

Научная статья

УДК 330.356.7 621.311.21

DOI: <https://doi.org/10.25686/2542-114X.2024.1.86>

EDN: PXHBOW

Гидромеханическая аналогия для вычисления кинематических параметров жидкого моля

А. Г. Поздеев[✉], Ю. А. Кузнецова, В. Г. Котлов, Г. М. Гаджиев

Поволжский государственный технологический университет (г. Йошкар-Ола)

PozdeevAG@volgatech.net[✉]

Аннотация. *Введение.* Обоснованы положения методики расчета кинематических характеристик движения жидких частиц при волнении на поверхности водоема в соответствии с линейной теорией волн Эри на основе гидромеханической аналогии. В состав кинематических характеристик волновых процессов, возникающих от действия ветровой нагрузки на поверхности водохранилищ, входят величины перемещений, скоростей и ускорений частиц жидкости, которые в гидромеханике именуются жидкими молями. Для упрощения расчета кинематических характеристик жидких частиц использована гидромеханическая аналогия. В качестве модели эллиптического движения частиц жидкости под волновой поверхностью акватории водоема определены характеристики кинематики кривошипно-шатунного механизма, имеющих аналогичные траектории.

Цель работы состоит в создании автоматизированной модели расчета кинематических характеристик жидких частиц при волновых процессах на поверхности водоема на основе аналогии с кривошипно-шатунным механизмом.

Математическое моделирование. В процессе математического моделирования составляются уравнения движения конца кривошипа в системе декартовых координат. Траекторией точки конца кривошипа является окружность. Определяются проекции вектора скорости точки конца кривошипа на координатные оси путем дифференцирования ее координат по времени и находится модуль вектора скорости этой точки. Затем найдено направление вектора ускорения. После определения уравнений движения центра шатуна выводится уравнение траектории этой точки, которая представляет собой эллипс. Определены величины угловых частот вращения кривошипа и геометрические параметры звеньев механизма, позволяющие составить уравнения траекторий в точках механизма-аналога. Найдены модули вектора ускорения точки конца кривошипа. В результате дифференцирования декартовых компонент скорости центра шатуна по времени определяются проекции вектора ускорения на координатные оси. Показано, что траектория этой точки носит эллиптический характер. Установлены характеристики движения поршня механизма-аналога.

Выводы. Представлены результаты сравнительного анализа кинематических характеристик жидких молей при волнении на свободной поверхности водоемов и кинематики точек кривошипно-шатунного механизма. В результате расчета в среде Mathcad установлена аналогия указанных характеристик. Результаты работы могут служить основой для расчета кинематики и динамики движения жидких частиц при формировании на поверхности воды ветровых волн малой амплитуды и моделирования волнения с заданными параметрами на поверхности воды в лабораторных условиях.

Ключевые слова: кинематика движения; кинематические параметры; жидкая частица; жидкий моль, гидромеханическая аналогия; механизм-аналог; модель эллиптического движения; волновая поверхность; ветровая волна малой амплитуды; кривошипно-шатунный механизм; Mathcad.

Финансирование: авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

Для цитирования: Гидромеханическая аналогия для вычисления кинематических параметров жидкого моля / А. Г. Поздеев, Ю. А. Кузнецова, В. Г. Котлов, Г. М. Гаджиев // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. 2024. № 1 (29). С. 86–94. DOI: <https://doi.org/10.25686/2542-114X.2024.1.86>; EDN: PXHBOW

Введение

Расчет кинематических характеристик волновых процессов, возникающих от действия ветровой нагрузки на поверхности водохранилищ [8], связан с определением величин перемещений, скоростей и ускорений частиц жидкости, которые в гидромеханике именуются жидкими молями. Для упрощения расчета кинематических характеристик жидких частиц в качестве начального приближения может быть использована гидромеханическая аналогия [7]. В связи с тем что в линейной модели волн Эри [2] под возмущенной волновой свободной поверхностью воды жидкие частицы описывают эллиптические траектории, движение отдельных точек кривошипно-шатунного механизма может служить основой отмеченной гидромеханической аналогии [1].

