

ISSN 2686-7400

Том 514

Январь–Февраль 2024



ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК.

ФИЗИКА,
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ



НАУКА

— 1727 —

СОДЕРЖАНИЕ

Том 514, 2024

ФИЗИКА

Висмутовые волоконные лазеры с накачкой по оболочке, излучающие в области длин волн 1.4–1.5 мкм <i>А. С. Вахрушев, А. В. Харахордин, С. В. Алышев, А. М. Хегай, Е. Г. Фирстова, М. А. Мелькумов, С. В. Фирстов</i>	5
Спектрально-люминесцентные характеристики органических сцинтилляторов UPS-923A после воздействия ионизирующего излучения <i>Ш. Ирисов, И. Нуритдинов, К. Х. Саидахмедов, З. У. Эсанов, Б. С. Юлдашев</i>	14
Исследование реологии льда на основе численного моделирования медленного удара <i>И. Б. Петров, Е. К. Гусева, В. И. Голубев, В. П. Епифанов</i>	20
Солнечный элемент на основе перовскита в структуре с таммовским плазмон-поляритоном <i>Д. А. Пыхтин, Р. Г. Бикбаев, И. В. Тимофеев, С. Я. Ветров, В. Ф. Шабанов</i>	29
Влияние локальной анизотропии редкоземельного иона на макроскопические магнитные свойства лангасита $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ <i>А. Ю. Тихановский, В. Ю. Иванов, А. М. Кузьменко, А. А. Мухин</i>	34
Математическая теория эпидемии и пандемии на основе законов цепного и теплового взрывов <i>А. А. Филиппов</i>	40
Влияние остаточной намагниченности на коррозию стальных образцов <i>С. Н. Якупов, Р. Р. Кантюков, Г. Г. Гумаров, Н. М. Якупов</i>	46

МЕХАНИКА

Динамическая модель и новый подход к анализу успешности процесса мягкой посадки космического аппарата с механическим посадочным устройством <i>В. Н. Бакулин, С. В. Борзых</i>	50
О применении метода Охоцимского—Егорова для решения задачи Эйлера—Ламберта <i>В. В. Ивашкин</i>	58
Режим автоколебаний при течении аномально термовязкой жидкости <i>В. Н. Киреев, А. А. Мухутдинова, С. Ф. Урманчеев</i>	63

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Разработка нового, более точного алгоритма для вычисления приливных чисел Лява <i>Д. О. Аморим, Т. В. Гудкова</i>	70
Повышение эффективности использования энергии парового взрыва при обработке лигниноцеллюлозного сырья <i>И. Н. Гришняев</i>	78
О гигантском усилении эффектов фононного незеркального отражения на уединенной границе раздела магнитной и немагнитной сред <i>Ю. В. Гуляев, О. С. Сухорукова, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров</i>	83

CONTENTS

Volume 514, 2024

PHYSICS

Cladding-Pumped Bismuth-Doped Fiber Lasers Operating
at a Wavelength Region of 1.4–1.5 μm

*A. S. Vakhrushev, A. V. Kharakhordin, S. V. Alyshev, A. M. Khagai,
E. G. Firstova, M. A. Melkumov, S. V. Firstov*

5

Spectral and Luminescent Characteristics of Organic Scintillators UPS-923A
Irradiated with Ionizing Radiation

Sh. Irisov, I. Nuritdinov, K. Kh. Saidahmedov, Z. U. Esanov, B. S. Yuldashev

14

Ice Rheology Exploration Based on Numerical Simulation of Low-Speed Impact

I. B. Petrov, E. K. Guseva, V. I. Golubev, V. P. Epifanov

20

Perovskite-Based Solar Cell in Tamm Plasmon-Polariton Structure

D. A. Pykhtin, R. G. Bikbaev, I. V. Timofeev, S. Ya. Vetrov, V. F. Shabanov

29

Effect of Rare-Earth Ion Local Anisotropy on Macroscopic Magnetic
Properties of $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ Langasite

A. Yu. Tikhanovskii, V. Yu. Ivanov, A. M. Kuzmenko, A. A. Mukhin

34

Mathematical Theory of Epidemics and Pandemics Based on the Laws
of Chain and Thermal Explosions

A. A. Philippov

40

Effect of Residual Magnetization Corrosion of Steel Samples

S. N. Yakupov, R. R. Kantukov, G. G. Gumarov, N. M. Yakupov

46

MECHANICS

A Dynamic Model and a New Approach to Analyzing the Success of the Soft Landing
Process of a Spacecraft With a Mechanical Landing Device

V. N. Bakulin, S. V. Borzykh

50

Using Okhotsimsky–Egorov’s Method for Solving the Euler–Lambert’s Problem

V. V. Ivashkin

58

Self-Oscillating Mode in an Anomalous Thermoviscous Liquid Flow

V. N. Kireev, A. A. Mukhutdinova, S. F. Urmancheev

63

TECHNICAL SCIENCES

Development of a New More Precise Algorithm for Computing Tidal Love Numbers

D. O. Amorim, T. V. Gudkova

70

Increasing the Efficiency of the Use of the Energy of a Steam Explosion
in the Processing of Lignin-Cellulose Raw Materials

I. N. Grishnyaev

78

On Giant Amplification of Effects of Phonon Nonspecular Reflection
at a Solitary Interface between Magnetic and Non-magnetic Media

Yu. V. Gulyaev, O. S. Sukhorukova, A. S. Tarasenko, S. V. Tarasenko, V. G. Shavrov

83

УДК 535.41; 535.391

ВИСМУТОВЫЕ ВОЛОКОННЫЕ ЛАЗЕРЫ С НАКАЧКОЙ ПО ОБОЛОЧКЕ, ИЗЛУЧАЮЩИЕ В ОБЛАСТИ ДЛИН ВОЛН 1.4–1.5 мкм

© 2024 г. А. С. Вахрушев^{1,*}, А. В. Харахордин¹, С. В. Алышев¹, А. М. Хегай¹,
Е. Г. Фирстова¹, М. А. Мелькумов¹, С. В. Фирстов¹

Представлено академиком РАН И.А. Щербаковым 19.04.2023 г.

Поступило 19.04.2023 г.

После доработки 19.04.2023 г.

Принято к публикации 14.11.2023 г.

Представлены результаты по разработке и изучению выходных характеристик висмутовых волоконных лазеров для ближнего ИК-диапазона, накачиваемых в оболочку с использованием многомодовых лазерных диодов, излучающих на длине волны 808 нм. Активной средой таких лазеров служили световоды с сердцевинной из германосиликатного стекла, легированного висмутом, с различной формой (круглым и квадратным сечением) внутренней оболочки, покрытой полимером с показателем преломления 1.396. На основе таких световодов была разработана серия волоконных лазеров, генерирующих излучение в области длин волн 1.4–1.5 мкм, и изучены их спектральные и мощностные характеристики. Было выполнено численное моделирование, направленное на поиск оптимальной конфигурации таких лазеров, с целью определения предельно-достижимых характеристик получаемых устройств. Получено хорошее согласование расчетных данных с экспериментальными результатами. Используя активный световод с квадратным сечением со стороной ~80 мкм и диаметром сердцевины ~11 мкм, легированной висмутом, был создан волоконный лазер, генерирующий на длине волны ~1460 нм, с дифференциальной эффективностью около 5% и максимальной выходной мощностью более 250 мВт.

Ключевые слова: висмут, волоконный световод, активный центр, волоконный лазер, оптические переходы

DOI: 10.31857/S2686740024010014, **EDN:** OWDAIJ

Лазерные технологии внедрены сегодня во многие сферы деятельности и могут решать множество задач, которые важны как в технологическом аспекте, так и в повседневной деятельности, позволяя обрабатывать материалы, осуществлять дистанционное зондирование, проводить медицинские процедуры и обеспечивать передачу данных даже в труднодоступных местах (в космосе, ядерных реакторах и др.) [1–4]. Существуют разные типы лазеров, среди которых одними из наиболее востребованных

являются лазеры на основе оптического волокна, имеющего световедущую структуру, состоящую из сердцевины с добавками активных элементов и солегирующих примесей; внутренней оболочки из кварцевого стекла с более низким показателем преломления, чем в сердцевине, а также внешней полимерной оболочки. Легирование активными ионами центральной части (сердцевины) в оптических волокнах позволяет получить лазерную среду, которая может осуществлять усиление или генерацию оптического излучения. В качестве активных ионов, как правило, применяются редкоземельные элементы (РЗЭ): Er, Yb, Tm, Ho и т.д. В настоящее время благодаря своим уникальным характеристикам волоконные лазеры на переходах РЗЭ получили широкое распространение, вытеснив

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук,
Научный центр волоконной оптики им. Е.М. Дианова
Российской академии наук,
Москва, Россия

*E-mail: as.vahrush@yandex.ru

некоторые разновидности других лазерных систем. Тем не менее дальнейший прогресс в направлении развития волоконных лазеров был связан с расширением рабочей области длин волн, что было продиктовано новыми прикладными задачами. С помощью световодов с РЗЭ освоение новых областей было невозможно, поскольку положение их уровней и энергий переходов практически не зависят от используемой стеклянной матрицы.

В этом отношении разработка световодов с висмутом, который по свойствам отличается от РЗЭ, стало новым этапом в освоении волоконными лазерами ближнего ИК-диапазона. Первый волоконный лазер на основе легированного висмутом световода (висмутовый лазер) был создан в 2005 г. [5]. Однако спектральная область генерации такого лазера была сосредоточена примерно от 1.14 до 1.21 мкм, что снижало потенциал практического использования таких устройств. Позже оказалось, что можно использовать легирующие добавки (фосфор, германий) для смещения энергии оптических переходов, позволяя обеспечить оптическое усиление висмутовых световодов в диапазоне длин волн от 1250 до 1775 нм [6–8]. Это стало возможным благодаря формированию различных типов висмутовых активных центров (ВАЦ), ассоциированных с кремнием (ВАЦ-Si), фосфором (ВАЦ-P), германием (ВАЦ-Ge).

Одной из особенностей висмутовых лазерно-активных световодов является низкая концентрация висмута, а следовательно, и ВАЦ, что, в свою очередь, обуславливает низкое погонное поглощение. По этой причине все висмутовые лазеры до настоящего времени работали при накачке в верхний лазерный уровень с использованием одномодовых источников накачки [9–12]. Это существенным образом ограничивало их широкое распространение. Например, для такого типа лазеров по сравнению с лазерами, накачиваемыми в оболочку, является невозможность ввода излучения одновременно от нескольких одномодовых источников накачки, что создает сложности для масштабирования выходной мощности. Недавно был предложен подход и успешно осуществлена его практическая реализация, в результате которой было продемонстрировано получение первых висмутовых ИК-лазеров с накачкой

от недорогих многомодовых диодов [13, 14]. Следует отметить, что рядом исследователей и ранее предпринимались попытки получения лазерной генерации с использованием висмутовых световодов, возбуждаемых многомодовыми источниками накачки, однако в силу разных обстоятельств они оказывались неудачными [15].

В данной работе сообщается о результатах исследований работы висмутовых лазеров с диодной накачкой, вводимой в оболочку активного световода, а также об изучении возможностей оптимизации конструкции таких лазеров и дизайна висмутового световода, являющегося активным элементом лазеров такого типа. Представлены результаты численных расчетов по оптимизации параметров лазеров на основе висмутовых световодов с сердцевинной из германо-силикатного (<8 мол.% GeO_2) стекла, в которой происходит формирование ВАЦ-Si, являющихся ответственными за излучательные переходы в ближней ИК-области.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Изготовление преформы исследуемых световодов осуществлялось методом модифицированного химического осаждения из газовой фазы (Modified Chemical Vapor Deposition (MCVD)). В процессе получения преформы волоконного световода использовалась опорная кварцевая труба фирмы Heraeus Suprasil F-300, на внутреннюю поверхность которой осаждались стеклообразные слои сердцевины световода. Данный процесс состоял из следующих этапов: осаждение пористых слоев с оксидом германия GeO_2 при температуре 1300 °C; газофазное введение висмута из BiBr_3 в результате процесса химического разложения при температуре 1800 °C с последующим их стеклованием; сплавление трубы со слоями в стержень-преформу при повышенной температуре ~2000 °C. Разница в показателях преломления сердцевины и оболочки преформы составляла ~0.01, что было обусловлено введением оксида германия в количестве ~8 мол.%. Технологический процесс получения был оптимизирован, с одной стороны, для достижения заданных параметров по концентрации Bi и GeO_2 , а с другой — для минимизации различий показателя преломления и химического состава стекла сердцевины по длине преформы. После получения

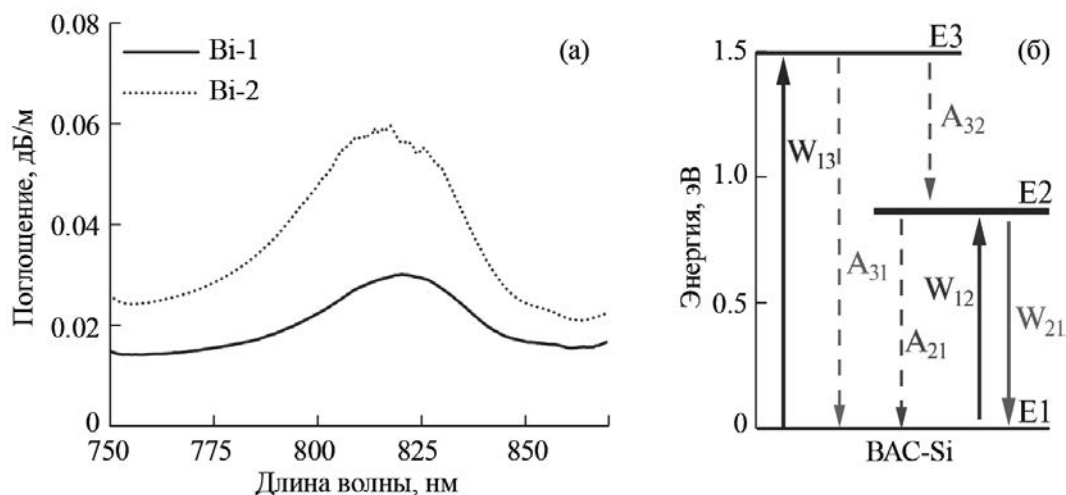


Рис. 1. Спектры поглощения, полученные при вводе слабого оптического сигнала в оболочку исследуемых световодов (а); схема энергетических переходов ВАЦ-Si при возбуждении излучением на длине волны 800 нм с указанием основных переходов (б).

преформы она делилась на две части, а затем каждая часть проходила процесс жакетирования (осаждение дополнительной кварцевой трубы) для получения заготовки с необходимой расчетной длиной волны отсечки высших мод в одномодовом световоде. Для получения световода с оболочкой квадратного сечения требовался дополнительный этап, связанный с механической обработкой и полировкой одной из частей преформы. После получения преформ с требуемой геометрией из них были вытянуты одномодовые висмутовые световоды в полимерном покрытии, которое имеет более низкий показатель преломления 1.396, чем кварцевое стекло 1.456, что позволяло в обоих случаях сформировать световедущую структуру во внутренней кварцевой оболочке световода. В результате были получены два образца оптического волокна с оболочкой круглого сечения (диаметр 125 мкм) (Bi-1, диаметр сердцевины 8 мкм) и квадратного сечения (80×80 мкм) (Bi-2, диаметр сердцевины 11 мкм).

Измерение спектров поглощения изучаемых световодов проводилось методом «облома», т.е. путем сравнения интенсивностей введенного в оболочку сигнального излучения, проходящего через активный световод различной длины. В качестве источника сигнала использовалась галогенная лампа (Mikropack DH-2000). Регистрация сигнала осуществлялась оптическим спектроанализатором Ocean Optics USB2000.

На рис. 1а представлены типичные спектры поглощения исследуемых световодов. Видно, что модификация дизайна световода (изменение формы сечения оболочки и увеличение соотношения диаметров сердцевины и оболочки) позволило вдвое повысить уровень поглощения с 30 дБ/км (Bi-1) до 60 дБ/км (Bi-2) на длине волны 820 нм. Это было ожидаемо, поскольку в таком случае (при устранении цилиндрической симметрии) происходит лучшее перекрытие мод оболочки с легированной висмутом сердцевиной по сравнению со световодом круглого сечения. Также важно отметить, что спектральное положение полосы поглощения ВАЦ-Si хорошо перекрывается с длиной волны генерации коммерчески доступных диодов накачки, работающих на длине волны 808 нм, позволяя эффективно возбуждать активные центры.

Схема основных энергетических уровней ВАЦ-Si с оптическими переходами при использовании возбуждения на 808 нм показана на рис. 1б. Накачка лазерной среды соответствует вынужденному переходу ВАЦ-Si с уровня E1 на уровень E3 (W_{13}), откуда происходит преимущественно безызлучательная спонтанная релаксация A_{32} на уровень E2. Вынужденный переход W_{21} с E2 на E1 сопровождается испусканием фотона в области длин волн 1400–1500 нм. При рассмотрении работы данной лазерной системы следует отметить, что спонтанная релаксация $A_{32} \gg A_{31}$ доминирует над переходом

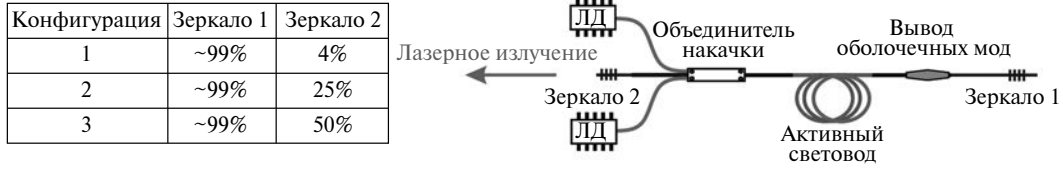


Рис. 2. Схема висмутового лазера с накачкой в оболочку в разных конфигурациях.

с уровня E2 в основное состояние, а также что возможен процесс поглощения испускаемых фотонов ВАЦ-Si (W_{12}). Все вышеописанное позволило построить рабочую модель лазерной системы, которая приводится ниже.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ И ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РАБОТЫ ЛАЗЕРА

Эксперимент

Висмутовые волоконные лазеры были собраны на основе резонатора Фабри–Перо, образованного активной средой и двумя зеркалами (рис. 2). Исследовались различные конфигурации резонаторов, в которых в качестве зеркала 1 использовалась волоконная брэгговская решетка (ВБР) с отражением ~99%, расположенная за волоконным стриппером (устройством для устранения непоглощенных оболочечных мод накачки). В качестве выходного зеркала (зеркало 2) использовались сколотый торец световода под прямым углом, обеспечивая 4%-ное отражение (конфигурация № 1), а в конфигурациях № 2 и 3 – волоконные зеркала Саньяка с коэффициентами отражения ~25 и 50% соответственно. Накачка лазерной среды осуществлялась с помощью полупроводниковых многомодовых лазерных диодов (ЛД) SkyEra, излучающих на длине волны 808 нм с максимальной выходной мощностью 25 Вт (рис. 2). Излучение диодов вводилось в активный световод с помощью коммерчески доступного объединителя накачки и сигнала $(2 + 1) \times 1$. В рамках экспериментов проводились измерения спектров лазерной генерации с помощью оптического спектроанализатора Agilent 86140B, зависимостей выходной мощности от введенной мощности накачки (измеритель мощности Ophir с детектором 3A-FS-SH). Все эксперименты были выполнены при комнатной температуре. Висмутовые лазеры также находились в обычных условиях и не требовали дополнительного охлаждения.

Модель работы висмутового лазера

Для оптимизации волоконной схемы рассматриваемых лазеров и проведения сопоставления с экспериментальными данными использовалась численная модель, базирующаяся на решении системы связанных скоростных уравнений населенностей уровня накачки и верхнего лазерного уровня (1), а также дифференциальных уравнений, описывающих изменения мощности накачки и сигнала (2), распространяющегося в прямом и обратном направлении, вдоль активного световода с учетом граничных условий:

$$\begin{aligned} \frac{dN_3}{dt} &= 0 = W_3 N_1 - A_3 N_3 - A_2 N_3, \\ \frac{dN_2}{dt} &= 0 = W_2 N_1 - W_2 N_2 + A_2 N_3 - A_2 N_2, \\ N_{\text{tot}} &= N_1 + N_2 + N_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где N_i – населенность E_i уровня; N_{tot} – общая концентрация ВАЦ в сердцевине волокна; W_{ij} и A_{ij} – вынужденные и спонтанные переходы с уровня i на уровень j ($i, j = 1, 2, 3$) соответственно.

$$\begin{aligned} \frac{dP_p}{dz} &= -\sigma_a^p \cdot N_1 \cdot \Gamma_p \cdot P_p - \alpha_p^{BG} \cdot P_p = \\ &= -\left(n_1 \cdot \alpha_p^{clad} + \alpha_p^{BG}\right) \cdot P_p, \\ \frac{dP_s^+}{dz} &= \left\{\sigma_e^s \cdot N_2 - \sigma_a^s \cdot N_1\right\} \cdot \Gamma_s \cdot P_s^+ - \\ &- \alpha_s^{BG} \cdot P_s^+ = \left\{\eta \cdot n_2 - n_1\right\} \cdot \alpha_s^{core} - \alpha_s^{BG} \cdot P_s^+, \\ \frac{dP_s^-}{dz} &= -\left\{\sigma_e^s \cdot N_2 - \sigma_a^s \cdot N_1\right\} \cdot \Gamma_s \cdot P_s^- + \\ &+ \alpha_s^{BG} \cdot P_s^- = \left\{-\eta \cdot n_2 - n_1\right\} \cdot \alpha_s^{core} + \alpha_s^{BG} \cdot P_s^-, \end{aligned} \quad (2)$$

$$P_p(z=0) = \epsilon \cdot P_0, P_s^+(z=0) = P_s^-(z=0),$$

$$\frac{P_s^-(z=L)}{P_s^+(z=L)} \cdot 100\% = T_\lambda,$$

Таблица 1. Основные параметры и их обозначение, используемые для численных расчетов модели

Параметр	Обозначение	Величина
Радиус сердцевины, мкм	r	4
Радиус оболочки, мкм	R	62.5
Длина активного световода, м	L	232
Ненасыщаемые потери λ_s , дБ/м	α_s^{BG}	0.02
Ненасыщаемые потери λ_p , дБ/м	α_p^{BG}	2
Активное поглощение λ_s , дБ/м	α_s^{core}	0.41
Активное поглощение λ_p , дБ/м	α_p^{core}	5.8
Поглощение накачки по оболочке, дБ/м	α_p^{clad}	0.017
Радиус поля моды, мкм	Ψ_s	3
Сечение поглощения λ_p , пм ²	σ_a^p	16.8
Сечение поглощения λ_s , пм ²	σ_a^s	0.9
Сечение излучения λ_s , пм ²	σ_e^s	2.3
Время жизни ВАЦ на уровне E3, мкс	$\tau_3 \equiv \tau_p$	45
Время жизни ВАЦ на уровне E2, мкс	$\tau_2 \equiv \tau$	600
Коэффициент ветвления [16]	β	0.8
λ_s , нм	λ_s	808
λ_p , нм	λ_p	1460
Коэффициент отражения выходной ВБР, %	T_λ	4–95

где P_p , P_s^+ и P_s^- — мощность излучения накачки, сигналов в прямом и обратном направлениях соответственно; $\eta = \frac{\sigma_s^s}{\sigma_a^s}$; $n_i = \frac{N_i}{N_{tot}}$; $\alpha_p^{clad} = \sigma_a^p \cdot \Gamma_p \cdot N_{tot}$ и $\alpha_s^{core} = \sigma_a^s \cdot \Gamma_s \cdot N_{tot}$ — поглощение ВАЦ в сердцевине световода на длине волны накачки и длине волны сигнала соответственно; Γ_p , Γ_s — соответствующие коэффициенты перекрытия основной моды с профилем легирования ВАЦ, которые для простоты считаются независимыми от мощности накачки и сигнала. Ненасыщаемые потери, определяемые как остаточный уровень

оптических потерь в просветленной лазерной среде, в активном световоде на длине волны накачки/сигнала обозначены как $\alpha_p^{BG} / \alpha_s^{BG}$ соответственно. Входная мощность накачки в данной модели лазера обозначается как P_0 , а L — длина волокна, ϵ — дискретные вносимые потери (0.5–2.5 дБ), которые учитывают неэффективность передачи мощности накачки в активный световод. При моделировании работы висмутового лазера использовались параметры, представленные в табл. 1. Численные расчеты осуществлялись для конфигурации лазера с высокоотражающей ВБР (~99%) при вариации коэффициента отражения (T_λ) от 4 до 95% выходной ВБР. В результате были построены зависимости выходной мощности висмутовых лазеров от параметров резонатора (коэффициента отражения выходного зеркала и длины активного световода/мощности накачки) (рис. 3а, б). Численное моделирование выполнялось с использованием собственного программного кода, который был реализован с применением известных пакетов экосистемы SciPy на основе Python.

В результате были построены зависимости выходной мощности висмутовых лазеров от параметров резонатора (коэффициента отражения выходного зеркала и длины активного световода/мощности накачки (рис. 3а и б соответственно).

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 4а изображены экспериментально полученные зависимости выходной мощности лазеров различных конфигураций на основе образца Vi-1 от поглощенной мощности накачки. Длина активного световода около 200 м. Видно, что реализованные конфигурации лазеров обладали сравнимыми пороговыми значениями мощности накачки для получения лазерной генерации. На начальном участке полученные зависимости были близки к линейным, тогда как при дальнейшем увеличении мощности накачки происходило насыщение мощности на выходе лазера. Данный эффект заметнее всего наблюдался для резонатора с высоким коэффициентом отражения выходного зеркала (конфигурация № 3). Причиной наблюдаемого явления, как уже было показано в работе [17], была относительно медленная спонтанная релаксация ВАЦ-Si с уровня E3 на уровень E2,

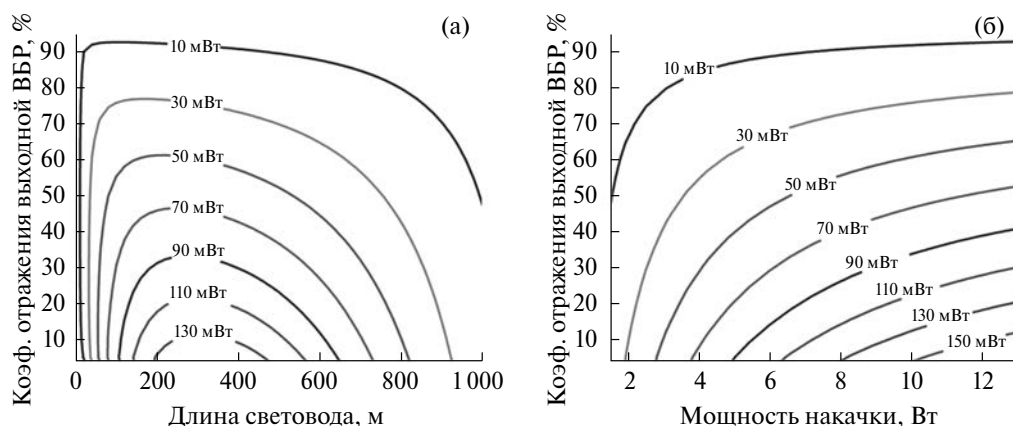


Рис. 3. Расчетные значения выходной мощности висмутовых лазеров, работающих на длине волны 1460 нм: а — от коэффициента отражения выходного зеркала и длины активного световода, при фиксированной поглощенной мощности накачки 8.5 Вт; б — от коэффициента отражения выходного зеркала и мощности накачки, при длине активного световода 200 м.

