким образом, результаты проведённого исследования открывают новые перспективы для дальнейшей популяризации математических знаний среди школьников и улучшения качества математического образования.

Список литературы

- Бальцук Н.Б., Хилук Е.А. Методические аспекты использования технологии мультимедиа при обучении решению задач на отыскание наибольших и наименьших значений величин // Материалы XXVI Всероссийского научного семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов. Самара. М., 2007. С. 155–156.
- Вайсфельд И.В. Кино в педагогическом процессе // Современная педагогика. 1982. № 7. С. 35–38.
- Востокова Л.Г. Исследование условий эффективности учебных телепередач по математике: дис. ... канд. пед. наук. М., 1968.
- Гендина Н.И. Проблема интеграции информационной и медиаграмотности: Международный опыт и российские реалии // Вестник Кемеровского государственного университета культуры и искусств. 2012. №19-1. С. 54–71.

- Голубовская М.П., Ходанович А.И. Компетентностный подход в информационном пространстве системы непрерывного физического образования // Физическое образование в вузах. 2004. Т. 10. № 3. С. 112–121.
- Грицкевич Ю.Н., Лукьянова С.В., Попкова Л.М. Медiateкст и медиаграмотность в системе высшего образования // Самарский научный вестник. 2022. Т. 11. № 4. С. 253–258. DOI 10.55355/snv2022114304.
- Громов А.П. Применение диафильмов и кино на уроках математики в средней школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук. М., 1958.
- Дворяткина С.Н., Дякина А.А., Щербатых С.В. Популяризация математических знаний средствами интегративных медиаобразовательных технологий: от Ломоносова к Кудрявцеву // VI Международная конференция "Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования". Тезисы докладов VI Международной конференции, посвящённой 100-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. Москва, 2023. С. 41–42.
- Ефимов Э.М. Школьникам о телевидении. Книга для учащихся старших классов. М.: Просвещение. 1986.
- Жилавская И.В. Медиаобразование молодежи. М.: МПГУ, 2018.
- Журин А.А. Интеграция медиаобразования с курсом химии средней общеобразовательной школы: автореф. дис. ... докт. пед. наук. М., 2004.
- Залагаев Д.В. Развитие медиаграмотности учащихся в процессе обучения информатике: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Омск, 2005.
- Кишкинский С.С. Этапы создания интерактивной новеллы по математике с применением цифровой платформы AXMA STORY MAKER JS // Инновационные технологии в математическом образовании: молодежная парадигма. Сборник научных статей молодых исследователей. Елец, 2023. С. 103–111.
- Кравцов С.С. Необходимые этапы при создании мультимедийных программ учебного назначения // Тезисы докладов XVII семинара преподавателей математики педвузов. Калуга, 1998. С. 156–157.
- Крапчатов И.А. Киноурок как наиболее эффективный метод работы // Учебное кино. М., 1936. № 3. С. 3–10.
- Курилина Е.А. Краткий обзор программных средств в помощь школьному учителю // Вестник Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина. Елец, 2008. Вып. 17. С. 217–221.
- Михалевский А.В. Элементы экранизации в преподавании математики в средней школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Киев, 1968.
- Моденов П.С. Геометрические преобразования // Математика в школе, 1948. № 6. С. 4–21.
- Нагибин Ф.Ф. О кинофикации курса математики средней школы // Математика в школе. 1955. № 3. С. 1–4.
- Перепелкина А.Н. Кинофикация курса геометрии в средней школе // Математика в школе. 1948. № 5. С. 20–29.
- Печинкина О.В. Школьное медиаобразование в североевропейских странах: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Архангельск, 2008.
- Пипераки Р.М., Бирюкова Ю.Н. Учебный лонгрид при обучении профессионально-ориентированному чтению студентов-нефилологов // Успехи гуманитарных наук. 2024. № 5. С. 182–187.
- Подлипский О.К. Современные тенденции развития образования и математическая подготовка школьников // Вестник Майкопского государственного технологического университета. 2020. Вып. 1(44). С. 94–102. DOI: 10.24411/2078-1024-2020-11009.
- Пышкало А.М. Учебные фильмы для школ. Математика. Черчение. М. Просвещение. 1965.
- Сергеева Е.В. Развитие медиакомпетентности студентов на занятиях математики // Проблемы современного педагогического образования. 2023. № 78-2. С. 235–237.

- Тестов В.А. Развитие духовности – основа социокультурного обновления математического образования // Формирование духовной культуры личности в процессе обучения математике в школе и вузе: Тезисы докладов XX Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов, Вологда, 02–04 октября 2001 года. Вологда: Легия. 2001. С. 5–7.
- Федоров А.В. Медиаобразование в зарубежных странах. Таганрог: Кучма, 2003.
- Федоров А.В. Медиаобразование: история и теория. М.: МОО «Информация для всех», 2015.
- Федоров А.В., Новикова А.А., Колесниченко В.Л., Каруна И.А., Медиаобразование в США, Канаде и Великобритании. Таганрог: Кучма, 2007.
- Челышева И.В. История медиаобразования в России // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. 2020. № 1. С. 128–139.
- Шариков А.В. Медиаобразование: мировой и отечественный опыт. Москва: НИИ СОиУК АПН СССР, 1990.
- Якушина Е.В. Методика обучения работе с информационными ресурсами на основе действующей модели Интернета: автореф. дис. канд. пед. наук. М., 2002.
- Dvoryatkina S.N., Dyakina A.A., Safronova T.M. Popular Science Film as a Resource for Integrating Media Education Technologies into the Mathematics Teaching System. Perspectives of Science and Education. 2023. № 6 (66). 192-203
- National Research Council. The Use of Films and Television in Mathematics Education. Washington, DC: The National Academies Press, 1957.

MEDIA EDUCATION IN RUSSIA AND ABROAD: AN ANALYSIS OF HISTORICAL DEVELOPMENT (USING THE EXAMPLE OF TEACHING MATHEMATICS)

Fedyanina E. A.
Graduate student
fedyanina.k@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The development of information technology is one of the important factors in the development of a social society. The main task of education and science is the formation of a student's personality for further professional activity in modern society. The use of media in teaching mathematics performs several functions, realizing informational, educational, educational and entertaining aspects. However, there is not enough research in the scientific literature on the problem of media literacy formation in mathematics lessons. This article analyzes the historical aspects of the development of media education in Russian and international contexts; highlights the main stages of the development of media education in general; examines various ways of using media educational components in mathematics lessons. The study showed that the success of introducing new technologies into the educational process directly depends on government policy and the informatization of society.

Keywords: media education, media literacy, film education, mathematical education, media tools, media technologies

References

- Baltsyuk, N. B., Khilyuk, E. A. (2007). Methodological aspects of using multimedia technology in teaching solving problems for finding the largest and smallest values of quantities. Materials of the XXVI All-Russian Scientific seminar of teachers of mathematics at universities and pedagogical universities. Samara, Moscow, 155-156.
- Chelysheva, I. V. (2020). The history of media education in Russia. *Crede Experto: transport, society, education, language*, 1, 128-139.
- Dvoryatkina, S. N., Dyakina, A. A., Safronova, T. M. (2023). Popular Science Film as a Resource for Integrating Media Education Technologies into the Mathematics Teaching System. *Perspectives of Science and Education*, 6 (66), 192-203.
- Dvoryatkina, S. N., Dyakina, A. A., Shcherbatykh, S. V. (2023). Popularization of mathematical knowledge by means of integrative media educational technologies: from Lomonosov to Kudryavtsev. VI International Conference "Functional Spaces. Differential operators. Problems of mathematical education". Abstracts of the VI International Conference dedicated to the 100th anniversary of the birth of Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Academician of the European Academy of Sciences L.D. Kudryavtsev. (pp. 41-42). Moscow. (In Russ.)
- Efimov, E. M. (1986). *To schoolchildren about television. A book for high school students*. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.).
- Fedorov, A. V. (2003). *Media education in foreign countries*. Taganrog: Kuchma. (In Russ.).
- Fedorov, A. V. (2015). *Media education: history and theory*. Moscow: NGO "Information for All".
- Fedorov, A. V., Novikova, A. A., Kolesnichenko, V. L., Karuna, I. A. (2007). *Media education in the USA, Canada and Great Britain*. Taganrog: Kuchma. (In Russ.).
- Gendina N. I. (2012). The problem of integration of information and media literacy: International experience and Russian realities. *Bulletin of Kemerovo State University of Culture and Arts*, 19(1), 54-71.
- Golubovskaya, M. P., Khodanovich, A. I. (2004). Competence-based approach in the information space of the continuous physical education system. *Physical education in universities*, 10(3), 112-121.
- Gritskevich, Yu. N. (2022). Media text and media literacy in the higher education. *Samara Scientific Bulletin*, 11 (4), 253-258.
- Gromov, A. P. (1958). *The use of filmstrips and cinema in mathematics lessons in secondary schools*. [Candidate Dissertation]. Moscow. (In Russ.).
- Kishkinsky, S. S. (2023). Stages of creating an interactive novel in mathematics using the AXMA STORY MAKER JS digital platform / Innovative technologies in mathematical education: a youth paradigm. Collection of scientific articles by young researchers. (pp. 103-111). Yelets. (In Russ.).
- Krapchatov, I. A. (1936). Kinourok as the most effective method of work. *Educational cinema*, (3), 3-10.
- Kravtsov, S. S. (1998). *The necessary steps in creating multimedia educational programs // Abstracts of the XVII seminar of teachers of mathematics at pedagogical universities*. Kaluga, 156-157.
- Kurilina, E. A. (2008). A brief overview of software tools to help a schoolteacher. *Bulletin of I. A. Bunin Yelets State University*, (17), 217-221.
- Mikhalevsky, A. V. (1968). *Elements of screen adaptation in teaching mathematics in secondary schools*. [Candidate Thesis]. Kiev. (In Russ.).
- Modenov, P. S. (1948). Geometric transformations. *Mathematics at school: a method. Journal: organ of the Ministry of Education of the RSFSR*. Moscow: Uchpedgiz, 6, 4-21.
- Nagibin, F. F. (1955). About the filmification of the secondary school mathematics course. *Mathematics at school*, (3), 1-4.

- National Research Council. (1957). *The Use of Films and Television in Mathematics Education*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Pechinkina, O. V. (2008). *School media education in Northern European countries*. [Candidate Thesis]. Arkhangelsk. (In Russ.)
- Perepelkina, A. N. (1948). Kinification of the geometry course in secondary school. *Mathematics at school*, (5), 20-29. (In Russ.)
- Piperaki, R. M., Biryukova, Yu. N. (2024). Educational longread in reading for special purposes to non-philology students. *Modern Humanities Success*, (5), 182-187. DOI: 10.58224/2618-7175-2024-5-182-187. (In Russ.)
- Podlipsky, O. K. (2020). Modern trends in the development of education and mathematical training of schoolchildren. *Bulletin of the Maikop State Technological University*, 1(44), 94-102. DOI: 10.24411/2078-1024-2020-11009.
- Pyshkalo, A. M. (1965). *Educational films for schools. Mathematics. Drawing*. Moscow: Enlightenment. (In Russ.)
- Sergeeva, E. V. (2023). Development of students' media competence in mathematics classes. *Problems of modern pedagogical education*, 78(2), 235-237.
- Sharikov, A. V. (1990). *Media education: global and domestic experience*. Moscow: Research Institute of SOyUK APN USSR.
- Testov, V. A. (2001). [The development of spirituality is the basis of socio-cultural renewal of mathematical education]. *Formation of the spiritual culture of a personality in the process of teaching mathematics at school and university: Abstracts of the XX All-Russian seminar of teachers of mathematics at universities and pedagogical universities*. (pp. 5-7). Vologda: Legia.
- Vostokova, L. G. (1968). *Investigation of the conditions for the effectiveness of educational television programs in mathematics*. [Candidate Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Weisfeld, I. V. (1982). Cinema in the pedagogical process. *Modern pedagogy*, (7), 35-38.
- Yakushina, E. V. (2002). *Teaching methods for working with information resources based on the current Internet model*. [Candidate Thesis]. Moscow. (In Russ.).
- Zalagaev, D. V. (2005). *Development of media literacy of students in the process of teaching computer science*. [Candidate Thesis]. Omsk. (In Russ.)
- Zhilavskaya, I. V. (2018). *Media education of youth*. Moscow: Moscow State University. (In Russ.)
- Zhurin, A. A. (2004). *Integration of media education with a secondary school chemistry course*. [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 03.03.2025
Принята к публикации 14.03.2025

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-43-54

УДК
372.851

ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ДЕФИЦИТЫ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ПУТИ ИХ УСТРАНЕНИЯ В ЦИФРОВОМ ОБЩЕСТВЕ

Буракова Галина Юрьевнак.п.н., доцент
burakova.galina@inbox.ru
г. Ярославль**Карпова Татьяна Николаевна**к.п.н., доцент
karpovafmf@mail.ru
г. Ярославль**Кузнецова Ирина Викторовна**к.п.н., доцент
gits70@mail.ru
г. Ярославль

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Аннотация. В статье представлены результаты диагностики будущих учителей математики, проанализированы проблемы предметно-методической подготовки студентов: слабая подготовка абитуриентов, особенно по геометрии; трудности в применении теоретических знаний к решению задач повышенного уровня сложности, освоение которых происходит на старших курсах; невладение способами критериального оценивания письменных работ учащихся и др. Предложены основные направления устранения профессиональных дефицитов будущего учителя математики в условиях цифрового общества: реализация индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся с усилением внимания на рассмотрение типов задач, приёмов и методов их решения; создание методической копилки сложных математических задач; использование дидактических возможностей генеративного искусственного интеллекта; качественное формирование ментальных образов, схем и моделей учебной дисциплины. Рассмотрены некоторые дидактические возможности генеративного искусственного интеллекта, которые можно использовать при подготовке будущего учителя математики с целью устранения профессиональных дефицитов. Искусственный интеллект может быть использован при подготовке будущего учителя математики в качестве рабочего инструмента в форматах адаптивного и персонализированного обучения. Формат персонализированного обучения является эффективным инструментом повышения результативности учебной деятельности будущих учителей математики на основе использования различных информационных ресурсов и цифровых технологий, автоматизации основных видов образовательной деятельности. Представленные примеры методических заданий, выполняемые в рамках изучения методических дисциплин, направлены на формирование у будущих учителей математики методов решения различных классов задач; умения проводить занятие одной задачи, находить ошибки в представленных способах решения задач, составлять цепочки задач.

Ключевые слова: проблемы подготовки, будущий учитель математики, сложные математические задачи, предметно-методическая подготовка, искусственный интеллект

Введение

Задача национальной безопасности России, устойчивое развитие нашей страны на современном этапе связаны с качеством математического образования, полученного обучающимися ещё на школьной скамье.

В этой связи ещё более остро возникает проблема качественной предметно-методической подготовки педагога новой формации, который должен подготовить школьника к будущей профессиональной деятельности в современном цифровом обществе, сформировать умение логически мыслить и приобретать новые знания в условиях неопределённости, использовать искусственный интеллект в профессиональной деятельности.

Цель данного исследования – выявление и преодоление дефицитов предметно-методической подготовки будущих учителей математики в условиях цифровой трансформации образования.

В последние два года появилось немало статей, посвящённых разработке и анализу сформированности предметных и методических компетенций учителя математики. Так, результаты исследования предметно-методической компетенции учителей математики, проведённого учёными Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена И.В. Клещевой, В.И. Снегуровой, Н.Л. Стефановой в 2022 году (Клещева, 2022), а также исследования авторов статьи в рамках деятельности научно-методического центра сопровождения педагогов – центра трансфера образовательных технологий «Новая дидактика» Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского, показали, что уровень профессиональной подготовки практикующих учителей нуждается в корректировке.

Отчасти это объясняется тем, что, к сожалению, в педагогические вузы поступают не самые сильные выпускники школ. Студенты первого курса имеют невысокие знания школьной математики, особенно это касается геометрии; многие из них на ЕГЭ не приступали к задачам повышенного уровня сложности по планиметрии, стереометрии и задаче с параметрами. Тестирование студентов первых курсов показывает, что они не знают определений и теорем школьного курса геометрии, не владеют методами их доказательства, не различают свойства и признаки понятий, не умеют применять теоретические знания к решению задач повышенного уровня сложности.

Подготовка будущего учителя математики может быть успешной только при условии качественного и глубокого усвоения фундаментальных математических дисциплин – математического анализа, алгебры, геометрии, теории вероятностей и математической статистики и других. Их изучение позволяет достигнуть цели профессиональной деятельности учителя математики – усвоение обучающимися содержания учебного предмета «Математика» и использование её для развития учащихся (Стефанова, 2019). В этой связи, основная работа по «выравниванию» общего уровня математической подготовки, формированию приёмов и методов решения задач школьного курса проводится при изучении дисциплин: элементарная математика, практикум по решению математических задач, качество образования: математика в школе. Задачи повышенного уровня сложности, изучаемые в школе совсем не знакомы первокурсникам, больший акцент на такие задачи приходится на старшие курсы при освоении дисциплины «Дополнительные разделы школьного курса математики». Изучение дисциплин и прохождение практик методического модуля может быть качественным только при владении студентами определённым уровнем математической культуры, предметной подготовки.

Методология исследования

Для раннего выявления профессиональных дефицитов будущих учителей математики и внесения корректировок в содержание предметной и методической подготовки была проведена диагностика студентов. На необходимость выявления и целесообразности раннего предупреждения профессиональных дефицитов учителей математики указывают Л.В. Шкерина (Шкерина, 2021) и другие исследователи (Галустов, Герлах, Голодов, Насикан, 2022).

Студентам 3-5 курсов (будущим учителям математики), обучающимся в ЯГПУ им. К.Д. Ушинского была дана диагностическая работа, задания которой были составлены в соответствии с перечнем трудовых функций будущего учителя, указанных в профессиональном стандарте «Педагог» (Профессиональный стандарт «Педагог», 2013). К выполнению диагностической работы было привлечено 68 студентов.

В диагностической работе условно выделяются 3 раздела: содержание учебного предмета; методики и технологии обучения; оценивание образовательных результатов обучающихся, анализ и использование результатов оценивания для повышения качества образования.

Работа включала 10 заданий, из которых 4 задания – в тестовой форме, и 6 заданий с развёрнутым ответом.

Развёрнутый ответ в диагностической работе предполагал высказать аргументированное мнение о методических приёмах, технологиях обучения, которые будут использованы на заданном типе урока математики в школе, оценить представленные дидактические материалы, определив тему, цель и задачи урока, на котором их можно предложить обучающимся; оценить работы учащихся в соответствии с указанными критериями, указать элементы содержания, контролируемые данным заданием, кратко описать работу по корректировке ошибок.

Результаты

В таблице 1 представлены проценты участников исследования, правильно выполнивших соответствующие задания диагностической работы.

Таблица 1.

Результаты выполнения диагностической работы

	Номер задания									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Процент участников, правильно выполнивших задание	35	46	51	48	93	82	65	76	45	28

По данным таблицы 1 видно, что самыми сложными оказались задания №1 (определить перечень предметных результатов освоения содержания методической линии дисциплины), №9 (оценить предложенные развёрнутые ответы обучающихся на основе стандартизированных критериев и проанализировать допущенные ошибки) и задание №10 (проанализировать решение задачи, выявить дефициты в освоении учебного материала учениками и сформулировать методические рекомендации для учителя).

Остановимся на некоторых заданиях работы более подробно.

Приведём пример задания №1 из тестовой части диагностической работы.

«Предлагается перечень предметных результатов освоения содержания методической линии «Представление данных и описательная статистика» курса «Вероятность и статистика», изучаемого в 8 классе. Записать цифрами в порядке возрастания предметные результаты, которые должен приобрести школьник в процессе обучения данной методической линии.

№	Предметные результаты освоения содержания
1	Извлекать информацию из представленных диаграмм и таблиц; представлять данные в виде таблиц, строить различные диаграммы на основе имеющихся массивов значений.
2	Описывать данные, используя статистические показатели: средние значения и меры рассеивания (дисперсия, стандартное отклонение, размах).
3	Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные на графиках, в таблицах и на диаграммах.
4	Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде графиков, таблиц и диаграмм; представлять данные в виде графиков, таблиц и диаграмм.
5	Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.
6	Использовать графические модели: числовая прямая, дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера.

Ответ должен быть записан в виде двухзначного числа»

При ответе на вопрос выбора предметных результатов освоения содержания методической линии «Представление данных и описательная статистика» в 8 классе 65% опрошенных неправильно на него ответили.

В развёрнутой части диагностической работы были представлены задания на описание действий учителя в предложенных ситуациях.

Приведём пример такого задания (задание № 5).

«Рассмотрите предложенные дидактические материалы:

– Найдите гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC , если $AC = 12$ и угол A равен 45° .

– Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если гипотенуза и один из катетов равны $3\sqrt{2}$ и 3.

– В прямоугольном треугольнике OMH гипотенуза MH равна 10 см. Найдите катет OM , если косинус угла M равен 0,6.

– Найдите углы ромба, если известны его диагонали 2 см и 4 см.

Какому разделу из курса геометрии они принадлежат? В каком классе изучается данный раздел? Сформулируйте тему, цель и задачи урока, на котором учащимся будут предложены данные материалы».

93% опрошенных успешно справились с определением раздела курса геометрии, класса, сформулировали тему, цель и задачи урока, на котором можно использовать предложенные в задании дидактические материалы.

Рассмотрим пример фрагмента ещё одного задания на описание действия учителя в предложенной ситуации (задание № 9).

Проанализируйте следующую задачу:

Задача. Из точки, взятой вне круга, проведены к окружности касательная и секущая. Найдите длины касательной и секущей, если известно, что секущая больше касательной на 25 см, а внутренний отрезок секущей равен 3 дм.

Задание 1.

Укажите элементы содержания, контролируемые данным заданием. Выберите верные варианты ответов и укажите их номера по возрастанию: 1. Окружность, вписанная в треугольник. 2. Признаки равенства треугольников. 3. Теорема Фалеса. 4. Взаимное расположение прямой и окружности. 5. Средняя линия треугольника, медиана, высота, биссектриса; точки пересечения медиан, серединных перпендикуляров, биссектрис, высот или их продолжений. 6. Касательная и секущая к окружности.

Задание 2.

Укажите уровень сложности данного задания. Выберите верный вариант ответа и укажите его номер:

1. Базовый. 2. Повышенный. 3. Высокий.

Задание 3.

Ниже приведено решение задачи, критерии оценки и работы трёх учащихся. Оцените работы учащихся в соответствии с указанными критериями. В ответе укажите количество баллов с обоснованием.

Решение:

Пусть $AC = x$ дм, тогда по условию задачи

$$AB = x + 2,5 \text{ (дм)}, BD = 3 \text{ дм и } AB = 3 + DA.$$

По свойству касательной и секущей, проведённых к окружности из одной точки, получаем, что $AC^2 = AB \cdot AD$, т.е. имеем систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 = (x + 2,5) \cdot AD; \\ x + 2,5 = 3 + AD; \end{cases}$$

решив которую, получаем, что $x = 5/8$, а $AD = 1/8$ дм.

Т.е. $AB = 25/8$ дм.

Ответ: $AB = 25/8$ дм; $AC = 5/8$ дм.

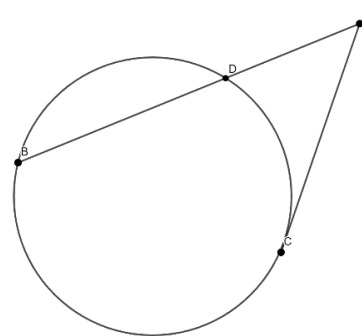


Рис. 1. Иллюстрация к решению задания 3

Баллы	Содержание критерия
2	Приведённое решение правильное, полное, дан верный ответ.
1	Приведённое решение правильное, однако приведено неполное обоснование некоторых шагов или возможно допущена одна арифметическая ошибка.
0	Приведено решение, не удовлетворяющее вышеуказанным критериям.
2	Максимальный балл

В работе **первого** ученика приведено подробное решение с полным обоснованием всех шагов, но при нахождении длин отрезков ученик не учёл, что используются разные единицы измерения. Это не является вычислительной ошибкой, и решение не подходит под критерий 1 балла, т.е. оценивается в 0 баллов.