В процессе расчета для определения кинематических параметров предложена аналогия между движением жидкого моля непосредственно под свободной поверхностью волны Эри [4] и движением кривошипа кривошипно-шатунного механизма [9]. Аналогия обоснована тем, что под поверхностью волны концевая точка кривошипа совершает движения по окружности. По мере погружения жидкого моля окружность преобразуется в эллипс и в пределе при больших глубинах жидкий моль начинает совершать только горизонтальные колебания.

Далее в автоматизированном режиме в результате символьных преобразований [10] определяются траектория, скорость и ускорение конца кривошипа и середины M шатуна, скорость и ускорение поршня кривошипно-шатунного механизма.

Цель работы состоит в разработке автоматизированной модели расчета кинематических характеристик жидких частиц при волновых процессах на поверхности водоема на основе гидромеханической аналогии с кривошипно-шатунным механизмом.

Математическое моделирование

В процессе математического моделирования составляются уравнения движения конца кривошипа в системе декартовых координат. Траекторией точки конца кривошипа является окружность, центр которой совпадает с началом координат.

В начальный момент задается положение точки конца кривошипа, а затем устанавливается, что абсцисса положения этой точки убывает со временем, а ордината, напротив, возрастает, будучи положительной [9]. Следовательно, движение рассматриваемой точки происходит по окружности против часовой стрелки.

Затем определяются проекции вектора скорости конца кривошипа на координатные оси путем дифференцирования ее координат по времени. Отсюда находится модуль вектора скорости этой точки, который не зависит от времени. Направление вектора скорости вычисляется как отношение найденных компонентов скоростей к модулю вектора скорости.

Вектор скорости в точке конца кривошипа перпендикулярен к радиус-вектору указанной точки. Проекции вектора ускорения этой точки на координатные оси получены дифференцированием по времени. Модуль вектора ускорения не меняется с течением времени. Таким образом, несмотря на постоянство модуля вектора скорости точки, вектор ускорения этой точки не обращается в нуль. Это объясняется тем, что движение точки происходит по криволинейной траектории и вектор скорости все время изменяет свое направление.

Затем найдено направление вектора ускорения, которое показывает, что при равномерном движении точки конца кривошипа по окружности вектор ее ускорения направлен вдоль кривошипа к центру окружности.

На следующем этапе расчета определяются траектория, скорость и ускорение точки центра шатуна. После определения уравнений движения точки центра шату-

на, возведения их в квадрат и сложения выводится уравнение траектории этой точки. Из формы уравнения следует, что траектория представляет собой эллипс.

Дифференцирование уравнения движения точки центра шатуна по времени дает проекции вектора скорости этой точки на координатные оси. Отсюда находится модуль вектора скорости, который меняется с течением времени.

В результате дифференцирования декартовых компонент скорости центра шатуна по времени определяются проекции вектора ускорения на координатные оси.

Из анализа следует, что модуль вектора ускорения точки меняется пропорционально ее расстоянию от начала координат, т.е. от центра эллипса.

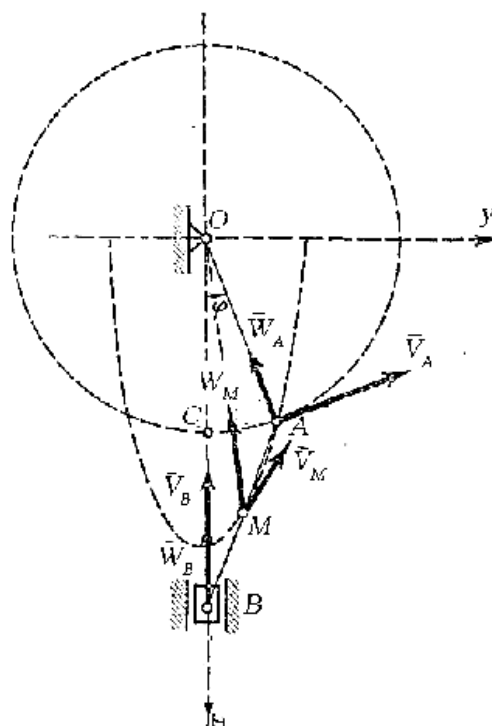
Затем устанавливается, что направление вектора ускорения части шатуна от его центра до ползуна совпадает с направлением от центра шатуна к оси вращения кривошипа.