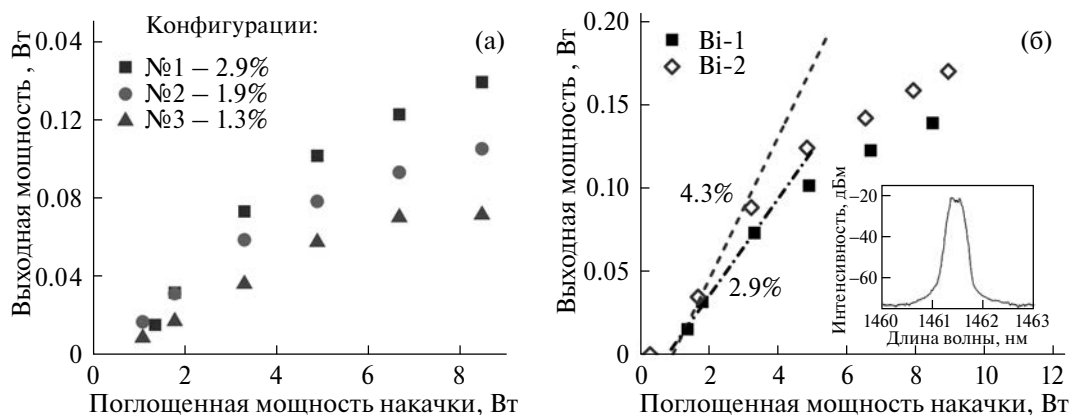


Рис. 4. Зависимости выходной мощности висмутового лазера от поглощенной мощности накачки: а — для образца Bi-1 в разных конфигурациях резонатора; б — для образцов Bi-1 и Bi-2 в одинаковых условиях. Вставка — типичный спектр лазерной генерации.

становясь “bottleneck” при относительно высоких значениях мощности накачки. Для общего анализа работы лазерной системы проводилась оценка дифференциальной эффективности рассматриваемых конфигураций. Используя начальный (линейный) участок полученных зависимостей, было определено, что эффективность созданных висмутовых лазеров может достигать от 1 до ~3% для разных конфигураций. Максимальное значение эффективности устройства достигалось для лазеров с наиболее прозрачным выходным зеркалом. В таком случае выходная мощность лазера могла достигать почти 140 мВт.

Результаты расчетов, показанные на рис. 3а, б, достаточно хорошо согласуются с полученными экспериментальными данными. В частности, результаты расчетов подтверждают, что оптимальная длина активного световода в таких лазерах составляет от 200 до 500 м, а выходная мощность может достигать 130–150 мВт для лазеров с 4%-ным отражением выходного зеркала. Таким образом, результаты численных расчетов показывают, что полученные конфигурации лазеров являются вполне оптимальными с точки зрения получения максимально достижимых параметров, а дальнейший прогресс по масштабированию выходной мощности таких систем, прежде всего, должен быть

связан с оптимизацией дизайна и химического состава стекла световода.

В следующих экспериментах мы использовали световод Bi-2 с измененным дизайном для повышения эффективности поглощения излучения накачки сердцевинной из оболочки за счет радиально-несимметричной формы внутренней оболочки и изменения соотношения диаметров сердцевины и оболочки. На рис. 4б показана зависимость выходной мощности лазера от поглощенной мощности накачки, а на вставке — типичный спектр лазерной генерации. Исходя из полученной зависимости и сравнительного анализа с аналогичной зависимостью для лазера на световоде Bi-1 можно сделать вывод о том, что изменение дизайна световода стало причиной повышения дифференциальной эффективности >4% и выходной мощности до 170 мВт. Заметное изменение выходной мощности также удалось достигнуть благодаря выбору оптимальной длины активного световода Bi-2. На рис. 5 показано, что с увеличением длины активного световода наблюдается заметный прирост выходной мощности >250 мВт при одинаковой вводимой мощности накачки. При достаточно длинном резонаторе (200–300 м) эффект насыщения выходной мощности становился менее заметным, но сохранялся для всех конфигураций висмутовых лазеров. В итоге максимально достигнутая эффективность висмутовых лазеров составила около 5%, а выходная мощность превысила 270 мВт при поглощенной мощности накачки 11 Вт.

ВЫВОДЫ

В данной работе показано, что световоды с сердцевинной из германосиликатного стекла, легированного висмутом, могут быть использованы в качестве активных элементов волоконных лазеров ближнего ИК-диапазона с многомодовой диодной накачкой. Была достигнута лазерная генерация в области длин волн 1400–1500 нм на основном переходе ВАЦ-Si при возбуждении излучением на длине волны 808 нм. В рамках данного исследования была построена модель работы такого типа лазеров и проведены численные расчеты их выходных характеристик. В результате были определены параметры конфигурации лазеров для достижения улучшенных выходных характеристик, что

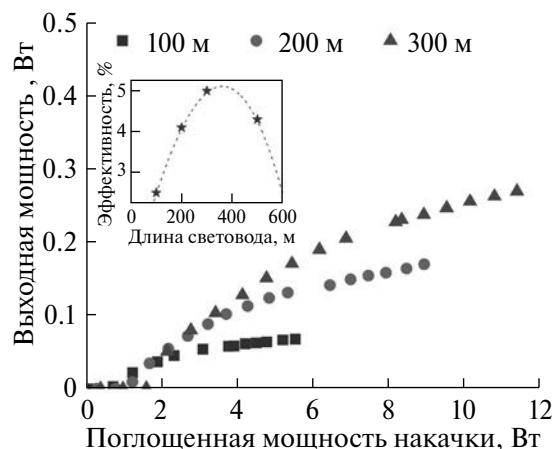


Рис. 5. Зависимости выходной мощности висмутового лазера с разной длиной активного световода от поглощенной мощности. Вставка — дифференциальная эффективность лазеров от длины световода.

подтверждалось результатами прямых экспериментов. Таким образом, висмутовые волоконные лазеры с накачкой по оболочке показали дифференциальную эффективность ~5% при выходной мощности более 250 мВт, что было достигнуто изменением конструкции активного световода, в частности, изменением формы сечения оболочки и соотношения размеров сердцевины и оболочки. Полученные данные указывают на то, что дальнейший прогресс по масштабированию выходной мощности лазеров такого типа должен быть связан, прежде всего, с оптимизацией параметров активной среды, в частности, с выбором химического состава стеклянной матрицы для сокращения времени релаксации ВАЦ-Si на метастабильный уровень, определением максимально возможных концентраций Bi и его радиального распределения, минимизации уровня ненасыщаемых потерь и др.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы работы благодарят сотрудника ИОФ РАН А.Г. Климанова за помощь в изготовлении преформ квадратного сечения, а также коллег ИХВВ РАН А.А. Умникова, А.Н. Абрамова, Н.Н. Вечканова за помощь в изготовлении, экспресс-анализе преформ и вытяжке одномодовых световодов.

Сообщение написано по материалам одноименного доклада на 5-й школе-конференции молодых ученых ИОФ РАН “Прохоровские недели”, 2022 г.

Доклад был рекомендован к публикации по результатам экспертных оценок как один из лучших.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-19-00708).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Galvanauskas A. High power fiber lasers // Optics and Photonics News. 2004. V. 15. Is. 7. P. 42–47.
2. Shi W. et al. Fiber lasers and their applications // Applied Optics. 2014. V. 53. Is. 28. P. 6554–6568.
3. Richardson D.J., Nilsson J., Clarkson W.A. High power fiber lasers: current status and future perspectives // JOSA B. 2010. V. 27. Is. 11. P. B63–B92.
4. Zervas M.N., Codemard C.A. High power fiber lasers: a review // IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics. 2014. V. 20. Is. 5. P. 219–241.
5. Дианов Е.М., Двойрин В.В., Машинский В.М., Умников А.А., Яшков М.В., Гурьянов А.Н. Непрерывный висмутовый волоконный лазер // Квантовая электроника. 2005. Т. 35. №. 12. С. 1083–1084.
6. Bufetov I.A. et al. Bi-doped optical fibers and fiber lasers // IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics. 2014. V. 20. Is. 5. P. 111–125.
7. Wang Y. et al. Bi-doped optical fibers and fiber amplifiers // Optical Materials: X. 2023. V. 17. P. 100219.
8. Firstov S.V. et al. Laser-active fibers doped with bismuth for a wavelength region of 1.6–1.8 μm // IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics. 2018. V. 24. Is. 5. P. 1–15.
9. Bufetov I.A., Firstov S.V., Khopin V.F., Medvedkov O.I., Guryanov A.N., Dianov E.M. Bi-doped fiber lasers and amplifiers for a spectral region of 1300–1470 nm // Optics Letters. 2008. V. 33. Is. 19. P. 2227–2229.
10. Thipparapu N.K. et al. Bi-doped fiber amplifiers and lasers // Optical Materials Express. 2019. V. 9. Is. 6. P. 2446–2465.
11. Shubin A.V. et al. Bismuth-doped silica-based fiber lasers operating between 1389 and 1538 nm with output power of up to 22 W // Optics Letters. 2012. V. 37. Is. 13. P. 2589–2591.
12. Vakhrushev A.S. et al. W-type and Graded-index bismuth-doped fibers for efficient lasers and amplifiers operating in E-band // Optics Express. 2022. V. 30. Is. 2. P. 1490–1498.
13. Firstov S. et al. Cladding-pumped bismuth-doped fiber laser // Optics Letters. 2022. V. 47. Is. 4. P. 778–781.
14. Vakhrushev A.S. et al. Cladding-Pumped Bismuth-Doped Fiber Laser Emitting in the Wavelength Range 1.3–1.4 μm // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. 2022. V. 49. Suppl 1. P. S1–S6.
15. Kobayashi S., Takahashi M., Ohara M., Kondo I., Fujii Y. Broadband optical amplification with water-free hexagonal double-clad Bi doped silica fiber // Proc. SPIE. Fiber Lasers XIII: Technology, Systems, and Applications. 2016. V. 9728. P. 338–343.
16. Quimby R.S., Shubochkin R.L., Morse T.F. High quantum efficiency of near-infrared emission in bismuth doped AlGeP-silica fiber // Optics Letters. 2009. V. 34. №. 20. P. 3181–3183.
17. Vakhrushev A. et al. Output power saturation effect in cladding-pumped bismuth-doped fiber lasers // J. Lightwave Technology. 2023. Vol. 41. Is. 2. P. 709–715.

CLADDING-PUMPED BISMUTH-DOPED FIBER LASERS OPERATING AT A WAVELENGTH REGION OF 1.4–1.5 μm

A. S. Vakhrushev^a, A. V. Kharakhordin^a, S. V. Alyshev^a, A. M. Khagai^a,
E. G. Firstova^a, M. A. Melkumov^a, S. V. Firstov^a

^a*Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences,
Dianov Fiber Optics Research Center of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS I.A. Shcherbakov

This article reports the results on development and study of the output characteristics of bismuth-doped fiber lasers for the near-IR range, which are pumped into a cladding using multimode laser diodes emitting at a wavelength of 808 nm. The active medium of such lasers was bismuth-doped germanosilicate glass fibers with various shapes (circular and square sections) of the inner cladding coated with a polymer having a refractive index of 1.396. On the basis of such fibers, a series of lasers generating radiation in the wavelength range 1.4–1.5 μm was developed, and their spectral and power characteristics were studied. Numerical simulation was also carried out aimed at finding the optimal configuration of such lasers in order to determine the maximum achievable characteristics of these devices. A good agreement between the calculated data and the experimental results has been obtained. As a result, using a bismuth-doped active fiber with a square cross section of $\sim 80 \mu\text{m}$ and a core diameter of $\sim 11 \mu\text{m}$, a fiber laser was created that operated at a wavelength of $\sim 1460 \text{ nm}$, with a slope efficiency of about 5% and a maximum output power of more than 250 mW.

Keywords: bismuth, optical fiber, active center, fiber laser, optical transitions

УДК 539.2 (535.34+535.37)

СПЕКТРАЛЬНО-ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРГАНИЧЕСКИХ СЦИНТИЛЛЯТОРОВ UPS-923A ПОСЛЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2024 г. Ш. Ирисов¹, И. Нуритдинов^{1,*}, К. Х. Саидахмедов¹, З. У. Эсанов^{1,**},
иностранный член РАН, академик АН Узбекистана Б. С. Юлдашев¹

Поступило 09.08.2023 г.

После доработки 04.12.2023 г.

Принято к публикации 06.12.2023 г.

Исследовано влияние гамма- и электронного облучения на оптическое и инфракрасное поглощения, а также на фотолюминесценцию образцов с полистирольной PS-основой и добавками рТР и РОРОР. Обнаружено уменьшение интенсивности люминесценции облученных образцов в областях 300–380 нм и 380–500 нм, которое коррелирует с изменениями спектров инфракрасного поглощения образцов, что связано с деградацией структуры ароматического бензольного кольца в матрице полимерной основы и деструкцией добавок.

Ключевые слова: гамма-облучение, электронное облучение, оптическое поглощение, люминесценция, полистирол, рТР, РОРОР, ароматическое бензольное кольцо, ИК-спектроскопия, структурные повреждения

DOI: 10.31857/S2686740024010023, EDN: OUSJXG

Органические пластиковые сцинтилляторы из-за таких уникальных свойств, как высокое оптическое пропускание, быстрое время нарастания и затухания сцинтилляционного сигнала, широко используются как одни из базовых в детекторах высокоэнергичных ядерных частиц во всех современных ускорителях, а также в астрофизических и нейтринных экспериментах [1, 2], где генерация быстрых импульсов сигнала обеспечивает эффективный сбор данных. В связи с большой модернизацией ЛНС, строительством таких новых ускорителей, как NICA, FAIR, FCC и др., в последние годы интерес к исследованиям радиационно-стимулированных характеристик органических пластиковых сцинтилляторов (ОПС) сильно вырос [2]. Сцинтилляционные детекторы используются для определения энергий и восстановления пути частиц через процесс люминесценции за счет взаимодействия

ионизирующего излучения со сцинтиллятором. По сравнению с неорганическими детекторами, органические пластиковые детекторы легко изготавливаются и, следовательно, экономически выгодны при покрытии больших площадей, например, детекторы ATLAS [3].

В процессе прохождения ионизирующей частицы через ОПС частица теряет свою энергию на ионизацию основы сцинтиллятора, а также на возбуждение молекул основы сцинтиллирующего материала. Энергия ионизирующих излучений через π -электроны передается молекулам основы, переводя их в более высокоэнергетические (возбужденные) состояния. Обратные переходы молекул из возбужденного в основное состояние, как правило, происходят через синглетное S_1 - и, очень редко, через триплетное T_1 -состояние. В первом случае испускается флюоресценция — люминесценция с быстрым временем распада ($\tau \sim 10^{-9} - 10^{-8}$ с), а во втором — фосфоресценция — люминесценция с медленным временем распада ($\tau \sim 10^{-4}$ с) [2].

Обычно применяемые матрицы для ОПС — полистирол PS (C_8H_8)_n или поливинилтолуол

¹Институт ядерной физики
Академии наук Узбекистана, Ташкент, Узбекистан
*E-mail: izzatilloh@yahoo.com
**E-mail: esanov@inp.uz

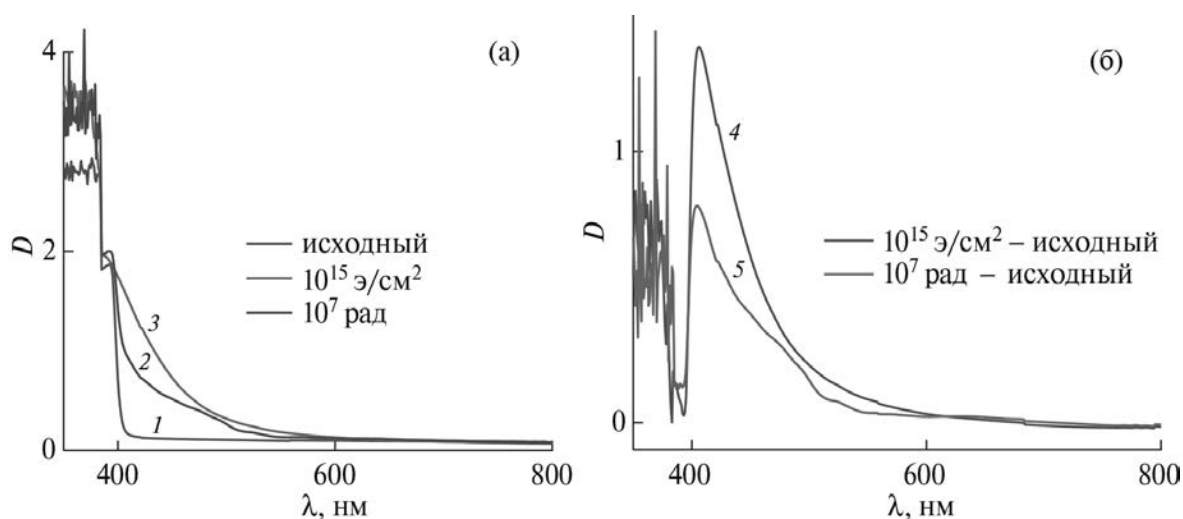


Рис. 1. Спектры поглощения исходного (1) и облученного электронами $1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ (2) и гамма-лучами дозой 10^7 рад (3) образцов UPS (а); разностные спектры (б) для 2 и 1 (4), 3 и 1 (5).

PVT (C_9H_{10})_n — характеризуются большим самопоглощением, т.е. испускаемая люминесценция почти полностью поглощается в самой матрице, и по этой причине для возбуждения сцинтилляции в матрицу добавляются активаторы — люминесцирующие добавки (ЛД). Энергия возбужденных молекул основы благодаря диполь-дипольным взаимодействиям безызлучательно передается молекулам активатора, в результате чего активаторы переходят в возбужденное состояние.

Наиболее часто применяемыми ЛД являются 1–2% РРО ($\text{C}_{15}\text{H}_{11}\text{NO}$), рТР ($\text{C}_{18}\text{H}_{14}$) и РВД ($\text{C}_{24}\text{H}_{22}\text{N}_2\text{O}$). При возвращении возбужденных молекул активатора в основное состояние испускаются фотоны люминесценции в области спектра около 370 нм. Однако их свечение расположено в неудобной для регистрации области спектра. Поэтому для смещения сцинтилляционного свечения в удобную для регистрации область используют спектросмещающие добавки типа 0.01–0.04% РОРОП ($\text{C}_{24}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}$), области возбуждения люминесценции которых перекрываются с областью свечения активаторов [2].

Взаимодействие ионизирующего излучения в полях радиации с пластиковыми сцинтилляторами приводит к деградации их свойств [4–6]. Согласно Сонкаваде и др. [7], в процессе облучения свойства сцинтилляторов существенно изменяются в зависимости от структуры материала мишени, плотности потока энергии, характера и вида излучения. Некоторые из этих

структурных модификаций представляют собой разрыв полимерной цепи, усиление поперечного сшивания, разрыв существующих и образование новых химических связей. Эти повреждения приводят к значительному снижению светового выхода сцинтиллятора и, как следствие, к ошибкам в получаемых результатах.

Целью данной работы является исследование влияния гамма- и электронного облучения на оптическое и инфракрасное поглощения, а также на фотoluminesценцию (ФЛ) образцов органических сцинтилляторов UPS-923А, широко эксплуатируемых в физике высоких энергий в качестве детекторов, а также в других сферах науки и техники.

ОБРАЗЦЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследуемые пластиковые сцинтилляторы состоят из полистироловой (C_8H_8)_n (PS) основы, легированной люминесцирующей добавкой 2% п-терфенилом $\text{C}_{18}\text{H}_{14}$ (рТР) и спектросмещающей добавкой 0.03% дифенилоксазолилбензолом $\text{C}_{24}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}$ (РОРОП) [2, 8]. Основа полистиролов представляет собой синтетическую структуру ароматических бензольных колец, которые влияют на сцинтилляционные свойства пластмассы. Образцы были приготовлены в Институте сцинтилляционных материалов (ИСМА, Харьков). Они были вырезаны и отшлифованы до размеров $3.2 \times 3.2 \text{ см}$ при толщине 2 мм.

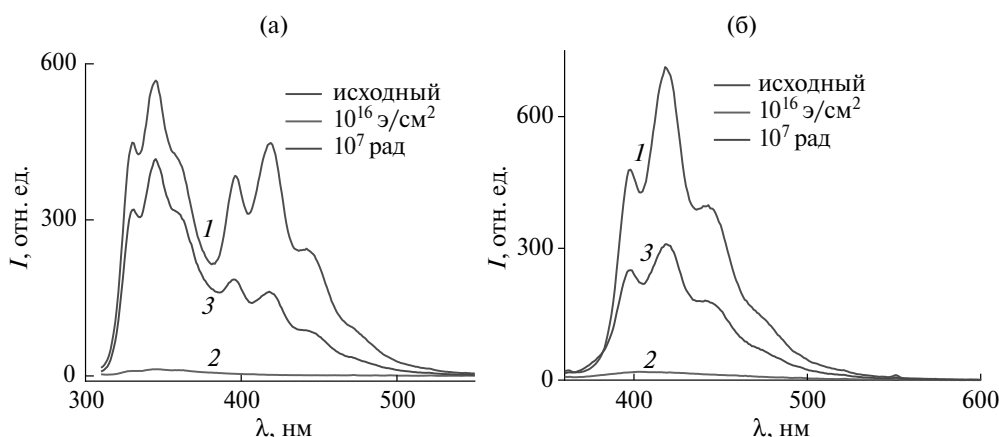


Рис. 2. Спектры ФЛ, возбужденные на полосе 300 нм (а) и 350 нм (б) исходного (1), электронно-облученного с флюенсом 10^{16} э/см² (2) и гамма-облученного дозой 10^7 рад (3).

Образцы облучались гамма-лучами источника ^{60}Co в гамма-установке бассейнового типа в пределах дозы 10^5 – 10^9 рад и электронами на ускорителе “Электроника У-003” с энергией электронов 2 МэВ (энергия электронов выбиралась с учетом толщины образца) и плотностью тока пучка $0.085 \mu\text{A}/\text{см}^2$, при флюенсах электронов $f \sim 10^{16}$ э/см². Оба облучения проведены в Институте ядерной физики АН РУз. Спектры оптического поглощения снимались на спектрофотометре Lambda 35 (PerkinElmer, США). Измерения спектров люминесценции проведены на флуоресцентном спектрофотометре Cary Eclipse в спектральной области 190–1100 нм. Спектры инфракрасного (ИК) поглощения регистрировали в спектральной области 400–4000 см⁻¹ на спектрометре (iS50 Nicolet, Thermoscientific). Все измерения проведены при температуре 300 К.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Спектры оптического поглощения (ОП) всех исследуемых образцов до и после облучения представлены на рис. 1, край поглощения находится около 400 нм.

После гамма- и электронного облучения происходит увеличение интенсивности поглощения в видимой и ближней инфракрасной области спектра в виде широкой неэлементарной полосы поглощения (рис. 1а). На разностных

спектрах гамма-облученных и исходных образцов обнаружены полосы поглощения с максимумами при 405, 470–500 и 520 нм (рис. 1б).

В спектрах ФЛ образцов UPS-923A в области длин волн 300–380 нм и 380–500 нм наблюдаются группы полос свечения (рис. 2а, б), относящихся к флуоресценции ЛД 2% п-терфенила $\text{C}_{18}\text{H}_{14}$ (рТР) и спектросмещающей добавки 0.03% дифенилоксазолилбензола $\text{C}_{24}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}$ (РОРОР) соответственно [2, 9]. Установлено, что после гамма- и электронного облучения образцов интенсивности обеих групп люминесценции уменьшаются, что может быть обусловлено деградацией структуры ароматического бензольного кольца в матрице полимерной основы и деструкцией структуры добавок.

Сопоставление спектров люминесценции необлученных и облученных образцов при возбуждении на 300 и 350 нм показало (рис. 3), что после облучения образцов ОПС гамма-лучами и электронами происходит уменьшение интенсивности люминесценции ЛД в области 300–380 нм и спектросмещающих добавок в области 380–500 нм. При этом свечение спектросмещающих добавок уменьшается сильнее, чем свечение ЛД.

Как известно [10], молекулы РРО и РОРОР содержат два ароматических кольца, соединенных мостовой группой, и две фенильные группы (C_6H_5) на каждом кольце. Фенильные группы обуславливают поглощение света, а мостовая

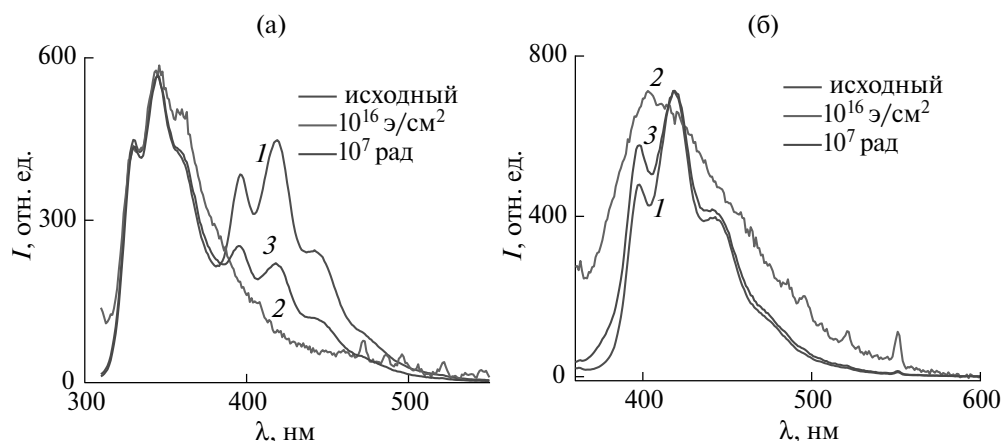


Рис. 3. Нормированные спектры фотолюминесценции, возбужденные на полосе 300 нм (а) и 350 нм (б) исходного (1), электронно-облученного флюенсом 10^{16} э/см² (2) и гамма-облученного дозой 10^7 рад (3).