В работе **второго** ученика неверно сформулировано свойство касательной и секущей, проведённых к окружности из одной точки, решение оценивается в 0 баллов.

В работе **третьего** ученика приведено подробное решение, решение соответствует критерию в 2 балла.

Задание на анализ представленной выше геометрической задачи, в которой нужно было указать элементы содержания, контролируемые представленной задачей, а также определить уровень его сложности, верно выполнили 92% респондентов. Однако при оценивании студентами приведённых решений учащихся возникали трудности с обоснованием выставленных баллов за работы школьников, только 45% опрошенных справились с этим.

С заданием повышенного уровня сложности на нахождение ошибок в представленных решениях учащихся с указанием причин, в результате которых они были допущены по теме «Функции, их свойства и графики» в 10 классе с углубленным изучением математики, справилось 34% опрошенных, и только 28 % описали организацию работы по корректировке допущенных ошибок.

Полученные результаты диагностики свидетельствуют о том, что в целом уровень предметно-методической подготовки исследуемой группы студентов соответствует современным запросам образования, но нуждается в корректировке. В частности, студенты недостаточно хорошо знают программу школьного курса «Вероятность и статистика», более

половины опрошенных не владеют способами критериального оценивания письменных работ учащихся, затрудняются обосновать выставленные баллы и анализировать причины допущенных ошибок.

Затруднения у студентов при решении задач, выявленные в результате диагностики, могут быть положены в основу содержания индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся, с усилением внимания на рассмотрение типов задач, приёмов и методов их решения. В настоящее время имеется достаточное количество разнообразной учебной и учебно-методической литературы, информационных ресурсов, пользуясь которыми можно повысить свой профессионально-предметный уровень (Буракова, Карпова, Мурина, 2012; Дополнительные разделы школьного курса математики, 2017). На основании самостоятельной работы по изучению и решению различных заданий, можно перенести приобретённый опыт на работу с учащимися в период производственных практик; составленная методическая копилка задач может стать основой для разработки уроков и внеурочных занятий в дальнейшей профессиональной деятельности.

Для развития мышления и математической культуры будущих учителей математики целесообразно проводить занятия по формированию методов решения различных классов задач; проводить занятие одной задачи, находить ошибки в представленных способах решения задач, составлять цепочки задач.

Приведём примеры методических заданий для будущих учителей математики, выполняемые в рамках дисциплины «Методика обучения математике. Психолого-педагогические основы обучения математике».

Пример 1.

На занятии по теме «Функции, их свойства и графики» в 10 классе с углубленным изучением математики с использованием группового метода обучения были получены в группах разные ответы одной и той же задачи.

- найдите ошибки в приведённых решениях групп;
- укажите причины, в результате которых были допущены ошибки;
- как организовать работу групп по корректровке ошибок?

Вам необходимо ознакомиться с представленными способами решения задачи и написать комментарии по каждой из указанных выше позиций.

Для функции $y = \frac{x^2+5x+9}{x^2+5x+7}$ укажите область значений.

Группы предложили следующие способы решения:

Заданная функция определена на множестве действительных чисел. Выделив целую часть, можно представить в виде $y = 1 + \frac{2}{\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$. Если $x \rightarrow \infty$, то $y \rightarrow 1$, причем $y > 1$.

Решение группы 1.

Обозначим $t = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$, $t \geq \frac{3}{4}$. Исследуемая функция примет вид $y = 1 + \frac{2}{t}$ и является убывающей при $t \geq \frac{3}{4}$, т.е. принимает свое наибольшее значение $y = \frac{11}{3}$ при $t = \frac{3}{4}$.

Учитывая, что $y > 1$, получаем ответ $y \in \left(1; \frac{11}{3}\right]$.

Решение группы 2.

Оценим значения функции $p(x) = \frac{2}{\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$. Эта функция достигает наибольшего значения, если знаменатель будет наименьшим, что выполняется при $x = -2,5$, значит

$$E(y) = \left(1; \frac{8}{3}\right].$$

Решение группы 3.

Найдём область значения заданной функции, введя параметр $a = \frac{x^2+5x+9}{x^2+5x+7}$.

Найдём значения параметра, при которых уравнение будет иметь решения.

$$x^2 + 5x + 9 = a(x^2 + 5x + 7)$$

$$(a-1)x^2 + 5(a-1)x + 7a - 9 = 0$$

Если $a = 1$, то получаем, что нет решений.

Если $a \neq 1$, то квадратное уравнение будет иметь решения при $D \geq 0$,

$$D = (a-1)(11-3a),$$

решением является промежуток $\left(1; \frac{11}{3}\right]$.

Решение группы 4.

Определим наибольшее значение функции $y = \frac{x^2+5x+9}{x^2+5x+7}$ с помощью производной.

$y' = \frac{2(2x+5)(x^2+5x+8)}{(x^2+5x+7)^2}$, производная равна нулю при $x = -\frac{5}{2}$. Так как у функции имеется

лишь одна критическая точка, то $E(y) = \left(1; \frac{11}{3}\right]$

Результат обсуждения данного задания студентами на занятии можно оформить в виде таблицы:

Выполнение задания	Комментарии
Найдены ошибки, заложенные в проверочном задании.	В группе 2 решение не доведено до конца, найдена область значений другой функции – $E(p)$. В группе 4 допущены две ошибки: - в вычислении производной частного, - не определён вид экстремума, не приведено обоснование нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции с помощью производной.
Указаны причины, в результате которых в группах были допущены ошибки.	В группе 2 – невнимательность и поспешность решения; в группе 4 – незнание правила нахождения производной частного, - незнание алгоритма нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции с помощью производной, если имеется одна критическая точка.
Сформулированы рекомендации по организации работы групп по корректровке допущенных ошибок.	Предложить группам сравнить результаты и самостоятельно найти ошибки. В случае затруднения группа может получить подсказки от учителя либо группы могут обменяться решениями для анализа и поиска ошибок. В группе 2 можно предложить вычислить значения функции в нескольких точках области определения и определить, принадлежат ли полученные значения найденной области значений. Либо можно предложить вернуться к началу решения, проследить последовательность шагов и определить, получен ли ответ на вопрос задачи. В группе 4 предложить перечислить теоретические положения и правила, необходимые для решения задачи. Напомнить учащимся, что работа в группе – это работа в команде, необходим взаимоконтроль. В группе следует провести совместный анализ самостоятельно выполненных отдельных шагов решений.

Одним из средств совершенствования профессиональной подготовки будущего учителя математики в условиях трансформации образования являются системы искусственного интеллекта (ИИ), которые должны стать составной частью изменения форм и методов учебной работы в системе образования (Уваров, 2019). Под ИИ понимается

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

комплекс технологических решений, позволяющий имитировать когнитивные функции человека и получать при выполнении конкретных задач результаты, сопоставимые с результатами интеллектуальной деятельности человека или превосходящие их (Национальная Стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 года, 2019).

При подготовке будущего учителя математики ИИ может в качестве рабочего инструмента в форматах адаптивного и персонализированного обучения. Значимую роль в этом деле играет обучение будущих учителей использованию технологий дополненной реальности (Королева, 2024). Формат персонализированного обучения является эффективным инструментом повышения результативности учебной деятельности будущих учителей математики на основе использования различных информационных ресурсов и цифровых технологий, автоматизации основных видов образовательной деятельности (Кузнецова, 2020).

Рассмотрим некоторые дидактические возможности генеративного ИИ, которые можно использовать при подготовке будущего учителя математики с целью устранения профессиональных дефицитов (таб. 2).

*Таблица 2.
Дидактические возможности генеративного ИИ в
профессиональной подготовке будущего учителя математики*

Дидактические возможности ИИ	Описательная характеристика
Облегчение понимания и усвоения сложных математических понятий, распознавание образов и объектов реального мира.	ИИ можно использовать для визуализация простейших геометрических фигур, распознавания образов и классификации данных, например, геометрических фигур, вычисления их основных характеристик (площадь, периметр).
Персонализация обучения и адаптация под конкретного обучающегося.	ИИ адаптирует учебный материал и задания под индивидуальные потребности конкретного студента посредством: - разработки заданий для устранения пробелов в знаниях обучающихся на основе анализа их успехов и затруднений; - разработки рекомендаций для конкретного студента с целью улучшения качества знаний.
Использование в качестве интеллектуального помощника, в том числе голосового.	ИИ используется в качестве помощника обучающегося в процессе его обучения: - виртуальные тьюторы: объяснение сложного материала, помощь в выполнении учебных заданий, консультирование обучающихся; - интеллектуальные чат-боты, которые не только отвечают на вопросы студентов, но и предоставляют дополнительную информацию; - голосовые помощники: отвечают на вопросы, управляют устройствами, делают напоминания.

Результатом обучения в предметной области, как справедливо отмечает Н.И. Пак, является качественное формирование ментальных образов, схем и моделей учебной дисциплины (Пак, 2024). С этой целью полезно предлагать студентам задания на подготовку ментальных карт по различным темам школьного курса математики, используя инструмент создания: <https://mind-map-school.ru/>.

Визуализация позволяет будущему учителю математики подняться на более высокий уровень концептуального обобщения различных объёмов данных, что, несомненно, будет достаточно глубоко отображать особенности, а также закономерности предметных областей с их спецификой отношений.

Для ликвидации пробелов знаний школьного курса геометрии у студентов полезно предлагать им задания на конструирование продукционных моделей и семантических сетей.

Приведём пример задания для студентов, предлагаемого им на практическом занятии по дисциплине «Методика обучения математике. Психолого-педагогические основы обучения математике»:

Задание: сформулировать продукционные правила, определить базу знаний обучающихся, необходимую для доказательства теоремы, разработать семантическую сеть и продукционную модель доказательства формулы для вычисления площади треугольника.

Теорема. Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.

Семантическая сеть доказательства формулы вычисления площади треугольника (рис. 1) может быть представлена в виде ориентированного графа из двух вершин, связанных отношением «Следует».

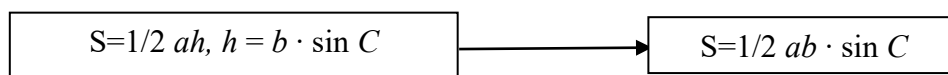


Рис. 1. Семантическая сеть доказательства формулы для вычисления площади треугольника

Предлагаемые студентам задания, в которых необходимо сформулировать продукционные правила, определить базу знаний школьников, необходимую для доказательства теоремы, разработать продукционную модель и построить семантическую сеть доказательства теоремы школьного курса математики направлены на формирование у них методического опыта отбора и структурирования учебного материала, представления обучающимся в удобном для восприятия и понимания виде.

Подобные задания на конструирование учебного материала школьного курса математики являются основой для создания интеллектуальных систем поддержки когнитивной деятельности студентов, а также позволят устранить профессиональные дефициты у будущих учителей математики.

Заключение

Подводя итог, отметим, что среди направлений совершенствования предметно-методической подготовки будущего учителя математики в вузе приоритетными, с нашей точки зрения, являются: реализация индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся с акцентом на рассмотрение типов задач, приёмов и методов их решения; создание методической копилки сложных математических задач и обучение их решению учащихся в период педагогической практики; использование дидактических возможностей генеративного искусственного интеллекта; качественное формирование ментальных образов, схем и моделей учебной дисциплины.

Список литературы

- Буракова Г.Ю., Карпова Т.Н., Мурина И.Н. Элементарная математика: учебное пособие. Часть I. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012.
- Галустов А.Р., Герлах И.В., Голодов Е.А., Насикан И.В. Предметные и методические компетенции учителей математики, проявляющиеся в условиях цифровой трансформации образования // Перспективы науки и образования. 2022. № 3 (57). С. 658-679. doi: 10.32744/pse.2022.3.38

- Дополнительные разделы школьного курса математики. Задачи с параметрами: учебно-методическое пособие / сост. Г.Ю. Буракова, Т.Н. Карпова. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2017.
- Клещева И.В., Снегурова В.И., Стефанова Н.Л. Результаты исследования предметно-методической компетенции учителей математики // Бизнес. Образование. Право. 2022. № 1 (58). С. 265-271. DOI: 10.25683/VOLBI.2022.58.114.
- Королева Н.Ю. Обучение будущих учителей использованию технологий дополненной реальности: подходы и опыт реализации // Информатика и образование. 2024. 39(5). С. 40-49. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-5-40-49>
- Кузнецова И.В. Цифровизация обучения: от микрокалькулятора к web-технологиям // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Педагогика и психология. 2020. № 2(51). С. 187-191. DOI 10.26456/vtspyped/2020.2.187.
- Национальная Стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 года // Стратегические приоритеты. 2019. № 2(22). С. 151-166.
- Пак Н.И. Особенности отбора содержания образования при цифровой трансформации // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: Материалы VIII Международной научной конференции. В 4-х частях, Красноярск, 24–27 сентября 2024 года. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2024. С. 347-351.
- Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)». Приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. №544 г. Москва [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.rg.ru/2013/12/18/pedagog-dok.html>
- Стефанова Н.Л. Предметно-методическая составляющая готовности бакалавров к профессиональной деятельности учителя математики // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. Санкт-Петербург, 2019. №191. С. 80-90.
- Тумашева О.В., Шашкина М.Б., Алешина Е.А. Профессиональные дефициты учителей математики // Азимут научных исследований: Педагогика и психология. 2021. Т. 10. № 1(34). С. 264–268.
- Уваров А.Ю., Гейбл Э., Дворецкая И.В. и др. Трудности и перспективы цифровой трансформации образования. Москва: ИД ВШЭ, 2019. 288 с. Электронный ресурс (дата обращения 19.10.2024) https://ioe.hse.ru/data/2019/07/01/1492988034/Cifra_text.pdf
- Шкерина Л.В. Профессиональные дефициты учителя математики и их причины // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2021. № 56(2). С. 82–92.

SUBJECT-METHODOLOGICAL DEFICITS OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND WAYS OF THEIR ELIMINATION IN THE DIGITAL SOCIETY

Burakova G. Yu.
PhD (Pedagogy), associate professor
burakova.galina@inbox.ru
Yaroslavl

Karpova T. N.
PhD (Pedagogy), associate professor
karpovafmf@mail.ru
Yaroslavl

Kuznetsova I. V.
PhD (Pedagogy), associate professor
gits70@mail.ru

Yaroslavl State Pedagogical University named
after K.D. Ushinsky

Yaroslavl State Pedagogical University named
after K.D. Ushinsky

Yaroslavl State Pedagogical University named
after K.D. Ushinsky

Abstract. The article presents the results of diagnostics of future mathematics teachers, analyzes the problems of subject and methodological training of students: poor preparation of applicants, especially in geometry; difficulties in applying theoretical knowledge to solving problems of increased complexity, which are mastered in senior years; do not know the methods of criterial assessment of students' written work, etc. The main directions for eliminating professional deficiencies of the future mathematics teacher in the context of a digital society are proposed: implementation of individual educational routes for students with increased attention to the consideration of types of problems, techniques and methods for solving them; creation of a methodological piggy bank of complex mathematical problems; use of didactic capabilities of generative artificial intelligence; high-quality formation of mental images, schemes and models of the academic discipline. Some didactic capabilities of generative artificial intelligence are considered, which can be used in the preparation of a future mathematics teacher in order to eliminate professional deficiencies. Artificial intelligence can be used in the preparation of future mathematics teachers as a working tool in the formats of adaptive and personalized learning. The format of personalized learning serves as an effective tool for improving the performance of future mathematics teachers based on timely support for feedback and communication of all participants in educational processes, automation of the main types of educational activities. Examples of methodological tasks for future mathematics teachers, completed as part of the study of methodological disciplines, are given.

Keywords: problems of preparation, future mathematics teacher, complex mathematical problems, subject-methodological training, artificial intelligence

References

- Burakova, G. Yu., Karpova, T. N., Murina, I. N. (2012). *Jelementarnaja matematika: uchebnoe posobie*. Chast' I. Jaroslavl': Izd-vo JaGPU. (In Russ.).
- Galustov, A. R., Gerlah, I. V., Golodov, E. A., Nasikan, I. V. (2022). Predmetnye i metodicheskie kompetencii uchitelej matematiki, projavljajushhiesja v uslovijah cifrovoj transformacii obrazovanija. *Perspektivy nauki i obrazovanija*, 3(57), 658-679. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dopolnitel'nye razdely shkol'nogo kursa matematiki* (2017). *Zadachi s parametrami: uchebno-metodicheskoe posobie* / sost. G.Ju. Burakova, T.N. Karpova. Jaroslavl': Izd-vo JaGPU. (In Russ., abstract in Eng.)
- Kleshheva, I. V., Snegurova, V. I., Stefanova, N. L. (2022). Rezul'taty issledovanija predmetno-metodicheskoy kompetencii uchitelej matematiki. *Biznes. Obrazovanie. Pravo*, 1(58), 265-271. DOI: 10.25683/VOLBI.2022.58.114. (In Russ., abstract in Eng.)
- Koroleva, N. Yu. (2024). The training of future teachers to use augmented reality technologies: Approaches and implementation experience. *Informatics and education*, 39(5), 40-49. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-5-40-49> (In Russ.)
- Kuznecova, I. V. (2020). Cifrovizacija obuchenija: ot mikrokal'kuljatora k web-tehnologijam. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo universiteta*. Serija: Pedagogika i psihologija, 2(51), 187-191. DOI 10.26456/vtspyped/2020.2.187. (In Russ., abstract in Eng.)
- Nacional'naja Strategija razvitija iskusstvennogo intellekta na period do 2030 goda*. Strategicheskie priority, 2019, 2(22). 151-166. (In Russ., abstract in Eng.)
- Pak, N. I. (2024). Osobennosti otbora sodержaniya obrazovanija pri cifrovoj transformacii. *Informatizacija obrazovanija i metodika jelektronnogo obuchenija: cifrovye tehnologii v obrazovanii*: Materialy VIII Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii. V 4-h chastjah, Krasnojarsk,

24–27 sentjabrja 2024 goda. – Krasnojarsk: Krasnojarskij gosudarstvennyj pedagogicheskij universitet im. V.P. Astaf'eva, 347-351. (In Russ., abstract in Eng.)

Professional'nyj standart "Pedagog (pedagogicheskaja dejatel'nost' v sfere doskol'nogo, nachal'nogo obshhego, osnovnogo obshhego, srednego obshhego obrazovanija) (vospitatel', uchitel'). Priказ Ministerstva truda i social'noj zashhity Rossijskoj Federacii ot 18 oktjabrja 2013 g. №544 g. Moskva [Jelektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <http://www.rg.ru/2013/12/18/pedagog-dok.html> (In Russ., abstract in Eng.)

Stefanova, N. L. (2019). Predmetno-metodicheskaja sostavljajushhaja gotovnosti bakalavrov k professional'noj dejatel'nosti uchitelja matematiki. *Izvestija Rossijskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta imeni A. I. Gercena*. Sankt-Peterburg, 191, 80-90. (In Russ., abstract in Eng.)

Tumasheva, O. V., Shashkina, M. B., Aleshina, E. A. Professional'nye deficiency uchitelej matematiki. *Azimut nauchnyh issledovanij: Pedagogika i psihologija*, 1(34), 264–268. (In Russ., abstract in Eng.)

Uvarov, A. Ju., Gejbl, Je, Dvoreckaja, I. V. i dr. (2019). Trudnosti i perspektivy cifrovoj transformacii obrazovanija. Moskva: *ID VShJe*. Jelektronnyj resurs (data obrashhenija 19.10.2024) https://ioe.hse.ru/data/2019/07/01/1492988034/Cifra_text.pdf (In Russ., abstract in Eng.)

Shkerina, L. V. (2021). Professional'nye deficiency uchitelja matematiki i ih prichiny. *Vestnik Krasnojarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V.P. Astaf'eva*, 56(2), 82–92. (In Russ., abstract in Eng.)

Статья поступила в редакцию 12.02.2025

Принята к публикации 10.03.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-55-65

УДК
378.147**РАЗВИТИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ БУДУЩИХ
ИНЖЕНЕРОВ В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ****Куликова Ирина Валерьевна**
старший преподаватель
ivkulikova@usurt.ru
г. ЕкатеринбургУральский государственный университет
путей сообщения

Аннотация. В работе рассматривается проблема применения систем компьютерной математики при решении математических задач студентами, обучающимися на специальностях и направлениях подготовки в сфере техники и технологии наземного транспорта. Представлены результаты контент-анализа понятия вычислительного мышления студентов различных специальностей и направлений подготовки в процессе их обучения общенаучным и специальным дисциплинам. В контексте исследуемой проблемы вычислительное мышление рассматривается как процесс программирования алгоритма решения задачи с использованием систем компьютерной математики. Предлагается при изучении вузовского курса математики использовать специальные дидактические задания (комплексные компьютерно-математические), выполнение которых предусматривает обязательное применение системы компьютерной математики Mathcad. Формулировка таких заданий осуществляется на основе модификации содержания стандартных математических задач с дополнением условия обязательного использования системы компьютерной математики Mathcad для нахождения количественных значений искомых величин. В статье представлены задания на решение системы линейных алгебраических уравнений (четыре уравнения и четыре неизвестных) с многозначными нецелыми значениями свободных членов и коэффициентами перед неизвестными, построение в трёхмерной системе прямоугольных координат графика поверхности функции двух переменных, которая имеет точки экстремума и стационарные точки, имитационное моделирование случайного события для вычисления его относительной частоты. Выполнение предлагаемых комплексных компьютерно-математических заданий предопределяет необходимость прохождения таких этапов, как восприятие учебной задачи, определение математической модели, построение алгоритма решения задачи, программирование вычислительных действий, анализ полученных результатов. Отмеченные этапы создают благоприятные условия для активизации познавательной деятельности студентов и развитию их вычислительного мышления.

Ключевые слова: вычислительное мышление, компьютерная математика, дидактические задания, информационные технологии, математическая подготовка

Введение

Совершенствование математической подготовки современных студентов, обучающихся на технических специальностях и направлениях подготовки, выступает важной научно-методической задачей. Одним из направлений её решения в условиях

информатизации рассматривается применение программных приложений компьютера в процессе обучения математике, что требует от преподавателя понимания необходимости развития вычислительного мышления студентов. Член-корреспондент Российской академии образования, профессор Е.К. Хеннер, исследуя проблему вычислительного мышления в контексте подготовки специалистов в сфере информационных технологий, определяет его как «набор когнитивных и некогнитивных метанавыков, создающих базу и формирующих предрасположенность к решению проблем с помощью информационных технологий» (Хеннер, 2024). Будущим инженерам в сфере промышленного производства, строительства, транспорта также необходимо вычислительное мышление, но его формирование на уровне метанавыков маловероятно, так как программа обучения не предусматривает погружения в теорию алгоритмов, языки программирования и особенности строения вычислительной техники.

В опубликованном аналитическом отчёте Е.К. Хеннер отмечает, что феномен взаимодействия человека и компьютера для решения различных задач рассматривался достаточно давно. В 80-х годах XX века процесс, который включал в себя разработку, представление, тестирование и отладку процедур, представляющих собой набор пошаговых инструкций, каждая из которых может быть интерпретирована и исполнена специальным исполнителем, таким как компьютер или автоматическое оборудование, Сеймур Пейперт определил как процессуальное мышление (Пейперт, 1989). Предложенный термин не получил широкого распространения, но впоследствии его содержание расширилось и преобразовалось в понятие вычислительного мышления (Хеннер, 2016). В работе «*The Long Quest for Computational Thinking*» появление проблемы вычислительного мышления также соотносится с именем С. Пейперта (Tedre, Denning, 2016).