Далее составляется уравнение движения поршня и на его основе в результате дифференцирования по времени находятся скорость и ускорение движения поршня в проекциях на оси исходной декартовой системы координат.

Поршень из исходного положения движется ускоренно. Найденные кинематические уравнения движения шатуна служат основой для расчета кинематики и динамики движения жидких частиц в соответствии с линейной теорией волн Эри.

Ниже приведен листинг автоматизированного вывода уравнений в соответствии с изложенным алгоритмом в символьном режиме среды Mathcad [5].

Определим траекторию, скорость и ускорение конца A кривошипа OA и середины M шатуна AB , а также скорость и ускорение поршня B кривошипно-шатунного механизма (см. рисунок), если $OA = AB = 2a$, а угол φ при вращении кривошипа растет пропорционально времени: $\varphi = \omega t$, где $\omega = \text{const}$ и $\omega > 0$.



Кинематика кривошипно-шатунного механизма

Kinematics of the crank mechanism

Угловая частота вращения кривошипа ω_T , рад/с.

Угол положения кривошипа относительно оси абсцисс, рад,

$$\varphi(t) := \omega_T \cdot t, \quad \varphi(t) \rightarrow t \cdot \omega_T.$$

$$\text{Длина кривошипа, м, } OA := 2 \cdot a.$$

$$\text{Длина шатуна, м, } AB := 2 \cdot a.$$

Сначала составляются уравнения движения конца A кривошипа OA в системе декартовых координат x и y с началом в точке O .

Обозначая координаты точки A через x_A и y_A , находим

$$x_A(t) := OA \cdot \cos(\varphi(t)),$$

$$x_A(t) \rightarrow 2 \cdot a \cdot \cos(t \cdot \omega_T);$$

$$y_A(t) := OA \cdot \sin(\varphi(t)),$$

$$y_A(t) \rightarrow 2 \cdot a \cdot \sin(t \cdot \omega_T).$$

Для определения траектории точки A возведем эти уравнения в квадрат и сло-

жим. Тогда получим

$$x_A(t)^2 + y_A(t)^2 \text{ simplify } \rightarrow 4 \cdot a^2.$$

Следовательно, траекторией точки A является окружность радиуса a , центр которой совпадает с началом координат.

В начальный момент при $t = 0$ запишем $x_A = a$, $y_A = 0$. Движущаяся точка A находится в положении точки C .

При возрастании времени t от 0 до $\frac{\pi}{2\omega}$ функция $x_A = 2a \cos \omega t$ убывает, а y_A возрастает, будучи положительной. Следовательно, движение точки A по окружности происходит против часовой стрелки.

Проекции вектора скорости $\bar{v}_A$ точки A на координатные оси получим, дифференцируя x_A и y_A по времени t :

$$v_{Ax}(t) := \left(\frac{d}{dt} x_A(t) \right) v_{Ax}(t) \rightarrow -2 \cdot a \cdot \omega_T \cdot \sin(t \cdot \omega_T),$$

$$v_{Ay}(t) := \left(\frac{d}{dt} y_A(t) \right) v_{Ay}(t) \rightarrow 2 \cdot a \cdot \omega_T \cdot \cos(t \cdot \omega_T).$$

Отсюда находим модуль вектора скорости $\bar{v}_A$:

$$v_A(t) := \sqrt{v_{Ax}(t)^2 + v_{Ay}(t)^2} v_A(t) \text{ simplify } \rightarrow 2 \cdot \sqrt{a^2 \cdot \omega_T^2},$$

т.е. модуль вектора скорости v_A не меняется с течением времени. Направление вектора скорости $\bar{v}_A$

$$\left. \frac{v_{Ax}(t)}{v_A(t)} \right| \text{ simplify } \left. \text{substitute, } a \cdot \omega = \sqrt{a^2 \cdot \omega^2} \right| \rightarrow -\frac{a \cdot \omega_T \cdot \sin(t \cdot \omega_T)}{\sqrt{a^2 \cdot \omega_T^2}},$$

$$\left. \frac{v_{Ay}(t)}{v_A(t)} \right| \text{ simplify } \left. \text{substitute, } a \cdot \omega = \sqrt{a^2 \cdot \omega^2} \right| \rightarrow \frac{a \cdot \omega_T \cdot \cos(t \cdot \omega_T)}{\sqrt{a^2 \cdot \omega_T^2}}.$$

Вектор скорости $\bar{v}_A$ перпендикулярен радиусу-вектору $\overline{OA}$ точки A .

