

УДК 550.344, 550.311

СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЛНОВЫЕ ПОЛЯ В СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЙ ЗЕМЛЕ С ВЫСОКОЙ ДЕТАЛЬНОСТЬЮ. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

© 2024 г. А. Г. Фатьянов^{1,*}, В. Ю. Бурмин^{2,**}

Поступило 24.04.2023 г.

После доработки 19.07.2023 г.

Принято к публикации 30.10.2023 г.

Получено аналитическое решение для сейсмических волновых полей в сферически-симметричной Земле. Для устойчивого вычисления волновых полей используется асимптотика. Показано, что классическая асимптотика в случае высоких частот дает погрешность в решении. Для эффективного вычисления решения без погрешностей с высокой детальностью используется оригинальная асимптотика. Создана программа, позволяющая проводить расчеты для высокочастотных (1 герц и выше) телесеизмических волновых полей в дискретном (слоистом) шаре планетарных размеров. Расчеты можно осуществлять на персональных компьютерах с распараллеливанием OpenMP. В работах В.Ю. Бурмина (2010, 2019) предложена сферически-симметричная модель Земли. Она характеризуется тем, что в ней внешнее ядро обладает вязкостью и, следовательно, эффективным модулем сдвига, отличным от нуля. Для этой модели Земли проведен расчет с высокой детальностью с несущей частотой в 1 герц. В результате аналитического расчета обнаружено, что впереди *PKP*-волн возникают высокочастотные колебания небольшой амплитуды, так называемые “предвестники”. Аналитический расчет показал, что теоретические сейсмограммы для этой модели Земли во многом похожи на экспериментальные данные. Это подтверждает правильность идей, положенных в основу ее построения.

Ключевые слова: сферически-симметричная Земля, аналитическое решение, новая асимптотика, устойчивое вычисление решения, телесеизмические волновые поля, модель Земли, модуль сдвига, предвестники *PKP*-волн

DOI: 10.31857/S2686739724020155

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассмотрена задача построения аналитического решения для сейсмических волновых полей в слоистом шаре. Эта задача рассматривалась во многих работах (например, [1]). В данной работе показано, что эту задачу нельзя считать окончательно решенной для высокочастотных волновых полей.

Решение этой задачи строится следующим образом. На первом этапе применяется преобразование Фурье–Лежандра [1]. В итоге исходная

постановка для распространения сейсмических волн сводится к двухпараметрическому семейству краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Следуя [2], на втором этапе в каждом сферическом слое искомая краевая задача второго порядка сводится к двум задачам Коши первого порядка в спектральной области. Это позволило получить в явном виде аналитическое решение. В него входят функции Бесселя. Поскольку они быстро стремятся к нулю и бесконечности, в решении возникает неустойчивость. Для устранения неустойчивости нужно использовать асимптотику. В работе используется оригинальная асимптотика, разработанная ранее [3, 4].

Проведен анализ первого вступления сейсмических волновых полей для однородного шара земных размеров в случае использования новой и классической асимптотик. Выяснилось, что использование классической асимптотики приводит к возникновению погрешности. Это

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики,

Сибирское отделение Российской Академии наук, Новосибирск, Россия

²Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской Академии наук, Москва, Россия

*E-mail: fat@nmsf.sscc.ru

**E-mail: burmin@ifz.ru

делает невозможным использование классической асимптотики для расчета высокочастотных волновых полей.

В настоящее время активно развиваются конечно-разностные методы для расчета волновых полей в Земле. Несмотря на достижения в области высокопроизводительных вычислений, численное моделирование распространения высокочастотных (например, 1 Гц или выше) сейсмических волн в глобальном масштабе по-прежнему невозможно [5]. Чтобы преодолеть эту трудность, развивается гибридный (комбинированный) метод для расчета телесейсмических волновых полей. Однако при гибридном моделировании возникают погрешности [6].