Отечественные и зарубежные исследователи в области информатики, информационных технологий и компьютерных наук в своих работах отмечают, что *Jeanette Wing* в 2006 в своём эссе «*Computational thinking*» (Wing, 2006) описала феномен использования компьютера в обучении школьников и предложила термин «вычислительное мышление» (*computational thinking*). Несколько лет спустя она сформулировала его определение как «мыслительные процессы, участвующие в постановке проблем и их решения таким образом, чтобы решения были представлены в форме, которая может быть эффективно реализована с помощью средств обработки информации» (Wing, 2011). Она отмечает важность формирования вычислительного мышления для каждого человека, который взаимодействует с компьютером.

Современные информационные технологии предоставляют возможность использовать различные компьютерные программы, но при обучении математике в школе и в вузе наибольший интерес представляют те приложения, которые автоматизируют проведение трудоёмких математических расчётов и визуализируют различные функциональные зависимости в виде двухмерных и трёхмерных графиков. Применение в школьном курсе широко распространённой программы *Geogebra* рассматривается в работе (Бельман, Платонова, 2024). Использование специально разработанных программ для проведения математического моделирования физических процессов в научных исследованиях студентов отражено в работе (Лебо, Лебо, Розанова, 2024). Автор учебников и учебных пособий по программированию вычислительных процедур с привлечением электронных технических устройств, профессор В.П. Дьяконов, определяет компьютерную математику как «область науки, образования и проектирования, находящуюся на стыке классической математики и информационных технологий» (Дьяконов, 2015).

В системе высшего образования по подготовке инженеров, профессиональная деятельность которых будет связана с использованием информационных технологий на уровне пользователя, а не разработчика, большое распространение для проведения расчётов получила такая система компьютерной математики, как *Mathcad* (Воскобойников, 2023). Она обладает богатой библиотекой встроенных функций, операторами различных математических преобразований, шаблонами построения двухмерных и трёхмерных

графиков. Визуально-ориентированный язык программирования этой системы упрощает процесс создания пользовательских функций, поэтому её применение достаточно эффективно для совершенствования математической подготовки студентов.

Методология исследования

Методами исследования в данной работе выступают: проблемно-ориентированный анализ нормативной документации вузовского курса математики для специалистов и бакалавров в сфере техники и технологии наземного транспорта; контент-анализ понятия вычислительного мышления; дидактическое моделирование развития вычислительного мышления в процессе решения учебных задач с использованием систем компьютерной математики. Идея исследования состоит в том, что развитие вычислительного мышления моделируется таким образом, чтобы выделяемые в его определении компоненты отображались бы в процессе поиска искомых величин в учебной математической задаче.

Результаты

Изучение дисциплины «Математика» студентами специальностей из группы «Техника и технологии наземного транспорта» входит в программу обучения первых четырёх семестров. Содержание математической подготовки включает не только лекционные и практические занятия, но и самостоятельную работу студентов, на которую отводится существенная доля учебного времени. Деятельность вузовского преподавателя направлена на формирование у студентов системы теоретических знаний об аналитических методах решения математических задач, при этом знакомство студентов с системами компьютерной математики не входит в программу обучения. Большое количество справочной литературы по различным математическим пакетам позволяет студентам, которые проявляют интерес к изучению информатики, самостоятельно использовать их для выполнения контрольных и расчётно-графических работ по различным дисциплинам. Необходимо отметить, что часто они формально применяют листинги программ или нерационально проводят процесс вычислений. Студенты со слабой математической подготовкой предпочитают использовать сервисы, которые предоставляют готовые решения, что отрицательно влияет на качество усвоения знаний и формирование умений. Представляется целесообразным при изложении учебного материала на лекционных занятиях демонстрировать приёмы работы, например, в системе *Mathcad*, которая получила широкое распространение при решении различных прикладных задач. Это создаёт благоприятные условия для формирования мотивации корректного и осознанного использования компьютерной математики в обучении, но требует дополнительных педагогических усилий для развития у студентов вычислительного мышления.

Вычислительное мышление будущих бакалавров математики и компьютерных наук в работе (Клунникова, Пушкарева, 2017) определяются как «когнитивный мыслительный процесс решения задач, который включает пять компонентов (формулировку проблемы, логическую организацию и анализ данных, представление данных с помощью абстракций, автоматизацию данных, обобщение и использование шаблонов)». Вычислительное мышление будущих инженеров в сфере информационных технологий в работе (Чигиринская, Григорьева, Бочкин, Андреева, 2023) определяется как единство структурных компонентов абстракции (формулировка проблемы), автоматизации (представление решения в виде алгоритма) и анализа (исполнение и оценка результата), что предопределяет стратегии его формирования через алгоритмизацию, абстрагирование, декомпозицию, обобщение и рефлекссию. Авторы отмеченных выше работ рассматривают развитие вычислительного мышления студентов в процессе изучения дисциплины «Численные методы», содержание которой включает теорию погрешностей, приближенные методы дифференцирования, интегрирования, решения дифференциальных уравнений, систем алгебраических уравнений, что выступает основой для программирования различных алгоритмов.

Если дисциплина предусматривает решение учебных, прикладных или профессионально-ориентированных задач методами математического моделирования, то её преподавание также может вносить определённый вклад в развитие вычислительного

мышления студентов при использовании информационных технологий для автоматизации расчётов. Например, процесс решения физической задачи может распределяться на четыре этапа (абстрагирование, декомпозицию, алгоритмизацию и обобщение), которые соотносятся с соответствующими компонентами вычислительного мышления и формируются в процессе активизации мыслительной деятельности студентов, направленной на поиск искомой величины (Баранов, 2019). Авторы работы (Алтухова, Кононова, 2021) определяют вычислительное мышление как «мыслительные процессы от определения и постановки проблемы до её решения на основе применения средств автоматизированной обработки информации». В рамках изучения информатики они предлагают осуществлять его формирование на основе составления алгоритмов решения задач и их тестирования при конкретных значениях начальных данных для дальнейшего программирования вычислительных процедур. Вычислительное мышление авторы работы (Щедрина, Иванова, Паливец, 2024) рассматривают как «последовательность таких действий как активация из памяти человека системы образов объектов, связей между ними; постановка проблемы с учётом неопределённости будущего; разработка алгоритма решения и его эффективное воплощение инструментами сетевого профессионально ориентированного курса в рамках знакомства студентов с дисциплиной “Вычислительная техника и сети в отрасли” для бакалавров техники и технологии наземного транспорта».

Вычислительное мышление представляет собой сложное многоаспектное понятие, содержание которого определяется особенностями дисциплин, изучаемых студентами различных специальностей и направлений подготовки. Например, относительно студентов, обучающихся на инженерных специальностях и направлениях подготовки и не планирующих свою дальнейшую профессиональную деятельность в сфере информационных технологий, в рамках изучения математики вычислительное мышление может рассматриваться как процесс программирования алгоритма решения задачи с использованием систем компьютерной математики (Гейн, Куликова, 2024). В этом случае одним из возможных вариантов развития вычислительного мышления студентов выступает включение в учебный процесс комплексных компьютерно-математических заданий (Куликова, Куликова, 2024), выполнение которых требует применения систем компьютерной математики. Предлагаемые задания включают две части: первая – аналитико-математическая и вторая – программно-вычислительная. Первая часть такого задания предполагает составление математической модели взаимосвязи начальных и искомых величин, а вторая часть – составление алгоритма процесса решения и написание листинга программы.

Комплексные компьютерно-математические задания можно составить на основе учебных материалов, которые входят в сборники задач по курсу высшей математики. Вычислительные возможности системы компьютерной математики *Mathcad* создают условия для составления таких учебных заданий, выполнение которых невозможно представить без её использования. Можно выделить три вида таких заданий: 1) автоматизация трудоёмких алгебраических вычислений и сложных математических преобразований, 2) построение графиков функций в различных системах координат, 3) проведение имитационного моделирования с использованием генератора случайных чисел.

Применение автоматизации трудоёмких вычислений целесообразно в тех случаях, когда коэффициенты математической модели заданы многозначными нецелыми числами, а нахождение искомой величины может осуществляться с использованием встроенных функций системы *Mathcad*. Построение графиков функций в различных системах координат очень сложная геометрическая задача, которая не рассматривается в разделах аналитической геометрии и математического анализа. Более успешное формирование мышления будущих инженеров во многом опирается на включение в учебный процесс наглядно-образных представлений математических взаимосвязей, поэтому, например, возможность «увидеть» график функции двух переменных способствует лучшему усвоению понятий точек экстремума и стационарных точек. Познание случайных закономерностей при изучении теории вероятностей в основном опирается на нахождение вероятности события, а не его

относительной частоты, значение которой можно получить только в ходе эмпирических исследований. Применение имитационного моделирования позволяет использовать вычислительный эксперимент для определения количества благоприятных исходов в заданной серии испытаний и сравнить относительную частоту события с его вероятностью.

Процесс решения комплексного компьютерно-математического задания может включать пять этапов: восприятие учебной задачи, определение математической модели, построение алгоритма решения задачи, программирование вычислительных действий, анализ полученных результатов. *Первый этап.* Преподаватель на учебном занятии представляет содержание комплексного компьютерно-математического задания, а студенты фиксируют его условие в своих тетрадах. *Второй этап.* Студенты записывают необходимые расчётные формулы под руководством преподавателя в процессе диалогического общения. *Третий этап.* Обсуждается логическая последовательность нахождения искомой величины и составляется алгоритм решения задачи, который студенты изображают в своей тетради в виде блок-схемы. *Четвёртый этап.* Демонстрируется листинг программы вычислений, составленный на основе представленной блок-схемы алгоритма решения задачи, и проводится его тестирование в системе компьютерной математики *Mathcad*. *Пятый этап.* Анализируются на достоверность полученные с помощью программы результаты вычислений, и формулируется вывод о значениях искомых величин. Рассмотрим прохождение отмеченных этапов на примере решения трёх выделенных выше видов комплексных компьютерно-математических заданий с использованием системы *Mathcad*.

Комплексное компьютерно-математическое задание 1. Пусть задана система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая имеет следующий вид

$$\begin{cases} 1,13x_1 - 5,43x_2 - 4,87x_3 + 9,08x_4 = 10,05, \\ 2,89x_1 + 1,98x_2 + 5,03x_3 - 7,48x_4 = 5,09, \\ 4,31x_1 + 6,51x_2 - 3,82x_3 - 9,53x_4 = -1,08, \\ 7,05x_1 - 2,69x_2 + 3,71x_3 + 8,54x_4 = -2,48. \end{cases}$$

Составьте математическую модель решения СЛАУ методом обратной матрицы, изобразите блок-схему алгоритма решения СЛАУ, запишите листинг программы вычислений в системе компьютерной математики *Mathcad*, найдите значения неизвестных.

Представленная в задании система уравнений имеет нецелые значения свободных членов и коэффициентов перед неизвестными, поэтому использование в этом случае калькулятора *Mathcad* очень проблематично, так как процесс вычислений займёт много времени. Математическая модель нахождения неизвестных представляет собой матричное уравнение, решение которого требует вычисления обратной матрицы системы уравнений и её умножение на матрицу-столбец свободных членов (рис. 1). Автоматизация алгоритма матричных преобразований включена в систему компьютерной математики *Mathcad*, что создаёт благоприятные условия для её использования при решении СЛАУ, которое представляет собой линейный алгоритм выполнения действий над матрицами (рис. 1). Программа вычислений будет включать создание квадратной матрицы и матрицы-столбца, нахождение матрицы неизвестных осуществляется через использование оператора обратной матрицы и её умножения на матрицу-столбец свободных членов. Корректный вывод неизвестных величин с индексом требует присвоения служебной переменной *ORIGIN* значения 1 (автоматически устанавливается значение 0). Написание листинга программы удобно проводить, если предварительно составлена блок-схема алгоритма решения (рис. 1). Можно предложить студентам самостоятельно подставить найденные значения неизвестных в исходные уравнения и убедиться в истинности их равенства.

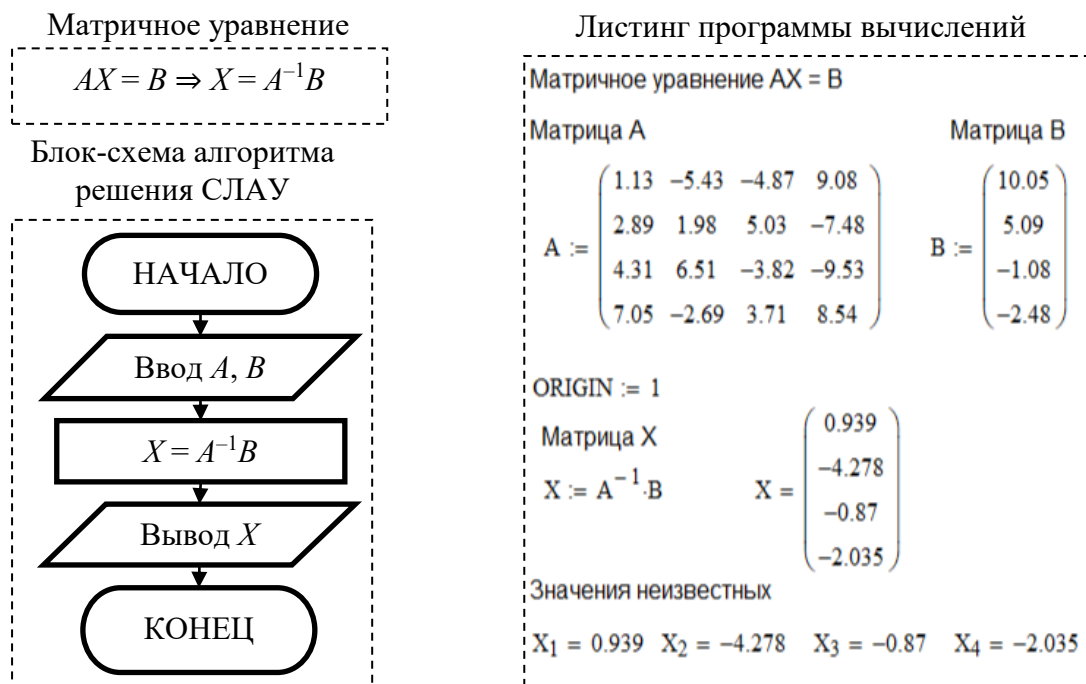


Рис. 1. Решение СЛАУ в системе Mathcad

Комплексное компьютерно-математическое задание 2. Постройте график функции $z(x, y) = x^3 + 3x^2 + 2y^3 - 3y^2 + 5$, используя шаблон трёхмерного графика в системе компьютерной математики Mathcad, если $x \in [-3; 1]$, $y \in [-1; 2]$. Визуально оцените значения координат точек экстремума и значения координат стационарных точек, изменяя ракурс изображения графика функции. Проверьте полученный результат аналитическим методом.

Построение графика функции двух переменных без использования информационных технологий не представляется возможным. Система компьютерной математики Mathcad имеет встроенный шаблон построения трёхмерных графиков (рис. 2).

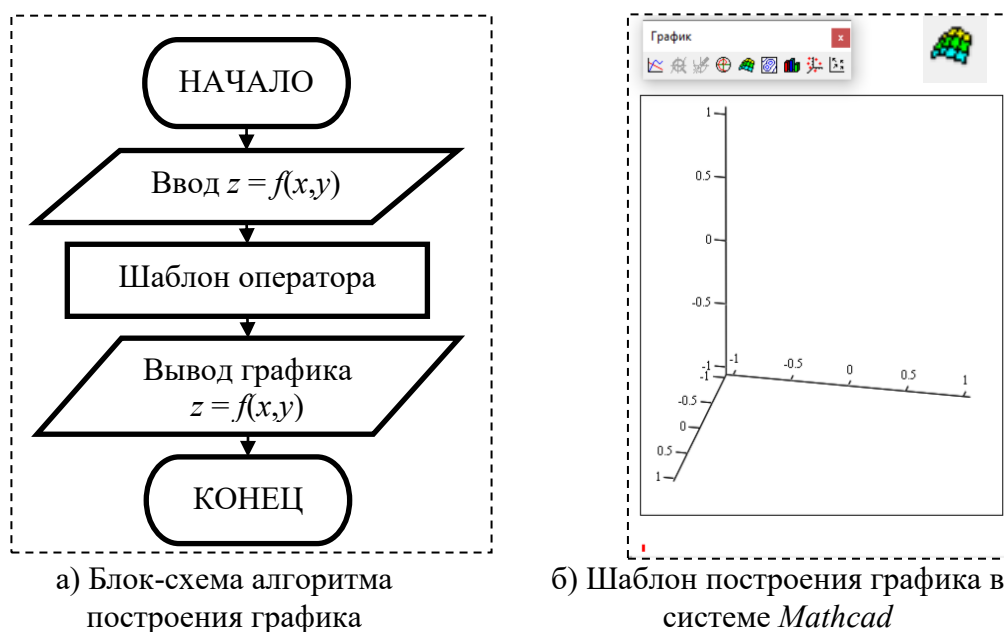


Рис. 2. Шаблон оператора трёхмерного графика в системе Mathcad

Математическая модель функции двух переменных задаётся в виде пользовательской функции $z(x, y)$ (рис. 3). Алгоритм построения такого графика в этом случае будет включать ввод функциональной зависимости, вызов шаблона соответствующего оператора и вывод графика поверхности. Программирование вычислений предполагает запись пользовательской функции $z(x, y)$ и вызов шаблона трёхмерного графика (рис. 3). Установление заданного диапазона независимых переменных облегчает визуальное определение координат точек экстремума и стационарных точек (рис. 3). Возможность изменения ракурса изображения позволяет более точно определить координаты точек экстремума и стационарных точек.

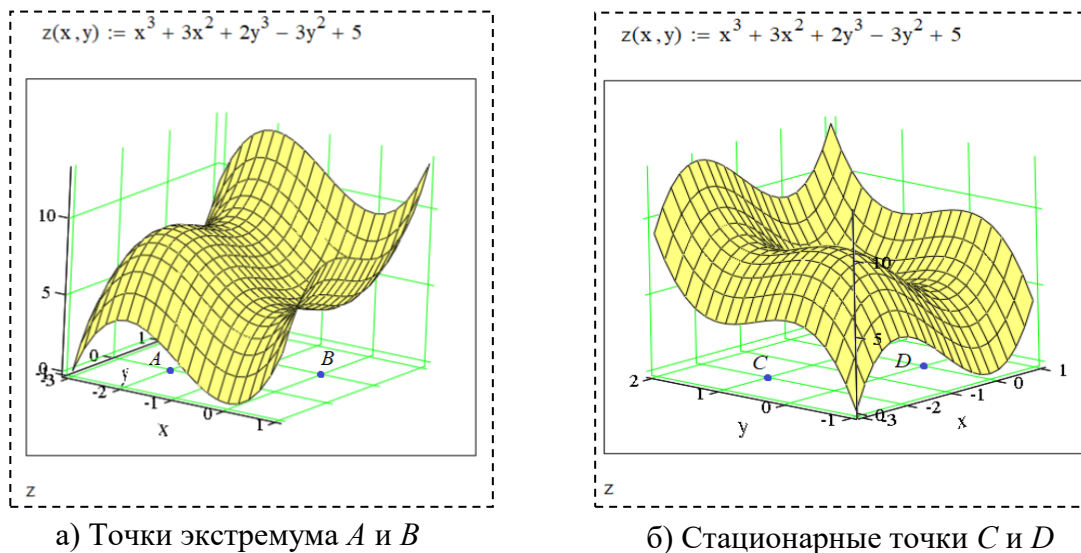


Рис. 3. График функции $z(x, y)$ в системе Mathcad

Комплексное компьютерно-математическое задание 3. Процесс извлечения наудачу шара из коробки в системе компьютерной математики *Mathcad* может моделироваться с помощью функции $rnd(1)$, которая генерирует псевдослучайное число с равномерным распределением от 0 до 1. Пусть в коробке k_1 белых шаров и k_2 черных шаров. Найдите относительную частоту извлечения наудачу белого шара из коробки при имитации многократного повторения опыта, если k_1 равно 6, k_2 – 9 и опыт повторяется 100 раз. Сравните полученный результат с вероятностью этого события. Составьте блок-схему алгоритма имитационного моделирования многократного извлечения наудачу белого шара из коробки и запишите листинг программы в системе *Mathcad*.

Нахождение относительной частоты извлечения белого шара из коробки предполагает выполнение вычислительного эксперимента на основе имитационного моделирования. Программирование вычислений с использованием встроенного генератора псевдослучайных чисел $rnd(1)$ с равномерным законом распределения в интервале от 0 до 1 в системе компьютерной математики *Mathcad* открывает возможности для имитации проведения опыта со случайным исходом (рис. 4). Математической моделью является отношение количества имитаций извлечения белого шара к общему количеству опытов, проведённых в ходе вычислительного эксперимента. Алгоритм имитации проведения такого опыта состоит из ввода начальных данных, цикла со счётчиком, осуществляющего повторение опыта, вычисление вероятности события, вывод искомого значения относительной частоты и вероятности события (рис. 4). Условный оператор *if* определяет наступление необходимого исхода, а оператор цикла со счётчиком *for* позволяет организовать многократное повторение испытания. Завершается решение задачи сравнением значений относительной частоты и вероятности извлечения белого шара из коробки и объяснением их расхождения.

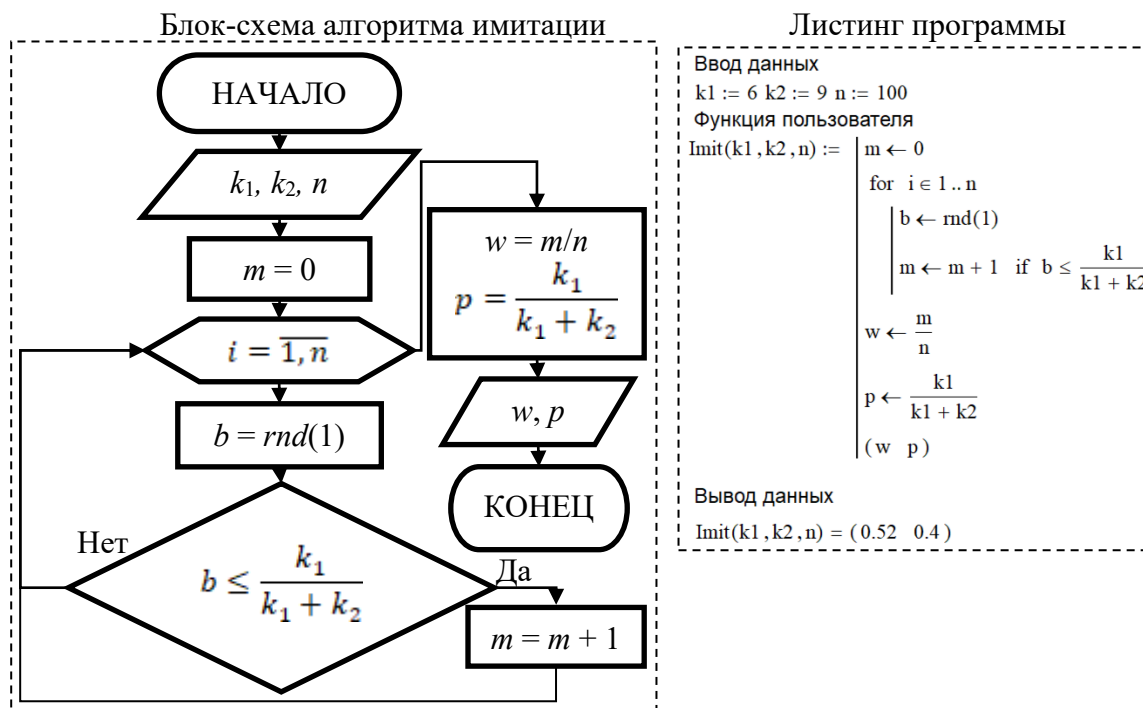


Рис. 4. Имитация многократного извлечения шара из коробки в системе Mathcad

Заключение

Применение комплексных компьютерно-математических заданий по различным темам вузовского курса математики создаёт благоприятные условия для включения системы *Mathcad* в учебный процесс. Решение предлагаемых заданий вызывает интерес у студентов, так как использование информационных технологий сопровождается подробным описанием и наглядным представлением выполняемых учебных действий. Прохождение выделенных этапов при выполнении разработанных заданий способствует активизации познавательной деятельности и развитию вычислительного мышления студентов, обучающихся на технических специальностях, которые не связаны со сферой информационных технологий, информатикой и компьютерной техникой.