Проекции вектора ускорения $\bar{w}_A$ точки A на координатные оси получим, дифференцируя v_{Ax} и v_{Ay} времени t :

$$w_{Ax}(t) := \frac{d}{dt} v_{Ax}(t),$$

$$w_{Ax}(t) \rightarrow -2 \cdot a \cdot \omega_T^2 \cdot \cos(t \cdot \omega_T);$$

$$w_{Ay}(t) := \frac{d}{dt} v_{Ay}(t),$$

$$w_{Ay}(t) \rightarrow -2 \cdot a \cdot \omega_T^2 \cdot \sin(t \cdot \omega_T).$$

Отсюда находим модуль вектора ускорения $\bar{w}_A$:

$$w_A := \sqrt{w_{Ax}(t)^2 + w_{Ay}(t)^2} w_A \text{ simplify } \rightarrow 2 \cdot \sqrt{a^2 \cdot \omega_T^4}.$$

Модуль вектора ускорения $\bar{w}_A$ также не меняется с течением времени. Таким образом, несмотря на постоянство модуля вектора скорости $\bar{v}_A$ точки A , вектор ускорения $\bar{w}_A$ этой точки не обращается в

нуль. Это объясняется тем, что движение точки A происходит по криволинейной траектории и вектор скорости $\bar{v}_A$ все время изменяет свое направление.

Направление вектора ускорения $\bar{w}_A$

$$\left. \frac{w_{Ax}(t)}{w_A(t)} \right|_{\substack{\text{substitute, } 1 = \sin(\omega \cdot t)^2 + \cos(\omega \cdot t)^2 \\ \text{substitute, } a \cdot \omega^2 = \sqrt{a^2 \cdot \omega^4}}} \rightarrow -\frac{a \cdot \omega_T^2 \cdot \cos(t \cdot \omega_T)}{\sqrt{a^2 \cdot \omega_T^4}},$$

$$\left. \frac{w_{Ay}(t)}{w_A(t)} \right|_{\substack{\text{substitute, } 1 = \sin(\omega \cdot t)^2 + \cos(\omega \cdot t)^2 \\ \text{substitute, } a \cdot \omega^2 = \sqrt{a^2 \cdot \omega^4}}} \rightarrow -\frac{a \cdot \omega_T^2 \cdot \sin(t \cdot \omega_T)}{\sqrt{a^2 \cdot \omega_T^4}}.$$

Отсюда нетрудно установить, что при рассматриваемом равномерном движении точки A по окружности ее вектор ускорения $\bar{w}_A$ направлен вдоль AO к центру окружности.

Теперь определим траекторию, скорость и ускорения точки M шатуна AB . Начинаем с определения уравнений движения точки M . Обозначая координаты точки M через x_A и y_A , находим

$$x_M(t) := 2 \cdot a \cdot \cos(\varphi(t)) + a \cdot \cos(\varphi(t)) \quad x_M(t) \text{ simplify} \rightarrow 3 \cdot a \cdot \cos(t \cdot \omega_T),$$

$$y_M(t) := a \cdot \sin(\varphi(t)) \quad y_M(t) \rightarrow a \cdot \sin(t \cdot \omega_T).$$

Возводя обе части этих уравнений в квадрат и сложив их, получим уравнение траектории точки M :

$$\left[\left(\frac{x_M(t)}{3 \cdot a} \right)^2 + \left(\frac{y_M(t)}{a} \right)^2 \right] \text{ simplify} \rightarrow 1.$$

Следовательно, траектория точки M – эллипс с полуосями $3a$ и a .