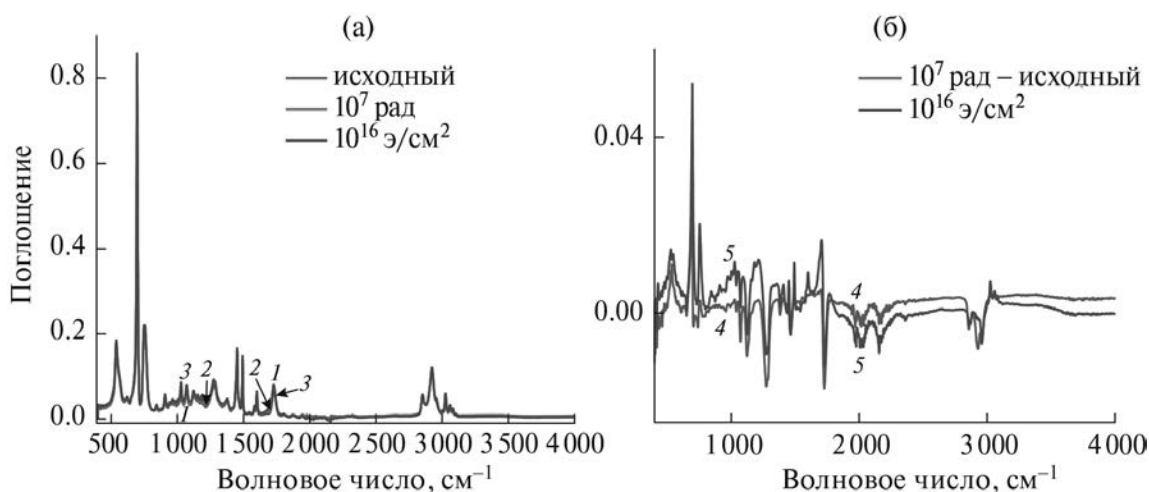


Рис. 4. ИК-спектры исходного (1), гамма-облученного дозой 10^7 рад (2) и электронно-облученного флюенсом 10^{16} э/см² (3) образцов UPS – 923A (а); разности спектров 2 и 1 (4), 3 и 1 (5) (б).

группа облегчает перенос возбужденного состояния на другие части молекулы. Кроме того, при облучении полимеров PS, РТР и РОРОР наблюдается разрыв преимущественно химической связи С=Н как в группах CH_3 и $-\text{CH}=\text{CH}_2$, так и в бензольных кольцах с образованием различных радикалов [2, 9]. Эти радикалы отчетливо проявляются в ИК-спектрах.

На рис. 4 приведены ИК-спектры облученных образцов. В разностных спектрах поглощения облученного и исходного образцов эти изменения четко видны, т.е. увеличение интенсивности одних линий и уменьшение других линий (рис. 4б). В облученных образцах видно увеличение интенсивности пика в диапазоне $450\text{--}1000\text{ см}^{-1}$. Пик при $500\text{--}650\text{ см}^{-1}$ соответствует пику колебаний алициклической или

алифатической цепи (С–Н) [11]. Рост интенсивности пика в диапазоне $450\text{--}1000\text{ см}^{-1}$ после облучения образцов может быть связан с увеличением числа связей С–Н в результате возможного нарушения структур ароматического бензольного кольца в матрице полимерной основы.

Эти повреждения, объясняющие причину снижения выхода люминесценции, более подробно описаны в работе Л. Торриси [12]. Повреждение бензольного кольца матрицы и добавки напрямую влияют на процесс сцинтилляции в материале.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, после гамма- и электронного облучения наблюдаются уменьшение интенсивности полос люминесценции в области

300–380 нм и 380–500 нм. Это связано с деградацией структур ароматического бензольного кольца в матрице полимерной основы и деструкцией в составе добавок. Нормированные спектры люминесценции показывают, что интенсивность свечения добавки (380–500 нм) уменьшается более сильно, чем свечение полистирола (300–380 нм) после облучения. Повреждение структур бензольного кольца и добавок приводит к снижению выхода люминесценции и может оказывать прямое влияние на процесс сцинтилляции в материале. ИК-спектры облученных образцов показывают, что изменение в спектрах поглощения может быть обусловлено увеличением числа радикальных связей, создаваемых в результате облучения.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н. Х.Т. Назарову за помощь в регистрации спектров ИК-поглощения.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках бюджетной темы по Программе НИР Института ядерной физики АН РУз, Приложение №. 1 к Указу Президента Республики Узбекистан № 1. ПП-4526 от 21.11.2019.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Knoll G.F.* Radiation detection and measurement. Michigan: John Wiley & Sons, 1999. P. 220–222.
2. *Kharzheev Y.N.* Radiation hardness of scintillation detectors based on organic plastic scintillators and optical fibers // *Physics of Particles and Nuclei*. 2019. V. 50. P. 42–76. <https://doi.org/10.1134/S1063779619010027>
3. *Baranov V. et al.* Effects of neutron radiation on the optical and structural properties of blue and green emitting plastic scintillators // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2018. V. 436. P. 236–243. <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2018.10.002>
4. *Afanasiev S.V. et al.* Light Yield Measurements of “Finger” Structured and Unstructured Scintillators after Gamma and Neutron Irradiation // *Nucl. Instr. Meth. A*. 2016. V. 818. P. 26–31. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.02.045>
5. *Afanasiev A.Y. et al.* Changes in the Characteristics of Y-11 and O-2 Re-Emitting Fibers under Gamma Irradiation // *Optics and Spectroscopy*. 2020. V. 128. №. 12. P. 2081–2084. <https://doi.org/10.1134/S0030400X2012084X>
6. *Afanasev S.V. et al.* Optical Characteristics of Gamma-Radiated Polymeric Scintillators // *Optics and Spectroscopy*. 2020. V. 128. №. 9. P. 1359–1363. <https://doi.org/10.1134/S0030400X20090271>
7. *Sonkawade R.G. et al.* Effects of gamma ray and neutron radiation on polyaniline conducting polymer // *Indian J. Pure Appl. Phys.* 2010. V. 48. P. 453–456.
8. *Artikov A. et al.* Properties of the Ukraine polystyrene-based plastic scintillator UPS 923A // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2005. V. 555. № 1/2. P. 125–131. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2005.09.021>
9. *Chakraborty S., Harris K., Huang M.* Photoluminescence properties of polystyrene-hosted fluorophore thin films // *AIP Advances*. 2016. V. 6. № 12. P. 125113. <https://doi.org/10.1063/1.4972989>
10. *Torrise L.* Radiation damage in PVT (polyvinyltoluene) induced by energetic ions // *Radiation effects and defects in solids*. 1998. V. 145. № 4. P. 271–284. <https://doi.org/10.1080/10420159808223995>
11. *Silverstein R.M., Bassler G.C.* Spectrometric identification of organic compounds // *J. Chemical Education*. 1962. V. 39. № 11. P. 546. <https://doi.org/10.1021/ed039p546>
12. *Torrise L.* Radiation damage in polyvinyltoluene (PVT) // *Radiation Physics and Chemistry*. 2002. V. 63. № 1. P. 89–92. [https://doi.org/10.1016/S0969-806X\(01\)00487-X](https://doi.org/10.1016/S0969-806X(01)00487-X)

SPECTRAL AND LUMINESCENT CHARACTERISTICS OF ORGANIC SCINTILLATORS UPS-923A IRRADIATED WITH IONIZING RADIATION

**Sh. Irisov^a, I. Nuritdinov^a, K. Kh. Saidahmedov^a, Z. U. Esanov^a,
Foreign Member of the RAS, Academician of the AS RUz B. S. Yuldashev^a**

^aInstitute of Nuclear Physics, Academy of Sciences of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

The effect of gamma and electron irradiation on optical and IR absorption, as well as on photoluminescence of samples with a PS polystyrene base and pTP and POPOP additives, has been studied. A decrease in the luminescence intensity of irradiated samples in the ranges of 300–380 nm and 380–500 nm was found, which correlates with changes in the IR absorption spectra of the samples, which is due to the degradation of the structure of the aromatic benzene ring in the matrix of the polymer base and the destruction of additives.

Keywords: gamma irradiation, electron irradiation, optical absorption, luminescence, polystyrene, pTP, POPOP, aromatic benzene ring, IR spectroscopy, structural damage

УДК 519.63

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕОЛОГИИ ЛЬДА НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕДЛЕННОГО УДАРА

© 2024 г. Член-корреспондент РАН И. Б. Петров^{1,*}, Е. К. Гусева^{1,2,**},
В. И. Голубев^{1,***}, В. П. Епифанов^{2,****}

Поступило 17.08.2023 г.

После доработки 17.08.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

Лед является материалом со сложной неоднородной структурой. Его свойства зависят от многих факторов и изменяются в процессах деформирования. Таким образом, вопрос о выборе реологической модели льда остается открытым. В данной работе исследуется поведение льда на примере медленного удара по нему шаровым индентором. Целью ставится разработка методики подбора подходящей модели методами численного моделирования на основе сравнения с экспериментом. Рассматриваются модели упругости, упругопластичности с критериями фон Мизеса и Мизеса–Шлейхера, модель упругости с упругопластическим включением. Определяющая система уравнений решается сеточно-характеристическим методом. Сравнение моделей проводится на основе мгновенной скорости и глубины осадки шара. Изучается влияние параметров моделей на полученные результаты. В итоге подбирается набор параметров, восстанавливающий решение ближе всех к эксперименту.

Ключевые слова: реология льда, математическое моделирование, сеточно-характеристический метод, упругопластичность

DOI: 10.31857/S2686740024010033, **EDN:** OTWEQS

Лед играет центральную роль в Арктическом регионе, который привлекает большой интерес исследователей. Каждый тип природного льда имеет отличные от других типов механические свойства [1], определяемые его кристаллической структурой [2, 3]. Модель изотропной линейной теории упругости выбрана базовой моделью для поликристаллического льда [4]. Несмотря на это, подбор подходящих параметров для данной модели осложняется влиянием на лед различных факторов, таких как температура [5, 6], соленость [7, 8] и пористость [9].

Другой особенностью льда является изменение его поведения при различных способах деформирования. При прохождении акустической волны малой амплитуды лед деформируется упруго. Затем при приложении существенных нагрузок либо осуществляется переход в пластический режим, либо происходит хрупкое разрушение [10]. Некоторые модели позволяют учесть оба эффекта [11, 12]. Вязкость льда рассматривается в [13], а в [14] изучается его ползучесть. Однако для медленного столкновения вопрос о выборе подходящей модели не до конца решен.

В связи с данным фактом в сообщении исследуется поведение льда при низкоскоростном ударе шаровым индентором. Целью ставится численное моделирование лабораторного эксперимента, проведенного в лаборатории Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук. Изучаются реологические модели упругопластичности с критерием текучести фон Мизеса [15] и Мизеса–Шлейхера

¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия

²Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: petrov@mipt.ru

**E-mail: guseva.ek@phystech.edu

***E-mail: golubev.vi@mipt.ru

****E-mail: evp@ipmnet.ru

[16] и упругости с упругопластическим включением в зоне удара. Решение определяющей системы уравнений производится сеточно-характеристическим методом [17, 18] на структурированных сетках.

ЛАБОРАТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Лабораторный эксперимент проводился с ледяными дисками в холодильной камере, в которой поддерживалась постоянная температура -10°C . В качестве индентора применен стальной шар, внутри которого жестко крепился пьезоэлектрический акселерометр. Скорость шара контролировалась высотой его поднятия, в начале соударения она равнялась 0.56 м/с . Ледяной диск опирался на массивную плиту с возможностью скольжения. Для регистрации фронта прошедшей волны на тыльной поверхности ледяного диска в точке на линии удара также крепился акселерометр. Геометрические характеристики эксперимента, а также экспериментальные графики показаны на рис. 1.

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Для моделирования эксперимента рассматривались несколько реологических моделей. В качестве основной определяющей системы уравнений использовалась гиперболическая система уравнений изотропной линейной теории упругости [4], в которой неизвестными выступают напряжения σ и скорости v . Данная модель описывает продольную и поперечную волны со скоростями c_p , c_s . В итоге характеристики c_p , c_s и плотность ρ можно использовать как параметры упругой модели. В шаре и плите они задавались равными: $c_p = 5700\text{ м/с}$, $c_s = 3100\text{ м/с}$, $\rho = 7800\text{ кг/м}^3$, во льду: $c_p = 3600\text{ м/с}$, $c_s = 1942\text{ м/с}$, $\rho = 917\text{ кг/м}^3$.

Для решения системы определяющих уравнений использовался сеточно-характеристический метод [17, 18]. Согласно методу, производится расщепление по физическим процессам и переход к инвариантам Римана. Таким образом, изначальная система сводится к системе независимых уравнений переноса, для решения которых использовалась сеточно-характеристическая схема 3-го порядка, которая монотонизировалась с помощью сеточно-характеристического критерия монотонности [19, 20].

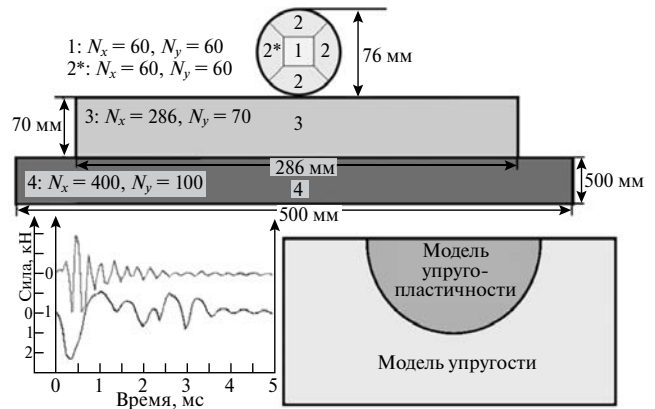


Рис. 1. Сверху — общий вид расчетной области и параметры сетки, 2D. Снизу слева — экспериментальные графики, синяя кривая — с приемника в шаре, фиолетовая — с приемника на нижней поверхности льда. Снизу справа — макет льда в модели упругости с упругопластическим включением в форме полукруга заданного радиуса.

Для учета пластического поведения льда модель упругости модифицировалась. Использовалась версия модели Прандтля–Рейсса [15], в которой производилась коррекция девиатора тензора напряжения, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{ll} \delta_{ij} \delta_{mm}^{-1}$, при нарушении критериев текучести: $s_{ij} = \frac{\sqrt{2}s_{ij}k}{\sqrt{s_{ij}s_{ij}}}$.

В качестве критериев были выбраны критерий фон Мизеса [15]: $0.5s_{ij}s_{ij} - k^2 > 0$, k — предел упругости, а также критерий Мизеса–Шлейхера [16], в котором присутствует зависимость предела упругости от давления $p = -\sigma_{ll} \delta_{mm}^{-1}$: $k = k_0 + ap$. На иллюстрациях для данной модели нами используется сокращение УП (упругопластичность).

Последняя рассматриваемая модель льда заключается в выделении из упругой среды области пластичности в зоне удара. В данной работе эта область имеет форму полукруга заданного постоянного радиуса с центром в центре ледяного диска как на рис. 1 снизу справа. В ячейках, входящих в границы полукруга, использовалась вышеописанная модель упругопластичности, в остальных — модель упругости. Данная модель получила название “модель упругости с УП включением”. В расчетах варьировались предел упругости k (в дальнейшем единицы измерения, Па, будут опущены), параметры в критерии Мизеса–Шлейхера k_0 (Па), a , радиус упругопластического включения r (мм).

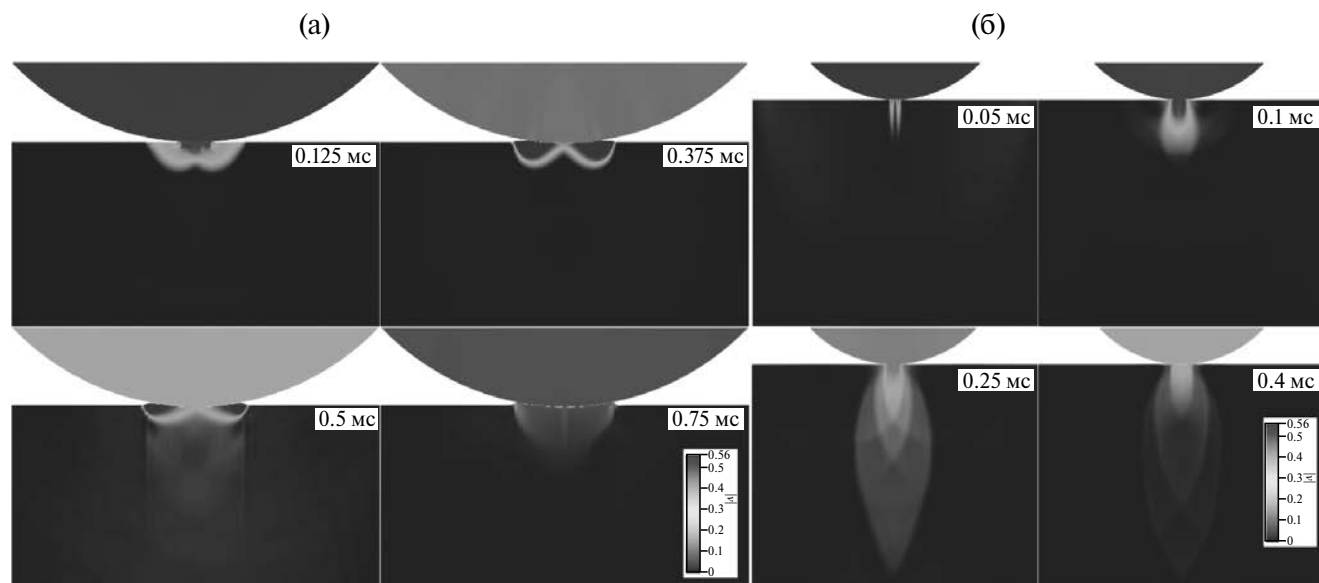


Рис. 2. Волновые картины в расчетах по модели упругости с упругопластическим включением $r = 7.5$, $k = 3 \cdot 10^5$ (а); по модели упругопластичности с условием Мизеса–Шлейхера в центральной области льда, $k_0 = 3 \cdot 10^5$, $a = 0.5$ (б).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для численных расчетов в двумерном случае расчетная область разбивалась на сегменты согласно рис. 1: 1, 2 соответствуют шару, 3 — льду, 4 — плите. В каждом сегменте строилась структурированная сетка, число ячеек вдоль горизонтальной N_x и вертикальной N_y осей указаны на рисунке, шаг по времени равнялся $5 \cdot 10^{-8}$ с. Сетки под номерами 2 формировались вращением сетки 2*. Между областями 1–2 ставилось контактное условие полного слипания, между 2–3 и 3–4 — условие проскальзывания в области контакта. На боковых и нижней границах подставки использовалось условие поглощения, на поверхности шара, льда, выступающей верхней поверхности подставки была установлена свободная граница. В качестве начального условия в сетках шара задавалась скорость соударения 0.56 м/с, сетки сдвигались с помощью коррекции по Лагранжу. Узлы сеток шара и льда, находящиеся на расстоянии 0.05 мм друг от друга, считались контактирующими. Изначальное расстояние между ними также равнялось 0.05 мм.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 2 представлены волновые картины в расчетах по модели упругости с упругопластическим включением (а) и модели упругопластичности

с условием Мизеса–Шлейхера (б). В первом случае образуются структуры, которые, по-видимому, соответствуют образованию трещин [21] и наблюдаются в других численных экспериментах [22]. На рис. 2а также видна характерная лунка, образованная в этих структурах. Лед начинает приподниматься по краям зоны контакта с шаром в момент времени 0.375 мс после начала расчета, до тех пор, пока лунка полностью не формируется к 0.75 мс. Данные явления не наблюдаются на рис. 2б. Таким образом проявляется недостаток изображенной модели.

Сравнение с лабораторным экспериментом производилось на основе скорости шара, рассчитанной по силе F из экспериментального графика и массе шара m по формуле

$$v(t) = 0.56 + \frac{1}{m} \int_0^t F(\tau) d\tau.$$

Дополнительно применялось преобразование

$$v(t) = \Theta \left(1 - \frac{v - \Theta}{\min(v - \Theta)} \right),$$

для сведения конечной скорости к нулю. Таким образом, получаются графики, которые должны соответствовать модулю вертикальной проекции скорости. Для проведения оценок в качестве первого критерия для подбора параметров

было выбрано время, когда ускорение шара меняет свой знак и скорость шара достигает минимума, $t_{v=0} = 0.7$ мс.

Дополнительной величиной для сравнения была выбрана глубина осадки шара, координата его нижней точки. Затем получившаяся вертикальная проекция скорости интегрировалась для получения координаты:

$$x(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau.$$

Для интегрирования использовалась формула Симпсона. На основе полученной величины был выработан второй критерий отбора параметров — максимальная глубина осадки: $x_{\max} = 0.2253$ мм.

В результате расчетов были построены кривые, изображенные на рис. 3: модуль вертикальной проекции тензора напряжений σ_{yy} , глубина осадки x и модуль скорости $v_y \approx v$ от времени в нижней точке шара. Можно заметить качественную разницу между кривой скорости из эксперимента и кривыми, полученными в результате расчетов, что может быть связано с несовершенством выбранных моделей. Рисунок 3 также позволяет определить основные особенности рассматриваемых моделей. Для модели упругости характерна наивысшая амплитуда σ_{yy} , наименьшее значение $x_{\max}$, а также наименьшее время $t_{v=0}$. При использовании во льду модели упругопластичности с критерием текучести фон Мизеса с достаточно большим пределом упругости k решение будет совпадать с моделью упругости. При уменьшении k значительно падает амплитуда σ_{yy} , увеличивается $x_{\max}$ и время $t_{v=0}$, а кривые скорости сдвигаются вправо. Для данной модели удастся подобрать параметр $k = 7.5 \cdot 10^5$ так, чтобы получить значение критериев близко к экспериментальным (ярко-голубая кривая на рис. 3 во втором ряду: $t_{v=0} = 0.7065$, $x_{\max} = 0.2281$).

Однако в расчете не удастся полностью воспроизвести наблюдаемые в эксперименте явления. Волновые картины оказываются сходными с изображением на рис. 2 в момент времени 0.125 мс. Форма структур остается практически постоянной до отскока. В результате образуется небольшая лунка без поднятия материала на ее границах, что не соответствует наблюдениям

в лабораторном эксперименте. Таким образом, возникает необходимость модификации данной модели.

Следующей рассмотренной моделью стала модель упругопластичности с критерием Мизеса—Шлейхера. В данном случае изменение параметра k_0 сходно с изменением k . Наибольший интерес представляет изменение a . Увеличение a приводит к увеличению суммарного предела упругости, однако при этом отсутствует стремление результатов к модели упругости, что можно наблюдать при $a > 1$ на верхнем ряду на рис. 3. К тому же на графиках модуля вертикальной проекции тензора напряжений начинают образовываться осцилляции, сходные с эффектами на деформационных кривых в других экспериментах [23]. Таким образом проявляется упругопластическое поведение мишени.

Благодаря введению зависимости предела упругости от давления открывается возможность для получения бесконечного множества параметров, позволяющих воспроизвести значения $t_{v=0}$, $x_{\max}$ близко к экспериментальным. При этом появляется ограничение, связанное с тем, что при $k_0 \geq 7.5 \cdot 10^5$ невозможно подобрать подходящий параметр a , так как увеличение a сдвигает кривые скорости влево, дальше от нужного значения $t_{v=0}$.

В последней рассматриваемой модели, модели упругости с упругопластическим включением с критерием фон Мизеса, центральным параметром является радиус включения r . Согласно среднему ряду на рис. 3, при нулевом значении r производится расчет по модели упругости. Затем при увеличении r понижается амплитуда σ_{yy} , причем это происходит неравномерно: сильнее в начале столкновения. Также увеличивается $x_{\max}$ и время $t_{v=0}$. Для $k = 3 \cdot 10^5$ для того, чтобы подобрать значение $t_{v=0}$, близкое к экспериментальному, необходимо искать необходимое значение радиуса в диапазоне от 7.5 до 8 мм. Однако при этом совпадение по координате x не будет наблюдаться.

В случае варьирования k для разных r можно получить бесконечное множество подходящих параметров согласно выбранным критериям. Несмотря на это, согласно нижнему ряду на рис. 3, для $r \leq 7$ не удастся подобрать k . Это связано с тем, что для того чтобы подобрать

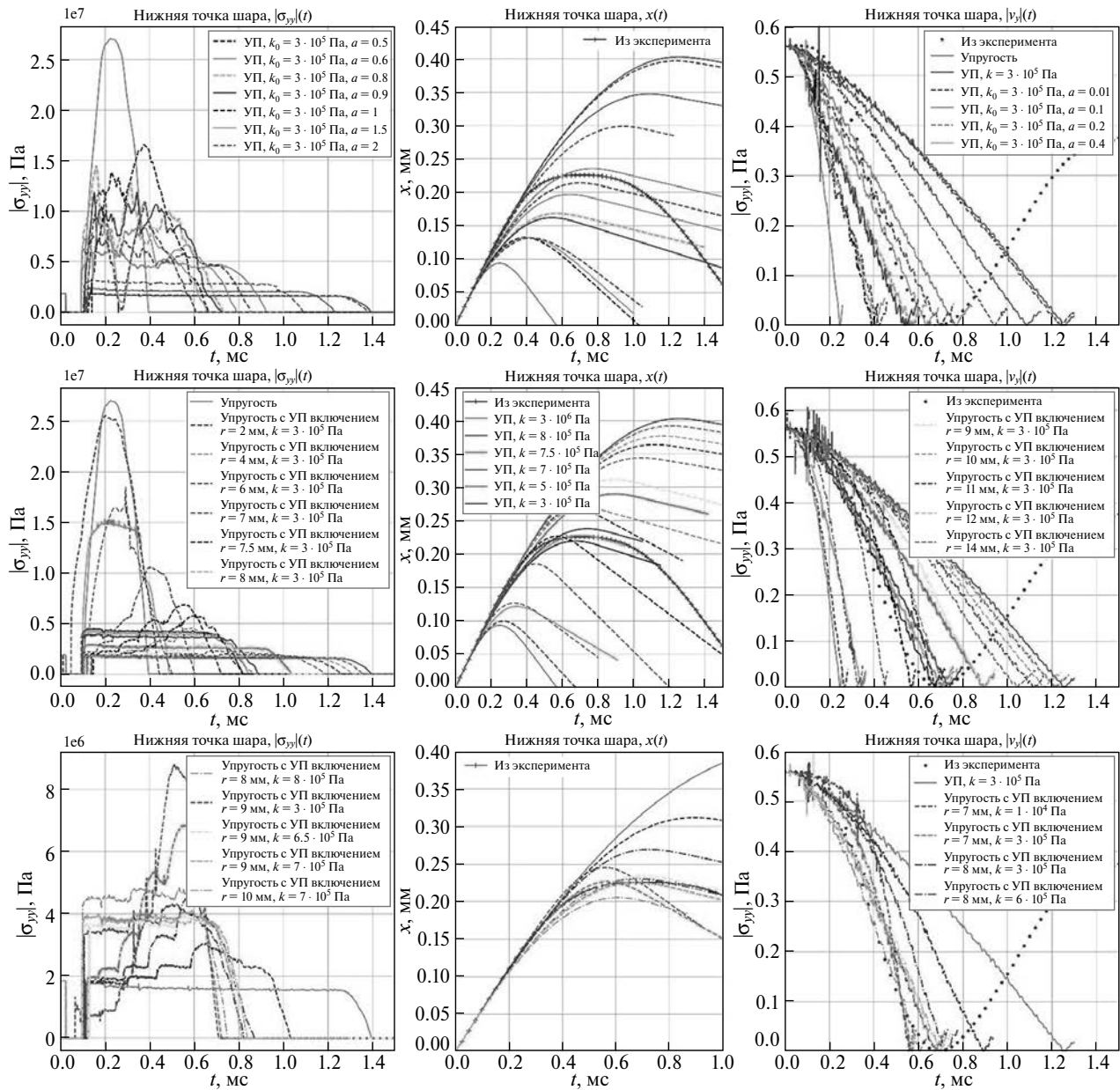


Рис. 3. Результаты расчетов. Ряды имеют одинаковую легенду. 1-й столбец — модуль вертикальной проекции тензора напряжений от времени в нижней точке шара, 2-й — координата, 3-й — модуль скорости.