Список литературы

- Алтухова С.О., Кононова З.А. Формирование вычислительного мышления на основе составления алгоритмов решения задач // Мир науки, культуры, образования. 2021. № 5(90). С. 60–62. DOI: 10.24412/1991-5497-2021-590-60-62.
- Баранов А.В. Дидактический потенциал учебных физических задач в формировании вычислительного мышления студентов IT-направлений // Научно-педагогическое обозрение. 2019. № 1. С. 144–150. DOI: 10.23951/2307-6127-2019-1-144-150.
- Бельман С.А., Платонова С.В. Организация исследовательской деятельности: от первых шагов до задач математического моделирования // Научно-методический журнал «CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование». Елец. 2024. № 3 (35). С. 8–17. URL: <https://continuum-journal.ru/media/docs/articles/2024/3/01.pdf> (дата обращения 24.02.2025)
- Воскобойников Ю.Е., Задорожный А.Ф. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME. 3-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2023. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <https://e.lanbook.com/book/327599> (дата обращения: 24.02.2025). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- Гейн А.Г., Куликова И.В. Компьютерная математика и развитие вычислительного мышления студентов вуза // Педагогическая информатика. 2024. № 2. С. 151–159.

- Дьяконов В.П. Тенденции развития компьютерной математики // Системы компьютерной математики и их приложения. 2015. № 16. С. 8–13.
- Клунникова М.М., Пушкарева Т.П. Методы и средства развития вычислительного мышления при обучении дисциплине "Численные методы" // Современное образование. 2017. № 2. С. 95–101.
- Куликова О.В., Куликова И.В. Комплексные задания в обучении математике студентов технических специальностей в транспортном вузе // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2024. № 5(235). С. 157–166. DOI: 10.23951/1609-624X-2024-5-157-166.
- Лебо И. Г., Лебо А. И., Розанова С. А. Методика математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов // Научно-методический журнал «CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование». Елец. 2024. № 3 (35). С. 46–59. URL: <https://continuum-journal.ru/media/docs/articles/2024/3/04.pdf> (дата обращения 24.02.2025)
- Пейперт С. Переворот в сознании: дети, компьютеры и плодотворные идеи: перевод с англ. Москва: Педагогика, 1989.
- Хеннер Е.К. Вычислительное мышление // Образование и наука. 2016. № 2. С. 18–33. DOI: 10.17853/1994-5639-2016-2-18-33
- Хеннер Е.К. Вычислительное мышление в контексте высшего образования: аналитический обзор // Образование и наука. 2024. № 2. С. 35–59. DOI: 10.17853/1994-5639-2024-2-35-59.
- Чигиринская Н.В., Григорьева О.Е., Бочкин А.М., Андреева М.И. Вычислительное мышление будущего инженера: понятийный анализ и опыт формирования в техническом вузе // Современные наукоёмкие технологии. 2023. № 2. С. 205–211. DOI: 10.17513/snt.39546.
- Щедрина Е.В. Ивашова О.Н., Палиивец М.С. Развитие вычислительного мышления будущих инженеров при работе с сетевым профессионально-ориентированным курсом // Научно-методический электронный журнал "Концепт". 2024. № 2. С. 78–97.
- Tedre, M., Denning, P. J. (2016) The Long Quest for Computational Thinking. Proceedings of the 16th Koli Calling Conference on Computing Education Research, November 24-27, 2016, Koli, Finland, 120–129.
- Wing, J. Research Notebook: Computational Thinking -What and Why? /The Link. The magazine of the Carnegie Mellon University School of Computer Science. 2011-03-06. Режим доступа: <http://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why> (дата обращения 24 февраля 2025 г.)
- Wing, J. M. Computational thinking. Communications of the ACM. 2006. Vol. 49, Issue 3. P. 33–35. DOI: 10.1145/1118178.1118215

FUTURE ENGINEERS COMPUTATIONAL THINKING DEVELOPMENT IN THE UNIVERSITY MATHEMATICS COURSE

Kulikova I. V.
senior lecturer
ivkulikova@usurt.ru
Ekaterinburg

Ural State University of Railway Transport

Abstract. The paper considers the problem of using computer mathematics systems in solving mathematical problems by students studying in specialties and training areas in the field of engineering and technology of land transport. The results of a content

analysis of the concept of computational thinking of students of various specialties and fields of study in the process of their education in general scientific and special disciplines are presented. In the context of the problem under study, computational thinking is considered as the process of programming an algorithm for solving a problem using computer mathematics systems. When studying a university mathematics course, it is proposed to use special didactic tasks (complex computer-mathematical ones), the implementation of which provides for the mandatory use of the Mathcad computer mathematics system. The formulation of such tasks is based on the modification of the content of standard mathematical problems with the addition of the mandatory use of the Mathcad computer mathematics system to find quantitative values of the desired quantities. The article presents tasks for solving a system of linear algebraic equations (four equations and four unknowns) with multi-valued non-integer values of free terms and coefficients before the unknowns, constructing a graph of the surface of a function of two variables in a three-dimensional rectangular coordinate system, which has extremum points and stationary points, and simulating a random event to calculate its relative frequency. The implementation of the proposed complex computer-mathematical tasks determines the need to go through such stages as the perception of the learning task, the definition of a mathematical model, the construction of an algorithm for solving the problem, programming computational actions, and analyzing the results obtained. These stages create favorable conditions for the activation of students' cognitive activity and the development of their computational thinking.

Keywords: computational thinking, computer mathematics, didactic tasks, information technology, mathematical training

References

- Altuhova, S. O., Kononova, Z. A. (2021). Development of computational thinking on the basis of solution algorithms drafting. *Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya*, 5(90), 60-62. DOI: 10.24412/1991-5497-2021-590-60-62. (In Russ., abstract in Eng.)
- Baranov, A. V. (2019). The didactic potential of physics learning tasks in forming the it-students' computational thinking. *Pedagogical review*, 1(23), 144-150. DOI: 10.23951/2307-6127-2019-1-144-150. (In Russ., abstract in Eng.)
- Belman, S. A., Platonova, S. V. (2024). Organization of research activities: from the first steps to mathematical modeling tasks. «*CONTINUUM. Maths. Informatics. Education*» 3(35). 8-17. URL: <https://continuum-journal.ru/media/docs/articles/2024/3/01.pdf> (accessed date 24.02.2025) (In Russ., abstract in Eng.)
- Voskoboynikov, Ju. E., Zadorozhnyj, A. F. (2023). Osnovy vychislenij i programmirovaniya v pakete MathCAD PRIME. Lan'. URL: <https://e.lanbook.com/book/327599> (accessed date 24.02.2025) (In Russ.)
- Gejn, A. G., Kulikova, I. V. (2024). Computer mathematics and university students computational thinking development. *Pedagogical Informatics*, 2, 151-159 (In Russ., abstract in Eng.)
- D'jakonov, V. P. (2015). Tendencii razvitija komp'juternoj matematiki. *Sistemy komp'juternoj matematiki i ih prilozhenija* 16, 8-13 (In Russ.)
- Klunnikova, M. M., Pushkareva, T. P. (2017). Metody i sredstva razvitija vychislitel'nogo myshlenija pri obuchenii discipline "Chislennye metody". *Sovremennoe obrazovanie*, 2, 95-101.
- Kulikova, O. V., Kulikova, I. V. (2024). Complex tasks in teaching mathematics to students of technical specialties at a transport university. *Tomsk State Pedagogical University Bulletin*, 5(235), 157-166 DOI: 10.23951/1609-624X-2024-5-157-166. (In Russ., abstract in Eng.)

- Lebo, I. G., Lebo, A. I., Rozanova, S. A. (2024). Methods of mathematical modeling of physical processes in the implementation of research projects by students of technical universities «CONTINUUM. Maths. Informatics. Education», 3(35), 46-59. URL: <https://continuum-journal.ru/media/docs/articles/2024/3/04.pdf> (accessed date 24.02.2025) (In Russ., abstract in Eng.)
- Papert, S. (1981). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York: Basic Books. (Translated from English)
- Khenner, E. K. (2016). Computational thinking. *Education and science*, 2, 18-33 DOI: 10.17853/1994-5639-2016-2-18-33 (In Russ., abstract in Eng.)
- Khenner, E. K. (2024). Computational thinking in the context of higher education: analytical review. *Education and science*, 2, 35-59. DOI: 10.17853/1994-5639-2024-2-35-59. (In Russ., abstract in Eng.)
- Chigirinskaya, N. V., Grigoreva, O. E., Bochkin, A. M., Andreeva, M. I. (2023). Methodological and methodical foundations for the development of computational intellection of a future engineer. *Sovremennye naukoemkie tehnologii*, 2, 205-211. DOI: 10.17513/snt.39546. (In Russ., abstract in Eng.)
- Shchedrina, E. V., Ivashova, O. N., Paliivets, M. S. Development of computational thinking in future engineers when working with a network professionally-oriented course. *Koncept*, 2, 78-97 (In Russ., abstract in Eng.)
- Tedre, M., Denning, P. J. (2016). The Long Quest for Computational Thinking. Proceedings of the 16th Koli Calling Conference on Computing Education Research, November 24-27, Koli, Finland: pp. 120-129.
- Wing, J. (2011). Research Notebook: Computational Thinking - What and Why? *The Link. The magazine of the Carnegie Mellon University School of Computer Science*. 2011-03-06. Retrieved from: <http://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why> (accessed date 24 февраля 2025 г.)
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 3(49), 33-35. DOI: 10.1145/1118178.1118215

Статья поступила в редакцию 24.02.2025

Принята к публикации 10.03.2025

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-66-77

УДК
378.851

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ PYTHON ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАДАЧ

Лыкова Ксения Геннадьевна
к.п.н., старший преподаватель
ksli1024@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Цифровая трансформация высшего образования представляет важный процесс, который затрагивает все аспекты образовательной среды. Внедрение цифровых технологий, включая программирование на Python, становится ключевым фактором в обучении математическим дисциплинам. На сегодняшний день возникает необходимость в поиске новых практик обучения в интеграции с цифровыми технологиями для формирования необходимых компетенций у студентов, особенно в области математических знаний. В связи с чем, применение Python как инструмента для моделирования и анализа данных открывает новые горизонты для разработки новых учебных курсов, углубления предметных знаний на практике, совершенствования исследовательской деятельности, инновационности учебного процесса в целом. Применение Python для моделирования вероятностных задач способствует развитию новых подходов к решению сложных задач в различных областях науки и техники. В основе решения вероятностных задач на примере изучения случайных величин лежит использование библиотек языка программирования Python: NumPy и SciPy. Предложена программа учебного курса для обучающихся направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и Информатика, Физика, демонстрирующая способы моделирования вероятностных задач при изучении случайных величин с использованием Python. Интеграция элементов программирования в учебные программы по математическим дисциплинам обуславливается потребностью стремительно развивающегося информационного общества, выступает значимым направлением как для развития науки, так и для практики. Такой подход повышает качество образования, готовит студентов к вызовам современного мира, обеспечивая их полезными навыками для успешной профессиональной деятельности.

Ключевые слова: теория вероятностей, моделирование, программирование на Python, цифровая трансформация высшего образования

Введение

Стратегические национальные приоритеты Российской Федерации согласно государственной программе «Развитие образования», планируемые к выполнению до 2030 года, обуславливают необходимость повышения качества образования и его конкурентоспособность на мировой арене, что, несомненно, относится, прежде всего, к подготовке педагогических кадров. Профессиональная подготовка таких кадров требует совершенствования с учётом актуальных задач современного общества, среди которых цифровая трансформация высшего образования. Одними из важных аспектов реализации

цифровой трансформации образовательного процесса, и в частности математического образования, в организациях высшего образования определяются:

- проектирование образовательного процесса, при котором применяются методы проектирования и группы образовательных технологий, позволяющих создавать более структурированный подход к обучению;
- персонализация обучения, когда создаются новые возможности для проектирования индивидуальных траекторий обучения, повышения вовлеченности обучающихся в учебный процесс;
- применение цифровых технологий, влияющих на уровень образования, мотивацию обучающихся, развитие когнитивных способностей, способностей к самостоятельной работе и т.д., при анализе эффективности их применения, выявлении лучших практик и подходов к их внедрению.

В этой связи актуальна разработка новых практик решения математических задач в интеграции с цифровыми технологиями как инструментарием их реализации, что и определяет проблему исследования: поиск эффективных практик обучения моделированию вероятностных задач средствами языка программирования Python.

Обзор литературы

Вопросы, связанные с применением цифровых технологий в образовании, находятся в центре исследований зарубежных и российских учёных последних лет (С.В. Буцык; Е.Я. Варшавская, Е.С. Котырло; П.Н. Биленко, В.И. Блинов, М.В. Дулинов, Е.Ю. Есенина, А.М. Кондаков, И.С. Сергеев; А.Ю. Уваров, Э. Гейбл, И.В. Дворецкая и др.). Учёными рассматриваются возможные риски и проблемы внедрения цифровых технологий, связанные с недостаточным уровнем подготовки преподавателей и обучающихся к использованию цифровых средств, а также в отдельных случаях отсутствия соответствующей инфраструктуры, препятствующей успешной цифровизации образовательных процессов. Исследования показывают, что цифровая трансформация способствует более эффективному взаимодействию между преподавателем и обучающимся, позволяя расширить доступ к образовательным ресурсам, обеспечить своевременную обратную связь на каждом этапе обучения, выполнять онлайн-задания и тесты, проводить самостоятельные исследования под руководством преподавателя из любой точки мира. Цифровая трансформация образования имеет большой потенциал для повышения качества образования и подготовки обучающегося к современным вызовам и требованиям рынка труда. Однако для успешной реализации этого процесса важно учитывать доступность технологий, готовность преподавателей к работе с новыми инструментами, а также обеспечение безопасности и конфиденциальности данных.

Особое внимание в научных педагогических трудах уделяется развитию математического образования (И.К. Асмыкович; И.М. Борковская, О.Н. Пыжкова; Н.В. Бровка; Е.М. Гусакова, Т.А. Гусакова; В.А. Есин, Н.А. Зинченко; Н.А. Сапожкова; В.И. Элипханов; J.H. Ju Li, S.M. Maat; V. Karakaya и др.), раскрываются проблемы обеспечения качества знаний по высшей математике в современных условиях; рассматривается роль и место математики в образовании современного выпускника, выделяются дидактические особенности организации компьютерных средств обучения студентов математических специальностей, актуализируется реализация активных методов преподавания математики в условиях цифровизации образования, разрабатываются модели формирования готовности будущих учителей математики к развитию системного мышления в условиях цифровизации образования, что, несомненно, аккумулирует базу теории и методологии педагогической науки.

Сфера научных исследований по применению цифровых технологий в изучении теории вероятностей и математической статистики выявляет определенный пласт трудов (С.Н. Дворяткина, С.В. Щербатых; Е.А. Буровский, Ю.Б. Гришунина; Дэвидсон-Пайлон Кэмерон; С.Я. Криволапов; Н.И. Попов, Э.С. Болотин и др.). Учёными представлены методики решения задач математической статистики с использованием языка программирования Python (Кольцова, 2023), вероятностного программирования на Python

байесовского вывода и алгоритмов. Изучение элементов теории вероятностей и математической статистики в вузе помогают студентам развивать навыки работы с вероятностными моделями, статистическими методами, что является крайне актуальным в различных областях науки, техники и бизнеса. Полученные знания позволяют учёным и специалистам в различных областях применять математический аппарат для анализа данных, построения математических моделей, принятия решений и прогнозирования результатов.

Язык программирования Python является мощным инструментом для решения различных задач, в том числе и математических (E. Raducan, M. Arhip; H. Ye. Raji-Lawal, A. Abayomi-Alli, A. Oloyede; H. S. Harahap; M. Irsan; Elsa Nandita, Yahfizham Yahfizham; S. Sukristiyanti, Y. Arifianti, A. F. Rozie; S. Surachman, A. Fauziah, Yu. Saragih; W. Sudiyono; A. P. Adiwijaya, S. Wati и др.).

Однако освещение отдельных способов решения вероятностных задач при изучении случайных величин с помощью языка программирования Python не отмечено.

Результаты

Совершенствование языка Python и расширение функционала его библиотек: NumPy, PyQt5 (Алексеев, 2024), SciPy, Pandas и Matplotlib предоставляют возможности для создания условий эффективного решения вероятностных задач методами моделирования (случайное блуждание, различные виды распределений случайных величин, выборочные характеристики и др.), статистического анализа данных, позволяют генерировать случайные числа, работать с вероятностными распределениями, визуализировать полученные результаты.

Важными аспектами применения Python к теории вероятностей выступает:

- имитационное моделирование для анализа вероятностных распределений, позволяющее студентам создавать модели, которые демонстрируют поведение различных вероятностных процессов, что способствует лучшему пониманию их теоретических концепций;
- применение шаблонов к решению задач позволяет систематизировать обучающимся свои знания и упростить процесс обучения. Например, можно использовать графические модели для визуализации случайных событий и их взаимосвязей, что будет способствовать осознанию сложных стохастических ситуаций;
- пошаговый анализ условий задачи, формализация объектов и отношений, а также применение основных вероятностных формул для поиска решений.

Применение моделирования на Python при изучении теории вероятностей способствует не только более качественному пониманию предмета, но и развивает у студентов навыки программирования. Использование большого числа практических примеров, шаблонов и интерактивных сред обучения позволяет процесс обучения сделать более эффективным и увлекательным. Для написания кода и его выполнения можно использовать интерактивную среду Jupyter Notebook, которая позволяет экспериментировать с различными параметрами и наблюдать за изменениями в реальном времени.

В рамках факультативной дисциплины для обучающихся направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и Информатика, Физика можно реализовать учебный курс «Интеграция теории вероятностей и математической статистики в программирование Python».

Такой курс будет направлен на развитие навыков применения элементов теории вероятностей и математической статистики в программировании с использованием языка Python. В ходе его реализации обучающиеся получают знания о вероятностных распределениях случайных величин и о методах решения вероятностных задач, сформируют навыки использования соответствующих библиотек Python для применения полученных знаний на практике.

Структура курса включает следующие модули.

Модуль 1. Введение в теорию вероятностей (Основные понятия: случайные события. Основные понятия: случайные величины. Виды распределений случайных величин: равномерное, нормальное, биномиальное и другие).

Модуль 2. Основы программирования на Python. Библиотеки для вероятностного моделирования (Основы синтаксиса Python. Генерация случайных чисел. Введение в библиотеки NumPy и SciPy. Библиотека Matplotlib для визуализации данных. Эксперименты с подбрасыванием монет и кубиков. Анализ их результатов.).

Модуль 3. Моделирование вероятностных задач с помощью Python (Случайные события. Случайные величины и их распределения. Числовые характеристики случайных величин. Выборка. Выборочные характеристики. Доверительные интервалы).

Завершение курса будет сопровождаться подготовкой и защитой проектных работ. Предусматриваются как индивидуальные проекты, так и командные проекты, подготовленные группой из 2-3 студентов.

Изучение случайных величин целесообразно сосредоточить на практической стороне данного вопроса. Рассмотрим особенности применения Python к решению вероятностных задач, в которых в результате проведения случайных испытаний получается набор случайных величин. Соответственно, различные функции Python позволят упростить процесс вычисления вероятностей различных событий с учётом их возможных значений в определенных исходах. Случайные величины не связаны с интуитивным опытом обучающихся, так как часто являются преамбулой к вероятностным распределениям.

Пример 1. «Два стрелка сделали по выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,8. Составить таблицу распределения для числа попаданий в мишень. Найти математическое ожидание, дисперсию» (Щербатых, 2011).

Для решения задачи и построения закона распределения числа попаданий двух стрелков в мишень необходимо рассмотреть все возможные исходы и их вероятности.

По условию задачи, вводим данные: $p_1 = 0,6$ и $p_2 = 0,8$ (вероятности попадания первого и второго стрелков), $q_1 = 0,4$ и $q_2 = 0,2$ (вероятности промаха стрелков).

Вычисляем вероятности для каждого из возможных исходов: $x_1 = 0$ – оба стрелка промахнулись, $x_2 = 1$ – один стрелок попал, другой промахнулся (либо первый, либо второй), $x_3 = 2$ – оба стрелка попали.

```
p1 = 0.6 # Вероятность попадания первого стрелка
p2 = 0.8 # Вероятность попадания второго стрелка

# Вероятности промаха
q1 = 1 - p1
q2 = 1 - p2

# Вычисляем вероятности исходов
P_0 = q1 * q2 # Вероятность 0 попаданий
P_1 = (p1 * q2) + (q1 * p2) # Вероятность 1 попадания
P_2 = p1 * p2 # Вероятность 2 попаданий

# Составляем таблицу распределения
distribution_table = {
    'Число попаданий': [0, 1, 2],
    'Вероятность': [P_0, P_1, P_2]}

# Выводим таблицу распределения
print("Таблица распределения:")
for i in range(len(distribution_table['Число попаданий'])):
    print(f'Попаданий: {distribution_table["Число попаданий"][i]}, Вероятность: {distribution_table["Вероятность"][i]:.4f}')

# Вычисляем математическое ожидание
expected_value = sum(k * distribution_table["Вероятность"][i] for i, k in enumerate(distribution_table["Число попаданий"]))
print(f"Математическое ожидание: {expected_value:.4f}")

# Вычисляем дисперсию
variance = sum((k - expected_value) ** 2 * distribution_table["Вероятность"][i] for i, k in enumerate(distribution_table["Число попаданий"]))
print(f"Дисперсия: {variance:.4f}")
```

Таблица распределения:
 Попаданий: 0, Вероятность: 0.0800
 Попаданий: 1, Вероятность: 0.4400
 Попаданий: 2, Вероятность: 0.4800
 Математическое ожидание: 1.4000
 Дисперсия: 0.4800

Рис. 1. Вывод результатов распределения числа попаданий в мишень стрелками

Составляем закон (таблицу) распределения случайной величины и определим числовые характеристики: математическое ожидание и дисперсию для числа попаданий в мишень двумя стрелками (рис. 1).

Целесообразно показывать обучающимся, что закон распределения характеризует случайную величину, однако порой неизвестен. Тогда приходится пользоваться числами или числовыми характеристиками распределения случайной величины, которые описывают её суммарно. Распространённым распределением дискретных случайных величин является биномиальное распределение.

Пример 2. «Установлено, что стрелок при 20 выстрелах попадает по мишени 14 раз. Требуется составить закон распределения случайной величины Y – числа попаданий при 5 выстрелах. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель при 5 выстрелах» (Щербатых, 2019).

Для решения задачи о распределении числа попаданий стрелка при 5 выстрелах можно использовать биномиальное распределение.

Вычисляем вероятность попадания при условии, что стрелок попадает 14 раз из 20 выстрелов: $p = 0,7$. Случайная величина Y может принимать значения от 0 до 5 (рис. 2).

Используя функцию *binomial_distribution*, определим количество выстрелов и вероятность попадания. Функция *max* поможет найти число попаданий, соответствующее наибольшему значению вероятности.