Дифференцируя уравнения движения точки M по времени t , получим проекции

вектора скорости $\bar{v}_M$ этой точки на координатные оси:

$$v_{Mx}(t) := \frac{d}{dt} x_M(t),$$

$$v_{Mx}(t) \rightarrow -3 \cdot a \cdot \omega_T \cdot \sin(t \cdot \omega_T);$$

$$v_{My}(t) := \frac{d}{dt} y_M(t),$$

$$v_{My}(t) \rightarrow a \cdot \omega_T \cdot \cos(t \cdot \omega_T).$$

Отсюда находим модуль вектора ускорения $\bar{v}_M$

$$v_M(t) := \sqrt{v_{Mx}(t)^2 + v_{My}(t)^2} \quad v_M(t) \rightarrow \sqrt{a^2 \cdot \omega_T^2 \cdot \cos(t \cdot \omega_T)^2 + 9 \cdot a^2 \cdot \omega_T^2 \cdot \sin(t \cdot \omega_T)^2},$$

т.е. модуль вектора скорости меняется с течением времени от $v_{\min} = a\omega$ до $v_{\max} = 3a\omega$.

Дифференцируя значения v_{Mx} и v_{My} по времени t , определим проекции вектора ускорения $\bar{w}_M$ на координатные оси:

$$w_{Mx}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_M(t),$$

$$w_{Mx}(t) \text{ simplify} \rightarrow -3 \cdot a \cdot \omega_T^2 \cdot \cos(t \cdot \omega_T);$$

$$w_{My}(t) := \frac{d^2}{dt^2} y_M(t),$$

$$w_{My}(t) \rightarrow -a \cdot \omega_T^2 \cdot \sin(t \cdot \omega_T).$$

Введем новые обозначения для компонент ускорений:

$$\begin{aligned} x(t) &:= -3 \cdot a \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ y(t) &:= -a \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t). \end{aligned}$$

Тогда после подстановки определенных выше значений координат точки M

$$\begin{aligned} x_M(t) &\rightarrow 3 \cdot a \cdot \cos(t \cdot \omega_T) \\ y_M(t) &\rightarrow a \cdot \sin(t \cdot \omega_T) \end{aligned}$$

запишем

$$\begin{aligned} x''_M(t) &:= -\omega^2 \cdot x_M(t) \\ y''_M(t) &:= -\omega^2 \cdot y_M(t). \end{aligned}$$

Отсюда находим модуль вектора ускорения $\bar{w}_M$:

$$\omega_M(t) := \sqrt{v_{Mx}(t)^2 + \omega_{My}(t)^2} \omega_M(t) \rightarrow \sqrt{9 \cdot a^2 \cdot \omega_T^4 \cdot \cos(t \cdot \omega_T)^2 + a^2 \cdot \omega_T^4 \cdot \sin(t \cdot \omega_T)^2},$$

или

$$\omega_M(t) := \sqrt{(-\omega^2 \cdot x_M(t))^2 + (-\omega^2 \cdot y_M(t))^2} \text{ simplify } \rightarrow \sqrt{\omega^4 \cdot (x_M(t)^2 + y_M(t)^2)},$$

где r – модуль радиуса-вектора r точки M , проведенного из начала координат O до точки M . Модуль вектора ускорения точки M меняется пропорционально ее расстоянию от начала координат O , т.е. от центра эллипса.

Направление вектора ускорения W_M определим, используя равенства

$$r(t) := \sqrt{x_M(t)^2 + y_M(t)^2} w_{Mx} := x_M \cdot \omega^2 w_{My} := y_M \cdot \omega^2 w_{Mx} := r \cdot \omega^2.$$

$$\cos(w_{M_i}) := \frac{w_{Mx}(t)}{w_M(t)} \cos(w_{M_i}) \rightarrow \frac{x_M(t)}{r(t)},$$

$$\cos(w_{M_j}) := \frac{w_{My}(t)}{w_M(t)} \cos(w_{M_j}) \rightarrow \frac{y_M(t)}{r(t)}.$$

Отсюда находим, что вектор ускорения $\bar{w}_M$ движущейся точки M направлен вдоль MO к центру эллипса.

Составим теперь уравнение движения поршня B . Обозначая абсциссу точки B через x_B , находим $x_B = 4a \cos \varphi$, или, подставляя $\varphi = \omega t$,

$$x_B(t) := 4 \cdot a \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

Это уравнение и определяет уравнение движения поршня B .