значение $t_{v=0}$, близкое к экспериментальному, в данном случае необходимо уменьшать k и сдвигать кривые скорости вправо. При этом возникает предел, при котором предел упругости становится настолько малым, что критерий фон Мизеса начинает выполняться во всех точках включения. Таким образом, дальнейшее уменьшение k не будет оказывать значимого влияния на результаты.

Примерно при таких же радиусах $r \approx 7$ меняется поведение кривых $|\sigma_{yy}|(t)$. При больших

радиусах изменение кривых при увеличении k гораздо более равномерное: амплитуда на всех этапах соударения растет примерно одинаково. При малых радиусах на поздних этапах столкновения напряжения постепенно увеличиваются. Также кривая координаты при $k = 3 \cdot 10^5$ и $r = 7$ демонстрирует несовершенство выбранного критерия подбора параметров по $x_{\max}$. В данном случае $x_{\max} = 0.2266$ близко к нужному значению в 0.2253. Однако при этом из-за того, что $t_{v=0}$ оказывается значительно меньше

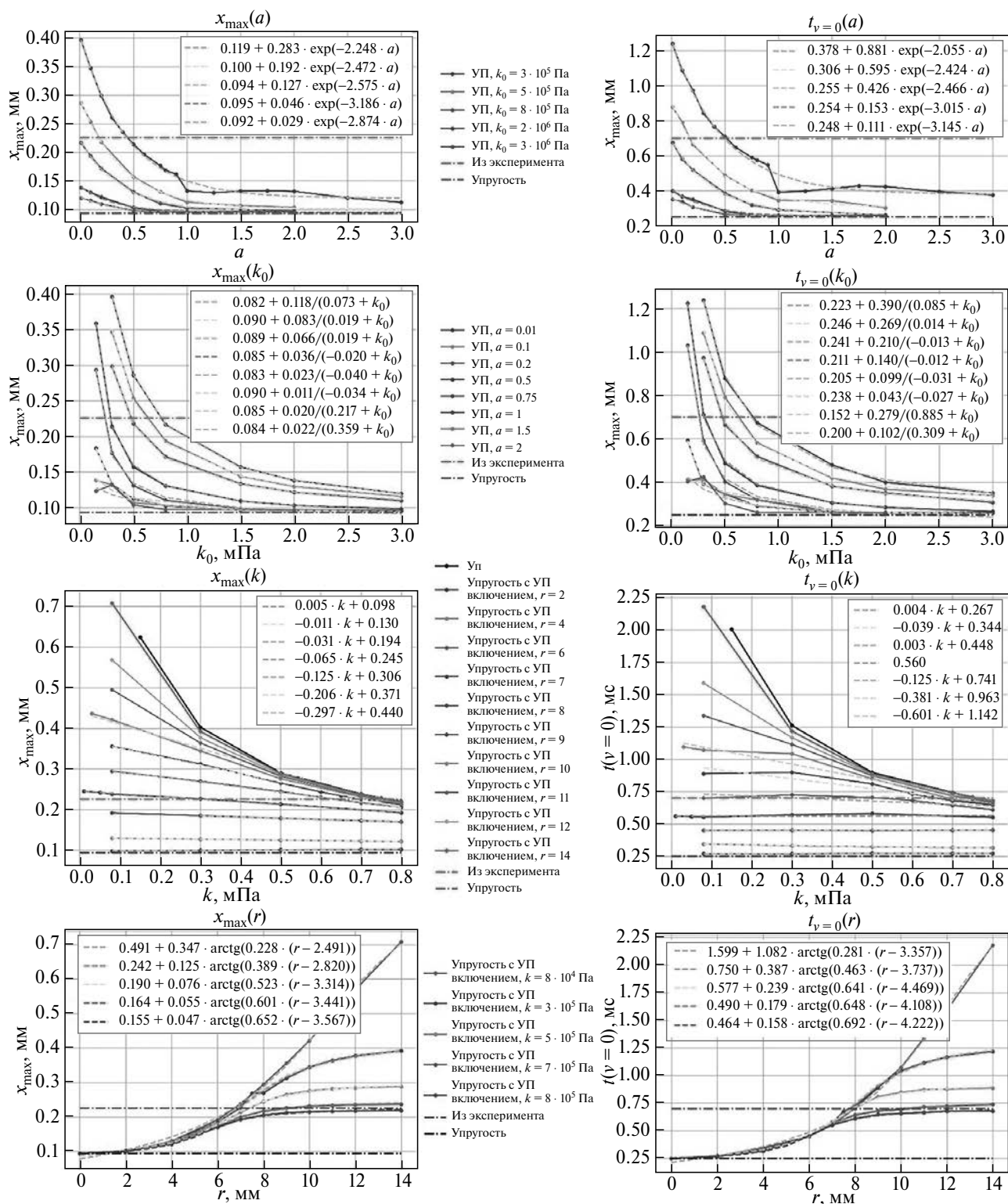


Рис. 4. Максимальная глубина осадки (слева) и момент времени, когда модуль скорости минимален (справа), в зависимости от параметров рассматриваемых моделей. В каждом ряду сплошные линии соответствуют кривым с одинаковыми параметрами (легенда по центру).

экспериментального, график x располагается левее. При больших радиусах удается подобрать k так, чтобы график сдвигался вправо, что позволяет более точно воспроизвести вид экспериментальной кривой даже при $x_{\max} > 0.2253$. Из-за этого одним из направлений дальнейшей

Таблица 1. Рассчитанные значения параметров по аппроксимирующим кривым на рис. 4

№ ряда	Фиксированный параметр	Прогноз по $t_{v=0}$	Прогноз по $x_{\max}$
1	$k_0 = 5 \cdot 10^5$	$a = 0.17$	$a = 0.175$
2	$a = 0.01$	$k_0 = 7.4 \cdot 10^5$	$k_0 = 7.44 \cdot 10^5$
2	$a = 0.1$	$k_0 = 6.14 \cdot 10^5$	$k_0 = 6.26 \cdot 10^5$
2	$a = 0.2$	$k_0 = 4.75 \cdot 10^5$	$k_0 = 4.8 \cdot 10^5$
4	$k = 3 \cdot 10^5$	$r = 7.79$	$r = 6.9$
4	$k = 5 \cdot 10^5$	$r = 10.02$	$r = 9.16$
4	$k = 8 \cdot 10^5$	$r = 24.9$	$r = 23.24$
4	$k = 8 \cdot 10^4$	$r = 7.79$	$r = 6.71$

работы можно указать выработку новых критериев подбора параметров, основанных, например, на мере отклонения результатов расчетов от эксперимента.

В дополнение для $r \in [8, 10]$ удастся воспроизвести значения $t_{v=0}$ и $x_{\max}$ близко к экспериментальным. Для $r = 8$ (пурпурная кривая на нижнем ряду на рис. 3) при $k = 6 \cdot 10^5$ они равны 0.6805 и 0.2302. Для $r = 9$ (желтая кривая) при $k = 6.5 \cdot 10^5 - 0.7045$ и 0.234 и при $k = 7 \cdot 10^5$ (ярко-голубая кривая) – 0.6785 и 0.2259. Для $r = 10$ (серо-голубая кривая) при $k = 7 \cdot 10^5 - 0.7035$, 0.2308.

Для количественного воспроизведения вышеописанных трендов на рис. 4 были построены графики $t_{v=0}$ и $x_{\max}$ в зависимости от параметров рассматриваемых моделей. Можно отметить высокую корреляцию между выбранными критериями. Для рассмотренных моделей подобраны аппроксимирующие кривые, найдены параметры, при которых выполняется: $t_{v=0} = 0.7$ и $x_{\max} = 0.2253$. Для начала зависимость критериев от k в модели упругопластичности с критерием фон Мизеса (темно-синяя кривая в третьем ряду) имеет ниспадающий тренд. Данная кривая располагается правее кривых для моделей с критерием Мизеса–Шлейхера и с упругопластическим включением.

Для модели упругопластичности с критерием Мизеса–Шлейхера графики критериев от a экспоненциально затухают, зависимость от k_0 имеет форму ниспадающей гиперболы. Однако при малых k_0 и больших $a > 1$ качество аппроксимации падает, появляется новое ограничение: уменьшение k_0 не приводит к росту значений критериев. С другой стороны, при $k_0 \geq 0.8$ и

$k_0 = 0.3$ визуально воспроизводится невозможность подбора подходящего a .

В случае модели упругости с упругопластическим включением графики $t_{v=0}$ и $x_{\max}$ от k имеют немного более пологий ниспадающий тренд. Для $r \leq 10$ появляется возможность для линейной аппроксимации кривых. При уменьшении r наблюдается уменьшение коэффициента наклона прямых и их амплитуды. Снова наблюдается разделение поведения кривых по радиусу: оказывается, что для $r \leq 8$ критерии становятся почти постоянными при всех значениях k . При устремлении r к 0 проявляется стремление к модели упругости. Данный факт подтверждается графиками $t_{v=0}$ и $x_{\max}$ от r . Аппроксимирующие кривые в данном случае хорошо описываются функцией арктангенса. Однако при малых k поведение кривой похоже на более простую степенную зависимость.

Результаты рассчитанных прогнозов по аппроксимирующим кривым представлены в табл. 1. Заметно, что полученные предсказанные значения довольно близки друг к другу. В результате построенные аппроксимации позволяют сужать область допустимых параметров моделей. Однако более полную информацию можно получить при рассмотрении многомерных зависимостей критериев от параметров, что можно указать в качестве цели для дальнейшей работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате данной работы выполнено численное моделирование медленного удара шаровым индентором по льду. Исследовались модели упругости, упругопластичности с критериями

фон Мизеса и Мизеса—Шлейхера, модель упругости с упругопластическим включением. В случае применения последней модели была воспроизведена характерная вмятина, образующаяся в процессе удара. Предложены критерии отбора параметров моделей и разработана методика сравнения результатов численных расчетов и эксперимента. Были построены одномерные аппроксимирующие зависимости данных критериев от параметров моделей. Оценены значения, позволяющие приблизить численное решение к результатам эксперимента. Дальнейшим направлением исследований можно указать рассмотрение других реологических моделей, проведение расчетов в трехмерной постановке, построение многомерных зависимостей критериев отбора от всех параметров.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 23-21-00384).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Staroszczyk R.* Formation and Types of Natural Ice Masses / In: *Ice Mechanics for Geophysical and Civil Engineering Applications*. GeoPlanet: Earth and Planetary Sciences. Springer, Cham. 2018. P. 7–19. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-03038-4_2
2. *Maurel A, Lund F, Montagnat M.* Propagation of elastic waves through textured polycrystals: application to ice // *Proc. Math. Phys Eng. Sci.* 2015. V. 71. № 2177. 20140988. <https://doi.org/10.1098/rspa.2014.0988>
3. *Muguruma J.* Effects of surface condition on the mechanical properties of ice crystal // *J. Physics D: Applied Physics*. 1969. V. 2. № 11. P. 1517–1525. <https://www.doi.org/10.1088/0022-3727/2/11/305>
4. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
5. *Sinha N.H.* Elasticity of natural types of polycrystalline ice // *Cold Regions Science and Technology*. 1989. V. 17. № 2. P. 127–135. [http://dx.doi.org/10.1016/S0165-232X\(89\)80003-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0165-232X(89)80003-5)
6. *Neumeier J.J.* Elastic Constants, Bulk Modulus, and Compressibility of H₂O Ice Ih for the Temperature Range 50 K–273 K // *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 2018. V. 47. № 3. 033101. <http://dx.doi.org/10.1063/1.5030640>
7. *Langleben M.P.* Youngs modulus for sea ice // *Canadian Journal of Physics*. 1962. V. 40. № 1. P. 1–8. <http://dx.doi.org/10.1139/p62-001>
8. *Frankenstein G., Garner R.* Equations for Determining the Brine Volume of Sea Ice from –0.5° to –22.9 °C // *J. Glaciology*. 1967. V. 6. № 48. P. 943–944. <https://doi.org/10.3189/S0022143000020244>
9. *Timco G.W., Weeks W.F.* A review of the engineering properties of sea ice // *Cold Regions Science and Technology*. 2010. V. 60. № 2. P. 107–129. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coldregions.2009.10.003>
10. *Schulson E.M.* Brittle failure of ice // *Engineering Fracture Mechanics*. 2001. V. 68. № 17–18. P. 1839–1887. [http://dx.doi.org/10.1016/S0013-7944\(01\)00037-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0013-7944(01)00037-6)
11. *Ince S. T., Kumar A., Paik J. K.* A new constitutive equation on ice materials // *Ships and Offshore Structures*. 2017. V. 12. № 5. P. 610–623. <https://doi.org/10.1080/17445302.2016.1190122>
12. *Snyder S.A., Schulson E.M., Renshaw C.E.* Effects of prestrain on the ductile-to-brittle transition of ice // *Acta Materialia*. 2016. V. 108. № 10. P. 110–127. <http://dx.doi.org/10.1016/j.actamat.2016.01.062>
13. *Jellinek H.H.G., Brill R.* Viscoelastic Properties of Ice // *J. Applied Physics*. 1956. V. 27. № 10. P. 1198–1209. <https://doi.org/10.1063/1.1722231>
14. *Schulson E.M., Duval P.* Ductile behavior of polycrystalline ice: experimental data and physical processes. / In: *Creep and Fracture of Ice*. 2009. P. 101–152. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511581397.007>
15. *Качанов Л.М.* Механика пластических сред. М.: Гостехиздат, 1948. 217 с.
16. *Коврижных А.М.* Уравнения плоского напряженного состояния при условии пластичности Мизеса—Шлейхера // *Прикладная механика и техническая физика*. 2004. Т. 45. № 6. С. 144–153.
17. *Petrov I.B.* Grid-characteristic methods. 55 years of developing and solving complex dynamic problems // *Computational Mathematics and Information Technologies*. 2023. V. 6. № 1. P. 6–21. <http://dx.doi.org/10.23947/2587-8999-2023-6-1-6-21>
18. *Petrov I.B., Golubev V.I., Ankipovich Y.S., Favor-skaya A.V.* Numerical Modeling of Acoustic Processes in Gradient Media Using the Grid-Characteristic Method // *Dokl. Math*. 2022. V. 106. № 3. P. 449–453. <http://dx.doi.org/10.1134/S1064562422700090>
19. *Kholodov A.S., Kholodov Y.A.* Monotonicity criteria for difference schemes designed for hyperbolic equations // *Comput. Math. and Math. Phys*. 2006. V. 46. № 9. P. 1560–1588. <http://dx.doi.org/10.1134/S0965542506090089>

20. Гусева Е.К., Голубев В.И., Петров И.Б. Линейные квазимонотонные и гибридные сеточно-характеристические схемы для численного решения задач линейной акустики // Сиб. журн. вычисл. математики. 2023. Т. 26 № 2. С. 135–147. <http://dx.doi.org/10.15372/SJNM20230202>
21. Epifanov V.P. Physical mechanisms of ice contact fracture // Dokl. Phys. 2007. V. 52. № 1. P. 19–23. <http://dx.doi.org/10.1134/S1028335807010053>
22. Епифанов В.П., Лычев С.А. Волновые явления при ударе жесткого индентора о лед // Волны и вихри в сложных средах: 13-я международная школа-конференция молодых ученых. Сборник материалов школы. 2022. С. 105–108.
23. Епифанов В.П. Особенности контактного разрушения льда // Лед и Снег. 2020. Т. 60. № 2. С. 274–284. <https://doi.org/10.31857/S2076673420020040>

ICE RHEOLOGY EXPLORATION BASED ON NUMERICAL SIMULATION OF LOW-SPEED IMPACT

**Corresponding Member of the RAS I. B. Petrov^a, E. K. Guseva^{a,b},
V. I. Golubev^a, V. P. Epifanov^a**

^a*Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Moscow Region, Russia*

^b*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Ice is a complex heterogeneous medium. Its behavior depends on many factors and changes in different processes. Thus, the problem of the determination of the correct rheological model is still unsolved. In this work low-speed impact on ice by the ball striker is considered. The main focus of the research is the development of the method of the correct model selection based on the computer simulation of the laboratory experiment. The simulation was conducted using the following rheology models: isotropic linear elasticity model, elastoplasticity model with the von Mises and the von Mises-Schleicher yield criteria, elasticity model with elastoplastic inclusion. The governing system of equations is solved using grid-characteristic method. Models' comparison is performed based on the ball's velocity and depth of ball's immersion into the ice. The model parameters' influence on the results is surveyed. As a result, the parameters that reconstruct the solution close to the experimental results are chosen.

Keywords: ice rheology, mathematic simulation, grid-characteristic method, elastoplasticity

УДК 535.399

СОЛНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ НА ОСНОВЕ ПЕРОВСКИТА В СТРУКТУРЕ С ТАММОВСКИМ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОНОМ

© 2024 г. Д. А. Пыхтин^{1,2,*}, Р. Г. Бикбаев^{1,2,**}, И. В. Тимофеев^{1,2,***},
С. Я. Ветров^{1,2,****}, академик РАН В. Ф. Шабанов^{1,*****}

Поступило 13.09.2023 г.

После доработки 13.09.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

Исследованы спектральные свойства солнечного элемента с фоточувствительным слоем перовскита в структуре с таммовским плазмон-поляритонем, локализованным на границе золотой нанорешетки и одномерного фотонного кристалла. Исследовано влияние параметров золотой решетки на поверхностную плотность тока и эффективность предложенного устройства. Показано, что при замене алюминиевой подложки на фотонный кристалл возбуждается таммовский плазмон-поляритон, обеспечивающий увеличение поверхностной плотности тока на 33.7%, а эффективности — на 35.1%.

Ключевые слова: фотонный кристалл, перовскит, солнечный элемент, запрещенная зона, интегральное поглощение

DOI: 10.31857/S2686740024010042, EDN: OTTDCA

Фотонными кристаллами (ФК) [1] называют среды, в которых показатель преломления изменяется в пространстве с периодом, сопоставимым с длиной волны света. В результате в спектральном составе прошедших через кристалл световых волн образуются пробелы, которые называют запрещенными зонами (ЗЗ). Их появление означает, что в этом спектральном диапазоне свет не может войти в фотонный кристалл или выйти из него в заданном направлении. Фотонные кристаллы легли в основу нанофотонных устройств, таких как миниатюрные лазеры [2], фотодетекторы [3], сенсоры [4]. Кроме этого, фотонные кристаллы активно используются для увеличения

эффективности солнечных элементов (СЭ). Это обеспечивается за счет того, что ФК выступает в качестве отражающей подложки. Благодаря высокому коэффициенту отражения в пределах ЗЗ практически 100% излучения, падающего на ФК, отражается и проходит через фоточувствительный слой (ФЧС) повторно, увеличивая эффективность СЭ. В этом случае открывается возможность использования более тонких металлических пленок в качестве контактов и, как следствие, уменьшения нежелательных потерь в СЭ.

Использование перовскитов в качестве ФЧС позволяет увеличить эффективность СЭ за счет их высокой поглощательной способности. Так, с 2009 г. эффективность СЭ на основе перовскитов возросла с 3.8% [5] до 25% [6], что делает СЭ на основе перовскитов более перспективными в использовании.

Дополнительное увеличение поглощения в ФЧС возможно за счет возбуждения таммовского плазмон-поляритона (ТПП) [7], локализованного на границе раздела ФЧС–ФК. Возбуждение ТПП в СЭ приводит к возникновению дополнительной полосы поглощения падающего на структуру излучения и, как

¹Институт физики им. Л.В. Киренского
Сибирского отделения Российской академии наук —
обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО,
Красноярск, Россия

²Сибирский федеральный университет,
Красноярск, Россия

*E-mail: dmitry_pykhtin@iph.krasn.ru

**E-mail: bikbaev@iph.krasn.ru

***E-mail: tiv@iph.krasn.ru

****E-mail: svetov@sfu-kras.ru

*****E-mail: shabanov@ksc.krasn.ru

следствие, увеличению эффективности СЭ [8]. Принципиально новой была идея использования допированного плазмонными наночастицами ФЧС в формировании ТПП [9]. Авторами было показано, что при конструировании таких солнечных элементов можно полностью отказаться от использования металлических контактов, что позволяет избежать нежелательных потерь в системе. Однако в литературе не исследованы структуры, в которых планарная металлическая пленка в СЭ на основе ФК была бы заменена на двумерную решетку нанополос. В связи с этим в данной работе исследовано влияние параметров двумерной решетки на энергетические характеристики СЭ на основе пленки перовскита в структуре с ТПП.

ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ СТРУКТУРЫ

Схематическое изображение исследуемого солнечного элемента представлено на рис. 1.

Слой перовскита $\text{CH}_3\text{NH}_3\text{PbI}_3$ (MAPbI_3) толщиной 200 нм размещен между слоями с электронной (SnO_2) и дырочной (Spiro-OMeTAD) проводимостью толщинами 20 нм. Ширина h_{str} и толщина d_{str} нанополосы в золотой решетке варьировалась при постоянном значении периода $p = 300$ нм. Элементарная ячейка ФК сформирована из диоксида кремния SiO_2 и диоксида титана TiO_2 с показателями преломления $n_{\text{SiO}_2} = 1.45$, $n_{\text{TiO}_2} = 2.5$ и толщинами $d_{\text{SiO}_2} = 120$ нм, $d_{\text{TiO}_2} = 80$ нм соответственно. Количество слоев ФК $N = 10$.

Зависимость действительной и мнимой части комплексного показателя преломления слоя перовскита изображена на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что в интервале длин волн от 600 до 800 нм мнимая часть комплексного показателя преломления принимает значения близкие к 0.1, в результате чего поглощение в этом спектральном диапазоне минимально. Эти данные были использованы для расчета спектров поглощения исследуемых структур и соответствующих им интегральных поглощений. Следует отметить, что под интегральным поглощением подразумевается поглощение в слое перовскита, нормированное на спектр солнечного излучения. Энергетические спектры структуры были рассчитаны методом конечных разностей во временной области (Finite-Difference Time-Domain – FDTD

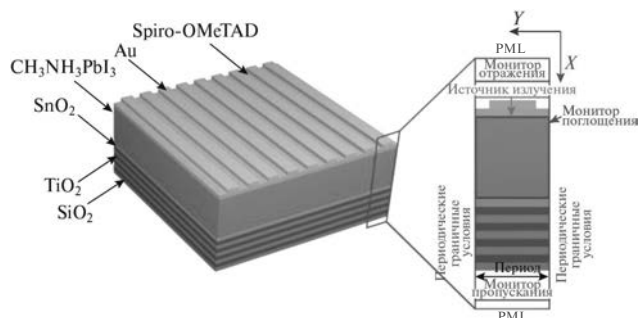


Рис. 1. Схематическое изображение солнечного элемента на основе пленки перовскита с фотоннокристаллической подложкой.

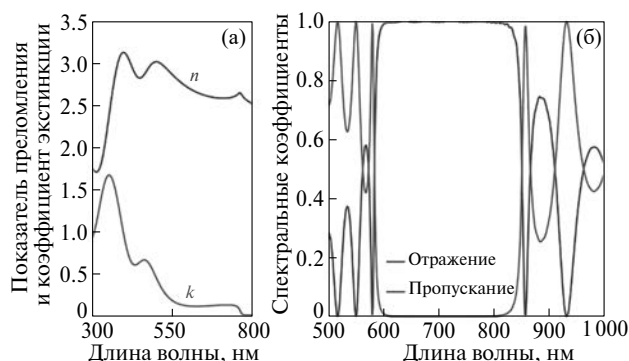


Рис. 2. Зависимости действительной и мнимой части комплексного показателя преломления перовскита MAPbI_3 от длины волны (а); спектры отражения и пропускания исходного ФК (б).

[10]). Расчетная область показана на рис. 1. Структура освещается сверху плоской волной с вектором E , направленным вдоль оси x . Коэффициент отражения R и пропускания T рассчитываются в верхней и нижней части расчетной области соответственно. Периодические граничные условия были применены к боковым границам, в то время как на верхней и нижней границах расчетной области было обеспечено идеальное поглощение (идеально поглощающий слой, Perfectly Matched Layer – PML). Поглощение A в ФЧС рассчитывалось с помощью дополнительного монитора. Спектры отражения и пропускания исходного фотонного кристалла представлены на рис. 2б. Запрещенная зона ФК находится в интервале длин волн от 600 до 850 нм.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Зависимости коэффициента отражения структуры от длины волны, ширины и толщины нанополосы изображены на рис. 3.

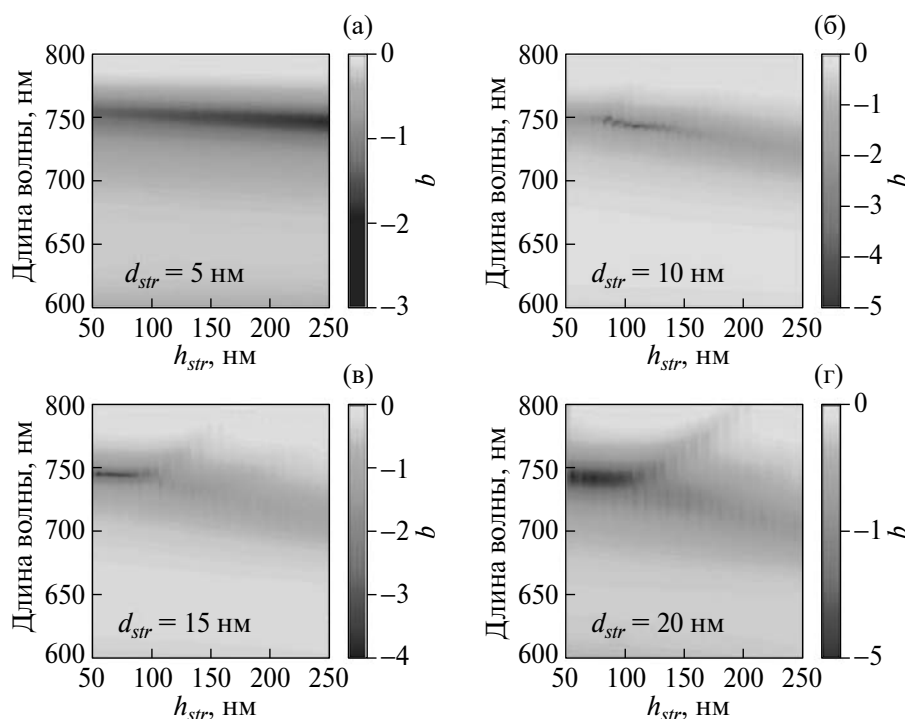


Рис. 3. Зависимости коэффициента отражения структуры от длины волны и ширины при толщинах нанополос: а – 15 нм, б – 20 нм, в – 25 нм, г – 30 нм, где b – десятичный логарифм от коэффициента отражения.