Запустив код, получим закон распределения вероятностей для числа попаданий при 5 выстрелах, а также наивероятнейшее число попаданий в цель при 5 выстрелах.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import comb
def binomial_distribution(n, p):
    distribution = {}
    for k in range(n + 1):
        probability = comb(n, k) * (p ** k) * ((1 - p) ** (n - k))
        distribution[k] = probability
    return distribution
n_shots = 5          # Количество выстрелов
p_hit = 0.7          # Вероятность попадания
# Вычисляем закон распределения
distribution = binomial_distribution(n_shots, p_hit)
# Выводим закон распределения
print("Закон распределения:")
for hits, prob in distribution.items():
    print(f"Попаданий: {hits}, Вероятность: {prob:.4f}")

# Наивероятнейшее число попаданий
max_hits = max(distribution, key=distribution.get)
print(f"Наивероятнейшее число попаданий: {max_hits}")
```

```
Закон распределения:
Попаданий: 0, Вероятность: 0.0024
Попаданий: 1, Вероятность: 0.0284
Попаданий: 2, Вероятность: 0.1323
Попаданий: 3, Вероятность: 0.3087
Попаданий: 4, Вероятность: 0.3601
Попаданий: 5, Вероятность: 0.1681
Наивероятнейшее число попаданий: 4
```

Рис. 2. Закон распределения вероятностей для числа попаданий при 5 выстрелах

Пример 3. «Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты поступит: а) 4 вызова; б) хотя бы один; в) ни одного вызова» (Щербатых, 2011).

Для решения задачи о вероятности вызовов такси на диспетчерский пункт воспользуемся распределением Пуассона.

Импортируем библиотеки: NumPy и SciPy. Вычисляем параметр $\lambda = np = 6$ – среднее число заказов на такси в минуту.

С помощью функции *poisson.pmf* вычислим вероятности для каждого случая (рис. 3).

```
import numpy as np
from scipy.stats import poisson

# Параметры
lambda_param = 6 # Среднее число вызовов за 2 минуты

# а) Вероятность того, что за две минуты будет 4 вызова
prob_4_calls = poisson.pmf(4, lambda_param)

# б) Вероятность того, что хотя бы один вызов
prob_at_least_1_call = 1 - poisson.pmf(0, lambda_param)

# в) Вероятность того, что ни одного вызова не будет
prob_no_calls = poisson.pmf(0, lambda_param)

# Выводим результаты
print(f"Вероятность того, что за две минуты будет 4 вызова: {prob_4_calls:.4f}")
print(f"Вероятность того, что хотя бы один вызов: {prob_at_least_1_call:.4f}")
print(f"Вероятность того, что ни одного вызова не будет: {prob_no_calls:.4f}")
```

```
Вероятность того, что за две минуты будет 4 вызова: 0.1339
Вероятность того, что хотя бы один вызов: 0.9975
Вероятность того, что ни одного вызова не будет: 0.0025
```

Рис. 3. Вероятности получения 4 вызовов, хотя бы 1-ого вызова и отсутствия вызовов

Другими распространёнными распределениями являются равномерное и нормальное. С помощью библиотеки SciPy можно работать с непрерывными случайными величинами, например, с нормальным распределением.

```
import numpy as np
import scipy.stats as stats

# Параметры нормального распределения
mean = 0 # Среднее значение
variance = 900 # Дисперсия
std_dev = np.sqrt(variance) # Стандартное отклонение

# Рассчитываем вероятности
p_50 = stats.norm.cdf(50, loc=mean, scale=std_dev) # P(X < 50)
p_20 = stats.norm.cdf(20, loc=mean, scale=std_dev) # P(X < 20)