В следующих модулях расчета круговая частота переобозначается в виде

$$\omega_T := \omega.$$

Найдем теперь скорость и ускорение поршня B . Дифференцируя уравнение движения поршня по времени, получаем проекцию вектора скорости $\bar{v}_B$ поршня на ось Ox :

$$v_{Bx}(t) := \frac{d}{dt} x_B(t),$$

$$v_{Bx}(t) \rightarrow -4 \cdot a \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Знак «минус» показывает, что вектор скорости $\bar{v}_B$ в данный момент направлен в

сторону, обратную положительному направлению оси Ox .

Проекцию вектора ускорения $\bar{w}_B$ поршня на ось Ox получим, дифференцируя v_{Bx} по времени t :

$$w_{Bx}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_B(t),$$

$$w_{Bx}(t) \rightarrow -4 \cdot a \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

Знаки v_{Bx} и w_{Bx} указывают направление векторов скорости $\bar{v}_B$ и ускорения $\bar{w}_B$.

Поршень из рассматриваемого положения движется ускоренно.

Выводы

Для анализа волновых процессов на свободной поверхности акваторий при условии возникновения ветровых волн малой амплитуды предложена гидромеханическая аналогия. В качестве механизма-аналога выбран кривошипно-шатунный механизм, отдельные точки которого описывают эллиптические траектории подобно частицам жидкости в процессе формирования волн Эри [6]. Для выделенных точек, включающих конец кривошипа, центры шатуна и поршня, определены траектории движения при условии равномерного вращения кривошипа. Установлено, что траекторией движения конца кривошипа является окружность, траекторией центра шатуна – эллипс, а центра поршня – прямая линия. В процессе расчетов в символьном режиме вычисляются координаты перечисленных трех точек в функции от времени, в результате дифференцирования позволяющие определить проекции скоростей на оси координат, найти величину модуля вектора скорости и его направление. Повторное дифференцирование скорости по времени определяет компоненты проекций ускорения, его модуль и направление. Для оценки геометрических, кинематических и динамических характеристик

наиболее важны параметры движения центра шатуна, которые аналогичны движе-

нию жидких частиц под возмущенной свободной поверхностью воды [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышников Н. Б. Динамика русловых потоков. Санкт-Петербург: Изд-во РГГМУ, 2007. 314 с.
2. Бреббиа К., Уокер С. Динамика морских сооружений. Ленинград: Судостроение, 1983. 232 с.
3. Вибрации в технике: справочник: в 6 т. Т. 4: Вибрационные процессы и машины / под ред. Э. Э. Лавендела. Москва: Машиностроение, 1981. 508 с.
4. Гришанин К. В. Теория руслового процесса. Москва: Транспорт, 1972. 216 с.
5. Гурский Д. А. Вычисления в Mathcad. Москва: Новое знание, 2003. 814 с.
6. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наукова думка, 1969. 209 с.
7. Михалев М. А. Теория подобия и размерностей: учеб. пособие. Санкт-Петербург: Изд-во СПбГТУ, 2001. 65 с.
8. Поздеев А. Г., Котлов В. Г., Кузнецова Ю. А. Автоматизация вычисления параметров ветровых волн, развивающихся на акватории водохранилищ // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. 2021. № 3. С. 41-50.
9. Сахарный Н. Ф. Курс теоретической механики. Москва: Высш. школа, 1964. 844 с.
10. Семенов М. Г. Математическое моделирование в Mathcad. Москва: Альтекс-А, 2003. 208 с.

Статья поступила в редакцию 15.05.2024; одобрена после рецензирования 30.05.2024; принята к публикации 03.06.2024

Информация об авторах

ПОЗДЕЕВ Анатолий Геннадиевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры строительных конструкций и водоснабжения, советник РААСН, Поволжский государственный технологический университет, г. Йошкар-Ола. Область научных интересов – исследование и моделирование русловых процессов в нижних бьефах гидроузлов, математическое моделирование в гидродинамике и экологии, автоматизация расчета инженерных систем водо-, газо- и теплоснабжения в строительстве. Автор более 130 научных трудов, в том числе 10 монографий, 13 учебных пособий, 11 патентов и авторских свидетельств на изобретения. E-mail: PozdeevAG@volgatech.net