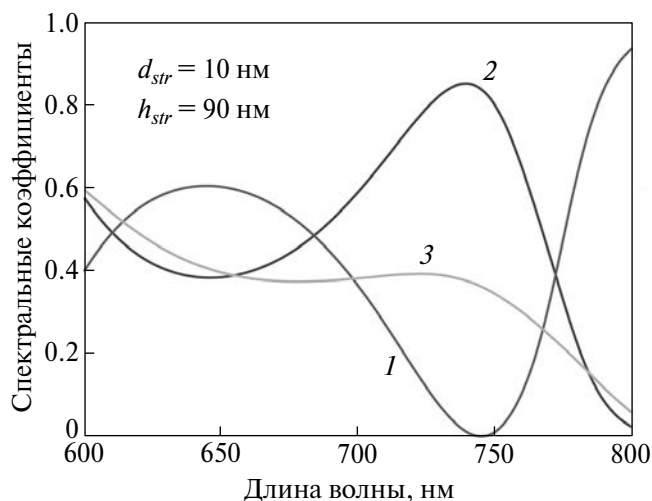


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения структуры на основе ФК (1) и поглощения в ФЧС в структурах на основе ФК (2) и на основе алюминия (3) от длины волны падающего света.

Уменьшение ширины и толщины нанополосы приводит к уменьшению коэффициента отражения внутри запрещенной зоны фотонного кристалла. Видно, что коэффициент отражения минимален при $h_{str} = 90$ нм и $d_{str} = 10$ нм

(см. рис. 3б). Это объясняется тем, что при данных параметрах нанополос обеспечивается выполнение условия критической связи [11] падающего поля с ТПП, локализованным на границе ФЧС–ФК. В точке критической связи 85% падающего на структуру излучения поглощается в ФЧС (см. рис. 4). Расчеты показали, что возбуждение ТПП приводит к увеличению интегрального поглощения на 33.7% в сравнении со структурой на основе алюминия.

Для расчета эффективности СЭ было использовано уравнение энергетического баланса [12]:

$$F_s - F_c(V) - \frac{J}{q} = 0, \quad (1)$$

здесь V – напряжение на элементе; J – поверхностная плотность тока; q – заряд электрона; F_s – излучательная генерация электронно-дырочных пар под действием падающего солнечного света; $F_c(V)$ – излучательная рекомбинация электронно-дырочных пар.

Эффективность солнечного элемента может быть рассчитана по следующей формуле:

Таблица 1. Сравнение поверхностной плотности тока и эффективности для СЭ на основе Al и ФК

Структура	J_{sc} , А/м ²	η , %
СЭ на основе Al	51.33	24.19
СЭ на основе ФК	69.98	33.06

$$\eta = \frac{V_{oc} J_{sc} FF}{P_{inc}} \times 100\%, \quad (2)$$

где FF – коэффициент заполнения солнечного элемента, а P_{inc} – мощность падающего света. Коэффициент заполнения – это параметр, который в сочетании с V_{oc} и J_{sc} определяет максимальную мощность солнечного элемента. FF определяется как отношение максимальной мощности солнечного элемента к произведению V_{oc} и J_{sc} :

$$FF = \frac{J_{mp} V_{mp}}{J_{sc} V_o}. \quad (3)$$

Результаты расчетов представлены в табл. 1.

Замена алюминиевой подложки на ФК приводит к увеличению поверхностной плотности тока на 36.3%, а эффективности на 36.6% в исследуемом интервале длин волн.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы зависимости интегрального поглощения пленки перовскита, расположенной на границе фотонного кристалла и решетки золотых нанополос. Показано, что в такой структуре возбуждается таммовский плазмон-поляритон, который приводит к формированию дополнительной полосы поглощения внутри запрещенной зоны фотонного кристалла. Показано, что возбуждение локализованного состояния приводит к увеличению эффективности устройства на 36.6% в сравнении с солнечным элементом на основе пленки алюминия.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания Института физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шабанов В.Ф., Ветров С.Я.* Оптика реальных фотонных кристаллов. Жидкокристаллические дефекты, неоднородности. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2005. 209 с.
2. *Shahed-E-Zumrat, Shahid S., Talukder M.A.* Dual-wavelength hybrid Tamm plasmonic laser // *Optics Express*. 2022. V. 30. № 14. P.25234. <https://doi.org/10.1364/OE.456249>
3. *Huang C., Wu C., Bikbaev R.G.* Wavelength-and-Angle-Selective Photodetectors Enabled by Graphene Hot Electrons with Tamm Plasmon Polaritons // *Nanomaterials*. 2023. V. 13. № 4. P. 693. <https://doi.org/10.3390/nano13040693>
4. *Huang S., Chen K., Jeng S.* Phase sensitive sensor on Tamm plasmon devices // *Optical Materials Express*. 2017. V. 7. № 4. P. 1267. <https://doi.org/10.1364/OME.7.001267>
5. *Kojima A., Teshima K., Shirai Y.* Organometal Halide Perovskites as Visible-Light Sensitizers for Photovoltaic Cells // *J. Amer. Chem. Soc.* 2009. V. 131. № 17. P. 6050. <https://doi.org/10.1021/ja809598r>
6. *Sahli F., Werner J., Kamino B.A.* Fully textured monolithic perovskite/silicon tandem solar cells with 25.2% power conversion efficiency // *Nature Materials*. 2018. V. 17. № 9. P. 820. <https://doi.org/10.1038/s41563-018-0115-4>
7. *Kaliteevski M., Iorsh I., Brand S.* Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror // *Phys. Rev. B*. 76. 2007. P. 165415. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.165415>
8. *Bikbaev R.G., Vetrov S.Ya., Timofeev I.V.* Tamm Plasmon Polaritons for Light Trapping in Organic Solar Cells // *Doklady Physics*. 2020. V. 65. № 5. P. 161. <https://doi.org/10.1134/S1028335820050079>
9. *Bikbaev R.G., Vetrov S.Ya., Timofeev I.V.* Nanoparticle Shape Optimization for Tamm-Plasmon-Polariton-Based Organic Solar Cells in the Visible Spectral Range // *Photonics*. 2022. V. 9. № 11. P. 786. <https://doi.org/10.3390/photonics9110786>
10. *Taflove A., Hagness S.* Computational electrodynamics. Norwood (MA): Artech House, 2005. 169 p.
11. *Haus H.A.* Waves and Fields in Optoelectronics. Prentice-Hall series in solid state physical electronics. Old Tappan (NJ): Prentice Hall, 1983. 402 p.
12. *Sandhu S., Yu Z., Fan S.* Detailed balance analysis of nanophotonic solar cells // *Opt. Express* 21. 2013. P. 1209–1217. <https://doi.org/10.1364/OE.21.001209>

PEROVSKITE-BASED SOLAR CELL IN TAMM PLASMON-POLARITON STRUCTURE

**D. A. Pykhtin^{a,b}, R. G. Bikbaev^{a,b}, I. V. Timofeev^{a,b}, S. Ya. Vetrov^{a,b},
Academician of the RAS V. F. Shabanov^a**

^a*L.V. Kirensky Institute of Physics, FRS KSC SB RAS, Krasnoyarsk, Russia*

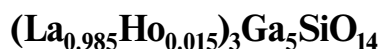
^b*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*

The spectral properties of a solar cell with a photosensitive perovskite layer in a structure with a Tamm plasmon polariton localized at the boundary of a gold nanolattice and a one-dimensional photonic crystal are investigated. The influence of the parameters of the golden lattice on the surface current density and the efficiency of the proposed device is investigated. It is shown that when an aluminum substrate is replaced with a photonic crystal, a Tamm plasmon polariton is excited, which provides an increase in the surface current density by 33.7%, and efficiency by 35.1%.

Keywords: photonic crystal, perovskite, solar cell, band gap, integral absorption

УДК 537.622

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ РЕДКОЗЕМЕЛЬНОГО ИОНА НА МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ЛАНГАСИТА

© 2024 г. А. Ю. Тихановский^{1,*}, В. Ю. Иванов¹, А. М. Кузьменко¹, А. А. Мухин¹

Представлено академиком РАН И.А. Щербаковым 19.04.2023 г.

Поступило 19.04.2023 г.

После доработки 19.04.2023 г.

Принято к публикации 14.11.2023 г.

Выполнено экспериментальное и теоретическое исследование магнитных свойств уникального изинговского парамагнетика $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$. Обнаружена анизотропия намагниченности при вращении сильного магнитного поля (до 5 Тл) в плоскостях ab^* , b^*c и ac при низкой температуре ($T \leq 5\text{K}$). Показано, что наблюдаемые особенности намагниченности связаны с локальной ориентацией и распределением изинговских осей редкоземельного иона Ho^{3+} , отклонение которых от разрешенных симметрией направлений может возникать в результате случайного заполнения Ga/Si в локальном окружении магнитных ионов.

Ключевые слова: редкоземельные лангаситы, изинговский парамагнетик, анизотропия намагниченности, магнитные свойства

DOI: 10.31857/S2686740024010056, EDN: OSYAGV

Соединения со структурой лангасита $(\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14})$ [1, 2] вызывают значительный интерес благодаря сильным пьезоэлектрическим эффектам и нелинейным оптическим свойствам [3–5]. Они имеют нецентросимметричную пространственную группу $R\bar{3}21$, а при наличии в решетке магнитных ионов обладают нетривиальной магнитной структурой и могут проявлять магнитоэлектрические свойства. Например, железосодержащие лангаситы (типа $\text{Ba}_3\text{NbFe}_3\text{Si}_2\text{O}_{14}$) упорядочиваются антиферромагнитно при $T_N \sim 27\text{K}$ в треугольную спиральную магнитную структуру, с двойной магнитной киральностью [6, 7] и проявляют магнитоэлектрические свойства во внешнем магнитном поле [8–10]. Однако наличие сложной магнитной структуры затрудняет исследование микроскопических механизмов возникновения магнитоэлектрического эффекта, особенно во внешнем магнитном поле.

С этой точки зрения интерес представляют редкоземельные лангаситы $\text{R}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ($\text{R} = \text{La}, \text{Pr}, \text{Nd}, \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}, \dots$), например, хорошо исследованные концентрированные соединения $\text{Nd}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ и $\text{Pr}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ [11–16], которые остаются парамагнитными вплоть до самых низких температур (30 мК). Однако соединения с тяжелыми редкоземельными ионами с большими магнитными моментами ($\text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}, \dots$), в которых ожидаются более сильные проявления микроскопических механизмов магнитных свойств, устойчивы только при их низких концентрациях в твердых растворах с лантаном.

Впервые магнитные и магнитоэлектрические свойства в легированном соединении на основе лантана $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ с тяжелым редкоземельным ионом Ho^{3+} были исследованы в работе [17]. Авторами показано, что магнитные и магнитоэлектрические свойства соединения определяются поведением в магнитном поле некрамерсовского квазидублета Ho^{3+} , хорошо отделенного от остального мультиплета, именно с последним связано изинговское поведение иона. Как и концентрированные

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук, Москва, Россия
*E-mail: tikhanovskii@phystech.edu

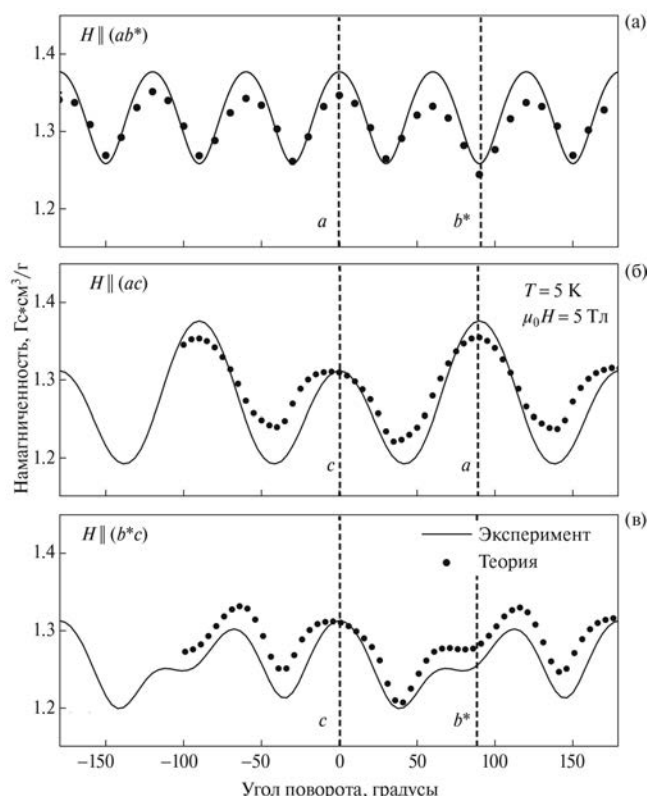


Рис. 1. Угловые зависимости намагниченности $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ при температуре 5 К и вращении поля величиной 5 Тл в плоскостях ab^* (а), ac (б) и b^*c (в). Точки — эксперимент, сплошная линия — теория.

составы, соединение остается в парамагнитном состоянии вплоть до низких температур. Однако предложенная в [17] модель основного состояния редкоземельного иона и направлений изинговских осей не описывает некоторые особенности намагниченности.

Для выяснения поведения ионов Ho^{3+} в магнитном поле и уточнения ориентаций изинговских осей мы выполнили комплексное экспериментальное и теоретическое исследование магнитных свойств $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$. Исследование полевых зависимостей намагниченности соединения проведено при ориентации магнитного поля вдоль основных кристаллографических направлений при низких температурах, а исследование анизотропии намагниченности при вращении магнитного поля величиной 5 Тл в плоскостях ab^* , ac и b^*c при температуре 5 К. Используя полученные экспериментальные данные, мы уточнили предложенную в [17] модель, определили ориентации

изинговских осей, выявили особенности их распределения и роль локальных искажений в макроскопических свойствах кристалла.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Кристалл $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ был выращен Б.В. Миллем методом Чохральского. Качество кристаллов определялось посредством рентгенофазового анализа и на растровом электронном микроскопе в режиме z-контраста. Наличие посторонних фаз, помимо лангаситной, обнаружено не было. Ориентация монокристаллов определялась методом Laue. Магнитные свойства соединения исследовались на установке MPMS-50 (Quantum Design) в полях до 5 Тл и при низких температурах 1.9–5 К.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Нами выполнено подробное исследование магнитных свойств $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$. Проведены измерения ориентационных зависимостей намагниченности при вращении магнитного поля в плоскостях ab^* , b^*c и ac . Выполнены измерения полевых зависимостей намагниченности вдоль основных кристаллографических направлений при различных температурах.

Среди проведенных магнитных измерений наибольший интерес представляют ориентационные зависимости намагниченности. При низких температурах и сильных магнитных полях (при которых магнитные моменты являются насыщенными) в угловых зависимостях намагниченности проявляется заметная анизотропия во всех трех плоскостях: ab^* , b^*c , ac (рис. 1), которая связана с особенностями ориентаций изинговских осей Ho^{3+} (см. раздел 3).

В области насыщения (при $\mu_0 H = 5$ Тл и $T \lesssim 5$ К) в ab^* плоскости наблюдается 60-градусная анизотропия с максимумом вдоль оси a и минимумом вдоль оси b^* (направление, ортогональное оси второго порядка a) (рис. 1а). В плоскости ac между двумя неэквивалентными по величине максимумами (при $H \parallel a$ и $H \parallel c$) возникает асимметричный минимум (рис. 1б). Наиболее ярко особенности анизотропии намагниченности проявляются в b^*c плоскости. Угловая зависимость оказалась асимметричной

относительно оси c , вдоль которой наблюдается один из максимумов (рис. 1в). При вращении магнитного поля по и против часовой стрелки относительно оси c минимумы имеют разную глубину, а следующие за ними максимумы — разную величину. Ось b^* расположена вблизи одного из локальных минимумов, но не совпадает с ним. При этом относительно оси b^* существует асимметрия, которая, как и все вышеперечисленные особенности, возникает из-за необычной ориентации изинговских осей (рис. 2). Важно отметить, что несмотря на сложный характер анизотропии, она соответствует кристаллографической симметрии $P321$.

Поведение кривых намагничивания при низких температурах сильно зависит от ориентации магнитного поля. Когда поле направлено вдоль осей a , b^* и c , насыщение, при низких температурах, происходит в полях ~ 1 Тл, при этом сохраняется небольшая восприимчивость (рис. 3), связанная с ван-флековским вкладом. В случае ориентации поля вдоль минимума на угловых зависимостях (рис. 3б, $-H \parallel c39^\circ b^*$), насыщение намагниченности также происходит в полях ~ 1 Тл, но в области насыщения наблюдается большой угол наклона, связанный с отклонением от изинговского поведения иона Ho^{3+} .

ТЕОРИЯ

Модель магнитной структуры

В лангасите $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ магнитные ионы Ho^{3+} занимают три низкосимметричные позиции симметрии C_2 с локальной осью, совпадающей с одной из трех кристаллографических осей 2-го порядка (a , b , $-a-b$) и остаются в парамагнитном состоянии вплоть до низких температур. Особенности кристаллической структуры, а именно случайное распределение Ga/Si в позициях $2d$, приводят к локальному нарушению симметрии C_2 и искажению кристаллического поля. В результате магнитные ионы оказываются в несимметричных позициях, что и обуславливает их особое поведение в магнитном поле.

Кристаллическое поле расщепляет основной мультиплет 5I_8 , на $2J + 1 = 17$ синглетов. Магнитные свойства иона Ho^{3+} в лангасите в основном определяются двумя нижними близко расположенными энергетическими уровнями

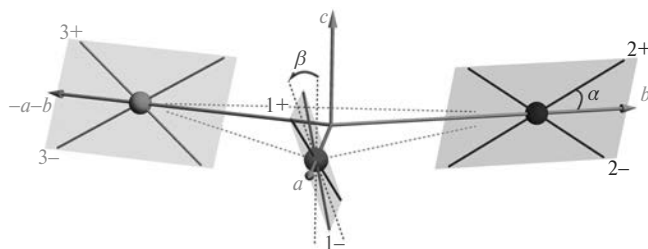


Рис. 2. Схематическое изображение изинговских осей ионов Ho^{3+} в $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$: α — отклонение изинговской оси от плоскости ab (для удобства изображено в позиции 2), β — отклонение проекции изинговской оси на плоскость b^*c от оси c . Заданный таким образом набор изинговских осей, связанных операциями симметрии C_2 и C_3 , восстанавливает симметрию $P321$.

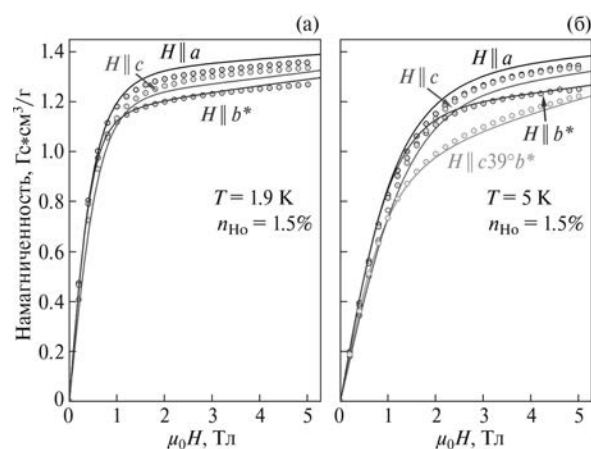


Рис. 3. Полевые зависимости намагниченности $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ при температурах 1.9 К (а), 5 К (б) и ориентациях магнитного поля $H \parallel a$, b^* , c и $c39^\circ b^*$ — соответствующего минимума на угловой зависимости, при вращении магнитного поля в плоскости b^*c . Открытые символы — эксперимент, сплошная линия — теория.

(квазидублет с расщеплением $2\Delta_{cf} \approx 3$ К), хорошо отделенными от возбужденных состояний мультиплета, в результате поведение магнитных ионов оказывается сильно анизотропным, что позволяет их рассматривать как изинговские. Это подтверждается полевыми зависимостями намагниченности при низких температурах, которые в малых полях имеют большой наклон и быстро насыщаются в полях ~ 1 Тл (рис. 3).

В силу отсутствия симметрии локального окружения магнитного иона Ho^{3+} мы предполагаем, что в позиции 1 изинговская ось $n_1(\alpha, \beta) = (\cos\alpha, -\sin\alpha \sin\beta, \sin\alpha \cos\beta)$ произвольно

ориентирована в пространстве, где α – отклонение от оси a в плоскости ac , β – отклонение проекции изинговской оси на плоскость b^*c от оси c (рис. 2).

Анализ угловых зависимостей показывает, что в действительности существует некоторое распределение изинговских осей по углам. При его отсутствии анизотропия угловых зависимостей оказалась бы значительно больше, а в минимумах наблюдался бы резкий перегиб. Распределение может возникать в результате реализации различных конфигураций Ga/Si в окружении редкоземельного иона. Мы предполагаем, что вероятные направления изинговских осей задаются двумерным распределением Гаусса:

$$\rho(\alpha, \beta) = \exp\left[-\frac{(\alpha - \bar{\alpha})^2}{2\sigma_\alpha^2}\right] \exp\left[-\frac{(\beta - \bar{\beta})^2}{2\sigma_\beta^2}\right] / 2\pi\sigma_\alpha\sigma_\beta,$$

с наиболее вероятными значениями $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ и дисперсиями σ_α , σ_β , определяемыми из моделирования магнитных свойств соединения, однако важно отметить, что в действительности функция распределения может иметь иной вид.

Глобальная симметрия кристалла P321 сохраняется при наличии локальных искажений позиций и отклонении изинговских осей, благодаря тому, что при случайном распределении Ga/Si найдутся позиции с ориентациями изинговских осей, которые связаны с некоторой произвольно ориентированной осью $\mathbf{n}_i(\alpha, \beta)$ операциями симметрии C_2 и C_3 . Сохранение симметрии C_2 определяет вид функции распределения направлений изинговских осей позиции 1. Под действием C_2 угол β переходит в $\beta + \pi$, что эквивалентно изменению значения наиболее вероятного угла на $\beta - \pi$:

$$\begin{aligned} \rho'(\alpha, \beta) &= \\ &= \exp\left[-\frac{(\alpha - \bar{\alpha})^2}{2\sigma_\alpha^2}\right] \exp\left[-\frac{(\beta - (\bar{\beta} - \pi))^2}{2\sigma_\beta^2}\right] / 2\pi\sigma_\alpha\sigma_\beta. \end{aligned}$$

Тогда функция распределения осей в позиции 1 $\rho_+ = \frac{1}{2}(\rho + \rho')$ является инвариантной относительно преобразования симметрии C_2 . Позиции 2 и 3 связаны с 1 поворотом на 120° вокруг оси c , а произвольно ориентированные

изинговские оси $\mathbf{n}_{2,3}(\alpha, \beta) = \hat{Z}_c^\pm \mathbf{n}_1(\alpha, \beta)$ задаются соответствующими матрицами поворота $\hat{Z}_c^\pm$, при этом функция распределения остается неизменной. Заданные таким образом функция распределения в позиции 1 и изинговские оси в позициях 2 и 3 восстанавливают симметрию P321, несмотря на ее локальные нарушения (рис. 2).

Построенная таким образом модель позволяет качественно объяснить особенности угловых зависимостей намагниченности в области насыщения магнитных моментов ($H > 1$ Тл, $T \lesssim 5$ К). При ориентации магнитного поля ортогонально наиболее вероятным направлениям изинговских осей $\mathbf{n}_i(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$ в угловых зависимостях возникают минимумы (рис. 1а–в). Например, вблизи $H \parallel b^*$, при отклонении магнитного поля от оси c на угол $\theta_H \approx 86^\circ$, когда поле ортогонально направлениям $\mathbf{n}_1(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$ и $\mathbf{n}_1(\bar{\alpha}, \bar{\beta} - \pi)$, существует общий локальный минимум (рис. 1в). Из согласованного моделирования всех угловых зависимостей намагниченности мы определили наиболее вероятное направление изинговской оси: $\bar{\alpha} \approx 32^\circ$ и $\bar{\beta} \approx 4^\circ$.

Намагниченность

Для описания магнитных свойств $(\text{La}_{0.985}\text{Ho}_{0.015})_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$, аналогично работе [17], использован спин-гамильтониан, учитывающий расщепление квазидублета в кристаллическом поле, зеемановскую энергию, ван-Флекавский вклад:

$$H_{\text{eff}}^{(i)} = \Delta_{cf} \sigma_x^i + \mathbf{m}_i \mathbf{H} \sigma_y^i - \frac{1}{2} \mathbf{H} \hat{\chi}_{VV} \mathbf{H},$$

где $\sigma_{x,y}^i$ – матрицы Паули, i – номер позиции, $j = x, y, z$, $\mathbf{m}_i = \mu_0 \mathbf{n}_i$, $\mathbf{H}$ – вектор магнитного поля, $\hat{\chi}_{VV}$ – матрица восприимчивости Ван Флека. Энергетические уровни основного некрамерсовского квазидублета иона Ho^{3+} в i -й позиции, полученные диагонализацией гамильтониана, равны $\pm \epsilon_i$, где

$$\epsilon_i = \sqrt{(\mathbf{m}_i \mathbf{H})^2 + \Delta_{cf}^2}.$$

Минимизацией свободной энергии двухуровневой системы с энергетическими уровнями $\pm \epsilon_i$ по вектору магнитного поля $\mathbf{H}$ получен суммарный вклад в намагниченность от трех позиций:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \iint \frac{1}{3} n_{\text{Ho}} \sum_i \mathbf{m}_i(\alpha, \beta) (\mathbf{m}_i(\alpha, \beta) \mathbf{H}) \times \\ &\times \frac{\tanh \epsilon_i(\alpha, \beta) / k_B T}{\epsilon_i(\alpha, \beta)} \rho_+(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \hat{\chi}_{VV} \mathbf{H}, \end{aligned}$$

где n_{Ho} — концентрация ионов Ho^{3+} , T — температура и k_b — постоянная Больцмана.