# Процент снарядов с перелетом от 20 до 50 метров
percentage = (p_50 - p_20) * 100

print(f"Процент снарядов с перелетом от 20 до 50 метров: {percentage:.2f}%")
```

```
Процент снарядов с перелетом от 20 до 50 метров: 20.47%
```

Рис. 4. Процент снарядов, которые имеют перелёт в заданном диапазоне

Пример 4. «Производится стрельба по цели из артиллерийского орудия. Принимая, что дальность полета снаряда имеет нормальное распределение с дисперсией, равной 900, рассчитать, какой процент выпускаемых снарядов будет иметь перелёт от 20 до 50 метров» (Щербатых, 2011).

Для решения задачи импортируем библиотеки NumPy и SciPy, определяем параметры для нормального распределения: математическое ожидание (`mean`) и стандартное отклонение (`std_dev`), используем функцию `stats.norm.cdf` для расчёта вероятностей. После чего вычисляем процент снарядов, имеющих перелет от 20 до 50 метров, выводим результат (рис. 4).

Таким образом, представленные способы для применения языка программирования Python к решению вероятностных задач, реализованных в рамках факультативной дисциплины, позволят повысить качество математического образования в вузе за счёт обогащения его новыми характеристиками и формами на более высоком уровне индивидуализации средств педагогической поддержки. Процесс создания кода для решения вероятностных задач обуславливает выявление проблемной ситуации с элементами неопределенности; поиск средств её разрешения: выбор библиотек NumPy, SciPy, Pandas и Matplotlib, определение команд и функций, необходимых для решения; а также благоприятствует развитию способностей обучающихся к адаптивности и «гибкости» поведения. Работа с основными библиотеками позволяет студентам легко экспериментировать с кодом и визуализировать результаты вычислений, что способствует созданию интерактивной среды обучения, в которой обучающиеся осуществляют сравнение различных подходов к решению задач разного уровня сложности.

Моделирование вероятностных задач на Python сочетает в себе интерактивность и доступность, позволяет сделать обучение более увлекательным и эффективным. Студенты не только изучают теорию, но и практически сразу применяют её на практике, что способствует глубокому пониманию учебного материала.

Разработанная программа курса, включающая инновационные требования к её содержанию и структуре, способствует становлению способностей обучающихся к анализу ситуаций с использованием вероятностно-статистических методов, принятию решений в условиях многовариантности, оценке вероятностного характера явлений окружающей действительности.

Заключение

Интеграция элементов теории вероятностей и математической статистики в программирование приводит к совершенствованию критического и алгоритмического мышления, что придаёт результатам учебного процесса новое качество за счёт эффективного использования полезных способностей личностного развития обучающихся на основе вероятностно-статистических методов, способствует укреплению потенциала жизнеспособности общества, в том числе за счёт создания условий адекватного функционирования образования, отвечающего современным запросам общества.

Расширение системы педагогических знаний о способах применения Python в системе математического образования приведёт к созданию дополнительных возможностей для реализации практико-ориентированного обучения студентов. Предложенная программа учебного курса обеспечит студентов необходимыми знаниями и навыками для решения практических задач с использованием вероятностных методов. Слушатели курса смогут эффективно применять полученные знания в различных областях, таких как аналитика данных и машинное обучение.

Включение данного исследования в методическое обеспечение подготовки обучающегося при изучении математических дисциплин будет способствовать развитию ресурсной базы в реализации цифровой трансформации высшего образования.

Список литературы

- Алексеевец А.Д., Заводчикова Н.И. Создание оконных приложений в Python средствами библиотеки PyQt5 // Информатика в школе. 2024. № 4. С. 66-75. <https://doi.org/10.32517/2221-1993-2024-23-4-66-75>
- Атрохов К.Г., Кушнеров А.В., Лаврова О.А., Чергинец Д.Н., Щеглова Н.Л. Python в дисциплинах специальности «Компьютерная математика и системный анализ» // Трансформация механико-математического и IT-образования в условиях цифровизации: материалы международной научно-практической конференции, посвященной 65-летию ММФ, Минск, 2023. С. 162–166.
- Борковская И.М., Пыжкова О.Н. О проблеме обеспечения качества знаний по высшей математике в современных условиях // Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам [Innovative teaching techniques in physics, mathematics, vocational and mechanical training]: материалы XIV Междунар. науч.-практ. интернет-конф. Мозырь, 29 марта 2022 г. Мозырь: МГПУ им. И. П. Шамякина, 2022. С. 6–9.
- Бровка Н.В. Дидактические особенности организации компьютерных средств обучения студентов математических специальностей // Информатика и образование. 2020. № 1(310). С. 34–41. DOI: 10.32517/0234-0453-2020-35-1-34-41
- Буровский Е.А., Гришунина Ю.Б. Задачи математической статистики и их решение с использованием языка программирования Python. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2022.
- Буцык С.В. «Цифровое» поколение в образовательной системе российского региона: проблемы и пути решения // Открытое образование. 2019. № 1. С. 27–33. DOI: 10.21686/1818-4243-2019-1-27-33
- Варшавская Е.Я., Котырло Е.С. Выпускники инженерно-технических и экономических специальностей: между спросом и предложением // Вопросы образования. 2019. № 2. С. 98–128. DOI: 10.17323/1814-9545-2019-2-98-128
- Гусакова Е.М., Гусакова Т.А. Реализация активных методов преподавания математики в условиях цифровизации образования // Педагогический журнал. 2019. Т. 9. № 1-1. С. 610–619. DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.093
- Дворяткина С.Н., Щербатых С.В. Теоретико-методическое обеспечение фрактального формирования и развития вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике. М.: Флинта, 2020.
- Дэвидсон-Пайлон Кэмерон. Вероятностное программирование на Python: байесовский вывод и алгоритмы. СПб: Питер, 2019.
- Есин В.А., Зинченко Н.А. О технологии обучения математике посредством решения задач // Вестник Белгородского института развития образования. 2019. Т. 6. № 4 (14). С. 31–38.
- Кольцова К.И. Использование сюжетных задач при обучении программированию на Python // Информатика в школе. 2023. № 1. С. 7-12. <https://doi.org/10.32517/2221-1993-2023-22-1-7-12>
- Криволапов, С. Я. Использование языка Python в теории вероятностей. Москва: Прометей, 2021.
- Лыкова К.Г. Теория вероятностей как инструмент развития компонентов интеллектуальной мобильности учащихся // Математика в современном мире: материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвящённой 110-летию со дня рождения советского математика, доктора физико-математических наук, профессора П.П. Коровкина. Калуга, 2024. С. 121–126.
- Попов Н.И., Болотин Э.С. Использование интегрированной среды для разработки и обучения Python IDLE при изучении студентами теории вероятностей // Вестник МГПУ. Серия

«Информатика и информатизация образования». 2023. № 1(63), С. 79–85. DOI: 10.25688/2072-9014.2023.63.1.07

- Сапожкова Н.А. Модель формирования готовности будущих учителей математики к развитию системного мышлению в условиях цифровизации образования // Перспективы науки. 2019. № 7 (118). С. 194–196.
- Уваров А.Ю., Гейбл Э., Дворецкая И.В. [и др.]. Трудности и перспективы цифровой трансформации образования. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2019.
- Щербатых С.В. [и др.]. Интерактивная стохастика. Москва: Флинта, 2019.
- Щербатых С.В. В мире стохастики (элективный курс). Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2011.
- Элипханов А.В.И. Математика и математическое образование в формате проблемы формирования у субъектов познания процедур критического мышления // Балтийский гуманитарный журнал. 2017. Т. 6. № 4 (21). С. 439–442.
- Adiwijaya A.P. Analisa Cara kerja microservice berbasis Phyton untuk perancangan credit score PADA di fintech. Jurnal Ilmiah Multidisiplin. 2022. Vol. 1. No. 03. P. 74–82. DOI: 10.56127/jukim.v1i03.186
- Ceng Giap Yo. Implementation of Face Mask Detection Using Phyton Programming Language. Bit-Tech. 2023. Vol. 6, No. 1. P. 51–58. DOI: 10.32877/bt.v6i1.893
- Elsa Nandita. Komparasi Stabilitas dan Efektifitas Phyton dengan C++ Sebagai Algoritma Pemrograman Pemecahan Masalah pada Programmer Pemula. Jurnal Arjuna: Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa dan Matematika. 2023. Vol. 1. No. 6. P. 104–115. DOI: 10.61132/arjuna.v1i6.298
- Fauziah A. Sistem identifikasi pengukuran baju menggunakan Human Body Estimation dataset Mediapipe dengan metode Euclidean distance. Aisyah Journal of Informatics and Electrical Engineering (A.J.I.E.E). 2023. Vol. 5. No. 2. P. 127–134. DOI: 10.30604/jti.v5i2.151
- Harahap H. S. Implementasi phyton dalam matematika. Mathematical and Data Analytics. 2024. Vol. 1. No. 1. P. 1-8. DOI: 10.47709/mda.v1i1.3631
- Irsan M. Implementasi Aplikasi Pandas (Phyton) Dalam Mengelola Data Excel Sebagai Media Persiapan Pelaporan Nilai Raport Siswa. Jurnal Pengabdian Masyarakat Bangsa. 2024. Vol. 2. No. 4. P. 1243–1249. DOI: 10.59837/jpmmba.v2i4.977
- Karakaya V. Matematik Felsefesi Bakımından Matematik Nesnelerin Modellenmesi Üzerine Karakaya. Beytulhikme. 2021. Vol. 11. No. 3. P. 1143–1155. DOI: 10.18491/beytulhikme.1799
- Li J. H. Ju. Kemahiran Menjana Masalah Matematik Berayat Berdasarkan Taksonomi Bloom Semakan dalam kalangan Guru Matematik. Malaysian Journal of Social Sciences and Humanities (MJSSH). 2022. Vol. 7. No. 3. e001380. DOI: 10.47405/mjssh.v7i3.1380
- Raducan E. Quality Issue Classification by Using Dedicated Data Analysis Software Created in Phyton Language. The Eurasia Proceedings of Science Technology Engineering and Mathematics. 2023. Vol. 24. P. 10–20. DOI 10.55549/epstem.1406198.
- Raji-Lawal Hanat Yetunde, Abayomi-Alli Adebayo, Oloyede Ayodele, Orioke Omoyemi, Shanu Riliwan, Opoola Yusuf. Development of a learning management system for Phyton programming language. Caleb International Journal of Development Studies. 2023. Vol. 06. No. 02. P. 164–179. DOI: 10.26772/cijds-2023-06-02-10
- Sudiyono W. The application of Artificial intelligence in DJIA stocks to improve the investment profitability using phyton. International Journal of Economics, Business and Accounting Research. 2022. Vol. 6. No. 2. P. 793. DOI: 10.29040/ijebar.v6i2.4790
- Surachman S. The analysis of control raw material Injection Phyton in the implementation of Economic Order Quantity (EOQ) in PT. Victory Chyngluh Indonesia. International Journal of Multidisciplinary Research and Literature. 2022. Vol. 1. No. 1. P. 44–53. DOI 10.53067/ijomral.v1i1.5

POSSIBILITIES OF PYTHON APPLICATION FOR MODELLING PROBABILISTIC PROBLEMS

Lykova K. G.

Candidate Sci. (Pedagogy), senior lecturer
ksli1024@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The digital transformation of higher education is an important process that affects all aspects of the educational environment. The introduction of digital technologies, including Python programming, is becoming a key factor in the teaching of mathematical disciplines. Today, there is a need to find new teaching practices in integration with digital technologies in order to develop the necessary competences in students, especially in the field of mathematical disciplines. In this regard, the use of Python as a tool for modelling and data analysis opens new horizons for the development of new training courses, deepening subject knowledge in practice, improving research activities, innovativeness of the educational process in general. The application of Python for modelling probabilistic problems contributes to the development of new approaches to solving complex problems in various fields of science and technology. Research Methods. The basis for solving probabilistic problems on the example of studying random variables is the use of Python programming language libraries: NumPy and SciPy. Results. The program of the course within the framework of an optional discipline for students of training direction 44.03.05 Pedagogical Education (with two profiles of training), orientation (profile) Mathematics and Computer Science, Physics, demonstrating ways of modelling probabilistic problems in the study of random variables using Python is proposed. The relevance of integrating programming into the curriculum of mathematical disciplines is determined by the need of modern information society. The digital transformation of higher education, leading to the application of Python in mathematical disciplines, is a significant direction for both science and practice. This approach improves the quality of education, prepares students for the challenges of the modern world, providing them with useful skills for successful professional activity.

Keywords: probability theory, modelling, Python programming, digital transformation of higher education

References

- Adiwijaya, A. P. (2022). Analisa Cara kerja microservice berbasis Phyton untuk perancangan credit score PADA di fintech. *Jurnal Ilmiah Multidisiplin*, 3(1), 74-82. DOI 10.56127/jukim.v1i03.186
- Alekseevets, A. D., Zavodchikova, N. I. (2024). Creating window applications in Python using the PyQt5 library tools. *Informatics in school*, 4, 66-75. <https://doi.org/10.32517/2221-1993-2024-23-4-66-75> (In Russ.)
- Atrokhov, K. G., Kushnerov, A. V., Lavrova, O. A., Cherginets, D. N., Shcheglova, N. L. (2023). Python v disciplinakh spetsial'nosti «Kompyuternaya matematika i sistemnyy analiz» [Python in the disciplines of speciality 'Computer Mathematics and System Analysis']. Transformatsiya mekhaniko-matematicheskogo i IT-obrazovaniya v usloviyakh tsifrovizatsii: materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy 65-letiyu MMF, (pp. 162-166). Minsk. (In Russ.).

- Borkovskaya, I. M., Pyzhkova, O. N. (2022). O probleme obespecheniya kachestva znaniy po vysshey matematike v sovremennykh usloviyakh [About the problem of ensuring the quality of knowledge in higher mathematics in modern conditions]. *Innovatsionnye tekhnologii obucheniya fiziko-matematicheskim i professional'no-tekhnicheskim distsiplinam Innovative teaching techniques in physics, mathematics, vocational and mechanical training: materialy XIV Mezhdunar.nauch.-prakt.internet-konf.* (pp. 6–9). Mozyr, Moscow State Pedagogical University imeni I.P. Shamyakin. (In Russ.).
- Brovka, N. V. (2020). Didactic features of the organisation of computer-based learning tools for students of mathematical specialties. *Informatics and Education*, 1(310), 34-41. DOI: 10.32517/0234-0453-2020-35-1-34-41 (In Russ., abstract in Eng.)
- Burovsky, E. A., Grishunina, Y. B. (2022). *Zadachi matematicheskoy statistiki i ikh reshenie s ispol'zovaniem yazyka programmirovaniya Python*. Moscow: Izd. house of the Higher School of Economics, 2022.
- Butsyk, S. V. (2019). 'Digital' generation in the educational system of the Russian region: problems and solutions. *Open Education*, 1, 27-33. DOI: 10.21686/1818-4243-2019-1-27-33 (In Russ., abstract in Eng.)
- Ceng Giap, Yo. (2023). Implementation of Face Mask Detection Using Phyton Programming Language. *bit-Tech*, 1 (6), 51-58. DOI: 10.32877/bt.v6i1.893
- Davidson-Pylon Cameron. (2019). *Bayesian Methods for Hackers*. SPb: Peter.
- Dvoryatkina, S. N., Shcherbatykh, S. V. (2020). *Teoretiko-metodicheskoe obespechenie fraktal'nogo formirovaniya i razvitiya veroyatnostnogo stilya myshleniya v processe obucheniya matematike*. Moscow: Flinta. (In Russ.).
- Elipkhanov, A. V. I. (2017). Mathematics and mathematics education in the format of the problem of formation of critical thinking procedures in the subjects of cognition. *Baltic Humanities Journal*, 6, 4 (21), 439-442. (In Russ., abstract in Eng.)
- Elsa Nandita. (2023). Komparasi Stabilitas dan Efektifitas Phyton dengan C++ Sebagai Algoritma Pemrograman Pemecahan Masalah pada Programmer Pemula. *Jurnal Arjuna: Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa dan Matematika*. 6(1), 104-115. DOI: 10.61132/arjuna.v1i6.298
- Esin, V. A., Zinchenko, N. A. (2019). On the technology of teaching mathematics through problem solving. *Bulletin of Belgorod Institute of Education Development*, 6, 4 (14), 31-38. (In Russ., abstract in Eng.)
- Fauziah, A. (2023). Sistem identifikasi pengukuran baju menggunakan Human Body Estimation dataset Mediapipe dengan metode Euclidean distance. *Aisyah Journal of Informatics and Electrical Engineering (A.J.I.E.E)*, 2(5), 127-134. DOI: 10.30604/jti.v5i2.151
- Gusakova, E. M., Gusakova, T. A. (2019). Implementation of active methods of teaching mathematics in the conditions of digitalisation of education. *Pedagogical Journal*, 9(1), 610-619. DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.093 (In Russ., abstract in Eng.)
- Harahap, H. S. (2024). Implementasi phyton dalam matematika. *Mathematical and Data Analytics*, 1(1), 1-8. DOI: 10.47709/mda.v1i1.3631
- Irsan, M. (2024). Implementasi Aplikasi Pandas (Phyton) Dalam Mengelola Data Excel Sebagai Media Persiapan Pelaporan Nilai Raport Siswa. *Jurnal Pengabdian Masyarakat Bangsa*, 4 (2), 1243-1249. DOI: 10.59837/jpmmba.v2i4.977
- Karakaya V. (2021). Matematik Felsefesi Bakimindan Matematik Nesnelerin Modellenmesi Üzerine Karakaya *Beytulhikme*, 3 (11), 1143-1155. DOI: 10.18491/beytulhikme.1799
- Koltsova, K. I. (2023). Using plot tasks when teaching Python programming. *Informatics in school*, 1, 7-12. <https://doi.org/10.32517/2221-1993-2023-22-1-7-12> (In Russ.)
- Krivolapov, S. Ya. (2021). *Ispol'zovanie yazyka Python v teorii veroyatnostey*. Moscow: Prometheus. (In Russ.).
- Li J. H. Ju. (2022). Kemahiran Menjana Masalah Matematik Berayat Berdasarkan Taksonomi Bloom Semakan dalam kalangan Guru Matematik. *Malaysian Journal of Social Sciences and Humanities (MJSSH)*, 3(7). e001380. DOI: 10.47405/mjssh.v7i3.1380

- Lykova, K. G. Teoriya veroyatnostey kak instrument razvitiya komponentov intellektual'noy mobil'nosti uchashchikhsya [Probability theory as a tool for developing components of intellectual mobility of students]. *Matematika v sovremennom mire: materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy 110-letiyu so dnya rozhdeniya sovetskogo matematika, doktora fiziko-matematicheskikh nauk, professora P.P. Korovkina* (pp. 121-126). Kaluga. (In Russ.).
- Popov, N. I., Bolotin, E. S. (2023). Use of integrated environment for development and training Python IDLE in the study of probability theory by students. *Vestnik of Moscow State Pedagogical University. Series 'Informatics and Informatisation of Education'*, 1(63), 79-85. DOI: 10.25688/2072-9014.2023.63.1.07 (In Russ., abstract in Eng.)
- Raducan, E. (2023). Quality Issue Classification by Using Dedicated Data Analysis Software Created in Phyton Language. *The Eurasia Proceedings of Science Technology Engineering and Mathematics*, 24, 10-20. DOI: 10.55549/epstem.1406198.
- Raji-Lawal Hanat Yetunde, Abayomi-Alli Adebayo, Oloyede Ayodele, Orioke Omoyemi, Shanu Riliwan, Opoola Yusuf. (2023). Development of a learning management system for Phyton programming language. *Caleb International Journal of Development Studies*, 2 (6), 164-179. DOI: 10.26772/cijds-2023-06-02-10
- Sapozhkova, N. A. (2019). Model of formation of readiness of future teachers of mathematics to develop systems thinking in the conditions of digitalisation of education. *Perspectives of Science*, 7 (118), 194-196. (In Russ., abstract in Eng.)
- Scherbatykh, S. V. (2011). *V mire stokhastiki (elektivnyy kurs)*. Yelets: Bunin Yelets State University. (In Russ.).
- Shcherbatykh, S. V. [et al]. (2019). *Interaktivnaya stokhastika*. Moscow: Flinta. (In Russ.).
- Sudiyono, W. (2022). The application of Artificial intelingence in DJIA stocks to improve the investment profitability using phyton. *International Journal of Economics, Business and Accounting Research*, 2(6), 793. DOI: 10.29040/ijebar.v6i2.4790
- Surachman, S. (2022). The analysis of control raw material Injection Phyton in the implementation of Economic Order Quantity (EOQ) in PT. Victory Chyngluh Indonesia. *International Journal of Multidisciplinary Research and Literature*, 1(1), 44-53. DOI: 10.53067/ijomral.v1i1.5
- Uvarov, A. Y., Gable, E., Dvoretzkaya, I. B. [et al]. (2019). *Trudnosti i perspektivy tsifrovoy transformatsii obrazovaniya*. Moscow: Izd. house of the Higher School of Economics. (In Russ.).
- Varshavskaya, E. Y., Kotyrlo, E. S. (2019). Graduates of engineering and economic specialities: between demand and supply. *Education Issues*, 2, 98-128. DOI: 10.17323/1814-9545-2019-2-98-128 (In Russ., abstract in Eng.)

Статья поступила в редакцию 07.02.2025
Принята к публикации 10.03.2025

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЭПОХУ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-78-85

УДК
378.146

УЧЁТ ДАННЫХ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ БЛОКЧЕЙН

Нестеренко Олег Евгеньевич к.т.н. vka@mil.ru г. Санкт-Петербург	Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
Оркин Вадим Витальевич к.т.н. vka@mil.ru г. Санкт-Петербург	Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
Ледянкин Иван Александрович к.т.н. vka@mil.ru г. Санкт-Петербург	Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
Антонов Дмитрий Александрович к.т.н. vka@mil.ru г. Санкт-Петербург	Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского

Аннотация. В условиях реформирования системы высшего образования в Российской Федерации особую актуальность принимают вопросы выполнения отдельных требований и положений нормативных и правовых актов, связанных с цифровизацией и информатизацией процесса обучения и учёта его результатов. С целью повышения качества образования обучающихся в настоящий момент времени в образовательных учреждениях Российской Федерации интенсивно внедряются различные комплексы средств автоматизации и системы управления образованием. Проведённый авторским коллективом анализ открытых источников информации показал, что до сих пор не исключены случаи фальсификации документов об образовании с целью введения в заблуждение работодателей о фактической сформированности тех или иных компетенций сотрудника. Причиной данной проблемы является то, что зачастую в вузах учёт результатов обучения проводится «на бумаге» без использования средств информатизации, что не исключает возможности переоформления «задним числом» зачётных ведомостей и зачётных книжек обучающихся. В статье описан разработанный демонстрационный прототип автоматизированной системы учёта результатов промежуточной аттестации обучающихся в вузе. С целью исключения внесения изменений в учётные документы при разработке прототипа использовались возможности технологии blockchain (англ. цепочка блоков), которая доказала свою эффективность в вопросах сохранения целостности данных. Кроме этого, на основе опыта

внедрения других комплексов средств автоматизации были сформированы требования к системе учёта результатов промежуточной аттестации обучающихся в вузах. Применение разработанной системы повысит трудоёмкость внесения данных в систему задним числом до неприемлемого уровня, либо такая возможность будет исключена вовсе.

Ключевые слова: блокчейн, диплом, высшее образование, промежуточная аттестация.

Введение

Современный этап развития общества характеризуется повсеместным внедрением информационных технологий во все сферы жизни человека. Так в Российской Федерации с 17 октября 2009 года в соответствии с планом перехода на предоставление государственных услуг и исполнение государственных функций Федеральными органами исполнительной власти региональные и муниципальные услуги подлежат учёту в электронном виде (Распоряжение правительства «О плане перехода...», 2009). При этом Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки осуществляет формирование и ведение Федерального реестра сведений о документах об образовании и (или) о квалификации, документах об обучении (Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации», 2012; Постановление Правительства «О федеральной информационной системе...», 2021). Тем не менее, проведённый анализ открытых источников информации (Кассационное определение, 2023) указывает на то, что случаи фальсификации документов об образовании до сих пор не исключены.

Таким образом, задача по совершенствованию системы контроля и учёта документов об образовании не теряет своей актуальности.

Постановка задачи

В настоящее время в большинстве образовательных организаций Российской Федерации учёт результатов промежуточной аттестации осуществляется с помощью формализованных «физических» документов – экзаменационных ведомостей и зачётных книжек обучающихся в «бумажном» формате и могут дублироваться во внутренних автоматизированных системах (АС) управления образованием. Однако такой подход не исключает возможности реализации различных форм подмены информации с нарушением установленного порядка внесения изменений, таких как внесение записей в учётные документы «задним» числом и выдачи на их основании подложных документов об образовании.

Современные информационные технологии позволяют исключить возможность фальсификации различных сведений с помощью шифрования блоков данных, вносимых в автоматизированные системы. Такой подход, в наиболее общем виде, получил название блокчейн (англ. block chain – цепь из блоков) и подразумевает формирование непрерывной цепочки данных, внесение изменений в которую невозможно или имеет неприемлемую для злоумышленника трудоёмкость. Самой известной реализацией данной технологии является т.н. криптовалюта, где транзакции между виртуальными кошельками пользователей добавляются в непрерывную цепочку и шифруются, причём копии цепочки распределены между множеством узлов системы за счёт чего внесение изменений в блоки данных становится невозможным. За время существования наиболее популярной криптовалюты – Bitcoin, не было зафиксировано ни одного случая успешного внесения изменений в цепочку транзакций.

Вместе с тем происходит всё больше попыток использования технологии блокчейн в отличных от криптовалют сферах деятельности. Анализ открытых источников информации показал, что внедрение данной технологии не несёт серьёзных затрат на фоне получения таких преимуществ, как целостность, конфиденциальность и доступность, поэтому попытки её реализации осуществляются в секторе оказания финансовых услуг и торговли (Мальцева,

2019). Тем не менее, предпринимаются попытки реализовать систему учёта выданных дипломов о высшем образовании и их валидации (Мусапирова, 2016). Недостатком данной работы является использование существующей блокчейн-платформы (Ethereum), однако современный опыт показывает, что в любой момент времени доступ к данной системе может быть заблокирован по политическим или иным причинам. Кроме этого, хранение данных подразумевает в открытом виде и, соответственно, возникают известные трудности с хранением данных о дипломах, выданных вузами силовых структур и ведомств, таких как МО РФ, ФСБ, МЧС, МВД и прочими, а также гражданскими вузами, ведущими подготовку специалистов в интересах таких структур, либо для военно-промышленного комплекса, организаций, сопровождающих объекты уязвимой критической инфраструктуры (Росатом, РЖД, предприятия военно-промышленного комплекса).

Тем не менее, мировой опыт указывает на успешное построение цифровых систем учёта дипломов на основе технологии блокчейн в зарубежных образовательных организациях (Digital Diploma debuts at MIT, 2017). Практика функционирования различных автоматизированных систем в образовательных организациях и мировая практика внедрения технологии блокчейн в различные сферы деятельности показывает возможность учёта результатов образовательной деятельности с применением данной технологии (Gottlieb M., 2024; Rossi M., 2019, Casino F., 2019; Alammery A., 2019; Chen G. 2018; Grech A. 2017).

Таким образом, появляется возможность разработки архитектуры автоматизированной системы учёта результатов образовательной деятельности с применением технологии блокчейн.

Авторский коллектив предлагает хранить данные обо всех результатах промежуточных аттестаций обучающихся в автоматизированной системе, построенной на основе технологии блокчейн для исключения указанной возможности подлога в документах и автоматизации процесса учёта результатов образовательной деятельности. Кроме всего прочего, необходимо разработать архитектуру АС учёта результатов промежуточной аттестации обучающихся с целью последующего внедрения. Данный подход, помимо этого, позволит работодателю получить по запросу информацию об оценке сформированности конкретных компетенций работника.

Основой любой блокчейн-платформы является используемый механизм консенсуса: Proof-of-Work (POW, «доказательство работы») или Proof-of-Stake (POS, «доказательство ставки»). Недостатком POW является необходимость использования огромных вычислительных мощностей для поддержания работы систем, построенных на его основе, однако огромным преимуществом таких систем отмечается их децентрализованность (данный механизм используется блокчейн-платформой Bitcoin).

Для работы на основе механизма POS не требуется значительных вычислительных мощностей, но теряется преимущество в децентрализации, т.к. данные в систему добавляют заранее назначенные так называемые валидаторы.

Валидатор – это функциональный элемент POS блокчейн-платформы, предназначенный для первоначальной проверки поступающих от клиентских приложений блоков данных, их объединение, цифровую подпись и отправку другим валидаторам системы. Технически валидатор реализуется в форме программы для ЭВМ и должен выполняться на специальных выделенных средствах вычислительной техники, на которых реализованы расширенные средства защиты информации.

Способ выбора валидаторов определяет 2 основных «подвида» POS:

- на основе выборов делегатов – Delegated Proof of Stake (DPoS);
- на основе репутации и личности валидатора – Proof of Authority (PoA).

Архитектура автоматизированной системы учёта данных промежуточной аттестации обучающихся

Авторский коллектив предлагает для построения системы автоматизированной системы учёта данных промежуточной аттестации обучающихся использовать механизм PoA, т.к. данные в систему должны добавляться только аккредитованными и

подтвердившими свою личность узлами (деканаты (учебные части) вузов) во избежание внесения ложных сведений посторонними лицами. Кроме этого, не все вузы могут себе позволить эксплуатацию значительных вычислительных мощностей, необходимых для POW.

Блок данных, вносимых в систему учёта, может включать идентификационные данные обучающихся, результат промежуточной аттестации (оценка), наименование дисциплины, дату проведения экзамена (зачёта), сведения об экзаменаторах и операторе, внесшем информацию в систему.

Исходя из вышесказанного, предлагаемый алгоритм работы автоматизированной системы учёта данных промежуточной аттестации обучающихся основан на процессе добавления блоков в систему и состоит из нескольких этапов:

1. На основе результатов промежуточной аттестации, полученных из оценочных ведомостей, на существующих средствах вычислительной техники в вузах формируются отдельные блоки данных в формате XML (англ. eXtensible Markup Language – расширяемый язык разметки) или JSON (англ. JavaScript Object Notation – текстовый формат обмена данными, основанный на JavaScript).

2. Накопленные за определённый период времени блоки данных подписываются электронной подписью вуза и отправляются региональному или ведомственному валидатору. Он может быть построен на основе существующей инфраструктуры, т.к. для работы нет необходимости в привлечении значительных вычислительных мощностей. Однако, учитывая важность ключевой инфраструктуры валидатора, необходимо предусмотреть использование расширенных систем защиты информации.

3. Полученные блоки данных от вузов проверяются валидатором и сформированный из данных от нескольких вузов общий блок подписывается его цифровой подписью. После чего этот блок отправляется остальным валидаторам системы и добавляется в их локальные копии цепочки блоков.

4. Все валидаторы подтверждают успешное добавление блока в цепочку.

Предлагаемая архитектура представлена на рис. 1.

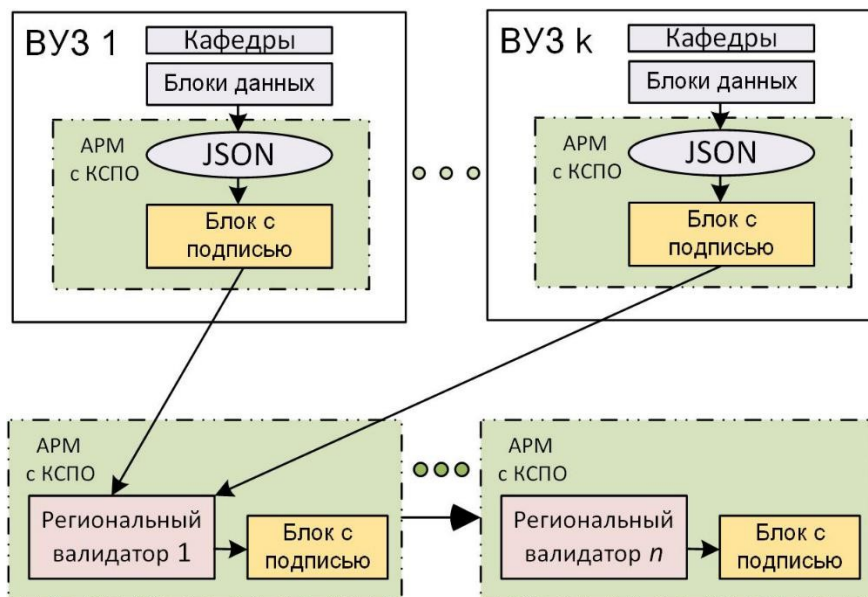


Рис. 1. Архитектура автоматизированной системы учёта данных промежуточной аттестации обучающихся

Как было сказано ранее, предполагается использование существующей инфраструктуры вычислительной техники и телекоммуникационных систем, на которую устанавливается дополнительный комплекс специального программного обеспечения (КСПО). КСПО, соответственно, состоит из двух частей:

- программное обеспечение деканатов (учебных частей) вузов;
- программное обеспечение валидатора.

ПО деканатов может дополнительно включать средства распознавания текстов оценочных ведомостей и взаимодействия с существующими системами управления образованием. При ведении электронных журналов и периодической их сверке с бумажными носителями распознавание ведомостей может осуществляться для заполнения электронной документации. Обучающиеся также являются проверяющим звеном, так как должны иметь доступ к электронному журналу. После прохождения ряда проверяющих звеньев ведомость экзамена (зачёта) может быть подписана деканатом и занесена в блок данных.

Кроме всего прочего, разработка средств автоматизации и программного обеспечения должна учитывать требования по защите государственной тайны, характерные для большинства государственных и муниципальных организаций и учреждений.

При построении требуемой системы необходимо учитывать ряд требований:

- как показывает практика, автоматизация различных аспектов повседневной деятельности организаций не влечёт за собой сокращение трудозатрат и издержек, а зачастую только увеличивает нагрузку на сотрудников, так как им приходится дублировать классический «бумажный» документооборот в развёрнутой автоматизированной системе, что, в конечном итоге, вызывает отторжение среди сотрудников. Поэтому при внедрении предложенной автоматизированной системы необходимо предусмотреть полный отказ (возможно, с переходным периодом) от существующей системы, основанной на ведомостях и зачётных книжках обучающихся;

- сложившаяся политическая обстановка обуславливает необходимость выполнения требований по импортозамещению, предъявляемых Правительством Российской Федерации, в том числе к разрабатываемому программному обеспечению. Таким образом, в качестве базовой операционной системы для КСПО предлагается использовать отечественные версии Linux-дистрибутивов, а также исключить возможность участия в разработке иностранных подрядчиков;

- как отмечалось ранее, многие вузы осуществляют свою деятельность с учётом требований по защите государственной тайны, поэтому при разработке и последующей эксплуатации КСПО необходимо учитывать эти особенности;

- зачастую вузы не обладают излишними финансовыми ресурсами, поэтому во избежание дополнительных трат с их стороны, автоматизированная система должна разрабатываться за счёт средств Федерального бюджета исключительно как комплекс специального программного обеспечения с возможностью установки на различные целевые средства вычислительной техники;

- механизм ROW предполагает использование фиксированного числа валидаторов в системе. Тем не менее их количество должно быть значительным и исчисляться десятками. При этом перечень валидаторов должен ежегодно определяться подзаконными актами Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки с учётом интересов органов государственной власти и ведомств, заказывающих подготовку;

- предполагается, что доступ к данным, хранящимся в блокчейне, будет осуществляться авторизованными работодателями и (или) представителями Федеральных органов исполнительной власти (ФОИВ) по запросу через АС «Госуслуги», причём количество запросов в единицу времени должно быть жёстко ограничено, во избежание массовой выгрузки данных из блокчейна;

- перечень операторов в вузах, ответственных за внесение информации и соответствующих рабочих мест, должен утверждаться внутренними приказами;

- операторы, осуществляющие ввод информации в систему, должны проходить дополнительную подготовку и регулярную аттестацию;

- в целях соблюдения требований по защите информации, предъявляемых в вузах «силовых» ведомств, данные добавляемые в цепочку, могут дополнительно легендироваться.

Легенда добавляемых данных также должна определяться дополнительными подзаконными актами соответствующих ведомств.

Заключение

Авторским коллективом предложена архитектура автоматизированной системы учёта данных промежуточной аттестации обучающихся, основанная на использовании существующих аппаратных средств вузов с установленным на них программным комплексом специального программного обеспечения. КСПО, который в свою очередь, основан на основе механизма РоА, позволяющий формировать, подписывать и добавлять новые блоки в цепочку данных об обучающемся, его зачётной книжке, итогах промежуточной аттестации и другой информации. В случае наличия интереса к дальнейшей разработке со стороны ФОИВ КСПО может быть доработан и масштабирован.

В зависимости от использованных алгоритмов цифровой подписи достигается либо повышение трудоёмкости внесения данных в систему задним числом до неприемлемого уровня, либо такая возможность исключается вовсе.

Список литературы

- Кассационное определение Судебной коллегии по делам военнослужащих Верховного Суда Российской Федерации от 28.02.2023 № 226-КГ22-4-К10 [Электронный ресурс]. URL: <http://login.consultant.ru/link/?req=doc&base=ARB&n=752073&date=05.09.2024&rnd=E8TXXQ> (дата обращения: 05.09.2024 г.)
- Мальцева В.А., Мальцев А.А. Блокчейн и будущее международной торговли (обзор доклада «может ли блокчейн революционизировать мировую торговлю?») // Вестник международных организаций: образование, наука, новая экономика. 2019. Т. 14. № 4. С. 191–198.
- Мусапирова Г.Д., Болатов О.К. Применение технологии блокчейн в образовании // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2021. № 4 (60). С. 121–129.
- Постановление Правительства Российской Федерации от 31.05.2021 № 825 «О федеральной информационной системе «Федеральный реестр сведений о документах об образовании и (или) о квалификации, документах об обучении» [Электронный ресурс]. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202105310021> (дата обращения: 05.09.2024 г.)
- Распоряжение Правительства РФ от 17.10.2009 № 1555-р (ред. от 28.12.2011) «О плане перехода на предоставление государственных услуг и исполнение государственных функций в электронном виде федеральными органами исполнительной власти» [Электронный ресурс]. URL: www.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc;base=LAW;n=1245084 (дата обращения: 05.09.2024 г.)
- Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. URL: www.docs.cntd.ru/document/9023896174 (дата обращения: 05.09.2024 г.)
- Alammary A., Alhazmi S., Almasri M., Gillani S. Blockchain-Based Applications in Education: A Systematic Review // College of Computing and Informatics. 2019. Vol. 9. No. 12. DOI: 10.3390/app9122400
- Casino F., Dasaklis T.K., Patsakis C. A systematic literature review of blockchain-based applications: Current status, classification and open issues // Telematics and Informatics. 2019. Vol. 36. P. 55–81. DOI: 10.1016/j.tele.2018.11.006
- Chen G., Xu B., Lu M., Chen N.-S. Exploring blockchain technology and its potential applications for education // Smart Learning Environments. 2018. Times 5(1). DOI: 10.1186/s40561-017-0050-x
- Digital Diploma debuts at MIT. [Электронный ресурс]. URL: <http://news.mit.edu/2017/mit-debuts-secure-digital-diploma-usingbitcoin-blockchain-technology-1017> (дата обращения: 05.09.2024 г.)

- Gottlieb M., Deutsch C., Hoops F., Pongratz H., Krcmar H. Expedition to the blockchain application potential for higher education institutions // Blockchain: Research and Applications. 2024. Vol. 5. No 3.
- Grech A., Camilleri A.F. Blockchain in Education // Publications Office of the European Union. 2017. DOI: 10.2760/60649
- Rossi M., Mueller-Bloch C., Bennett Thatcher J., Beck R. Blockchain Research in information systems: current trends and an inclusive future research agenda // Journal of the Association for Information Systems. 2019. Vol. 20. No 9. DOI: 10.17705/1jais.00571

ACCOUNTING FOR STUDENTS INTERMEDIATE ATTESTATION DATA USING BLOCKCHAIN TECHNOLOGIES

Nesterenko O. E. Ph.D. (Technical), associate professor vka@mil.ru Saint-Petersburg	Mozhaisky Military and Space Academy
Orkin V. V. Ph.D. (Technical), associate professor vka@mil.ru Saint-Petersburg	Mozhaisky Military and Space Academy
Ledjankin I. A. Ph.D. (Technical), associate professor vka@mil.ru Saint-Petersburg	Mozhaisky Military and Space Academy
Antonov D. A. Ph.D. (Technical), associate professor vka@mil.ru Saint-Petersburg	Mozhaisky Military and Space Academy

Abstract. In the context of reforming the higher education system in the Russian Federation, the issues of meeting certain requirements and provisions of regulatory and legal acts related to digitalization and informatization of the learning process and accounting for its results are of particular relevance. In order to improve the quality of students education, various automation systems and educational management systems are currently being intensively implemented in educational institutions of the Russian Federation. The analysis of open sources of information conducted by the authors team has shown that cases of falsification of educational documents in order to mislead employers about the actual formation of certain competencies of an employee of the company are still possible. The reason for this problem is that universities often keep records of learning outcomes «on paper» without using computerization tools, which does not exclude the possibility of re-registration of students credit lists and credit books retroactively. The article describes the developed demonstration prototype of an automated system for recording the results of intermediate certification of students in a higher education institution. In order to avoid making changes to accounting documents, the development of the prototype used the capabilities of blockchain technology, which has proven to be effective in preserving the integrity of user data. In addition, based on the experience of implementing other automation systems, requirements were formed for the system of accounting for the results of intermediate certification of students in higher education institutions. The use of the developed

system will increase the complexity of entering data into the system retroactively to an unacceptable level, or this possibility will be excluded altogether.

Keywords: blockchain, diploma, higher education, intermediate certification

References

- Alammery, A., Alhazmi, S., Almasri, M., Gillani, S. (2019). Blockchain-Based Applications in Education: A Systematic Review. *College of Computing and Informatics*, 9(12). DOI: 10.3390/app9122400
- Casino, F., Dasaklis, T. K., Patsakis, C. (2019). A systematic literature review of blockchain-based applications: Current status, classification and open issues. *Telematics and Informatics*, 36, 55-81. DOI: 10.1016/j.tele.2018.11.006
- Chen, G., Xu, B., Lu, M., Chen, N.-S. (2018). Exploring blockchain technology and its potential applications for education. *Smart Learning Environments. Times*, 5(1). DOI: 10.1186/s40561-017-0050-x
- Digital Diploma debuts at MIT*. Retrieved from <http://news.mit.edu/2017/mit-debuts-secure-digital-diploma-usingbitcoin-blockchain-technology-1017>
- Federal'nyj zakon ot 29 dekabrya 2012 g. № 273-FZ «Ob obrazovanii v Rossijskoj Federacii»*. Retrieved from <http://www.docs.cntd.ru/document/9023896174>
- Gottlieb, M., Deutsch, C., Hoops, F., Pongratz, H., Krcmar, H. (2024). Expedition to the blockchain application potential for higher education institutions. *Blockchain: Research and Applications*, 5(3).
- Grech, A., Camilleri, A. F. (2017). Blockchain in Education. *Publications Office of the European Union*. DOI: 10.2760/60649
- Kassacionnoe opredelenie Sudebnoj kollegii po delam voennosluzhashhih Verhovnogo Suda Rossijskoj Federacii ot 28.02.2023 № 226-KG22-4-K10*. Retrieved from <http://login.consultant.ru/link/?req=doc&base=ARB&n=752073&date=05.09.2024&rnd=E8TXXQ>
- Maltseva, V., Maltsev, A. (2019). Blockchain and the future of global trade (review of the wto report «Can blockchain revolutionize international trade?»). *International organisations research journal*, 14(4), 191-198 (In Russ.).
- Musapirova, G. D., Bolatov, O.K. (2021). Application of the blockchain technology in education. *Izvestija Kyrghyzskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta im. I. Razzakova*, 4(60), 121-129.
- Postanovlenie Pravitel'stva Rossijskoj Federacii ot 31.05.2021 № 825 «O federal'noj informacionnoj sisteme «Federal'nyj reestr svedenij o dokumentah ob obrazovanii i (ili) o kvalifikacii, dokumentah ob obuchenii»*. Retrieved from <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202105310021>
- Rasporjazhenie Pravitel'stva RF ot 17.10.2009 №1555-r (red. ot 28.12.2011) «O plane perehoda na predostavlenie gosudarstvennyh uslug i ispolnenie gosudarstvennyh funkcij v jelektronnom vide federal'nymi organami ispolnitel'noj vlasti»*. Retrieved from <http://www.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc;base=LAW;n=1245084>
- Rossi, M., Mueller-Bloch, C., Bennett Thatcher, J., Beck, R. (2019). Blockchain Research in information systems: current trends and an inclusive future research agenda. *Journal of the Association for Information Systems*, 20(9). DOI: 10.17705/1jais.00571

Статья поступила в редакцию 27.01.2025
Принята к публикации 10.03.2025

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-86-99

УДК
378.242

**ГЕОРГИЙ ИОНОВИЧ КРУЧКОВИЧ – ВЫДАЮЩИЙСЯ
УЧЁНЫЙ, МЕТОДИСТ, РУКОВОДИТЕЛЬ КАФЕДРЫ
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ВЗЭИ – МИРЭА
(К 100 – ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)**

Розанова Светлана Алексеевна
д.п.н., профессор; старший научный
сотрудник
srozanova@mail.ru
г. Москва

Мельников Роман Анатольевич
к.п.н., доцент
roman_elets_08@mail.ru
г. Елец

МИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллекта

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. 3 апреля 2025 года исполняется 100 лет со дня рождения отечественного математика, видного специалиста в области многомерной дифференциальной геометрии, талантливого организатора учебно-воспитательного и научного процессов в работе математической кафедры технического вуза, участника Великой Отечественной войны, доктора физико-математических наук, профессора Георгия Ионовича Кручковича (1925-1985). На протяжении 20 лет учёный заведовал кафедрой высшей математики: Всесоюзного заочного энергетического института (ВЗЭИ) два года (июнь 1965 – июнь 1967), который позже был переименован в Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА), 18 лет (июнь 1967 – июль 1985). Он является автором и соавтором учебных пособий, по которым обучались и признавались лучшими студенты заочного, вечернего и очного отделений технических вузов советского периода. Но эти книги не потеряли своей актуальности и поныне. Имя учёного крайне редко упоминается в исследованиях историко-математического характера. Цель данной статьи – устранить указанную несправедливость. В статье приводятся малоизвестные сведения из биографии Г.И. Кручковича, реконструируются его научные и методические достижения, описывается общественная, просветительская и организационная работа на посту заведующего кафедрой высшей математики, а также научно-педагогическое наследие.

Ключевые слова: Г.И. Кручкович, учёный, математик, методист, заведующий кафедрой, геометрия, алгебра, МИРЭА

Биографические данные

Георгий Ионович Кручкович родился 3 апреля 1925 года в Москве в семье служащих. Отец – Кручкович Иона (Михаил) Соломонович (1898-1941) был врачом, погиб на фронте под Смоленском, будучи начальником госпиталя. Мать – Якунина Елена Николаевна (1900

г.р.) также была врачом. Выйдя на пенсию, проживала на станции Быково Московской области. В семье был ещё один сын – Кручкович Михаил Михайлович (1932 г.р.).

В феврале 1943 года юный Георгий сдал досрочно экзамены за среднюю школу и был призван в ряды Советской Армии. Сначала он прошёл ускоренный курс обучения (с февраля по июль 1943 года) в Харьковском военном училище химической защиты, которое дислоцировалось в г. Ташкенте, а затем его направили на фронт. С июля 1943 по август 1945 гг. был химиком 41-го отдельного батальона химической защиты. Далее служил рядовым и сержантом, участвовал в Великой Отечественной войне в составе войск Воронежского и 2-го Украинского фронтов, где находился до самого её окончания. В 1945 году награждён медалью «За победу над Германией в Великой Отечественной войне 1941-1945 гг.». С августа 1945 по июнь 1946 гг. служил химиком в составе 24-го отдельного батальона химической защиты, а с июня 1946 по 1948 гг. был в составе 1-го аэродромного строительного полка. Демобилизовался в звании старшего лейтенанта в конце апреля 1948 года на основании постановления Совета Министров СССР.



Фото Г.И. Кручковича
(в годы ВОВ)

Летом 1948 года поступил на механико-математический факультет МГУ им. Ломоносова, который окончил с отличием в 1953 году. Комиссией по распределению молодых специалистов был направлен на работу на кафедру высшей математики заочного отделения МЭИ, где трудился с 1953 по 1958 гг. в должности ассистента.

В этот период времени он вёл занятия со студентами по курсу высшей математики, главным образом, читал лекции по аналитической геометрии. Руководил учебно-исследовательской работой нескольких студентов радио-физиков. По просьбе студентов 3-5 курсов радиотехнического и электроэнергетического факультетов разработал и прочитал ряд спецкурсов: «Уравнения математической физики и специальные функции», «Тензорная алгебра и её некоторые применения в электротехнике», «Операторное исчисление Микусинского», «Теория групп и её применение в физике».

Одновременно с учебно-методической работой на кафедре занимался научной работой, опубликовав с 1954 по 1958 гг. одиннадцать научных работ по многомерной дифференциальной геометрии. Был активным участником научного семинара по дифференциальным уравнениям, который проводился в МЭИ.



В 1955 году поступил в заочную аспирантуру при МГУ им. Ломоносова, окончил её, защитил 7 марта 1958 г. диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук на тему «О движениях в римановых пространствах». Его научным руководителем был Пётр Константинович Рашевский (1907-1983), известный отечественный геометр, доктор физико-математических наук, профессор МГУ.

В сентябре 1959 года Г.И. Кручкович получил должность доцента кафедры высшей математики Всесоюзного заочного энергетического института (ВЗЭИ). Начиная с этого времени, молодой специалист активно включился в работу по созданию учебных и методических пособий.

Наряду с научной и педагогической деятельностью Георгий Ионович успешно выполнял значительную организационную работу, являясь членом научно-методической комиссии кафедры и ответственным доцентом по радиотехническому факультету.

Г.И. Кручкович сыграл значимую роль в создании методической и учебной документации для слушателей факультета усовершенствования дипломированных инженеров, на котором он прочитал ряд лекционных курсов по специальным главам математики, начиная с 1959 года.

В 1965 году в стенах Московского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени государственного университета им. М.В. Ломоносова Г.И. Кручкович успешно защитил докторскую диссертацию «Полуприводимые римановы пространства и их приложения» и удостоился присвоения учёной степени доктора физико-математических наук.

28 июня 1965 года его назначили на должность заведующего кафедрой высшей математики ВЗЭИ. Постановлением Совета Министров СССР в 1967 году этот вуз был преобразован в Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА).

В августе 1966 года Георгия Ионовича ВАК утвердила в учёном звании профессора по кафедре «Высшая математика».

Несколько слов о семье учёного. Жена – Меренкова Тамара Николаевна, 1930 года рождения; в 1953 году окончила механико-математический факультет МГУ, работала на кафедре высшей математики Московского инженерно-строительного института. В семье было две дочери. Старшая – Ирина родилась 04.04.1956 г., а младшая – Наталия появилась на свет в 1963 году.

Г.И. Кручкович скончался в июне 1985 года.

Научная работа

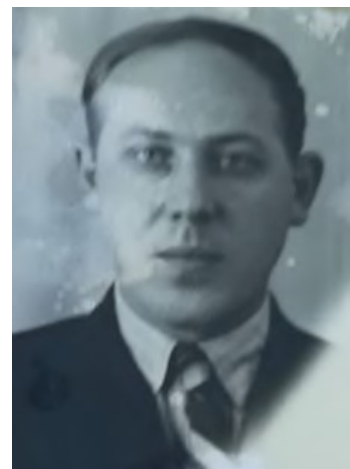
Сферой научных интересов Георгия Ионовича Кручковича с первых дней учёбы в заочной аспирантуре при МГУ им. М.В. Ломоносова и на протяжении всей жизни была многомерная дифференциальная геометрия. Его дебютная научная статья «Классификация трёхмерных римановых пространств по группам движений» была напечатана в 1954 году в отечественном журнале «Успехи математических наук».

Работая в рамках диссертационного исследования, молодой соискатель учёной степени кандидата физико-математических наук обнаружил свои важнейшие научные результаты в статьях, напечатанных в «Математическом сборнике», «Докладах АН СССР», «Успехах математических наук», что лишний раз свидетельствует о высочайшем уровне проводимых им изысканий.

Кандидатская диссертация Г.И. Кручковича «О движениях в римановых пространствах», в основу содержания которой было положено рассмотрение пространств V_n , допускающих группу движений Ли, по своему характеру продолжила исследования итальянских математиков Луиджи Бианки (1856-1928) и Гвидо Фубини (1879-1943), соотечественников П.А. Широкова (1895-1944) и И.П. Егорова (1915-1990), а также румынского математика Георге Врэнчану (1900-1979) и японских учёных Кентаро Яно (1912-1993), Хидекио Вакакува (1925-??).

В этой работе впервые был поставлен вопрос о систематическом изучении движений в римановых пространствах со знакоопределённой метрикой. Автором введён и изучен новый класс римановых пространств, названных полуприводимыми, богатый различными геометрическими свойствами. Этот класс V_n появляется не только в связи с движениями, но и при изучении ряда других вопросов римановой геометрии, например, конформных и проективных преобразований в V_n (Кручкович, 1957).

С конца 50-х и до середины 60-х гг. XX века научное творчество Г.И. Кручковича было сосредоточено на следующих вопросах:



Г.И. Кручкович –
доцент ВЗЭИ

«Полуприводимые римановы пространства и их связь с движениями»; «О движениях в субпроективных пространствах В.Ф. Кагана»; «Признак полуприводимости однородных римановых пространств»; «Постоянные симметрические тензоры в римановых пространствах»; «О движениях в полуприводимых псевдоримановых пространствах»; «О геометрии полуприводимых римановых пространств»; «О подгруппах групп вращений четырёхмерного пространства»; «Однородные пространства общей теории относительности»; «Геометрическое соответствие полуприводимых римановых пространств»; «Уравнения полуприводимости и геометрическое соответствие пространств Лоренца» и др.

Цикл этих публикаций был естественным образом увязан с подготовкой к защите докторской диссертации «Полуприводимые римановы пространства и их приложения», последовавшей в 1965 году.

Обосновывая актуальность своего исследования, автор диссертации пишет о том, что: «В римановой геометрии неоднократно возникала необходимость выделения и исследования того или иного специального класса римановых пространств V_n . Достаточно указать на такие важные классы пространств V_n , как пространства постоянной кривизны, симметрические пространства Э. Картана, субпроективные пространства В.Ф. Кагана, гармонические пространства и ряд других. Каждый раз появление нового класса римановых пространств отвечало определённым назревшим задачам римановой геометрии и способствовало её развитию. При этом значение некоторых типов римановых пространств таких, например, как симметрические и эйнштейновы пространства, далеко вышло за пределы самой римановой геометрии» (Кручкович, 1965).

Далее он говорит: «В настоящей диссертации выделяется новый класс римановых пространств V_n , названных полуприводимыми, и исследуются как свойства этих пространств, так и их приложения к решению ряда вопросов римановой геометрии, в особенности, связанных с изучением изометрических и проективных преобразований. Полуприводимые V_n составляют довольно широкую совокупность римановых пространств, отличающихся богатством своего геометрического содержания. Если проводить аналогию с теорией поверхностей обычного трёхмерного пространства, то можно сказать, что полуприводимые V_n представляют обобщение на n -мерный случай понятия поверхности вращения. Однако этим класс полуприводимых V_n далеко не исчерпывается. К нему принадлежат все пространства постоянной кривизны, приводимые V_n , субпроективные пространства Кагана, обобщённые субпроективные пространства основного типа, сферически-симметрические пространства общей теории относительности, статистические пространства и др.¹» (Кручкович, 1965).

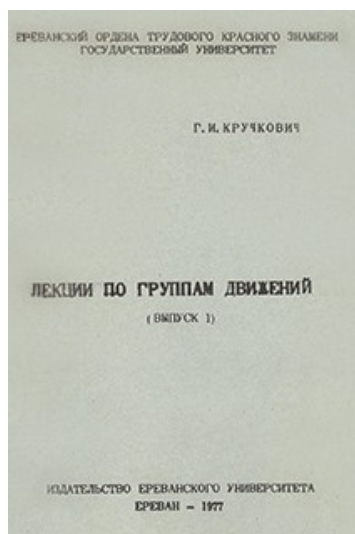
В связи с изучением полуприводимой геометрии в диссертации были поставлены и решены следующие задачи: 1) нахождение геометрических и тензорных признаков класса полуприводимых пространств V_n ; 2) исследование конкретных, наиболее интересных и важных, типов полуприводимых V_n ; 3) единственность полуприводимых разложений того или иного вида; 4) приложение полуприводимой геометрии к изучению групп движений в римановых пространствах; 5) приложение полуприводимой геометрии к задаче геометрического отображения римановых пространств.

После защиты докторской диссертации Георгий Ионович, несомненно, влился в весьма узкий круг видных отечественных специалистов в области многомерной дифференциальной геометрии, что дало ему новые возможности. Во-первых, его назначили заведующим кафедрой, на которой он работал в то время, во-вторых, его стали активно привлекать к экспертной и редакторской работе.

Несмотря на множество новых обязанностей и поручений, свои исследования в области многомерной дифференциальной геометрии учёный не забросил и продолжал писать научные статьи по этой тематике. Отметим лишь некоторые из его публикаций конца 60-х – начала 70-х гг. XX века: «Пространства Кагана и нетранзитивные группы движений» (1967),

¹ Под другими автор, в частности, подразумевает эквидистантные римановы пространства, а также пространства непостоянной кривизны.

«Римановы и псевдоримановы пространства» (1968), «Алгебраические структуры на многообразии» (1969), «Условия интегрируемости регулярной гиперкомплексной структуры на многообразии» (1970), «Н-эрмитовы пространства» (1971), «Чистая и гибридная гиперкомплексная геометрия» (1972), «Н-келеровы пространства с максимальной группой Н - движений» (1973), «О группе аффинных Н-движений» (1976).



Обложка книги «Лекции по группам движений» (1977)

В 1977 году в издательстве Ереванского госуниверситета была напечатана монография «Лекции по группам движений (Выпуск 1)» (Кручкович, 1977), которая вобрала в себя все наработки автора за весь предшествующий период. Книга получилась весьма объёмной, насчитывала она 227 страниц.

Далее последовали публикации научных статей и тезисов: «Н-пространства Вейля» (1977), «Гиперкомплексные структуры на многообразиях» (1978), «К вопросу об эрмитово-кватернионных метриках» (1978), «Альтернативно-эрмитовы структуры на многообразиях» (1979), «Исследование некоторых типов однородных пространств над алгебрами» (1979), «Свойства Н-площадок Н-эрмитова пространства» (1979).

Многokrатно Г.И. Кручкович участвовал в работе научного семинара по однородным пространствам при МГУ, который функционировал раз в неделю, ежегодно делал на нём не менее одного доклада. Был активным участником Всесоюзных межвузовских геометрических конференций в Казани (14-19 сентября 1967 г.) и Тбилиси (27-31 октября 1969 г.), а также Прибалтийских геометрических конференций в Тарту (1-5 июля 1965 г.) и Паланге (7-12 июня 1968 г.).

Георгий Ионович Кручкович являлся научным руководителем нескольких аспирантов. Под его руководством защитили кандидатские диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук: Ираида Ильинична Павловская (Тюрина) «О геометрии почти дуальных структур» (1969); Вадим Евгеньевич Мельников «О римановых пространствах с распавшейся группой изотропии» (1970); Виктор Васильевич Наврозов «Риманова геометрия гиперкомплексных многообразий» (1976). Без защиты диссертации завершили обучение в аспирантуре А.С. Авраменко и В.И. Мирошкин, получив удостоверение преподавателя высшей школы.

Методическая работа. Цикл учебников под редакцией Г.И. Кручковича – образец научно-методических материалов по математике для студентов технических вузов

Много сил и времени Г.И. Кручкович отдавал работе по составлению и редактированию учебно-методических и учебных пособий, подготовленных преподавателями возглавляемой им кафедры.

В 1963 году издательство «Высшая школа» выпустило «Сборник задач по курсу высшей математики», одним из авторов и редактором этого учебного пособия являлся Г.И. Кручкович. Среди соавторов были его коллеги – Пётр Евгеньевич Дюбюк (1903-1965)², который с 1947 по 1965 гг. заведовал кафедрой высшей математики ВЗЭИ, т.е. предшественник Георгия Ионовича на этом посту, а также Надежда Ниловна Глаголева (1929-2007). Пособие было предназначено для студентов технических вузов, общий объём книги насчитывал 662 страницы, что свидетельствует о широком охвате практически всех

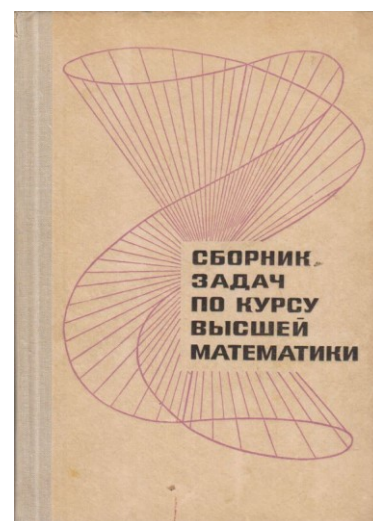
² В 1925 году окончил Казанский университет, а в 1940 году – аспирантуру при Московском университете. Защитил диссертацию на тему «Об автоморфизмах групп». В 1941-1943 гг. заведовал кафедрой математики Оренбургского педагогического института.

ключевых разделов высшей математики, которые подлежали изучению будущими специалистами технического профиля.