Разработанный метод позволяет устойчиво вычислять аналитическое решение для высокочастотных (1 герц и выше) телесейсмических волновых полей в шаре земных размеров. Использование новой асимптотики дает возможность эффективного вычисления решения без погрешностей с высокой детальностью.

Обычно считается, что внешнее ядро Земли является жидким, так как через него не проходят упругие поперечные волны. В соответствии с этим модуль сдвига во внешнем ядре Земли принимается равным нулю. По крайней мере, так выглядят современные физические модели Земли. В то же время всякая нормальная (не квантовая или не сверхтекучая) жидкость обладает вязкостью и, следовательно, по отношению к достаточно высокочастотным колебаниям обладает эффективным модулем сдвига, отличным от нуля. Так как скорость продольных сейсмических волн определяется формулой

$$V_p = \sqrt{(k_s + \frac{4}{3}\mu) / \rho},$$

то в данном случае отличие от нуля модуля сдвига μ существенно влияет на характер изменения скорости продольных сейсмических волн, особенно в низах внешнего ядра Земли [7, 8]. Здесь k_s — адиабатический модуль всестороннего сжатия, ρ — плотность.

В настоящей работе приведены результаты расчета для дискретной (слоистой) модели Земли [7, 8] с несущей частотой в 1 герц. Модель Земли характеризуется тем, что в ней внешнее ядро обладает эффективным модулем сдвига, отличным от нуля. В результате аналитического расчета для дискретной модели Земли [7, 8] обнаружено, что впереди *PKP*-волн возникают высокочастотные

колебания небольшой амплитуды, так называемые “предвестники”.

Аналитический расчет показал, что теоретические сейсмограммы для модели Земли [7, 8] во многом похожи на экспериментальные сейсмограммы, полученные мировой сетью сейсмических станций. Это сравнение, с одной стороны, подтверждает справедливость выводов о природе предвестников сейсмических волн, полученных в [4]. С другой — подтверждает правильность идей, положенных в основу построения модели Земли в [7, 8].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая постановка задачи моделирования сейсмических волн формулируется в сферической системе координат ($0 \leq r \leq R, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 < \varphi \leq 2\pi$) следующим образом: определить вектор смещения $\hat{u} = (u_r, u_\theta, u_\varphi)$ из хорошо известных динамических уравнений упругости (например, [1]).

В качестве краевого условия приложим в точке $r = R, \theta = 0$ сосредоточенное воздействие типа радиальной осесимметричной силы:

$$\sigma_{rr} = \frac{\delta(\theta)}{R_1^2 \sin \theta} f(t), \sigma_{r\theta} = 0, \quad f(t) = e^{-\frac{\pi f_0 t}{2}} \sin(2\pi f_0 t). \quad (1)$$

В (1) $\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}$ — напряжения, $f(t)$ — функция источника по времени, f_0 — его несущая частота, R_1 — радиус Земли. В этом случае возбуждается поле смещений $\hat{u} = u_r(r, \theta, t)\hat{e}_r + u_\theta(r, \theta, t)\hat{e}_\theta$, не зависящее от координаты φ .

В начальный момент времени ставятся нулевые начальные данные:

$$u_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} = u_\theta = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (2)$$

Кроме того, добавляется условие ограниченности решения в центре шара

$$\hat{u}|_{r=0} < \infty. \quad (3)$$

На границах $r = R_j$, где скорости продольных $V_p(r)$, поперечных $V_s(r)$ волн и плотности $\rho(r)$ терпят разрыв, вводятся известные условия сопряжения (непрерывности) [1]:

$$[u_r] = [u_\theta] = [\sigma_{rr}] = [\sigma_{r\theta}]|_{r=R_j} = 0. \quad (4)$$

В (4) $\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}$ — напряжения, u_r, u_θ — смещения.

ПОСТРОЕНИЕ И УСТОЙЧИВОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ БЕЗ ПОГРЕШНОСТИ

На первом этапе решение краевой задачи (1)–(4) ищется в виде разложения Фурье-Лежандра по переменным (θ, t) [1,2].