В рамках сформулированной модели магнитной структуры мы выполнили моделирование угловых (рис. 1) и полевых зависимостей намагниченности (рис. 3). Из моделирования полевых зависимостей намагниченности определены концентрация ионов Ho^{3+} $n_{Ho}=1.45\%$ и их магнитный момент $\mu_0=9.4\mu_B$.

При ориентации магнитного поля вдоль кристаллографических осей $H \parallel a$, b^* и c в области насыщения существует небольшой наклон кривых намагниченности, а при ориентации магнитного поля вдоль одного из минимумов угловых зависимостей $H \parallel c39^\circ b$ (рис. 3) этот наклон существенно возрастает. Последнее связано с отклонением от изинговского поведения иона Ho^{3+} [18], возникающего в результате влияния верхних (возбужденных) уровней на основной квазидублет, которое в общем случае зависит от спектра и волновых функций иона, но в данной работе вклады были определены из моделирования кривых намагничивания и, для упрощения, опущены. Величины ванфлековской восприимчивости составили $\chi_{VVa} = \chi_{VVb^*} = 2.74 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{г}$, $\chi_{VVC} = 1.20 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{г}$.

Учет распределения направлений изинговских осей приводит к размытию минимумов угловых зависимостей и, в совокупности с отклонением от изинговского поведения, позволяет количественно описать их при величинах дисперсий $\sigma_a = 6.7^\circ$ и $\sigma_b = 8^\circ$ (рис. 1).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено экспериментальное и теоретическое исследование магнитных свойств замещенного лангасита $(La_{0.985}Ho_{0.015})_3Ga_5SiO_{14}$. Экспериментальное исследование намагниченности показало, что насыщение полевых зависимостей происходит в полях ~ 1 Тл, при этом их наклон в области насыщения сильно зависит от ориентации магнитного поля. Вращение магнитного поля в различных плоскостях позволило выявить анизотропию намагниченности. Теоретический анализ полученных экспериментальных данных показал, что основное состояние изинговского некрамерсовского иона Ho^{3+} сильно искажено, это проявляется в отклонении изинговских осей

от разрешенных локальной симметрией C_2 направлений. Мы предполагаем, что искажение является следствием нарушения симметрии локального окружения, которое может возникать в результате равновероятного заполнения Ga/Si позиций $2d$. Таким образом, мы установили связь магнитных свойств $(La_{0.985}Ho_{0.015})_3Ga_5SiO_{14}$ с микроскопическими характеристиками редкоземельного иона Ho^{3+} и показали, что локальные нарушения симметрии могут приводить к специфическим макроскопическим особенностям.

БЛАГОДАРНОСТИ

Статья написана по материалам одноименного доклада на 5-й школе-конференции молодых ученых ИОФ РАН “Прохоровские недели”, 2022 г. Доклад был рекомендован к публикации по результатам экспертных оценок как один из лучших.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-42-05004).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mill B.V., Pisarevsky Y.V. Langasite-type materials: from discovery to present state // Proc. 2000 IEEE/EIA International Frequency Control Symposium and Exhibition (Cat. No.00CH37052). IEEE. 2000. P. 133–144.
<https://doi.org/10.1109/FREQ.2000.887343>
2. Maksimov B.A. et al. Absolute structure of $La_3Ga_5SiO_{14}$ langasite crystals // Crystallogr. Reports. 2005. V. 50. № 5. P. 751–758.
<https://doi.org/10.1134/1.2049391>
3. Bohm J. et al. Czochralski growth and characterization of piezoelectric single crystals with langasite structure: $La_3Ga_5SiO_{14}$ (LGS), $La_3Ga_5.5Nb_{0.5}O_{14}$ (LGN), and $La_3Ga_5.5Ta_{0.5}O_{14}$ (LGT) // J. Cryst. Growth. 1999. V. 204. № 1–2. P. 128–136.
[https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(99\)00186-4](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(99)00186-4)
4. Sato J. et al. Czochralski growth of $RE_3Ga_5SiO_{14}$ ($RE=La, Pr, Nd$) single crystals for the analysis of the influence of rare earth substitution on piezoelectricity // J. Cryst. Growth. 1998. V. 191. № 4. P. 746–753.
[https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(98\)00362-5](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(98)00362-5)

5. *Iwataki T. et al.* Mechanism of the piezoelectricity of langasite based on the crystal structures // J. Eur. Ceram. Soc. 2001. V. 21. № 10–11. P. 1409–1412. [https://doi.org/10.1016/S0955-2219\(01\)00029-2](https://doi.org/10.1016/S0955-2219(01)00029-2)
6. *Marty K. et al.* Magnetic and dielectric properties in the langasite-type compounds: $A_3 B Fe_3 D_2 O_{14}$ ($A=Ba, Sr, Ca$; $B=Ta, Nb, Sb$; $D=Ge, Si$) // Phys. Rev. B – Condens. Matter Mater. Phys. 2010. V. 81. № 5. P. 1–11. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.81.054416>
7. *Marty K. et al.* Single Domain Magnetic Helicity and Triangular Chirality in Structurally Enantiopure $Ba_3NbFe_3Si_2O_{14}$ // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. № 24. P. 247201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.247201>
8. *Lee N., Choi Y.J., Cheong S.W.* Magnetic control of ferroelectric polarization in a self-formed single magnetoelectric domain of multiferroic $Ba_3NbFe_3Si_2O_{14}$ // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 104. № 7. P. 1–5. <https://doi.org/10.1063/1.4866187>
9. *Narita H. et al.* Observation of nonreciprocal directional dichroism via electromagnon resonance in a chiral-lattice helimagnet $Ba_3NbFe_3Si_2O_{14}$ // Phys. Rev. B. 2016. V. 94. № 9. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.094433>
10. *Tikhanovskii A.Y. et al.* Magnetoelectric phenomena in Fe langasites // Phys. Rev. B. American Physical Society. 2022. V. 105. № 10. P. 104424. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.104424>
11. *Zhou H.D. et al.* Partial field-induced magnetic order in the Spin-liquid kagomé $Nd_3Ga_5SiO_{14}$ // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. № 23. P. 1–4. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.236401>
12. *Zorko A. et al.* Easy-Axis Kagome Antiferromagnet: Local-Probe Study of $Nd_3Ga_5SiO_{14}$ // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. № 14. P. 147201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.147201>
13. *Bordet P. et al.* Magnetic frustration on a Kagomé lattice in $R_3Ga_5SiO_{14}$ langasites with $R \leq Nd, Pr$ // J. Phys. Condens. Matter. 2006. V. 18. № 22. P. 5147–5153. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/18/22/014>
14. *Simonet V. et al.* Hidden magnetic frustration by quantum relaxation in anisotropic Nd langasite // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. № 23. P. 1–4. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.237204>
15. *Robert J. et al.* Spin-Liquid Correlations in the Nd-Langasite Anisotropic Kagomé Antiferromagnet // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. № 19. P. 197205. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.197205>
16. *Zorko A. et al.* Ground State of the easy-axis rare-earth kagome langasite $Pr_3Ga_5SiO_{14}$ // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. № 5. P. 3–6. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.057202>
17. *Weymann L. et al.* Unusual magnetoelectric effect in paramagnetic rare-earth langasite // npj Quantum Mater. 2020. V. 5. № 1. P. 61. <https://doi.org/10.1038/s41535-020-00263-9>
18. *Звездин А.К., Матвеев В.М., Мухин А.А., Попов А.И.* Редкоземельные ионы в магнитно упорядоченных кристаллах. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1985. 296 с.

EFFECT OF RARE-EARTH ION LOCAL ANISOTROPY ON MACROSCOPIC MAGNETIC PROPERTIES OF $(La_{0.985}Ho_{0.015})_3Ga_5SiO_{14}$ LAGNASITE

A. Yu. Tikhanovskii^a, V. Yu. Ivanov^a, A. M. Kuzmenko^a, A. A. Mukhin^a

^a*Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS I.A. Shcherbakov

Experimental and theoretical studies of the magnetic properties of the unique Ising-like paramagnet $(La_{0.985}Ho_{0.015})_3Ga_5SiO_{14}$ have been carried out. We found magnetic anisotropy in strong magnetic field (up to 5 T) rotated in the ab^* , b^*c and ac planes at low temperatures ($T \leq 5$ K). We show that the observed magnetization features are connected with the local orientation and distribution of the Ho^{3+} Ising axes, which may deviate from the symmetry-allowed directions due to Ga/Si random filling in the local environment of the magnetic ions.

Keywords: rare-earth langasite, Ising-like paramagnet, magnetic anisotropy, magnetic properties

УДК 614.841.332

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭПИДЕМИИ И ПАНДЕМИИ
НА ОСНОВЕ ЗАКОНОВ ЦЕПНОГО И ТЕПЛОВОГО ВЗРЫВОВ© 2024 г. А. А. Филиппов^{1,*}

Представлено академиком РАН А.А. Берлиным 27.01.2023 г.

Поступило 27.01.2023 г.

После доработки 05.02.2023 г.

Принято к публикации 20.07.2023 г.

Представлена теория распространения вируса, в том числе эпидемии и пандемии, полученная на основе теорий цепного и теплового взрывов, куда были введены два параметра для моделирования распространения вируса в изолированной общине людей. Предложена модель общины в виде многослойной луковицы, в которой процесс инфицирования идет по слоям. Полученные выражения с хорошей точностью коррелируют со статистическими данными по распространению вируса на стабильных этапах развития пандемии. Справедливость модели подтверждается сочетанием полученных формул, при ряде упрощений, с формулами теорий цепного взрыва и др. Представленная теория находится в качественном согласии с эмпирическими теориями – SIS, SIRS и др. Модель может быть интересна для эпидемиологии и точной науки, так как формулы с новыми параметрами могут быть востребованы для моделирования явлений в других областях природы. Показана связь между теориями цепного и теплового взрывов.

Ключевые слова: теория эпидемии и пандемии, теория цепного и теплового взрыва

DOI: 10.31857/S2686740024010061, EDN: OSWWUQ

Как показывает история, эпидемии ежегодно приходят на Землю, а пандемия являлась редко, но есть опасения, что все поменяется к худшему. Поэтому развитие эпидемии и пандемии необходимо изучать не только на основе ряда приблизительных эмпирических теорий SIS, SIRS, SEIR, MSEIR, но опираясь на хорошо изученные процессы в точных науках. В работе мы попытались создать теорию развития вирусных и бактериальных заболеваний, в том числе эпидемию и пандемию, на основе хорошо развитого математического аппарата теорий цепного и теплового взрывов в горячем газе.

1. Цепной взрыв. Теория цепных реакций и цепного взрыва была развита Н.Н. Семеновым [1], за что он получил Нобелевскую премию. Цепные

реакции идут посредством активных частиц n , скорость изменения которых описывается уравнением:

$$dn/dt = W_0 + fn - gn, \quad (1)$$

где W_0 – скорость образования активных центров, f и g – константы скоростей процессов разветвления и обрыва цепей. Обозначив $f - g = \phi$, получим:

$$dn/dt = W_0 + \phi n. \quad (2)$$

Люди находятся в постоянном движении, вступая в различные социальные контакты, что похоже на броуновское движение молекул в газе, где концентрация компонентов на единицу объема меняется из-за их диффузии в соседние зоны и химических реакций с другими реагентами. В физической химии этот процесс описывается уравнением диффузии, в котором химическая реакция может резко ускориться, приводя к взрыву по механизму самовоспламенения или зажигания [2–5]. Все это похоже на переход обычного заражения в эпидемию и пандемию, а представленная теория позволит

¹Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семенова

Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: 7987961@mail.ru

найти требуемые параметры развития болезни в относительно стабильных промежутках времени ее течения.

Рассмотрим общину (город, область и др.) с количеством жителей N , где распространяется один вирус, с общим количеством инфицированных людей равным N_i . Через время (t_f) с момента заражения инфицированный человек перестает быть переносчиком вируса, поэтому их число N_i выразим через безразмерный параметр Ξ :

$$N_i = \Xi N_i. \quad (3)$$

Рассмотрим распространение вируса в общине, полагая, что: 1) активным центром является инфицированный человек, являющийся переносчиком вируса; 2) $W_0 = 0$, так как точно неизвестно, где, как и когда возник вирус; 3) n_0 — количество первых инфицированных людей, прибывших в общину из другого региона; 4) количество неинфицированных людей неограничено.

С учетом вышеизложенных предположений условие (2) примет вид

$$dN_i/dt = \varphi n. \quad (4)$$

Проинтегрируем выражение (4) при условии $n = n_0$ при $t = 0$:

$$N_i = n_0 e^{\varphi t}, \quad (5)$$

где N_i и n_0 — текущая и начальная концентрация инфицированных людей.

При $\varphi < 0$ число N_i уменьшается со временем, поэтому нет риска возникновения эпидемии. Но при $\varphi > 0$ число N_i экспоненциально растет, поэтому $\varphi = 0$ является критическим значением. Под обрывом цепи будем считать смерть инфицированного или утрату им способности заражать не инфицированного человека, что происходит через время t_f с момента заражения, оцениваемого по разным источникам от восьми дней до месяца. Так как доля умерших людей за время t_f мала по отношению к числу инфицированных, то в дальнейшем не будем ее учитывать, а в период времени от начала заражения до времени t_f будем считать величину g равной нулю, т.е. до времени t_f рост инфицированных людей N_i вычисляется по формуле:

$$N_i = n_0 e^{ft}. \quad (6)$$

При $t > t_f$ общее количество инфицированных N_i экспоненциально растет, но число людей

N_i , передающих вирус, уменьшается на число реинфицированных (не способных заражать), равное числу инфицированных людей до момента времени $t - t_f$ т.е.:

$$N_i = n_0 e^{ft} - n_0 e^{f(t-t_f)} = n_0 [1 - e^{-ft_f}] e^{ft}. \quad (7)$$

Используя формулы (3), (6), найдем:

$$\Xi = 1 - e^{-ft_f}. \quad (8)$$

Используя формулу (8), возьмем логарифм уравнения (7):

$$\ln N_i = \ln n_0 \Xi + ft. \quad (9)$$

Уравнение (9) показывает, что в логарифмических координатах скорость роста N_i от времени остается постоянной, даже если инфицированные теряют способность заражать здоровых людей через время t_f . В табл. 1 даны значения параметра Ξ , вычисленного по формуле (8), при разных t_f и f . В статистике часто используется дискретное время, равное одним суткам, так будем считать и мы в табл. 1 и во всех формулах работы.

Из табл. 1 видно, что параметр Ξ растет при увеличении f и t_f . Функция N_i (7) не имеет точки перегиба, так как ее вторая производная по времени нигде не равна нулю, поэтому нельзя найти условие, когда обычное распространение вируса перейдет в эпидемию и пандемию. В теории цепных реакций [1] вычисляют период индукции t_i , по истечении которого появившиеся изменения становятся заметны. Это время можно высчитать на начальной стадии распространения вируса, используя уравнения (7) и (8):

$$t_i = [\ln(N_{ii}/\Xi n_0)]/f, \quad (10)$$

где N_{ii} — первое обнаруженное врачами количество людей, зараженных вирусом в общине. Если N_{ii} равно 5 человек, при $f = 0.2$ и $n_0 = 1$, то $t_i \approx 8$ дней.

В теории цепных реакций параметры f и g зависят от типа цепной реакции и условий их течения, что соответствует ситуации развития заболевания, связанного с типом вируса и другими факторами. Ясно, что параметр f падает при вакцинации людей; с использованием масок и средств дезинфекции; с увеличением дистанции между людьми в общественных местах и введением карантина. Теория цепных реакций хорошо описывает распространение вируса, но не учитывает первоначальное количество людей N в общине.

2. Тепловой взрыв. В теории теплового взрыва рассматривают уравнения теплопроводности для

Таблица 1. Параметр β (2–5 строки) в зависимости от безразмерного параметра f и t_f (дни)

f	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.15	0.20	0.30
8 дн	0.077	0.148	0.21	0.27	0.33	0.38	0.43	0.47	0.51	0.55	0.7	0.8	0.91
14 дн	0.13	0.24	0.34	0.43	0.5	0.57	0.625	0.67	0.72	0.75	0.88	0.94	0.99
21 дн	0.19	0.34	0.47	0.57	0.65	0.72	0.77	0.81	0.85	0.88	0.96	0.99	1
30 дн	0.26	0.45	0.59	0.7	0.78	0.83	0.88	0.91	0.93	0.95	0.99	1	1

определения критического профиля температур в зоне химической реакции [2–5], по достижении которого может произойти взрыв. Так как уравнения теплопроводности и диффузии в газах подобны, то для нашего случая следует рассмотреть последнее:

$$dN_{ig}/dt = D\Delta N_{ig} + K_1 N_{ig} (N_g - N_{ig}), \quad (11)$$

где Δ – оператор Лапласа, D – коэффициент диффузии, K_1 – константа автокаталитической реакции, N_{ig} и N_g – концентрации активного и исходного реагентов.

Так как распространение вируса происходит не в объеме, а на поверхности общины, то для использования формулы (11) в процессе заражения предложим несколько аналогов для замены объемной концентрации.

2.1. Будем считать N_i , N_t и N аналогами концентраций инфицированных людей, переносчиков вируса и исходного количества людей в общине соответственно.

Сделаем те же предположения относительно общины, что и в п. 1. Для изучения распространения вируса важно знать изменение концентрации переносчиков при их перемещении и изменении численного состава в результате заражения здоровых людей. Поэтому изменение количества N_t в каждой точке пространства общины в момент времени t можно описать уравнением диффузии:

$$dN_t/dt = D\Delta N_t + K_2 N_t (N - N_t), \quad (12)$$

где Δ – оператор Лапласа, K_2 – аналог константы скорости передачи вируса от переносчика вируса к неинфицированному человеку, D – аналог коэффициента диффузии, отвечающий за социальную активность переносчиков вируса в общине, который не одинаков у различных групп населения.

В работах [2, 3] показано, что решить нестационарное уравнение теплопроводности, а по аналогии и уравнение диффузии, возможно лишь в некоторых случаях, используя ряд упрощений. Рассмотрим три возможных варианта.

2.1.1. *Стационарное уравнение диффузии* ($dN_t/dt = 0$). В теории теплового взрыва известны условия самовоспламенения горючих газов в симметричных сосудах [2, 3], полученные при решении стационарных уравнений теплопроводности, описывающих предельный профиль температуры. В общине людей, вероятно, существует предельный профиль переносчиков вируса, по достижении которого он начнет распространяться взрывным образом. Но в настоящее время нет возможности найти значение D и другие параметры, чтобы проверить эту гипотезу.

2.1.2. *Медленное распространение вируса*. В этом случае вторым членом в правой части уравнения (12) можно пренебречь, а оставшееся уравнение будет описывать перемещение носителей вируса практически без заражения людей, но к пандемии это не имеет отношения.

2.1.3. *Быстрое распространение вируса среди людей*. В этом случае первым членом в правой части уравнения (12) можно пренебречь:

$$dN_t/dt = K_2 N_t (N - N_t). \quad (13)$$

Будем считать, что община похожа на многослойную луковицу, где процесс инфицирования идет слоями, по малым частям N_a : в первую очередь заболеют люди, не выполняющие санитарные меры или по профессиональным обязанностям находящиеся в постоянном контакте с людьми; затем заболеют те, кто соблюдают минимальные санитарные требования, и т.д. В центре луковицы будут люди, ведущие изолированную жизнь, которые смогут избежать заболевания. Выразим N_a через безразмерный параметр δ_a , зависящий от типа общины и других факторов.

$$N_a \approx \delta_a N. \quad (14)$$

Будем считать число людей N_a частью общины, состоящей из трех групп равномерно смешанных людей в каждой группе: неинфицированные, инертные (реинфицированные) люди, а также переносчики вируса. Считая, что распространение

вируса идет только в этой части общины, используя условие (3) и (14), преобразуем уравнение (13):

$$dN_t/dt = K_2 N_t (\beta \delta_a N - N_t) / \beta. \quad (15)$$

Проинтегрируем выражение (15):

$$\ln[N_t / (\beta \delta_a N - N_t)] = K_2 \delta_a N t + C_1, \quad (16)$$

где C_1 — константа интегрирования. Полагая $N_{0t} \ll \delta_a N$, при $t = 0$ найдем:

$$C_1 = \ln[N_{0t} / (\beta \delta_a N - N_{0t})] \approx \ln(N_{0t} / \beta \delta_a N), \quad (17)$$

где N_{0t} и N_{0i} — количество переносчиков вируса и инфицированных людей при $t = 0$.

Используя условие (17), уравнение (16) примет вид

$$\ln[N_t / (1 - N_t / \beta \delta_a N) N_{0t}] = K_2 \delta_a N t. \quad (18)$$

Полагая, что при $t = 0$ верно условие (3), т.е. $N_{0t} = \beta N_{0i}$, найдем количество переносчиков вируса в зависимости от времени:

$$N_t \approx \beta N_{0i} \left(1 - \frac{N_i}{\delta_a N} \right) \cdot e^{K_2 \delta_a N t}. \quad (19)$$

В начале распространения вируса, когда $N_i \ll \delta_a N$, формула (19) переходит в выражение (7) при $f = K_2 \delta_a N$ и $n_0 = N_{0i}$, т.е. наша модель согласуется с теорией цепного взрыва.

В.М. Гольдберг в замечательных работах [6, 7] рассматривал модель бимолекулярной химической реакции в двухкомпонентной общине людей, состоящей из инфицированных и здоровых людей, т.е. без учета реинфицированных людей ($\beta = 1$), и получил выражения

$$dN_i/dt = K_2 N_i (N_{\max} - N_i), \quad (20)$$

$$\ln[N_i / (N_{\max} - N_i)] = K_2 N_{\max} t + C_2. \quad (21)$$

При $t = 0$ найдем

$$C_2 = \ln(N_{0i} / N_{\max}). \quad (22)$$

Используя выражения (21), (22), найдем:

$$N_i = N_{0i} \left(1 - \frac{N_i}{N_{\max}} \right) \cdot e^{K_2 N_{\max} t}. \quad (23)$$

При $N_i \ll N_{\max}$ формула (23) примет вид уравнения (7), сочетаясь с решением, вытекающим из теории цепного взрыва при $f = K_2 N_{\max}$ и $\beta = 1$.

В.И. Гольдберг доказал, что его модель развития вируса на некоторых отрезках времени очень хорошо

подчиняется экспоненциальному закону. Поэтому при обработке статистических данных в те же периоды времени наша математическая модель (16)–(19) должна иметь в экспоненте тот же показатель степени, и, сравнивая уравнения (16) и (21), найдем

$$N_{\max} \approx N_a = \delta_a N. \quad (24)$$

Если уравнения (16) и (19) выразить через N_i и N_a , то получим формулы для обработки статистических данных (25) и расчета числа больных в новой волне распространения вируса (26):

$$\ln[N_i / (N_a - N_i)] = K_2 N_a t + \ln(N_{0i} / \beta N_a), \quad (25)$$

$$N_t \approx \beta N_{0i} (1 - N_i / N_a) \cdot e^{K_2 N_a t}. \quad (26)$$

Уравнения (25), (26) удобны для обработки статистических данных, так как нужно считать N_i , а не число N_t , имеющее большую статистическую ошибку из-за малого времени вычислений. Формулы (25), (26) и (21), (23) отличаются лишь наличием параметра β , поэтому линейная зависимость, обнаруженная ранее Гольдбергом [6, 7], будет наблюдаться и при использовании формул (25), но с учетом β . Подробное изучение влияния параметра β на начальные и переходные моменты распространения вируса в общине не позволяет формат сообщения.

В.М. Гольдберг ввел труднопонимаемый параметр $N_{\max}$, при котором S -образная функция, представляющая уравнения (20)–(23), при малых $N_i / N_{\max}$ дает экспоненциальный рост N_i (23), а с ростом N_i приобретает S -образный вид, что подтвердилось в реальности [6, 7]. Так, в работе [7] при обсчете статистических данных числа заболевших в Москве в период с 09.10.2020 по 10.01.2021 он нашел $N_{\max} \approx 800\,000$ чел., при котором статистические данные ложатся на одну прямую, с линейной зависимостью: $y \approx 0.034x - 9.185$. В этих расчетах Гольдберг вычислял N_i с начала волны, протекавшей в Москве с 22.07.2020 по 08.02.2021. Варьируя параметром $\delta_a N$ в уравнении (25), мы нашли значение $N_a \approx 790\,000$ чел. (близкое к $N_{\max}$ Гольдберга), при котором статистические данные хорошо ложатся на прямую с линейной зависимостью: $y \approx 0.0353t - 9.747$, где $f = K_2 N_a = 0.0353$ и $C_2 \approx -9.747$, рис. 1. Зная f , из табл. 1 при $t_f = 8$ дней найдем $\beta \approx 0.24$, при котором выражение (26) показывает рост числа инфицированных в 4 раза меньше, чем дает формула (23). По формуле (17) найдем число переносчиков вируса в начале возникновения пандемии:

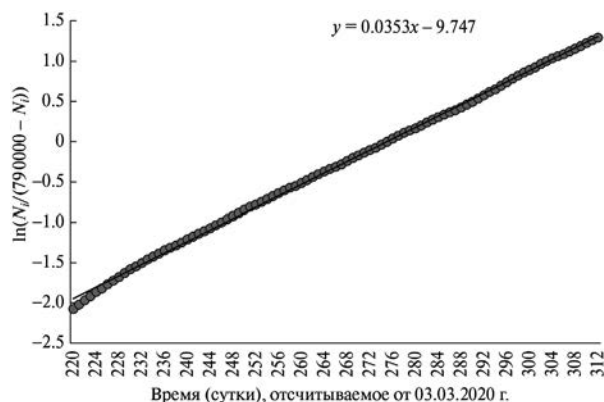


Рис. 1. Рост числа заболевших в Москве в период новой волны распространения вируса 09.10.2020–10.01.2021, в логарифмических координатах от времени, в соответствии с уравнением (25), при котором статистические данные (точки) ложатся на теоретическую прямую, с линейной зависимостью: $y = 0.0353x - 9.747$. В расчетах было найдено оптимальное число $N_a \approx 790\,000$ чел., а N_i отсчитывали от начала возникновения волны с 09.10.2020 г.

$N_{0i} \approx 11$ чел., а по формуле (22) получим результат: $N_{0i} \approx 46$ чел. В Москве проживает $12 \cdot 10^6$ чел., отсюда найдем $\delta_a \approx 0.067$. Заметим, что параметры δ_a и N_a взаимосвязаны (14), поэтому независим только один из них, но смысл имеют оба параметра.

На наш взгляд, параметр $N_a \approx N_{\max}$ имеет ясную статистическую природу — число здоровых людей, имеющих близкую степень уязвимости к инфекции, в составе общины N . В.М. Гольдберг в работе [6], рассматривая пандемию в России с ее начала (03.03.2020), обнаружил четыре волны роста заболевших, каждая из которых сначала развивалась по экспоненте со своими параметрами, а затем внезапно начиналась новая волна, с новыми показателями. То есть представление об общине как о многослойной луковице близко к реальности, в которой процесс инфицирования людей идет “рывками”, по слоям, по малым группам. Так как показатель степени $K_2 N_a$ остается постоянным в каждой волне, то, вероятно, количество заболевших людей из других слоев общины невелико и слабо влияет на параметры развития заболевания части общины, числом N_a .