КУЗНЕЦОВА Юлия Анатольевна – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры строительных конструкций и водоснабжения, Поволжский государственный технологический университет, г. Йошкар-Ола. Область научных интересов – исследование и моделирование русловых процессов в нижних бьефах гидроузлов, математическое моделирование в гидродинамике и экологии. Автор 87 научно-методических работ, в том числе 5 монографий, 12 учебных пособий и патента РФ. E-mail: KuznecovaYA@volgatech.net

КОТЛОВ Виталий Геннадьевич – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций и водоснабжения, проректор по воспитательной работе, Поволжский государственный технологический университет, советник РААСН, г. Йошкар-Ола. Область научных интересов – соединения элементов деревянных конструкций, тепло-массоперенос. Автор 130 научно-методических работ, в том числе монографии, 6 учебных пособий и 8 авторских свидетельств и патентов РФ и 13 патентов на полезную модель. E-mail: KotlovVG@volgatech.net

ГАДЖИЕВ Гасан Магомедрасулович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры эксплуатации машин и оборудования, Поволжский государственный технологический университет, г. Йошкар-Ола. Область научных интересов – исследование и моделирование процессов нефте-, газоснабжения предприятий и гражданских зданий, математическое моделирование в области машин и технологии лесной промышленности. Автор 37 научно-методических работ, в том числе монографии, 13 учебных пособий и 4 патентов РФ. E-mail: GadzhievGM@volgatech.net

Вклад авторов: авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Scientific article

UDC 330.356.7 621.311.21

DOI: <https://doi.org/10.25686/2542-114X.2024.1.86>

EDN: PXHBOW

Hydromechanical analogy for calculating kinematic parameters of liquid moles

A. G. Pozdeev[✉], Iu. A. Kuznetsova, V. G. Kotlov, G. M. Gadzhiev

Volga State University of Technology (Yoshkar-Ola)

PozdeevAG@volgatech.net[✉]

Abstract. *Introduction.* The paper substantiates the methodology for calculating kinematic characteristics of fluid particle motion due to waves on the water reservoir surface, in accordance with the Airy linear wave theory, on the basis of the hydromechanical analogy. In hydromechanics, fluid particles—known as liquid moles—have kinematic properties such as displacements, velocities, and accelerations that result from wind action on the surface of the water reservoir. It was determined to apply the hydromechanical analogy to simplify the computation of the kinematic properties of fluid particles. The authors calculate the kinematic features of a crank-and-rod mechanism, which has similar trajectories, as a model of elliptical motion of fluid particles under the wave surface of the water reservoir.

The aim of the research is to develop an automated model for calculating kinematic characteristics of fluid particles in wave processes on the water reservoir surface, based on the analogy with the crank-and-rod mechanism.

Materials and methods. It was possible to develop crank end equations of motion in the Cartesian coordinate system throughout the mathematical modelling stage. The crank end trajectory is round. By dividing the coordinates of the crank end velocity vector by time, it was possible to derive the modulus of a velocity vector and project it onto coordinate axes. Next, a vector of acceleration's direction was calculated.

Mathematical modeling. An equation of the rod's trajectory—an ellipse—were obtained by figuring out the equations of motion of the rod centre. By determining the geometric parameters of the mechanism linkages and the crank's angular frequencies of rotation, equations of trajectories at the mechanism-analog sites were derived at the points of the mechanism-analog. It was possible to determine the crank end acceleration vector's moduli. The acceleration vector's projections on coordinate axes were determined by differentiating the Cartesian components of the rod centre velocity by time. This proved that this point's trajectory was elliptical. The characteristics of motion of a piston of the mechanism-analog were determined.

Conclusion. The kinematic properties of liquid moles during agitation on the open surface of reservoirs and the kinematics of the crank mechanism's points are compared, and the findings are reported.

Through calculations in Mathcad, the authors were able to establish the analogy between these characteristics. The study outcomes can be used as a foundation for modelling waves with specific parameters on the water surface in a laboratory setting as well as for calculating the kinematics and dynamics of fluid particle motion caused by small amplitude wind waves on the water surface.