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta, t) &= \\ &= \frac{1}{2T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} u_r(r, k, \omega_m) \exp(i\omega_m t) P_k(\cos \theta), \\ u_r(r, \theta, t) &= \\ &= \frac{1}{2T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} u_\theta(r, k, \omega_m) \exp(i\omega_m t) P_k^1(\cos \theta). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $P_k(x)$, $P_k^1(x)$ ($-1 \leq x \leq 1$) – многочлены Лежандра [1], $\omega_m = m \cdot \pi / T$. Далее для сокращения записи несущественные переменные опускаются.

После применения (5) постановка (1)–(4) сведена к двухпараметрическому семейству (k, ω_m) уравнений в каждом сферическом слое $R_{j+1} < r < R_j$.

$$\begin{aligned} &\frac{d^2 u_\theta}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du_\theta}{dr} + \frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \\ &- \frac{n}{r^2} \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} u_\theta + \frac{\omega^2}{V_s^2} u_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} u_r = 0, \\ &\frac{d^2 u_r}{dr^2} - \frac{n}{r} \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{du_\theta}{dr} + \frac{2}{r} \frac{du_r}{dr} + \frac{n}{r^2} \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + 2\mu} u_\theta - \\ &- \frac{u_r}{r^2} (2 + n\mu/(\lambda + 2\mu)) + \frac{\omega^2}{V_p^2} u_r = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

На поверхности Земли ($r = R_1$) и в центре Земли ($r = 0$) из (1) и (3) получим краевые условия в спектральной области:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}|_{r=R_1} &= 2F(\omega) \cdot v / R_1^2, \quad \sigma_{r\theta}|_{r=R_1} = 0, \\ v &= k + 0.5, \quad u_r|_{r=0} < \infty, \quad u_\theta|_{r=0} < \infty. \end{aligned} \quad (7)$$

В (6) и (7) $n = k(k+1)$, λ, μ – упругие параметры Ламе, ρ – плотность.

На втором этапе осуществляется переход к потенциалам продольных u_p и поперечных u_s волн. Известно классическое представление полного поля через потенциалы [9]. В данной работе оно берется в виде:

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{d}{dr} \left(\frac{u_p}{r^{0.5}} \right) + \frac{k(k+1)}{r^{1.5}} u_s, \\ u_\theta &= \frac{d}{dr} \left(\frac{u_s}{r^{0.5}} \right) + \frac{1}{r^{1.5}} u_s + \frac{1}{r^{1.5}} u_p. \end{aligned} \quad (8)$$

Представление (8) позволяет свести уравнение (6) сразу к уравнениям Бесселя для потенциалов продольных u_p и поперечных u_s волн:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2 u_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_p}{dr} + \frac{\omega_n^2}{V_p^2} u_p - \frac{v^2}{r^2} u_p = 0, \\ &\frac{d^2 u_s}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_s}{dr} + \frac{\omega_n^2}{V_s^2} u_s - \frac{v^2}{r^2} u_s = 0, \quad v = k + 0.5. \end{aligned} \quad (9)$$

Краевая задача второго порядка (6), (7) с учетом (9) и (4) сводится к двум задачам Коши первого порядка. Для этого по аналогии с [2] вводятся вспомогательные функции $a_{11}(r)$, $a_{22}(r)$, $a_{12}(r)$, $a_{21}(r)$ следующим образом:

$$\frac{du_p}{dr} = \frac{a_{11}}{r} u_p + \frac{a_{12}}{r} u_s, \quad \frac{du_s}{dr} = \frac{a_{21}}{r} u_p + \frac{a_{22}}{r} u_s. \quad (10)$$

В итоге для слоистого шара получен рекуррентный процесс для нахождения функций a_{pq} ($p, q = 1, 2$) при $r = R_1$. Далее из (7) и (8) получим искомые смещения в спектральной области. Окончательно суммированием в (5) получаем решение в физической области $u_r(r, \theta, t)$ и $u_\theta(r, \theta, t)$.