Отметим, что в работе можно было ввести аналоги площадных концентраций, равных тем же, что и в п. 2.1, но деленных на площадь S общины. Но этот аналог концентраций не точен, с учетом разницы плотности населения в общине. Если же принять это определение, то правая часть уравнения (15) будет поделена на S^2 , что

изменит показатель степени экспоненциальной функции уравнений (16)–(19), который отражает способность вируса распространяться в общине. Однако для оценки опасности разных вирусов важны относительные значения этих показателей друг к другу. Можно было ввести пропорциональные концентрации, равные тем же, что и в пункте 2.1, но деленные на количество людей N в общине. Но если принять это определение, то правая часть уравнения (15) будет поделена на постоянный множитель N^2 , что, как было показано выше, не даст новой информации для относительной оценки опасности вирусов.

Параметр $K_2 N_a$ входит в формулы (16)–(19), (25), (26) и является важным показателем опасности вируса, характеризующим скорость заражения людей в части общины, числом N_a . Используя формулы (25), (26), можно предсказать число инфицированных людей в новой волне и ее скорость, вычитав параметры $K_2 N_a$ и N_a по первым дням выявленной волны. На рис. 1, а также на рисунках, представленных в работах [6, 7], видно — точки ложатся кучно, так как большое количество статистических данных уменьшают статистическую ошибку, что и позволяет получать гладкую зависимость требуемых функций от времени.

Несмотря на то, что на стабильных отрезках времени теория хорошо описывает основные особенности распространения волн вируса в общине, нет ответа на многие вопросы: каков механизм перехода от одной волны к другой? что произойдет при появлении мутации старого вируса или появлении нового штамма? как оценить действие вакцин? Ответы на эти и многие другие вопросы можно найти при анализе расчетов, полученных при обработке по формулам (25), (26) статистических данных по разным общинам, в разных условиях распространения вируса.

В работе представлена теория распространения вируса, в том числе эпидемии и пандемии, в изолированной общине людей, полученная с помощью теорий цепного и теплового взрывов, куда введены параметры β и δ_a , адаптирующие картину развития вируса к вышеупомянутым теориям. Предложена модель общины в виде многослойной луковицы, в которой процесс инфицирования идет по слоям. Полученные формулы с большой точностью описывают статистические данные по распространению вируса на стабильных этапах развития пандемии. При ряде упрощений наши

формулы переходят в формулы, вытекающие из теории цепного взрыва [1] и в выражения, данные в работах В.М. Гольдберга [6, 7]. Наша теория находится в качественном согласии с эмпирическими теориями SIS, SIRS, SEIR, MSEIR. Решения описывают распространение вируса среди усредненных людей, в усредненной общине.

Найденные решения могут быть интересны для эпидемиологии и точной науки, так как решения с новыми параметрами могут быть востребованы для моделирования явлений в других областях природы. В работе показана связь между теориями цепного и теплового взрывов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит академика РАН А.А. Берлина за интерес к работе.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Федерального исследовательского центра химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенов Н.Н. Цепные реакции. Л.: ОНТИ, 1934. С. 110.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. 2-е изд. М.: Наука, 1967.
3. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
4. Philippov A.A., Khalturinskiy N.A. To the theory of ignition by a hot surface: critical conditions for occurrence of explosive and avalanche-like processes. Zeldovic memorial, 2015. V. 2.
5. Филиппов А.А., Берлин А.А. Математическая теория зажигания накаливаемой поверхностью // Доклады РАН. Физика. Технические науки. 2022. Т. 503. № 1. С. 28–34.
6. Goldberg V.M. Dynamics of coronavirus spread in terms of chemical reaction kinetics // Russ. Chem. 2020. V. 69 (10). P. 2022–2028.
7. Гольдберг В.И. Развитие цепной модели динамики распространения пандемии COVID-19 // Горение и взрыв. 2021. Т. 14. № 3. С. 3–10.

MATHEMATICAL THEORY OF EPIDEMICS AND PANDEMICS BASED ON THE LAWS OF CHAIN AND THERMAL EXPLOSIONS

A. A. Philippov^a

^a*Federal Research Center of Chemical Physics named after N.N. Semenov
of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
Presented by Academician of the RAS A.A. Berlin*

The article presents a theory of the spread of the virus, including epidemics and pandemics, based on the theories of chain and thermal explosions, where two parameters were introduced to simulate the spread of the virus in an isolated community of people. A model of a community in the form of a multilayered bulb is proposed, in which the infection process proceeds in layers. The formulas obtained correlate with good accuracy with statistical data on the spread of the virus at stable stages of the pandemic. The validity of the model is confirmed by a combination of the formulas obtained, with a number of simplifications, with the formulas of the chain explosion theory and others. The presented theory is in qualitative agreement with empirical theories — SIR, SIRS and others.

The model may be interesting for epidemiology and exact science, since formulas with new parameters may be in demand for modeling phenomena in other areas of nature. The article shows the connection between the theories of chain and thermal explosions.

Keywords: theory of epidemic and pandemic, theory of chain and thermal explosion

УДК 539.3:624.014

ВЛИЯНИЕ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ НА КОРРОЗИЮ СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ

© 2024 г. С. Н. Якупов^{1,*}, Р. Р. Кантюков², Г. Г. Гумаров¹, Н. М. Якупов¹

Представлено академиком РАН И.Г. Горячевой 23.08.2023 г.

Поступило 21.09.2023 г.

После доработки 21.09.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

Приводятся результаты экспериментально-теоретических исследований влияния остаточной намагниченности на коррозию стальных образцов в водной среде. Описываются алгоритмы исследования и обработки результатов. Рассмотрены три случая исходной намагниченности образцов. Установлено, что до критической намагниченности стальных образцов коррозионный износ в водной среде уменьшается, а затем начинает расти. Обнаруженный эффект имеет важное теоретическое значение при изучении явления коррозии с учетом исходной остаточной намагниченности, а также большое практическое значение, в частности, при проектировании и эксплуатации различных конструкций и сооружений из стали для их защиты от коррозионного разрушения.

Ключевые слова: коррозионный износ, стальные образцы, водная среда, остаточная намагниченность, экспериментально-теоретический метод, тангенциальная жесткость

DOI: 10.31857/S2686740024010078, **EDN:** OPDVAN

Известно, что на поверхности металла, находящегося в водной или другой среде, образуется тонкий защитный пассивирующий слой, разрушение которого приводит к коррозионному износу [1, 2]. Среди факторов, влияющих на разрушение защитного слоя, можно отметить воздействие физических и механических полей. Так, ультрафиолетовое излучение (УФ) влияет на механические свойства металлических элементов конструкции, в том числе на коррозионную стойкость [3–5]. Известно влияние деформации поверхности образца [6] и вибрации [7] на процесс коррозии. Влияние активного магнитного поля на процесс коррозии отмечено в [8–11]. При этом на процесс коррозии оказывают влияние

направления силовых линий магнитного поля [12]. Мало исследовано влияние пассивного магнитного поля (остаточного магнитного поля) на процесс коррозии [13].

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ

Тонкие круглые образцы из стали подвергаются воздействию магнитного поля различной напряженности, производится замер исходной остаточной намагниченности M_{RN} образцов. Далее образцы размещаются в емкость со средой (рис. 1) и выдерживаются в ней в течение заданного времени.

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для оценки степени коррозии образцов, выдержанных заданное время в водной среде, используется экспериментально-теоретический метод [14], патент РФ №2310184. Образцы поочередно закрепляются по контуру на установке и нагружаются равномерным давлением P . В процессе увеличения давления P

¹Институт механики и машиностроения
Федерального исследовательского центра
“Казанский научный центр
Российской академии наук”, Казань, Россия
²ООО “Научно-исследовательский институт
природных газов и газовых технологий”,
Московская обл., Россия
*E-mail: tamas_86@mail.ru

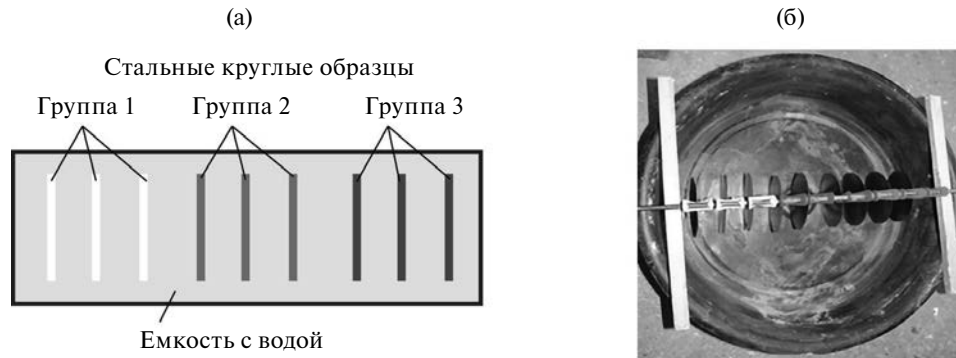


Рис. 1. Размещение образцов: а – схема; б – образцы в емкости до заливки (фото).

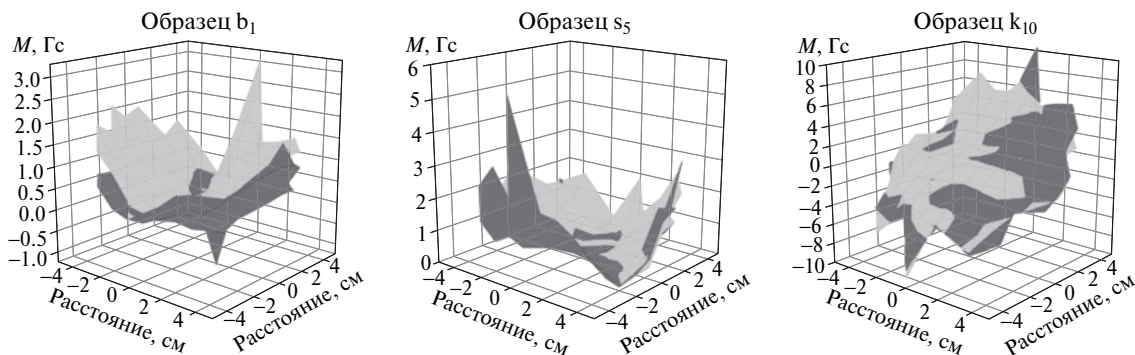


Рис. 2. Распределение M_{RN} для образцов b_1 , s_5 , k_{10} .

производится мониторинг формы образуемого купола, в частности, за высотой подъема вершины купола H , и получается зависимость: давление P – прогиб H .

Далее, для упругой области деформирования стального образца для случая среднего изгиба тангенциальная жесткость B оценивается по формуле

$$B = 0.30695 Pa \left(\frac{a}{H} \right)^3, \quad (1)$$

полученной из соотношений нелинейной теории оболочек [15], где P – распределенное давление; a и H – радиус и прогиб мембраны в центре купола.

ХАРАКТЕР ВЛИЯНИЯ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ НА ПРОЦЕСС КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ В ВОДНОЙ СРЕДЕ

Выполнены экспериментальные исследования круглых образцов из стали Ст3 с исходной толщиной $h = 0.6$ мм. Рассмотрены три группы

образцов, условно названные: Группа 1 – “Белые образцы”, Группа 2 – “Синие образцы” и Группа 3 – “Красные образцы”. Образцы подвергались предварительному воздействию магнитного поля различной напряженности.

Далее проведены замеры исходных нормальных компонент остаточной намагниченности M_{RN} образцов с двух сторон с использованием магнитометра GM2 фирмы AlphaLab Inc (точность измерения ± 0.01 Гс) на прямоугольной сетке с шагом 1 см. На рис. 2 приведены изображения картины распределения M_{RN} для одного образца из каждой рассмотренной группы.

Наблюдается достаточно сложная картина распределения исходной остаточной намагниченности M_{RN} . Средние значения модулей M_{RN} , вычисленных по 85 точкам замеров на верхней и нижней поверхности образцов, а также средние значения M_{RN} для каждой группы образцов приведены в табл. 1.

Далее образцы были размещены в емкость с водой (рис. 1) и выдерживались в ней в течение 7 мес (апрель–ноябрь). Используя экспериментально-теоретический метод для каждого

Таблица 1. Остаточная намагниченность M_{RN} образцов, Гс

Номер образцов №	Группа 1 “Белые образцы”			Группа 2 “Синие образцы”			Группа 3 “Красные образцы”		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Поверхность верхняя, Гс	0.85	0.19	0.16	1.85	0.97	1.24	2.24	2.65	2.02
Поверхность нижняя, Гс	0.46	0.16	0.12	1.99	0.93	1.25	2.21	2.43	1.93
Среднее значение, Гс	0.32			1.37			2.25		

Таблица 2. Зависимости прогибов H_{cp} и жесткости B образцов от давления P

P , кг/см ²	Группа 1 “Белые образцы” (1–3)		Группа 2 “Синие образцы” (4–6)		Группа 3 “Красные образцы” (7–9)	
	H_{cp} , см	B , кг/ см	H_{cp} , см	B , кг/ см	H_{cp} , см	B , кг/ см
0.2	0.0363	328562.3	0.0323	466369.4	0.0387	271146.9
0.4	0.0570	169723.9	0.0530	211125.2	0.0603	143355.9
		$B_{cp} = 249143.1$			$B_{cp} = 338747.3$	$B_{cp} = 207251.4$

образца, определена зависимость максимально-го прогиба H от давления P .

Средние значения максимального прогиба по группам H_{cp} от давления P приведены в табл. 2. Там же приведены вычисленные по (1) соответствующие тангенциальные жесткости на растяжение B .

По средним значениям жесткости на растяжение построена зависимость тангенциальной жесткости образцов B_{cp} от среднего значения исходной остаточной намагниченности M_{RN} (рис. 3).

Как видно из рис. 3, жесткость образцов до определенной намагниченности, в частности до $M_{RN} = 1.37$ Гс, растет, затем начинает падать. Обнаруженный эффект можно объяснить тем, что имеется критическая величина исходной остаточной намагниченности M_{RN} , до достижения которой пассивирующий слой не разрушается, а при превышении этой величины начинается разрушение пассивирующего слоя в электрохимическом процессе коррозии.

Таким образом, исходная остаточная намагниченность влияет на коррозионный износ — при превышении критической величины M_{RN} начинается существенный коррозионный износ стальных образцов в водной среде. Износ существенно влияет на жесткость тонкостенных элементов конструкции. Установленный факт

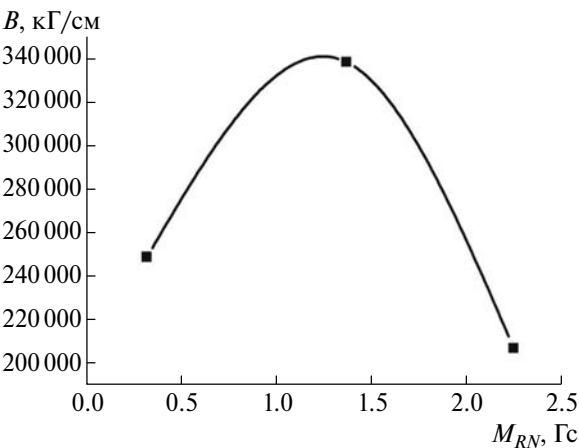


Рис. 3. Зависимость тангенциальной жесткости B_{cp} от исходной намагниченности M_{RN} .

имеет важное теоретическое и практическое значение, учитывая условия работы многих конструкций, изготовленных из металла.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена за счет государственного задания Федерального исследовательского центра “Казанский научный центр Российской академии наук”.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Frumkin A.N.* // Phys. Chem. 1932. V. 44. № 7. P. 116.
2. *Колотыркин Я.М., Фрумкин А.Н.* // ДАН СССР. 1941. Т. 33. № 7/8. С. 446–450.
3. *Thompson E.A., Burleigh T.D.* // Corrosion Eng., Sci. and Technol., 2007. V. 42. No 3. P. 237–241. <https://doi.org/10.1179/174327807X214581>
4. *Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н.* // ДАН. 2012. Т. 446. № 6. С. 624–626. <https://doi.org/10.1134/S102833581203007X>
5. *Shu-hao Deng, Hao Lu & D.Y. Li* // Scientific Reports. 2020. V. 10. 3049. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-59420-6>
6. *Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н.* // Пробл. прочности. 2012. № 2. С. 76–84. <https://doi.org/10.1007/s11223-012-9369-2>
7. *Якупов Н.М., Якупов С.Н.* // ДАН. 2018. Т. 479. № 6. С. 626–628. <https://doi.org/10.1134/S1028335818040109>
8. *Yee Chin Tang, Davenport A.J.* // J. Electrochem. Soc. 2007. V. 154. No 7. P. 362–370. <https://doi.org/10.1149/1.2736662>
9. *Alimi F., Tlili M., Ben Amor M., et al.* // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2009. V. 45. № 1. P. 56–62. <https://doi.org/10.3103/S1068375509010104>
10. *Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н.* // ДАН. 2012. Т. 443. № 2. С. 173–175. <https://doi.org/10.1134/S102833581203007X>
11. *Ильясова А.И.* // Нефтегазовое дело. 2019. № 2. С. 156–168.
12. *Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н.* // ДАН. 2015. Т. 463. № 6. С. 684–686. <https://doi.org/10.1134/S0012501615080072>
13. *Кузьмин М.И., Катрич Н.М., Гумеров Р.Р. и др.* // Нефтяное хозяйство. 2012. № 12. С. 66–68.
14. *Галимов Н.К., Якупов Н.М., Якупов С.Н.* // Известия Академии наук. Механика твердого тела. 2011. № 3. С. 58–66. <https://doi.org/10.3103/S0025654411030058>
15. *Галимов Н.К., Нуруллин Р.Г., Леонтьев А.А.* // Актуальные проблемы механики сплошной среды. ИММ КазНЦ РАН. Казань: Изд-во КГУ, 2004. С. 129–139.

EFFECT OF RESIDUAL MAGNETIZATION CORROSION OF STEEL SAMPLES

S. N. Yakupov^a, R. R. Kantyukov^b, G. G. Gumarov^a, N. M. Yakupov^a^a*Institute of Mechanics and Mechanical Engineering of the Federal Research Center “Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences”, Kazan, Russia*^b*LLC “Scientific Research Institute of Natural Gases and Gas Technologies – Gazprom VNIIGAZ”, Moscow Region, Russia*

Presented by Academician of the RAS I.G. Goryacheva

The results of experimental studies of the effect of residual magnetization on the corrosion of steel samples in an aqueous medium are presented. Algorithms of research and processing of results are described. Three cases of initial magnetization of samples are considered. It is established that before the critical magnetization of steel samples, the corrosion wear in the aqueous medium decreases, and then begins to grow. The discovered effect is of great theoretical importance in studying the phenomenon of corrosion, taking into account the initial residual magnetization, as well as of great practical importance, in particular, in the design and operation of various structures and structures made of steel to protect them from corrosion destruction.

Keywords: corrosion wear, steel samples, aqueous medium, residual magnetization, experimental-theoretical method, tangential rigidity

УДК 629.786.2:629.784

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И НОВЫЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ УСПЕШНОСТИ ПРОЦЕССА МЯГКОЙ ПОСАДКИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МЕХАНИЧЕСКИМ ПОСАДОЧНЫМ УСТРОЙСТВОМ

© 2024 г. В. Н. Бакулин^{1,*}, С. В. Борзых²

Представлено академиком РАН А.М. Липановым 07.05.2023 г.

Поступило 11.05.2023 г.

После доработки 11.05.2023 г.

Принято к публикации 28.07.2023 г.

Предложен подход к анализу одного из наиболее критичных этапов функционирования космических аппаратов — процесса мягкой посадки, начиная с момента первого контакта аппарата с грунтом до его полной остановки. Отмечена необходимость гашения существенной кинетической энергии, которой обладает аппарат в момент контакта с поверхностью. Рассмотрен наиболее распространенный тип посадочного устройства пружинно-рычажного типа, включающего несколько опор с деформируемыми энергопоглотителями. Ограниченные возможности наземной экспериментальной отработки процесса мягкой посадки приводят к необходимости использования динамической модели для анализа успешности посадки и рационального выбора характеристик посадочного устройства. Модель процесса посадки основана на представлении корпуса аппарата и элементов его посадочного устройства как структурно-сложной механической системы тел с внутренними связями, вид которых определяется ограничениями, накладываемыми на относительное движение тел системы. Представлен подход к составлению специальных уравнений для определения реакций связей, отражающий эти ограничения. Описаны критерии успешности процесса посадки. Анализ успешности процесса посадки проиллюстрирован конкретным примером.

Ключевые слова: космический аппарат, мягкая посадка, динамическая модель, уравнения связей, критерии успешности посадки

DOI: 10.31857/S2686740024010083, EDN: OPCGNY

При возвращении космического аппарата с орбиты в результате срабатывания элементов системы управления спуском осуществляется ряд динамических операций — ориентация аппарата лобовым теплозащитным экраном навстречу потоку, последующий отстрел экрана, ввод парашютной системы, включение тормозных двигателей [1]. В момент контакта аппарат обладает весьма существенной остаточной кинетической энергией при возможном весе аппарата в несколько тонн и остаточных

непогашенных скоростях его центра масс в несколько метров в секунду и угловых скоростях до 10–15 градусов в секунду. На кораблях серии “Союз” эта энергия гасится при ударе корпуса о поверхность, при этом повторное применение спускаемого аппарата исключается. Космические аппараты, предназначенные для много-разового использования, снабжаются посадочным устройством, назначение которого состоит в поглощении остаточной кинетической энергии, исключении контакта корпуса с поверхностью, что позволит использовать корпус повторно.

Известны различные типы посадочных устройств — надувные, устройства с выдвижным щитом и др. [2–4]. Наиболее распространенным типом посадочных устройств является

¹Институт прикладной механики
Российской академии наук, Москва, Россия

²ПАО РКК “Энергия” им. С.П. Королева,
Королев, Московская обл., Россия

*E-mail: vbak@yandex.ru

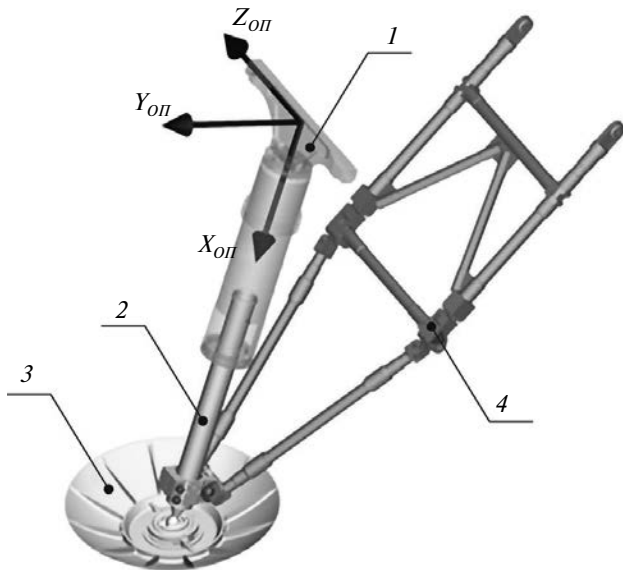


Рис. 1. Посадочная опора: 1 – стакан, соединенный с корпусом (корпус не показан), 2 – шток, 3 – опорная тарель, 4 – подкос.

механическое устройство пружинно-рычажно-го типа, рассмотренное в данном сообщении, включающее несколько опор (как правило, три или четыре) (рис. 1). Опоры оканчиваются тарелями, непосредственно контактирующими с грунтом. В состав опор входят энергопоглотители, расположенные внутри стакана и деформируемые ходом штока. При смятии энергопоглотителей и происходит рассеяние остаточной кинетической энергии [5, 6].

Очевидна критичность фазы контакта аппарата с поверхностью, в связи с чем к надежности срабатывания посадочного устройства и обоснованности выбора параметров устройства и характеристик энергопоглотителей предъявляются высокие требования. Поэтому различные виды энергопоглотителей и посадочное устройство в целом проходят наземную экспериментальную отработку. Однако при наземных экспериментах на специальных стендах не удается воспроизвести всевозможные сочетания начальных кинематических условий процесса посадки (диапазонов скорости центра масс, угловых скоростей, ориентации аппарата относительно поверхности), механических свойств самой поверхности, которые могут меняться в широком диапазоне – от мягких песчаных до твердых мерзлых грунтов, уклона самой посадочной поверхности и т.д. [7, 8]. Поэтому на стадии проектирования для прогнозной оценки

успешности процесса посадки используются динамические модели процесса, что позволяет рационально выбрать облик и характеристики посадочного устройства, а также оценить последствия возможных нештатных и аварийных ситуаций посадки.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПОСАДКИ ПРИ КОНТАКТЕ АППАРАТА С ПОВЕРХНОСТЬЮ

Некоторые динамические модели процесса посадки рассмотрены в работах авторов [9, 10]. Предлагаемый подход основывается на представлении корпуса аппарата и элементов его посадочного устройства (стаканов, штоков, подкосов, тарелей) как структурно-сложной механической системы с внутренними связями, вид которых определяется ограничениями, накладываемыми на относительное движение тел системы. Каждое i -е тело при этом рассматривается как условно свободное, но к активным силам в уравнениях пространственного движения добавляются неизвестные заранее силы реакций связей R_i , моменты L_i от сил реакций связей тел и моменты связей L_{ci} тел, взаимодействующих с данным i -м телом:

$$\begin{aligned} m_i a_{oi} &= F_{oi} + R_i, \\ [I_{oi}] \frac{d\omega_i}{dt} + \omega_i \times ([I_{oi}] \omega_i) &= L_{oi} + L_i + L_{ci}, \end{aligned} \quad (1)$$

где a_{oi} и $\varepsilon_i = \frac{d\omega_i}{dt}$ – соответственно ускорение центра масс и угловое ускорение i -го тела системы, производная $\frac{d\omega_i}{dt}$ берется в его связанной системе координат, m_i и $[I_{oi}]$ – соответственно масса и тензор инерции i -го тела.