Keywords: kinematics of motion; kinematic parameters; fluid particle; liquid mole, hydromechanical analogy; mechanism-analog; elliptic motion model; wave surface; small amplitude wind wave; crank-and-rod mechanism; Mathcad.

Funding: this research received no external funding.

For citation: Pozdeev A. G., Kuznetsova Iu. A., Kotlov V. G., Gadzhiev G. M. Hydromechanical analogy for calculating kinematic parameters of liquid moles. *Vestnik of Volga State University of Technology. Series: Materials. Constructions. Technologies.* 2024;(1):86–94. (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.25686/2542-114X.2024.1.86>; EDN: PXHBOW

REFERENCES

1. Baryshnikov N. B. Dynamics of channel currents. Saint Petersburg: RGGMU Publishing House; 2007. 314 p. (In Russ.).
2. Brebbia K., Walker S. Dynamics of marine structures. Leningrad: Shipbuilding; 1983. 232 p. (In Russ.).
3. Vibrations in machinery: A reference book. Edited by E. E. Lavendela. Moscow: Mashinostroyeniye [Machine building]; 1981. Vol. 4: Vibration processes and machines. 508 p. (In Russ.).
4. Grishanin K. V. Theory of the channel process. Moscow: Transport; 1972. 216 p. (In Russ.).
5. Gurskii D. A. Calculations in MathCAD. Moscow: Novoe znanie [New Knowledge]; 2003. 814 p. (In Russ.).
6. Logvinovich G. V. Hydrodynamics of flows with free boundaries. Kiev: Naukova dumka [Scientific thought]; 1969. 209 p. (In Russ.).
7. Mikhalev M. A. *Theory of similarity and dimensions. Student manual*. Saint Petersburg: Izd-vo SPbGTU; 2001. 65 p. (In Russ.).
8. Pozdeev A. G., Kotlov V. G., Kuznetsova Iu. A. Automation of calculation of parameters of wind waves developing in the water area of reservoirs. *Bulletin of Volga State University of Technology. Series: Materials. Constructions. Technologies*. 2021;(3):41–50. (In Russ.).
9. Sakhar'nyi N. F. *Course of theoretical mechanics*. Moscow: Vyssh. Shkola; 1964. 844 p. (In Russ.).
10. Semenenko M. G. Mathematical modeling in Mathcad. Moscow: Al'teks-A; 2003. 208 p. (In Russ.).

The manuscript was submitted on 15.05.2024; reviewed on 30.05.2024;
adopted for publication on 03.06.2024

Information about the authors

POZDEEV Anatolii Gennadevich – Doctor of Engineering Sciences, Professor of Civil Engineering and Water Supply Department, Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola. Research interests – modelling channel processes in hydrosystem tailraces, mathematical modeling in hydrodynamics and ecology, automation of calculation of water, gas and heat supply systems in construction. Author of more than 130 publications including 10 monographs, 13 student manuals, 11 patents and certificates for inventions. E-mail: PozdeevAG@volgatech.net

KOTLOV Vitalii Gennadevich – Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor of Civil Engineering and Water Supply Department, Vice Rector for Education, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola. Research interests – connections of elements in wooden structures; heat and mass transfer. Author of 130 publications including monograph, 6 student manuals, 8 certificates and patents of the Russian Federation, and 13 utility model patents. E-mail: KotlovVG@volgatech.net

KUZNETSOVA Iuliia Anatolevna – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor of Civil Engineering and Water Supply Department, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola. Research interests – research and modeling of channel processes in hydrosystem tailraces, mathematical modeling in hydrodynamics and ecology. Author of 87 publications including 5 monographs, 12 student manuals and patent of the Russian Federation. E-mail: KuznetsovaYA@volgatech.net

GADZHIEV Gasan Magamedrasulovich – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor of the Department of Machinery and Equipment Operation, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola. Research interests – research and modeling of oil and gas supply of enterprises and civil buildings, mathematical modeling in the field of machinery and technology of the forest industry. Author of 37 publications, including monograph, 13 student manuals and 4 patents of the Russian Federation. E-mail: GadzhievGM@volgatech.net

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this paper.

Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest.

The authors reviewed the results and approved the final version of the manuscript.