Но поскольку функции Бесселя $J_v(z)$ и $Y_v(z)$ из (9) при возрастании пространственной частоты v быстро стремятся к нулю и бесконечности [1], в аналитическом решении возникают особенности. В этой ситуации вычисление на компьютере становится неустойчивым. Происходит выход за границы числового диапазона для любой вычислительной платформы. Поэтому для расчета телесейсмических волн для несущих частот в 1 герц и выше используется асимптотика. Пусть $J_v(x) \sim 0$, $Y_v(x) \sim \infty$ и $x \neq 0$. Тогда и их производные $J'_v(x) \sim 0$, $Y'_v(x) \sim \infty$. В этом случае в [3,4] получена новая асимптотика:

$$\frac{J'_v(x)}{J_v(x)} \sim \frac{\sqrt{v^2 - x^2}}{x}, \quad \frac{Y'_v(x)}{Y_v(x)} \sim -\frac{\sqrt{v^2 - x^2}}{x}. \quad (11)$$

Использование (11) позволяет устойчиво вычислять аналитическое решение для телесейсмических волновых полей для Земли в случае несущей частоты в 1 герц и выше. Может возникнуть вопрос. Чем плохи классические асимптотики? Почему бы их не использовать? Рассмотрим классические асимптотики [10]. Они верны при $v \gg |x|$.

$$J_v(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} \left(\frac{ex}{2v} \right)^v, \quad Y_v(x) = -\sqrt{\frac{2}{\pi v}} \left(\frac{ex}{2v} \right)^{-v}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что

$$\frac{J'_v(x)}{J_v(x)} = \frac{v}{x} \quad \text{и} \quad \frac{Y'_v(x)}{Y_v(x)} = -\frac{v}{x}. \quad (13)$$

Если $v \gg |x|$ то можно положить $\sqrt{v^2 - x^2} \sim v$. Тогда из (11) и (13) следует, что новая асимптотика будет совпадать с классической.