В 1965 году издательством ВЗЭИ опубликованы учебные пособия: «Курс высшей математики: Векторная алгебра и аналитическая геометрия в пространстве. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных» (в соавторстве с Х.Р. Сулеймановой и Л.Т. Фириченковой), а также «Курс высшей математики: Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Векторный анализ» (в соавторстве с Б.С. Римским-Корсаковым и Р.Л. Сенкевич). В 1971 году вышло в свет пособие, инициированное Г.И. Кручковичем, «Высшая математика. Ряды. Функции комплексного переменного», авторы: Г.М. Мордасова, Р.Л. Сенкевич, С.А. Розанова, Б.С. Римский-Корсаков, редактор И.А. Чегис. В 1965 году вышло второе издание «Сборника задач по курсу высшей математики». В 1973 году эта книга была переиздана ещё раз и среди её авторов значились также: Нина Ивановна Гутарина (1928-2015), Галина Михайловна Мордасова³ (1931-??), И.А. Панфилова, Борис Сергеевич Римский-Корсаков (1904-1976), Раиса Лазаревна Сенкевич-Бурштейн (1904-1966), Сулейманова Хафаза Разиевна (1909-??), Инна Александровна Чегис (1931-2015).

Содержание третьего издания задачника было разделено на 15 глав: «Аналитическая геометрия на плоскости», «Определители. Векторы. Матрицы», «Аналитическая геометрия в пространстве», «Введение в анализ», «Производная и дифференциал», «Приложения дифференциального исчисления», «Неопределённый интеграл», «Определённый интеграл и его приложения», «Функции нескольких переменных», «Кратные и криволинейные интегралы», «Элементы векторного анализа», «Дифференциальные уравнения», «Числовые и степенные ряды», «Ряды Фурье и интеграл Фурье», «Функции комплексного переменного» (Гутарина, 1973). В той или иной степени, все они были переработаны. Заметными новшествами стали: включение задач по алгебре матриц, добавление элементов теории преобразований Фурье и задач на метод Фурье в уравнениях математической физики. Было также увеличено количество задач, предлагавшихся для самостоятельного решения.

В 1970 году издательство «Высшая школа» выпустило «Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики» (под общей редакцией Г.И. Кручковича). Авторами этого задачника являются: Г.И. Кручкович, Г.М. Мордасова, Владимир Алексеевич Подольский⁴, Б.С. Римский-Корсаков, Х.Р. Сулейманова и И.А. Чегис. Книга была издана с грифом: «Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для студентов высших технических учебных заведений».

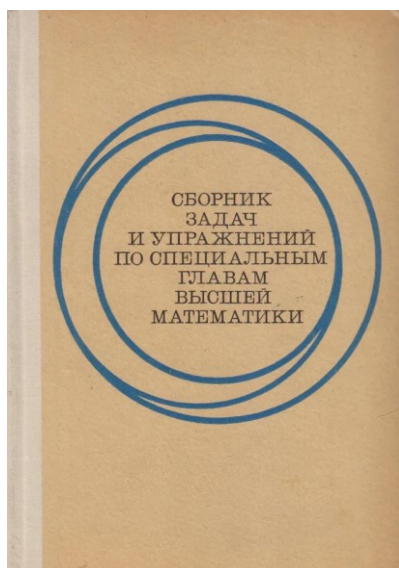


Фотокопия обложки книги
«Сборник задач по курсу
высшей математики»
(1973 г. изд.)

³В 1962 г. защитила кандидатскую диссертацию «Асимптотические оценки собственных значений линейного интегрального уравнения с ядром типа функций Грина».

⁴ В 1963 г. году защитил кандидатскую диссертацию «Построение проективной теории конечно удалённых положений подвижной плоскости».

В предисловии авторы написали: «Сборник задач представляет собой единое методическое руководство, включающее в себя краткие теоретические сведения по каждому



Обложка книги «Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики» (1970)

отдельному пункту; задачи и упражнения с более или менее подробными решениями; задачи и упражнения, предлагаемые для самостоятельной работы, в нужных случаях снабжённые краткими указаниями; ответы к последним задачам. Все задачи расположены в определённой последовательности, диктуемой избранной методикой изложения материала. Нерешённые задачи подбирались так, чтобы всякий, кто овладел изложенными сведениями, мог вполне с ними справиться. Такая структура книги делает её пригодной для самостоятельного овладения предметом при самой минимальной помощи со стороны преподавателя» (Мордасова, 1970).

Все задачи разбиты на 8 глав: «Матричное исчисление», «Скалярное и векторное поля», «Функции комплексного переменного», «Специальные функции», «Преобразование Фурье», «Преобразование Лапласа», «Основы теории вероятностей», «Краевые задачи. Метод Фурье».

На наш взгляд, это учебное пособие является одним из лучших среди аналогичных по своему содержанию, как

по охвату специальных вопросов высшей математики, так и по уровню предлагаемых в нём задач. Оно давно стало бестселлером среди преподавателей высшей математики и, несомненно, вошло в сокровищницу отечественной учебно-методической литературы по математике вузовского уровня.

В 1972 году в издательстве МИРЭА было опубликовано учебное пособие Г.И. Кручковича «Основы теории поля». Объём этой книги составил 144 страницы, и она вобрала в себя все ключевые идеи этого раздела, стоящего на стыке математики и физики. В 1973 г. в том же издательстве напечатали его учебное пособие «Курс высшей алгебры».

Г.И. Кручкович – руководитель кафедры высшей математики технического вуза: - ВЗЭИ; - МИРЭА

В годы работы Г.И. Кручковича заведующим кафедрой высшей математики (1965–1985), кафедра одна обслуживала все факультеты и отделения развивающегося вуза. Поэтому её состав вырос значительно – более 100 человек. Для эффективного управления кафедрой Георгий Ионович предложил – создать **Совет кафедры**. В состав Совета предполагалось ввести: заместителей заведующего по дневному, вечернему, заочному отделениям, ведущих лекторов и ответственного за расписание. Необходимость создания Совета и его состав обсуждались и утверждались на заседании кафедры. Таким предложением решались наиболее острые проблемы кафедры не единолично заведующим, а демократично, и проходили почти безболезненно. Большую техническую и организационную помощь заведующему кафедрой оказывала секретарь Тамара Дмитриевна Леонова.

Советом и кафедрой в целом было принято предложение Георгия Ионовича о создании **научного и методического семинаров**.

На **научном семинаре** актуализировались нерешённые проблемы математики и её приложений, ставились темы кандидатских и докторских работ, заслушивались доклады опытных профессоров, доцентов и начинающих исследователей. Кроме того, что сам Георгий Ионович руководил диссертациями сотрудников кафедры, как было показано выше, он предлагал другим профессорам активно включаться в руководство научными работами желающих исследователей. Например, Виктор Иванович Буренков по просьбе Георгия Ионовича взялся руководить диссертацией Кузнецова Юрия Викторовича «Некоторые

свойства пространств функций с дробным порядком дифференцирования» (эта диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук была успешно защищена в 1975 году), а также диссертацией Файна Бориса Львовича «О теоремах вложения и продолжения для пространств функций с частными производными, суммируемыми в разных степенях» (эта диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук была успешно защищена в 1978 году). По инициативе Георгия Ионовича ряд преподавателей, выразивших желание вести исследования в области прикладной математики, были подключены им к выполнению хозяйственных работ на общепрофессиональных и специальных кафедрах. В результате этих работ появились диссертационные темы у нескольких сотрудников кафедры.

Пользовался большим успехом и **методический семинар**. На одном из заседаний Георгий Ионович продемонстрировал новый подход к изложению темы «Кратные интегралы». Сначала вводится понятие фигуры (или замкнутой области) и их перечисление, затем меры фигуры, интегральных сумм Римана и интеграла Римана по фигуре, его свойства, геометрический и механический смыслы. Далее расписывается интеграл по фигуре для каждой из фигур. С помощью такого универсального подхода прояснялась суть понятия «кратный интеграл» и уменьшалось количество громоздких вычислений. Кроме того, Георгий Ионович фактически обсудил с участниками семинара все темы, вошедшие позднее в его замечательное учебное пособие «Основы теории поля», упомянутое выше.

Живой интерес участников вызвали две дискуссии. Первая из них была инициирована Галиной Михайловной Мордасовой и Инной Александровной Чегис вопросом: «Какие лекции понятнее студентам, когда они построены от частного к общему или от общего к частному?». Обе они имели противоположные точки зрения. Другой дискуссионный вопрос подняла Светлана Алексеевна Розанова: «Учитывая инженерное мышление большинства студентов технических вузов, не является ли целесообразным вводить в фундаментальную подготовку студентов элементы прикладной направленности курса?».

С интересными методическими находками выступали Юрий Викторович и Эмилия Михайловна Кузнецовы, Александр Исаакович Сирота, Александр Григорьевич Кисунько, Татьяна Анатольевна Кузнецова, Элеонора Львовна Сперанская и многие другие.

Организация и проведение хозяйственных работ с привлечением значительной части сотрудников кафедры высшей математики, общепрофессиональных и специальных кафедр

Георгий Ионович воспользовался просьбой общепрофессиональных и специальных кафедр дать им в помощь математиков для выполнения хозяйственных работ. В ответ он попросил подобрать каждому математику интересную прикладную диссертационную тему. В результате такие актуальные темы для диссертационных исследований были найдены. В МИРЭА в это время действовал Диссертационный Совет по техническим наукам и соответствующие кафедры оказались заинтересованы в защите диссертаций на этом Совете. Поэтому диссертантам предложили сдать экзамены по специальности на соответствующих кафедрах. В результате защитили диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук: - в 1974 году Розанова Светлана Алексеевна «Функции распределения вероятностей на выходе перемножителей и их приложение к исследованию помехоустойчивости приёма ФМ и ОФМ сигналов»; - в 1975 году Ярошевская Клара Шевелевна «Исследование надёжности систем электроснабжения нефтяных промыслов и открытых горных разработок на основе теории марковских случайных процессов»; - в 1990 году Гумляева Светлана Дмитриевна «Влияние устройств тактовой синхронизации на помехоустойчивость фазоманипулированных сигналов».

Позднее защитившиеся сотрудники кафедры высшей математики Вадим Евгеньевич Мельников, Светлана Алексеевна Розанова и ранее остепенённый Виктор Иванович Сальников организовали через базовые предприятия хозяйственные работы. Теперь для их выполнения, в свою очередь, были приглашены сотрудники общепрофессиональных и специальных кафедр. В данной ситуации проявились такие черты

характера Георгия Ионовича, как скромность и порядочность: он согласился быть только научным консультантом, а не руководителем тем.

Работа Георгия Ионовича в НМС по математике при МО и науки СССР

В начале семидесятых годов прошлого века Георгий Ионович Кручкович, как заведующий математической кафедрой быстро развивающего технического вуза, стал широко известен своими математическими, методическими и организационными успехами среди научно-педагогической общественности и студентов других технических вузов. Он был приглашён Львом Дмитриевичем Кудрявцевым в состав секции технических, экономических и сельскохозяйственных вузов Научно-методического совета по математике (НМС) при МО и науки СССР. В этом Совете Г.И. Кручкович активно продолжал свою научно-методическую и просветительскую работы на более высоком уровне – для блага образования и науки СССР.

Личные отзывы об учёном сотрудников кафедры

Татьяна Анатольевна Кузнецова, доцент

Памяти Георгия Ионовича Кручковича

Георгий Ионович – мой первый многоуважаемый заведующий кафедрой высшей математики МИРЭА.

Я поступила на кафедру высшей математики МИРЭА в 1972 году. Моё первое впечатление о нём – жёсткий и очень требовательный, бескомпромиссный человек. Я, молодой ассистент, почти как студентка, с какой-то робостью относилась к нему. Но уже тогда я признавала его правоту такого руководства большой кафедрой. Прошло много лет, я работала под руководством разных заведующих, которых неизменно сравнивала с Г.И. Кручковичем. Георгий Ионович не только умело организовал учебный процесс на кафедре высшей математики МИРЭА, но в годы его руководства на кафедре успешно работал и научный, и методический семинары. Методический семинар был особенно полезен для молодых преподавателей. Больше всего в моей памяти Георгий Ионович сохранился как замечательный методист. Шестидесятые-восемидесятые годы прошлого столетия связаны с развитием новых технологий во всём мире и с большим интересом к инженерному образованию и, хотя научные интересы алгебраиста и геометра Г.И. Кручковича лежали в области классической математики, он понимал, что математическое образование инженера, особенно инженера в области электроники, радиотехники, требует освоения новых математических методов решения профессиональных задач. Вместе со своими коллегами в издательстве «Высшая школа» он издал две замечательные книги «Сборник задач по курсу высшей математики» и «Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики», содержащие, особенно во второй книге, большое количество задач по специальным разделам математики и чисто математических, и задач прикладного характера, решение которых требует новых математических методов. И ещё одно пособие «Основы теории поля», написанное Георгием Ионовичем, мне очень нравится, и я давно этот раздел математики излагаю студентам, ориентируясь на это пособие. Теория скалярных и векторных полей, широко используемая в специальных дисциплинах, изучаемых студентами инженерных специальностей МИРЭА, излагается автором понятным языком, разъясняя основные положения, опираясь на геометрические и физические аналогии. Такой энергичный человек, большой профессионал, профессор Георгий Ионович Кручкович мог бы сделать ещё много чего полезного, но к огромному сожалению, он ушёл от нас очень рано.

Но ничто человеческое нам не чуждо. Хочется оживить свои воспоминания одним забавным эпизодом. Георгий Ионович был очень требовательным человеком и к преподавателям, и к студентам. На нашей кафедре было обязательным выполнение домашних заданий, проводились контрольные работы по всем модулям математических курсов и одними из первых в МИРЭА были введены типовые расчёты по всем разделам математики. Нагрузка для студентов была большая, и заведующий всецело это поддерживал. Но, когда дочь Георгия Ионовича поступила в МИРЭА, однажды на заседании кафедры

Георгий Ионович воскликнул: «Нельзя нагружать студентов таким большим количеством заданий, они ведь должны готовить задания и по другим дисциплинам!».

Светлая память Георгию Ионовичу Кручковичу!

Тамара Дмитриевна Леонова, секретарь кафедры

Мой замечательный заведующий и большой друг

Я работала секретарём Георгия Ионовича 20 лет. С первых дней работы у нас сложились взаимно уважительные отношения с соблюдением субординации. Выполняя свои прямые обязанности, очень старалась, чтобы вся кафедральная документация была в наличии в срок, и в полном порядке по содержанию. Это иногда удавалось с большим трудом, особенно в начале моей работы: некоторые сотрудники задерживали сдачу своих материалов. Пришлось становиться более требовательной и строгой, строже, чем заведующий кафедрой. Меня некоторые преподаватели стали побаиваться даже больше, чем Георгия Ионовича. Сейчас я сожалею, что тогда несколько превысила свои полномочия, но очень было жаль, что такой замечательный заведующий и учёный будет тратить время на рутинную работу. Иногда недопонимание коллегами важности обсуждаемого вопроса или их заикливание на мелочах могли вызвать у него вспышку гнева, что могло спровоцировать конфликт. Я старалась гасить такие ситуации на корню. Поэтому ряд организационных моментов брала на себя. На самом деле, Георгий Ионович был очень чутким, заботливым человеком, многим помогал не только становиться сильнее профессионально, но и по личным вопросам, просто в силу своих особых душевных качеств. Мне с ним было очень хорошо работать, и он оказал мне неоценимую помощь в решении личных проблем. Он умел быть настоящим другом! После его смерти я продолжала работать секретарём на кафедре и, хотя последующие заведующие были по-своему прекрасные люди, Георгий Ионович – самый мощный, яркий руководитель кафедры и методист.

Ираида Ильинична Павловская, доцент

Воспоминания о Георгии Ионовиче Кручковиче

Впервые я увидела Георгия Ионовича Кручковича в декабре 1963 года на семинаре механико-математического факультета МГУ. Заведующий кафедрой дифференциальной геометрии профессор Пётр Константинович Рашевский собирал там своих учеников и аспирантов. Мой научный руководитель в аспирантуре профессор Борис Абрамович Розенфельд познакомил меня с Георгием Ионовичем, мы договорились, что я буду у него заниматься, и я стала ходить на его лекции в МГУ. Они были прекрасны. В это время он готовился к защите докторской диссертации.

Первую «рабочую» встречу Георгий Ионович назначил мне в МЭИ, где он читал лекции студентам Всесоюзного заочного энергетического института (ВЗЭИ). В тот раз он поставил мне задачу: перевести с немецкого языка статью Шеффера 1898 года о комплексных пространствах.

Я начала работу с изучения литературы. По ходу дела возникало много вопросов, и я каждую неделю ездила к Георгию Ионовичу для консультаций в здание школы на Красноказарменной улице, где он и другие преподаватели кафедры высшей математики ВЗЭИ принимали экзамены у студентов-заочников. Георгий Ионович был строг, требователен, но доброжелателен. Он всё мне объяснял, ставил новые задачи и очень многому научил.

На этих консультациях я постепенно познакомилась со многими сотрудниками кафедры высшей математики ВЗЭИ: доцентами Инной Александровной Чегис, Николаем Денисовичем Доброхотовым, Галиной Михайловной Мордасовой, Александром Николаевичем Богаевским, старшими преподавателями Юлией Леонидовной Мач, Людмилой Алексеевной Бочинной, Людмилой Павловной Гапошкиной, Элеонорой Львовной Сперанской, Светланой Алексеевной Розановой, супругами Эмилией Михайловной и Юрием Викторовичем Кузнецовыми и др. Заведовал кафедрой профессор Пётр Евгеньевич Дюбюк. После его смерти в 1965 году исполнять обязанности заведующего стал доцент Николай Денисович Доброхотов (1901-1973). Это был высокообразованный, интеллигентный, добрый

и всеми уважаемый человек, военный математик в отставке. Через некоторое (небольшое) время, после защиты докторской диссертации, заведовать кафедрой стал Георгий Ионович.

Все работали много. Кафедра была дружной, и по праздникам мы часто собирались на квартире у Юлии Леонидовны Мач или в кафе.

Георгий Ионович читал лекции во ВЗЭИ и МГУ, занимался с аспирантами. Много и строго спрашивал с меня и с Вадима Евгеньевича Мельникова – аспиранта, «доставшегося» ему после смерти П.Е. Дюбюка. Мы ездили на научные конференции по геометрии в Казань, Харьков, Горький, Саратов. Мои занятия постепенно продвигались, выходили научные статьи, и в результате получилась красивая работа «О геометрии почти дуальных структур», которую приняли к защите на Учёном совете математического факультета Московского государственного педагогического института. Однако с защитой случилась задержка: больше года мы ждали оппонента – профессора Левона Сергеевича Атанасяна, проректора этого института, который был в отъезде (во Франции и Иране) по делам ЮНЕСКО.

После защиты в апреле 1969 года Георгий Ионович пригласил меня на работу в МИРЭА, в который был преобразован ВЗЭИ. Георгий Ионович направил меня к Николаю Денисовичу Доброхотову со словами: «Научи её всему». И он меня учил. Среди прочего, Николай Денисович учил меня работать с разнообразной документацией, связанной с работой преподавателя.

Вообще о Николае Денисовиче и Георгии Ионовиче я могу говорить только в превосходной степени.

Все сотрудники кафедры много работали под руководством Георгия Ионовича: занимались методической работой, составляли планы занятий, контрольных работ, придумывали экзаменационные вопросы. Кто-то уходил с кафедры, но больше приходило новых сотрудников, среди них были Алексей Иванович Логинов, Александр Исаакович Сирота, Михаил Львович Гольдман, Юрий Иосифович Худак, Николай Степанович Чекалкин, Жанна И. Дубовская, Елена Теодоровна Новикова, Ольга Петровна Чопенко и др.

Для студентов-заочников издавали учебные пособия по разным разделам высшей математики: «Курс высшей алгебры», ч.1 (Г.И. Кручкович), «Дифференциальные уравнения» (А.Г. Асланян и В.И. Буренков), «Функции комплексного переменного» (Г.М. Мордасова) и др. Но особенно хороши были «Основы теории поля» Г.И. Кручковича, «Вероятностные методы (с примерами из радиотехники)» А.И. Сироты и два сборника: «Сборник задач по курсу высшей математики (с решениями)» Г.И. Кручковича и др., «Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики (с решениями)» Г.И. Кручковича и др.

Мы уже переехали в новое здание на 5-й улице Соколиной Горы. Многие студенты-заочники стали заниматься по вечерней системе. Потом появилось вечернее, а затем и дневное отделения. Кафедра готовила методические материалы для этих студентов. В новом здании нам выделили маленькую, но отдельную комнатку с табличкой: Кафедра высшей математики, где сидела секретарь кафедры Тамара Дмитриевна Леонова. Здесь на столе всегда лежали папки: Рабочие планы, «Методические материалы и Контрольные задания». В августе мы принимали вступительные экзамены по математике – письменные и устные. Позже экзамены стали принимать в июле. В этой работе принимали участие все сотрудники кафедры, и она отнимала много сил.

А тем временем коллектив кафедры все время пополнялся. Пришли Виктор Иванович Сальников, Николай Николаевич Щетинин, Таисия Александровна Кузнецова. Жизнь продолжалась...

Светлана Алексеевна Розанова, профессор

Георгий Ионович Кручкович – путеводная звезда в моём профессиональном росте

В моём профессиональном становлении учёного и педагога высшей школы Георгий Ионович сыграл значительную роль. Меня пригласили в 1961 году работать во ВЗЭИ мои однокурсники механико-математического факультета МГУ Людмила Алексеевна Бочина и

Элеонора Львовна Сперанская. Хотя в НИИ зарплата у меня была выше, я согласилась пойти на место ассистента, освобождающееся на кафедре в октябре, тем более, что это отвечало моей любви к преподаванию и давало возможность уделять больше времени семье. Заведовал в то время кафедрой высшей математики Пётр Евгеньевич Дюбюк. Я быстро влилась в дружный, интересный, красивый коллектив кафедры. Нашу кафедру часто принимали за кафедру иностранных языков. Пётр Евгеньевич, улыбаясь, говорил, что кафедра так же красива, как сама математика. Он заложил основы бережного, чуткого, интеллигентного отношения руководителя к членам кафедры и всех друг к другу. Этот стиль руководства, особый дух кафедры бережно сохраняли Николай Денисович Доброхотов и Георгий Ионович Кручкович.

Став заведующим кафедрой, он, прежде всего, перевёл некоторых ассистентов на должность старшего преподавателя; я попала в это число. Ставок старшего преподавателя в институте было мало, и мы все понимали, что требования к нашей работе возрастут. Не знаю, о чём говорил Георгий Ионович с другими сотрудниками, но мне он сказал, что доволен моей учебной работой, однако в вузе необходимо заниматься научно-исследовательской работой, защитить диссертацию и получить звание и должность доцента. Узнав о моих интересах работать в области прикладной математики (этим я занималась в НИИ), он предложил мне поработать в хоздоговорной теме на кафедре «Теоретические основы радиотехники» и выразил уверенность, что там найдётся диссертационная тема. Так всё и произошло! Георгию Ионовичу понравилось, что в диссертацию были введены мною и протабулированы специальные функции, которые при некоторых значениях параметров совпадали с известными специальными функциями. Он наметил перспективу: вывести дифференциальные уравнения, которым удовлетворяла хотя бы одна из введённых мною спецфункций при некоторых значениях её параметров. Я была рада продолжить эту работу. Но новые обстоятельства затормозили начатую работу. Вскоре Георгий Ионович попросил меня стать его заместителем по дневному отделению и почти одновременно меня назначили заместителем научного руководителя институтской Лаборатории «Новые методы и средства обучения», которая в то время выполняла научно-педагогическую госбюджетную работу. Мне было ясно, что отказы невозможны: положение полученной новой должности доцента обязывает. Могла ли я предположить тогда, что оба эти назначения выведут меня ещё на более значимый профессиональный уровень?!

В 1978 году Георгий Ионович попросил меня поехать в Иваново на выездное заседание Научно-методического совета по математике (НМС) при МО и науки СССР и выступить с докладом вместо него о проделанной им, кафедрой и институтом работе по фундаментальному образованию студентов. После моего доклада выступил Станислав Иванович Похожаев, заведующей кафедрой МЭИ, ближайший помощник Л.Д. Кудрявцева по Секции технических, экономических и сельскохозяйственных вузов Научно-методического совета по математике (НМС) при МО и науки СССР. Он предложил ввести меня в состав этой секции с первым поручением – создать подсекцию «Новые методы и средства обучения». С тех пор моя профессиональная жизнь вплоть до 2019 года была тесно связана с НМС по математике. С Георгием Ионовичем мы работали дружно, помогая друг другу и общему делу. После его кончины я продолжала работу в НМС до 2019 г. В 1999 году я была назначена учёным секретарём НМС. В 2003 году стала доктором педагогических наук, защитив диссертацию «Формирование математической культуры студентов технических вузов». Результаты, полученные мною при исследовании важной в то время научно-педагогической темы «Использование новых методов и средств обучения для повышения качества математического образования студентов технических вузов», значительно помогли в работе над диссертацией. Так оба мои назначения, сделанные при участии Георгия Ионовича, способствовали развитию моей научно-педагогической и общественной деятельности. Я безмерно благодарна выдающемуся учёному и методисту, талантливому руководителю кафедрой высшей математики ВЗЭИ – МИРЭА, Георгию Ионовичу Кручковичу, за его судьбоносное участие в моём профессиональном росте!

Заключение

Георгию Ионовичу Кручковичу довелось прожить 60 лет не простой, но яркой и насыщенной событиями жизни. Потомкам он оставил весомое по значимости научное и педагогическое наследие. Его научные изыскания в области многомерной дифференциальной геометрии были на уровне передовых мировых исследований в соответствующей области, они заложили базис для дальнейшего развития отечественной геометрической школы. Достоинства написанных им учебных и учебно-методических пособий проверены временем. Эти учебники и задачки вошли в сокровищницу отечественной учебной литературы по высшей математике. Его стремление работать на благо родины, без сомнения, является образцом и стимулом к самосовершенствованию для современного поколения преподавателей высшей школы.

Благодарности

Авторы выражают глубокую благодарность сотрудникам соответствующих служб МИРЭА, предоставившим возможность ознакомиться с архивными материалами о Г.И. Кручковиче; заведующему кафедрой высшей математики МИРЭА, профессору Шатиной Альбине Викторовне за помощь в использовании некоторых архивных материалов; профессору Буренкову Виктору Ивановичу, взявшему на себя труд прочтения материалов статьи, и внесшему некоторые ценные дополнения.

Список литературы

- Гутарина Н.И., Дюбюк П.Е., Глаголева Н.Е., Кручкович Г.И. Сборник задач по курсу высшей математики: для втузов. Под ред. Г.И. Кручковича. 3-е изд., перераб. М.: Высшая школа, 1973.
- Кручкович Г.И. О движениях в римановых пространствах: автореферат дис. ... канд-та физ.-мат. наук. М., 1957.
- Кручкович Г.И. Полуприводимые римановы пространства и их приложения: автореферат дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 1965.
- Кручкович Г.И. Лекции по группам движений. Ереван: Изд-во Ереванского ун-та, 1977.
- Мордасова Г.М., Подольский В.А., Кручкович Г.И. Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики: для втузов. Под общ. ред. Г.И. Кручковича. М.: Высшая школа, 1970.

GEORGY IONOVICH KRUCHKOVICH – AN OUTSTANDING SCIENTIST, METHODIST, HEAD OF THE DEPARTMENT OF HIGHER MATHEMATICS AT VZEI – MIREA (ON THE 100TH ANNIVERSARY OF HIS BIRTH)

Rozanova S. A. Dr. Sci. (Pedagogy), Professor Senior Researcher srozanova@mail.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence
Melnikov R. A. PhD (Pedagogy), Associate professor roman_elets_08@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University

Abstract. April 3, 2025 is the 100th anniversary of the birth of the Russian mathematician, a prominent specialist in the field of multidimensional differential

geometry, a talented organizer of educational and scientific processes in the work of the mathematical department of a technical university, a participant of the Great Patriotic War, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Georgy Ionovich Kruchkovich (1925-1985). For 20 years the scientist headed the Department of Higher Mathematics: the All-Union Correspondence Energy Institute (VZEI) for two years (June 1965 - June 1967), which was later renamed the Moscow Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation (MIREA), for 18 years (June 1967 - July 1985). He is the author and co-author of textbooks, which were used and recognized as the best by students of correspondence, evening and full-time departments of technical universities of the Soviet period. But these books have not lost their relevance to this day. The name of the scientist is very rarely mentioned in studies of historical and mathematical character. The purpose of this article is to eliminate this injustice. The article provides little-known information from the biography of G.I. Kruchkovich, reconstructs his scientific and methodical achievements, describes his public, educational and organizational work as head of the Department of Higher Mathematics, as well as his scientific and pedagogical heritage.

Keywords: G.I. Kruchkovich, scientist, mathematician, methodologist, head of department, geometry, algebra, MIREA

References

- Gutarina, N. I., Dyubyuk, P. E., Glagoleva, N. E., Kruchkovich, G. I. (1973). *Sbornik zadach po kursu vysshej matematiki: dlya vtuzov. Pod red. G.I. Kruchkovicha. 3-e izd., pererab.* Moscow: Vysshaya shkola. (In Russ).
- Kruchkovich, G. I. (1957). *O dvizheniyah v rimanovyh prostranstvah: avtoreferat dis. ... kand-ta fiz.-mat. nauk.* Moscow: MSU. (In Russ).
- Kruchkovich, G. I. (1965). *Poluprivodimye rimanovy prostranstva i ih prilozheniya: avtoreferat dis. ...d-ra fiz.-mat. nauk.* Moscow: MSU. (In Russ).
- Kruchkovich G. I. (1977). *Lekcii po gruppam dvizhenij.* Erevan.
- Mordasova, G. M., Podol'skij, V. A., Kruchkovich, G. I. (1970). *Sbornik zadach i uprazhnenij po special'nyh glavam vysshej matematiki: dlya vtuzov. Pod obshch. red. G.I. Kruchkovicha.* Moscow: Vysshaya shkola. (In Russ).

Статья поступила в редакцию	19.02.2025
Принята к публикации	10.03.2025

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №1(37) / 2025

Корректор – С.Е. Гридчина
Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – Р.А. Мельников
Техническое исполнение – В.М. Гришин

Подписано в печать 20.03.2025
Дата выхода в свет 21.03.2025

Бумага формат А-4 (50,0 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 11
Свободная цена

Адрес редакции:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала **№64987** в каталоге
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1