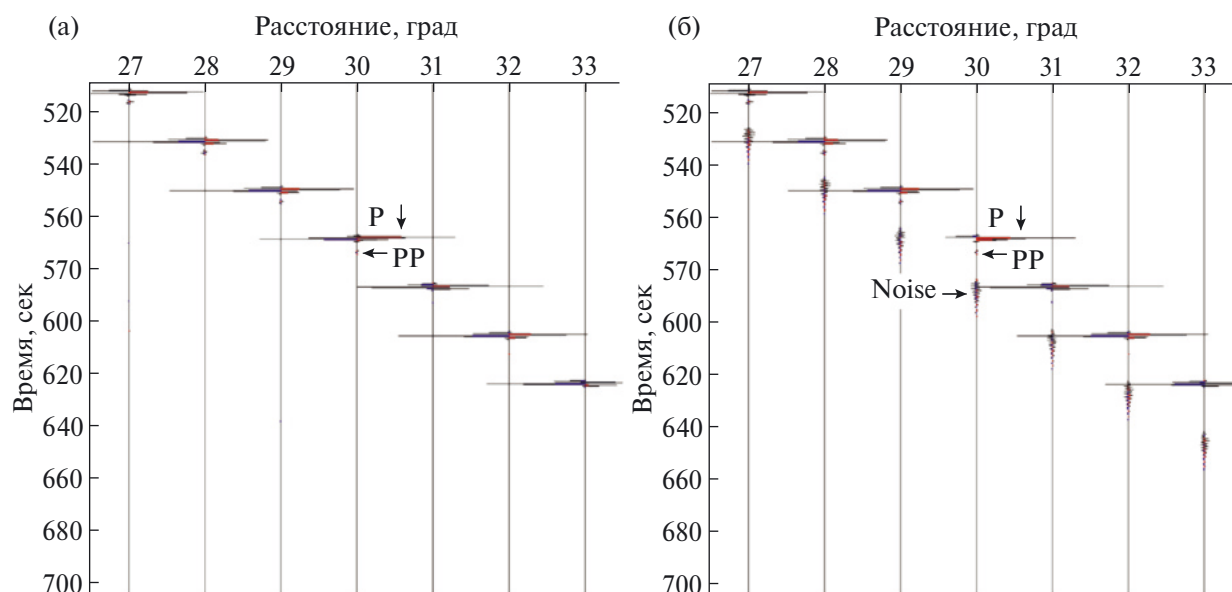


Рис. 1. Компонента U_r сейсмического поля с несущей частотой 1 герц для однородного шара земных размеров. В алгоритме расчета используется новая (а) и классическая (б) асимптотики. По вертикали — время в секундах (возрастает вниз), по горизонтали — расстояние в градусах. Буквы P и PP обозначают прямую и однократную продольные волны. Noise — помеха при использовании классической асимптотики.

На рис. 1 приведены волновые поля радиальной (вертикальной) компоненты u_r сейсмического поля с несущей частотой 1 герц для однородного шара с радиусом Земли $R_1 = 6371$ километров. Однородный шар имеет параметры: $V_p = 5.8$, $V_s = 3.45$, $\rho = 2.72$. По горизонтали приведены расстояния в градусах. По вертикали — время в секундах (возрастает вниз). При этом на рис. 1 а используется новая асимптотика (11). А на рис. 1 б — классическая асимптотика (13). Символы P и PP означают прямую и однократную продольные волны. В этом случае кинематика для угла φ для прямой волны P будет даваться известным выражением $t_p = 2R_1 \sin(\varphi/2)/V_p$. Соответственно кинематика однократной продольной волны PP — $t_{pp} = 4R_1 \sin(\varphi/4)/V_p$. Для угла в 30 градусов будет $t_p \approx 568,6$ секунд, а $t_{pp} \approx 573,5$ секунд. Приход этих волн обозначен символами P и PP на рис. 1. Далее все кратные волны распространяются по границам вписанных в круг многоугольников. В пределе многоугольники стремятся к окружности. Длина дуги окружности для угла φ в 30 градусов будет $R_1 \cdot \pi \cdot \varphi / 180 \approx 3335,85$. Поэтому для времен больших, чем $3335,85/V_p \approx 575,1$, кратных продольных волн P быть не может. Таким образом, волновая фаза, приходящая на рис. 1 б за P - и PP -волнами, заведомо является помехой, так как она регистрируется на времени (возрастает вниз) больше 580 секунд. Она обозначена символом Noise на рис. 1 б. Из литературы известны и другие

асимптотики (например, [11]). Но асимптотики из [11] приводят к формулам (13), то есть результаты ее применения к волновым задачам будут совпадать с классической асимптотикой.

Таким образом, в случае высоких частот использовать классическую асимптотику нельзя. Ее использование приводит к погрешности в решении даже для однородного шара. Причина этого в том, что классическая асимптотика верна при $v \gg |x|$. А при расчетах аналитического решения для шара земных размеров, например, функция Бесселя $J_\nu(x)$ становится близка к нулю, когда v сравнима с $|x|$. Это и приводит к невозможности использования классической асимптотики. А новая асимптотика как раз применима, когда $J_\nu(x) \sim 0$.

Разработанный аналитический метод позволяет устойчиво вычислять телесейсмические высокочастотные (1 герц и выше) волновые поля в шаре земных размеров. Использование новой асимптотики дает возможность эффективного вычисления решения без погрешностей с высокой детальностью.

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

На рис. 2 приведена радиальная (вертикальная) компонента u_r для дискретной (слоистой) модели Земли из [7, 8] в диапазоне эпицентральных расстояний 130–160 градусов. Импульс $f(t)$ в источнике

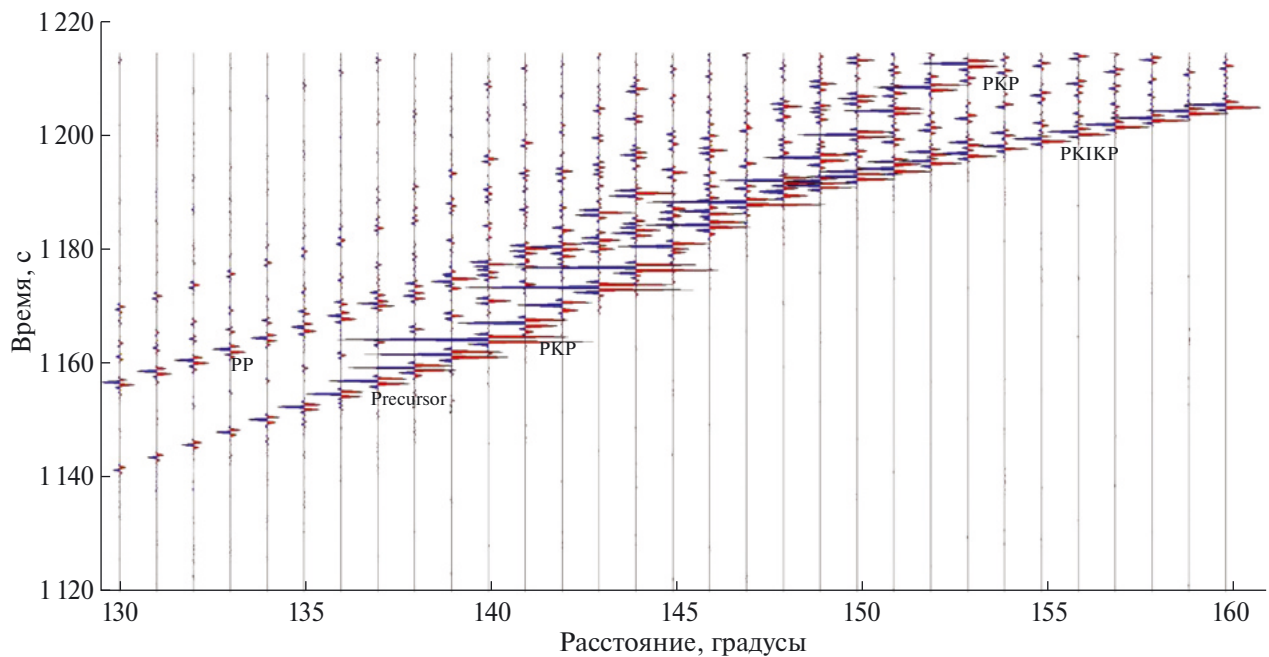


Рис. 2. Компонента U_r сейсмического поля. По вертикали приведено время в секундах (возрастает вверх), по горизонтали расстояние в градусах. Возникновение прекурсоров для модели Земли из [7, 8].

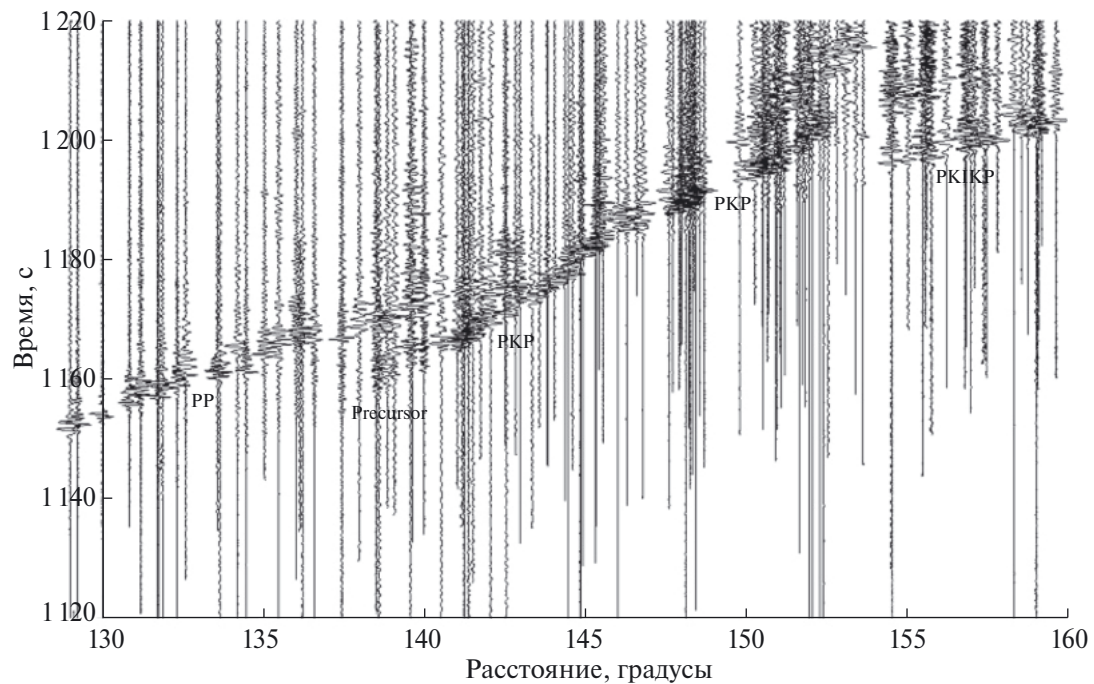


Рис. 3. Фрагмент монтажа сейсмограмм, полученного на сейсмических станциях мировой сети.

взят в виде функции Гаусса в (1) с несущей частотой в 1 герц. По горизонтали приведено расстояние в градусах. По вертикали — время (возрастает вверх). Из рис. 2 видно, что впереди *PKP*-волн возникают высокочастотные колебания небольшой

амплитуды (предвестники). Спектральный анализ показал, что их частота примерно равна 1.25 герца.

Аналогичные явления происходят и для известной модели АК135 [12]. В работе [4] показано, что для модели АК135 впереди *PKP*-волн также

возникают высокочастотные колебания небольшой амплитуды. Отметим, что для моделей Земли с непрерывным изменением скорости распространения сейсмических волн во внешнем ядре интерференционной картины не возникает [4]. Таким образом, явление возникновения небольших высокочастотных колебаний (предвестников) впереди *РКР*-волн полностью объясняется сферической геометрией слоистой Земли.

На рис. 3 представлен монтаж сейсмограмм, полученный по данным мировой сети сейсмических станций [4]. Сравнение рисунков 2 и 3 показывает, что теоретические сейсмограммы во многом похожи на экспериментальные сейсмограммы. Это подтверждает правильность идей, положенных в основу построения модели Земли в [7, 8].

ВЫВОДЫ

В работе получено аналитическое решение для волновых полей сейсмических волн в сферически-симметричной Земле. В аналитическом решении за счет быстрого убывания/возрастания бесселевых функций возникают особенности. Это приводит к неустойчивости решения на любой вычислительной платформе. Для устранения неустойчивости нужно использовать асимптотику. Исследовано применение классической и новой асимптотики для случая первого вступления продольных *P*-волн. Показано, что в случае шара земных размеров классическая асимптотика для высоких частот дает погрешность в решении, то есть ее использовать нельзя.

Использование новой асимптотики дало возможность эффективного вычисления решения без погрешностей с высокой детальностью. Создана программа, позволяющая проводить расчеты для высокочастотных (1 герц и выше) телесеизмических волновых полей в шаре планетарных размеров. Количество сферических слоев и параметры среды могут быть произвольными. Расчеты можно осуществлять на персональных компьютерах с распараллеливанием OpenMP.

По созданной программе проведен расчет с высокой детальностью для дискретной (слоистой) модели Земли из [7, 8] с несущей частотой в 1 герц. Она характеризуется тем, что в ней внешнее ядро обладает модулем сдвига, отличным от нуля. В результате аналитического расчета обнаружено, что впереди *РКР*-волн возникают высокочастотные колебания небольшой амплитуды, так называемые “предвестники”.

Аналитический расчет показал, что теоретические сейсмограммы для модели Земли из [7, 8]

во многом похожи на экспериментальные сейсмограммы, полученные мировой сетью сейсмических станций. Это сравнение говорит о правильности идей, положенных в основу построения модели Земли в работе [7, 8].

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в соответствии с Государственным заданием ИФЗ РАН № 0144-2019-0011 и ИВМиМГ СО РАН № 0251-2021-0004.

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М: Наука. 2004. 798 с.
2. Фатьянов А.Г. Полуаналитический метод решения прямых динамических задач в слоистых средах // ДАН. 1990. Т. 310. № 2. С. 323–327.
3. Фатьянов А.Г., Бурмин В.Ю. Кинематика волновых полей в шаре // Геофизические процессы и биосфера. 2021. Т. 20. № 1. С. 61–67.
4. Фатьянов А.Г., Бурмин В.Ю. Возникновение предвестников *РКР*-волн в радиально-симметричной слоистой Земле // ДАН. 2019. Т. 489. № 1. С. 84–88.
5. Wenbo Wu, Sidao Ni, Zhongwen Zhan, Shengji Wei. An SEM-DSM three-dimensional hybrid method for modeling teleseismic waves with complicated source-side structures // Geophysical Journal International. 2018. V. 215. Issue 1. P. 133–154.
6. Hao Shen, Xiaotian Tang, Chao Lyu, Liang Zhao. Spatial- and temporal-interpolations for efficient hybrid wave numerical simulations // Frontiers in Earth Science, Sec. Solid Earth Geophysics. 2022. V. 10.
7. Бурмин В.Ю. Строение мантии и ядра Земли по данным сейсмических станций мировой сети // Геофизические исследования. 2010. Т. 11. Спецвыпуск. С. 41–71.
8. Бурмин В.Ю. Некоторые обратные задачи сейсмологии. Теория, эксперименты, результаты — Москва. “Наука”. 2019. 277 с.
9. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. М.: Мир. 1983. 880 с.
10. Shanjie Zhang, Jian-Ming Jin. Computation of special functions. John Wiley. 1996. 717p.
11. Керимов М.К., Скороходов С.Л. О некоторых асимптотических формулах для цилиндрических функций Бесселя // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1990. Т. 30. № 12. С. 1775–1784.
12. Kennett B.L.N., Engdahl E.R., Buland R. Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes // Geophys. J. Int. 1995. No. 122. P. 108–124.

SEISMIC WAVE FIELDS IN A SPHERICALLY SYMMETRIC EARTH. ANALYTICAL SOLUTION

A. G. Fatyanov^{a,#}, V. Yu. Burmin^{b,##}

^a*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics,
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. Novosibirsk, Russian Federation*

^b*Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences.
Moscow, Russian Federation*

[#]*E-mail: fat@nmsf.sscs.ru*

^{##}*E-mail: burmin@ifz.ru*

An analytical solution is obtained for seismic wave fields in a spherically symmetric Earth. Asymptotics is used for stable calculation of wave fields. It is shown that the classical asymptotics in the case of a ball of large (in wavelengths) dimensions gives an error in the solution. The original asymptotics is used for efficient calculation of a solution without errors with high detail. A program has been created that makes it possible to carry out calculations for high-frequency (1 hertz and higher) teleseismic wave fields in a discrete (layered) sphere of planetary dimensions. Calculations can be carried out on personal computers with OpenMP parallelization. In the works of V. Yu. Burmina (2010, 2019) proposed a spherically symmetric model of the Earth. It is characterized by the fact that in it the outer core has a viscosity and, therefore, an effective shear modulus other than zero. For this model of the Earth, a highly detailed calculation was carried out with a carrier frequency of 1 hertz. As a result of the analytical calculation, it was found that high-frequency oscillations of small amplitude, the so-called “precursors,” appear ahead of the PKP waves. An analytical calculation showed that the theoretical seismograms for this model of the Earth are in many respects similar to the experimental data. This confirms the correctness of the ideas underlying its construction.

Keywords: spherically symmetric Earth, analytical solution, new asymptotics, stable solution Computation, teleseismic wave fields, Earth model, shear modulus, precursors of PKP waves