Например, для стакана, контактирующего с корпусом и штоком, реакции связей со стороны корпуса аппарата и со стороны штока показаны на рис. 2. Для определения реакций взаимодействия между всеми телами механической системы – сил и моментов – дополнительно записывается система специальных уравнений связей [11, 12]. Так, например, для приведенного на рис. 2 примера связь между корпусом и стаканом выполнена в виде оси вращения. Поскольку связь допускает лишь одну (вращательную) степень свободы, то со стороны корпуса на стакан действуют три компоненты силы реакции связи и две компоненты момента связи,

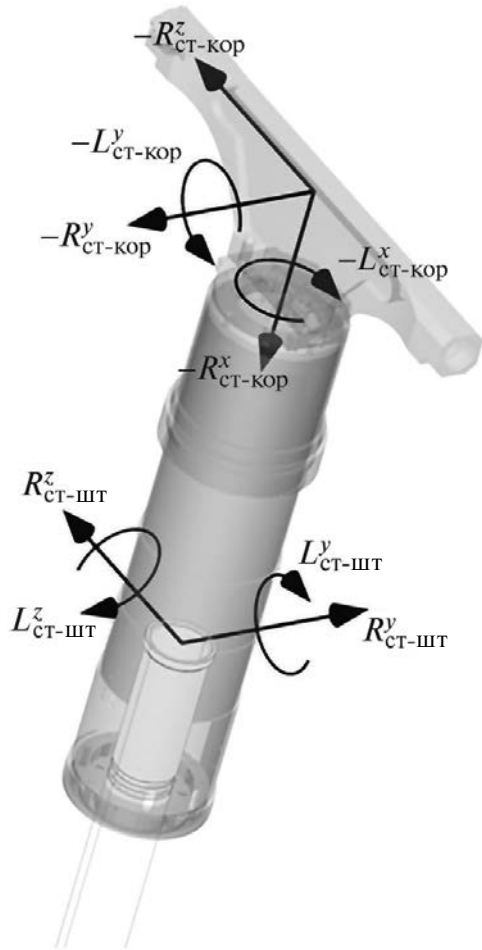


Рис. 2. Силы и моменты реакций связей стакана с корпусом и штоком.

ортогональные оси разворота (знак “минус” связан с тем, что в общей расчетной схеме силы и моменты, действующие на корпус со стороны стакана, приняты положительными, соответственно, силы и моменты, действующие на стакан со стороны корпуса, противоположны по знаку).

Первое векторное уравнение для определения реакции связи основано на условии нерасхождения точки контакта корпуса и стакана:

$$\mathbf{r}_{\text{кор}} + \mathbf{r}_{\text{кор-ст}} = \mathbf{r}_{\text{ст}} + \mathbf{r}_{\text{ст-кор}}, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_{\text{кор}}$ и $\mathbf{r}_{\text{ст}}$ — радиусы-векторы, определяющие положение центров масс корпуса и стакана в инерциальной системе координат, $\mathbf{r}_{\text{кор-ст}}$ и $\mathbf{r}_{\text{ст-кор}}$ — радиусы-векторы, определяющие положение точки связи в связанных системах координат каждого из тел (рис. 1, 3). Двойная индексация двух последних векторов имеет следующий смысл: первый индекс означает

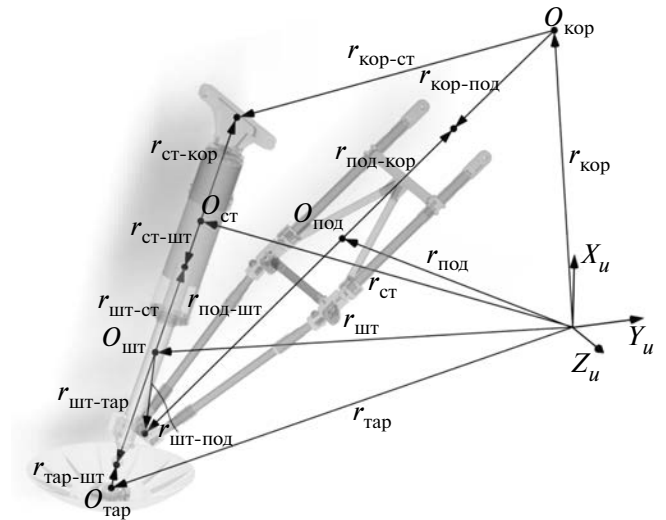


Рис. 3. Координаты центров масс тел и точек связи.

принадлежность данного вектора телу, второй индекс — это индекс тела, с которым данное тело взаимодействует.

Векторное равенство (2) можно дважды продифференцировать, так как при общей точке связи ее полная скорость и ускорение в инерциальной системе координат одинаковы для корпуса и стакана в произвольный момент времени:

$$\mathbf{a}_{\text{кор}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{кор}} \times \mathbf{r}_{\text{кор-ст}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{кор}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{кор}} \times \mathbf{r}_{\text{кор-ст}}) = \mathbf{a}_{\text{ст}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{ст}} \times \mathbf{r}_{\text{ст-кор}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times \mathbf{r}_{\text{ст-кор}}). \quad (3)$$

Второе векторное уравнение связи между корпусом и стаканом отражает равенство проекций угловых скоростей корпуса и стакана на две оси, ортогональные оси разворота z :

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} - \boldsymbol{\omega}_{\text{кор}} = 0.$$

Дифференцирование последнего равенства дает:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{кор}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{ст}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{кор}} \times \boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} = 0. \quad (4)$$

Связь между стаканом и штоком телескопическая, допускает относительное проскальзывание вдоль общей продольной оси, а также относительный проворот тел относительно этой оси (рис. 2). Тогда в точке связи стакана и штока появляется сила реакции (имеющая две проекции на оси, ортогональные продольной) и момент реакции (имеющий две аналогичных проекции). Для определения сил и моментов реакции также необходимо записать уравнения связи. Первое из

уравнений связи основано на равенстве радиусов-векторов точки контакта стакана и штока в инерциальной системе координат (рис. 2, 3).

Двойное дифференцирование равенства $\mathbf{r}_{\text{ст}} + \mathbf{r}_{\text{ст-шт}} = \mathbf{r}_{\text{шт}} + \mathbf{r}_{\text{шт-ст}}$ дает:

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}_{\text{ст}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{ст}} \times \mathbf{r}_{\text{ст-шт}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times \mathbf{r}_{\text{ст-шт}}) + \\ & + 2\boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times \frac{d\mathbf{r}_{\text{ст-шт}}}{dt} + \frac{d^2\mathbf{r}_{\text{ст-шт}}}{dt^2} = \\ & = \mathbf{a}_{\text{шт}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{шт}} \times \mathbf{r}_{\text{шт-ст}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{шт}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\text{шт}} \times \mathbf{r}_{\text{шт-ст}}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\frac{d\mathbf{r}_{\text{ст-шт}}}{dt}$, $\frac{d^2\mathbf{r}_{\text{ст-шт}}}{dt^2}$ – соответственно локальная относительная скорость и относительное ускорение движения штока внутри стакана.

Локальная скорость $\frac{d\mathbf{r}_{\text{ст-шт}}}{dt}$ определяется как

$$\frac{d\mathbf{r}_{\text{ст-шт}}}{dt} = \mathbf{V}_{\text{шт}} - \mathbf{V}_{\text{ст}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{шт}} \times \mathbf{r}_{\text{шт-ст}} - \boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times (\mathbf{r}_{\text{шт}} - \mathbf{r}_{\text{ст}} + \mathbf{r}_{\text{шт-ст}}),$$

а радиус-вектор

$$\mathbf{r}_{\text{ст-шт}} = \mathbf{r}_{\text{шт}} - \mathbf{r}_{\text{ст}} + \mathbf{r}_{\text{шт-ст}}.$$

Второе уравнение связи между стаканом и штоком отражает равенство угловых скоростей стакана и штока на две оси, ортогональные продольной:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} - \boldsymbol{\omega}_{\text{шт}} = 0.$$

Дифференцирование последнего равенства дает:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{ст}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{шт}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times \boldsymbol{\omega}_{\text{шт}} = 0. \quad (6)$$

Входящие в (1) главные векторы реакций связей $\mathbf{R}_i$, моменты реакций связей $\mathbf{L}_i$ и моменты связи $\mathbf{L}_{ci}$ тел (рис. 2) определяются следующими соотношениями для каждого из тел рассматриваемого примера (корпуса аппарата, стакана и штока).

Для корпуса аппарата:

$$\mathbf{R}_{\text{кор}} = \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_{\text{кор-ст}}^k + \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_{\text{кор-под}}^k,$$

$$\mathbf{L}_{\text{с}_{\text{кор}}} = \sum_{k=1}^K \mathbf{L}_{\text{кор-ст}}^k + \sum_{k=1}^K \mathbf{L}_{\text{кор-под}}^k,$$

$$\mathbf{L}_{\text{кор}} = \sum_{k=1}^K (\mathbf{r}_{\text{кор-ст}}^k \times \mathbf{R}_{\text{кор-ст}}^k) + \sum_{k=1}^K (\mathbf{r}_{\text{кор-под}}^k \times \mathbf{R}_{\text{кор-под}}^k),$$

где суммирование ведется по числу посадочных опор. В структуре векторов учитывается взаимодействие корпуса не только со стаканом, но и с подкосом (рис. 1).

Для стакана:

$$\mathbf{R}_{\text{ст}} = -\mathbf{R}_{\text{кор-ст}} + \mathbf{R}_{\text{ст-шт}},$$

$$\mathbf{L}_{\text{с}_{\text{ст}}} = -\mathbf{L}_{\text{кор-ст}} + \mathbf{L}_{\text{ст-шт}},$$

$$\mathbf{L}_{\text{ст}} = \mathbf{r}_{\text{ст-кор}} \times (-\mathbf{R}_{\text{кор-ст}}) + \mathbf{r}_{\text{ст-шт}} \times \mathbf{R}_{\text{ст-шт}}.$$

Для штока:

$$\mathbf{R}_{\text{шт}} = -\mathbf{R}_{\text{ст-шт}} + \mathbf{R}_{\text{шт-рам}} + \mathbf{R}_{\text{шт-тар}},$$

$$\mathbf{L}_{\text{с}_{\text{шт}}} = -\mathbf{L}_{\text{ст-шт}} + \mathbf{L}_{\text{шт-под}},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{шт}} = & \mathbf{r}_{\text{шт-ст}} \times (-\mathbf{R}_{\text{ст-шт}}) + \mathbf{r}_{\text{шт-рам}} \times \mathbf{R}_{\text{шт-рам}} + \\ & + \mathbf{r}_{\text{шт-тар}} \times \mathbf{R}_{\text{шт-тар}}. \end{aligned}$$

Соответственно, учтено взаимодействие штока не только со стаканом, но и с рамкой подкоса и с опорной тарелью (рис. 1–3).

Приведенные выше выражения главных векторов сил и моментов реакций связей подставляются в исходные уравнения движения (1), из которых могут быть выражены ускорения центров масс корпуса, стакана и штока и их угловые ускорения:

$$\mathbf{a}_{\text{кор}} = -m_{\text{кор}}^{-1} \left(\mathbf{F}_{\text{кор}} + \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_{\text{кор-ст}}^k + \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_{\text{кор-под}}^k \right), \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_{\text{ст}} = m_{\text{ст}}^{-1} (\mathbf{F}_{\text{ст}} - \mathbf{R}_{\text{кор-ст}} + \mathbf{R}_{\text{ст-шт}}), \quad (8)$$

$$\mathbf{a}_{\text{шт}} = m_{\text{шт}}^{-1} (\mathbf{F}_{\text{шт}} - \mathbf{R}_{\text{ст-шт}} + \mathbf{R}_{\text{шт-под}} + \mathbf{R}_{\text{шт-тар}}), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{кор}} = & [\mathbf{J}_{\text{кор}}]^{-1} \left\{ -\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{кор}} \times ([\mathbf{J}_{\text{кор}}] \boldsymbol{\omega}_{\text{кор}}) + \mathbf{L}_{0_{\text{кор}}} + \right. \\ & + \sum_{k=1}^K (\mathbf{r}_{\text{кор-ст}}^k \times \mathbf{R}_{\text{кор-ст}}^k) + \\ & + \sum_{k=1}^K (\mathbf{r}_{\text{кор-под}}^k \times \mathbf{R}_{\text{кор-под}}^k) + \\ & \left. + \sum_{k=1}^K \mathbf{L}_{\text{кор-ст}}^k + \sum_{k=1}^K \mathbf{L}_{\text{кор-под}}^k \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{ст}} = & [\mathbf{J}_{\text{ст}}]^{-1} \left\{ -\boldsymbol{\omega}_{\text{ст}} \times ([\mathbf{J}_{\text{ст}}] \boldsymbol{\omega}_{\text{ст}}) + \mathbf{L}_{0_{\text{ст}}} + \right. \\ & + \mathbf{r}_{\text{ст-кор}}^k \times (-\mathbf{R}_{\text{кор-ст}}^k) + \mathbf{r}_{\text{ст-шт}}^k \times \\ & \left. \times \mathbf{R}_{\text{ст-шт}}^k - \mathbf{L}_{\text{кор-ст}} + \mathbf{L}_{\text{ст-шт}} \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{шт}} = & [\mathbf{J}_{\text{шт}}]^{-1} \left\{ -\boldsymbol{\omega}_{\text{шт}} \times ([\mathbf{J}_{\text{шт}}] \boldsymbol{\omega}_{\text{шт}}) + \mathbf{L}_{0_{\text{шт}}} + \right. \\ & + \mathbf{r}_{\text{шт-ст}}^k \times (-\mathbf{R}_{\text{ст-шт}}^k) + \mathbf{r}_{\text{шт-под}}^k \times \\ & \left. \times \mathbf{R}_{\text{шт-под}}^k + \mathbf{r}_{\text{шт-тар}} \times \mathbf{R}_{\text{шт-тар}} - \mathbf{L}_{\text{ст-шт}} + \mathbf{L}_{\text{шт-под}} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Подстановка соотношений (7)–(12) в кинематические уравнения связей (3)–(6) приводит к системе линейных уравнений относительно неизвестных компонент сил и моментов реакций связей, окончательный вид которых не приводится из-за громоздкости.

По такому же принципу получаются и все остальные уравнения связей — между корпусом и подкосом, между тарелью и рамкой подкоса, между тарелью и штоком (рис. 1). Совместное решение уравнений движения и уравнений связей позволяет полностью определить динамику и кинематику процесса посадки аппарата на участке контакта с грунтом посадочной поверхности.

При определении взаимодействия тарели с грунтом использовалась реологическая модель Фойгта, с опытными коэффициентами, зависящими от формы тарели, скорости движения тарели по грунту и механических свойств грунта [9, 13, 14].

АНАЛИЗ УСПЕШНОСТИ ПРОЦЕССА МЯГКОЙ ПОСАДКИ

Участок движения аппарата по посадочной поверхности до полной остановки — кратковременный, длительностью порядка нескольких секунд. Он характеризуется пиковыми нагрузками, действующими на корпус аппарата со стороны посадочных опор, и, следовательно, значительными перегрузками, воздействующими на приборы и экипаж (в случае пилотируемой миссии). К процессу мягкой посадки предъявляется ряд требований, при одновременном выполнении которых посадка считается успешной. Такими требованиями являются: непревышение перегрузкой некоторых предельных, с точки зрения переносимости человеком [15] и приборами, заранее заданных значений, отсутствие опрокидывания аппарата, несоударение корпуса космического аппарата с грунтом (минимально необходимый клиренс), достаточность рабочего хода амортизаторов-энергопоглотителей.

Подход к оценке успешности, основанный на поиске априорно наиболее критичного сочетания конкретных характеристик самого аппарата, задаваемых в определенных диапазонах (массы, компонент тензора инерции, эксцентриситета), начальных кинематических

условий (возможных диапазонов скоростей центра масс, угловых скоростей, углов ориентации аппарата относительно посадочной поверхности), свойств самой поверхности (механических характеристик грунта, уклона) и т.д., в данной задаче оказывается непродуктивен, поскольку для каждого отдельного критерия успешности наименее благоприятными оказываются разные расчетные случаи. Так, например, наибольшие перегрузки реализуются при посадке на жесткий мерзлый грунт, но при этом движение аппарата сравнительно устойчиво. При посадке на мягкий песчаный грунт аппарат менее устойчив, но перегрузки существенно меньше и т.д.

В связи с этим предложен подход, основанный на проведении массовых расчетов (десятки тысяч вариантов), при этом в каждом единичном расчете контролируются все критерии успешности. Невыполнение любого из них означает, что посадка неуспешна.

В качестве иллюстрации рассмотрен следующий пример. Для построения области успешной посадки фиксированным параметром принята только жесткость грунта, а остальные параметры, такие как линейные скорости центра масс аппарата (V_r и V_b — горизонтальная и вертикальная компоненты), угловые скорости ω (компоненты относительно любой из трех связанных осей аппарата), угол ориентации продольной оси аппарата относительно вертикали β и угол уклона самой посадочной поверхности α перебирались в определенном диапазоне (табл. 1).

Таблица 1. Расчетные случаи процесса посадки

Жесткость грунта, Н/м ³	α , °	β , °	V_r , м/с	V_b , м/с	ω , °/с
$0.8 \cdot 10^7$	$0 \div 10$	$0 \div 12$	$-15 \div 15$	$0 \div 7$	$0 \div 15$

Система управления спуском обеспечивает штатные условия по скорости центра масс в момент контакта $V_b = (0-3)$ м/с, $V_r = (0 \pm 3)$ м/с. Для получения областей успешности посадки во всем возможном диапазоне начальных условий линейные скорости варьируются в диапазоне, выходящем за пределы штатных условий, а именно $V_b = (0-7)$ м/с, $V_r = (0 \pm 15)$ м/с. Значение горизонтальной линейной скорости

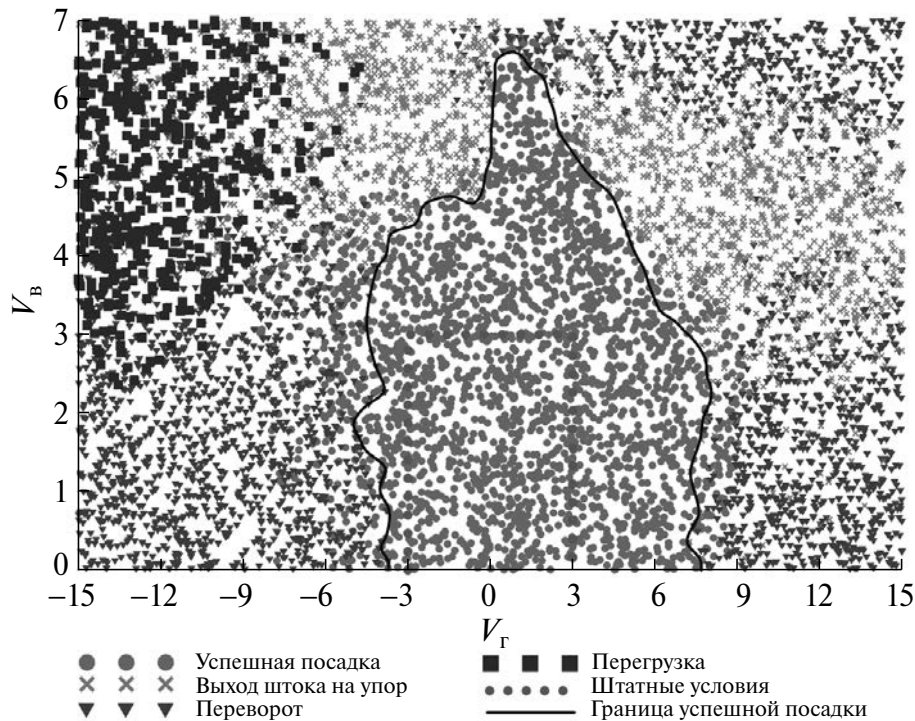


Рис. 3. Область успешной посадки для условий табл. 1.

до 15 м/с обусловлено возможным отказом системы управления в части гашения горизонтальной скорости и, следовательно, максимальным значением скорости ветра, при которой возможна посадка. Вертикальная скорость может достигать 7 м/с, так же в случае отказа системы управления спуском в части гашения вертикальной скорости, т.е. это максимальная скорость спуска на парашюте. Остальные параметры остаются в диапазоне штатных условий.

Результат каждого расчетного случая процесса посадки (рис. 4) фиксируется по таким событиям, как успешная посадка (выполнение всех требований — точки зеленого цвета), переворот аппарата — синие точки, выход штока амортизатора на упор, т.е. недостаточность хода обжатия амортизаторов — светло-коричневые точки, превышение предельной перегрузки — темно-коричневые точки. Контакт корпуса аппарата с посадочной поверхностью при заданных условиях расчета не реализовался ни в одном из расчетных случаев (табл. 1). На рис. 4 граница области полностью успешной посадки обведена по контуру. Видно, что условия штатной посадки $V_{\text{в}} = (0-3)$ м/с, $V_{\text{г}} = (0 \pm 3)$ м/с находятся в зоне успешности.

На основе распределения областей результатов можно сделать вывод, что на исход посадки сильно влияет сочетание линейных скоростей, т.е. при приоритете вертикальной скорости происходит более интенсивное сжатие амортизаторов и, как следствие, превышение предельно допустимой перегрузки и выход штока на упор, а при приоритете горизонтальной скорости — переворот.

Для определения влияния угла подхода аппарата к посадочной поверхности могут быть детально рассмотрены более частные случаи посадки с большим количеством фиксированных параметров, т.е. нужно рассмотреть “срезы” от полученных областей и таким образом уточнить уже имеющиеся области. Зафиксировав такие параметры, как жесткость грунта и угол уклона посадочной поверхности, можно определить, в какой степени влияет на процесс и исход посадки угол подхода β к посадочной поверхности. Так как угол ориентации плоскости α представляется более определенной величиной и не должен превышать штатных значений, в силу подготовленности посадочной поверхности, больший интерес для анализа представляет варьирование угла ориентации

аппарата β , вследствие возможной раскачки при парашютировании, где в штатных условиях β достигает 12° . Подобным образом могут быть осуществлены частные исследования влияния на динамику и успешность посадки какого-либо из существенных параметров процесса или разбросов характеристик самого аппарата.

ВЫВОДЫ

Предложен подход к оценке успешности одного из критичных этапов функционирования космического аппарата — процесса посадки на участке контакта с грунтом посадочной поверхности. Базой для такого анализа является разработанная авторами модель движения аппарата, снабженного механическим посадочным устройством пружинно-рычажного типа. В рамках модели корпус космического аппарата и элементы его посадочного устройства рассматриваются как механическая система тел с внутренними связями, характер которых определяется ограничениями, накладываемыми связями на относительное движение тел системы. Описан подход к составлению уравнений для определения реакций связей.

Подход проиллюстрирован конкретным примером анализа успешности посадки для характерных значений начальных кинематических условий процесса посадки и механических свойств грунта посадочной поверхности. Рассмотрено влияние на выполнение критериев успешности отдельных исходных параметров.

Предложенный подход и динамическая модель представляются достаточно универсальными и могут быть использованы в перспективных проектах, например, для анализа вариантов и выбора характеристик лунного взлетно-посадочного комплекса, посадочных устройств аппаратов для посадки на другие планеты и астероиды.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПРИМ РАН.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонова Н.П., Брюханов Н.А., Четкин С.В. Средства посадки пилотируемого транспортного корабля нового поколения // Космическая техника и технологии. 2014. № 4 (7). С. 21–30.
2. Bakulin V.N., Borzykh S.V., Voronin V.V. Space vehicle landing dynamics at failure of landing gear. Flight Dynamics And Control Of Flight Vehicles. Russian Aeronautics // Iz VUZ. 2016. V. 59. №1. P. 23–28.
3. Бакулин В.Н., Бычков Р.С., Борzych С.В. Динамика процесса мягкой посадки космического аппарата с трансформируемым механическим посадочным устройством / XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике 21–25 августа 2023. Сб. тезисов докладов. В 4-х т. Т. 1. Общая и прикладная механика. СПб.: Политех-Пресс, 2023. С. 532–533.
4. Петров Ю.А., Макаров В.П., Колобов А.Ю., Аleshин В.Ф. Посадочные устройства космических аппаратов на основе пенопластов и сотоблоков // Наука и образование. ЭНТИ, 2010. С. 1–8.
5. Бакулин В.Н., Борzych С.В., Воронин В.В., Кокушкин В.В. Динамика процесса посадки космического аппарата с рычажно-тросовым посадочным устройством // Вестник МАИ. 2012. № 5. С. 45–50.
6. Буслаев С.П. Имитационные и интерактивные процедуры в задаче поиска параметров посадочных устройств АМС типа “Вега-1,2” // Космические исследования. 1988. Вып. 1. С. 41–48.
7. Бакулин В.Н., Борzych С.В., Бычков Р.С., Терешина К.В. Анализ возможностей и ограничений наземной экспериментальной отработки процессов трансформации ракетно-космических конструкций // Инженерный журнал: наука и инновации. 2022. № 5. Раздел: Научные конференции. Международная научная конференция “Фундаментальные и прикладные задачи механики”, Москва, 7–10 декабря 2021 г. Материалы конференции. В 2 ч. Ч. 2. С. 102–107.
8. Мишиев Т.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 248 с.
9. Бакулин В.Н., Борzych С.В., Воронин В.В., Кокушкин В.В. Исследование влияния свойств грунта посадочной поверхности на устойчивость процесса посадки космического аппарата с механическим посадочным устройством // Вестник Московского авиационного института. 2014. Т. 21. № 1. С. 25–32.
10. Бакулин В.Н., Борzych С.В., Воронин В.В. Модель для расчета процесса посадки с учетом внешних силовых воздействий на возвращаемый аппарат // Аэрокосмические технологии. Научные материалы 3-й Международной научно-технической конференции, посвященной 100-летию

- академика В.Н. Челомея. Реутов—Москва. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. С. 167–170.
11. *Bakulin V.N., Borzykh S.V.* An Approach for Building Dynamic Models of the Process of Disclosure of Transformable Space Structures // *Doklady Physics*. 2021. V. 66. No. 8. P. 243–248.
 12. *Bakulin V.N., Borzykh S.V.* Development Of An Approach To The Formation Of Dynamic Models Of The Process Of Disclosure Of Transformable Space Structures // *Russian Aeronautics*. 2022. V. 65. No. 1. P. 49–56.
 13. *Замышляев Б.В., Евтерев Л.С.* Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред. М.: Наука, 1990. 215 с.
 14. *Вялов С.С.* Реологические основы механики грунтов. Уч. пос. для строительных вузов. М.: Высш. шк., 1978. 447 с.
 15. *Рабинович Б.А.* Безопасность человека при ускорениях. М.: Книга и бизнес, 2007. 208 с.

A DYNAMIC MODEL AND A NEW APPROACH TO ANALYZING THE SUCCESS OF THE SOFT LANDING PROCESS OF A SPACECRAFT WITH A MECHANICAL LAND-ING DEVICE

V. N. Bakulin^a and S. V. Borzykh^b

^a*Institute of Applied Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^b*S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Moscow Region, Russia*

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov

An approach is proposed to analyze one of the most critical stages of spacecraft operation — the soft landing process, starting from the moment of the first contact of the spacecraft with the ground to its complete stop. It is noted that it is necessary to extinguish the significant kinetic energy that the device possesses at the moment of contact with the surface. The most common type of landing device is considered spring-lever type, including several supports with deformable energy absorbers. Limited opportunities for ground-based experimental testing of the soft landing process lead to the need to use a dynamic model to analyze the success of landing and rational selection of the characteristics of the landing device. The model of the landing process is based on the representation of the vehicle body and its landing device elements as a structurally complex mechanical system of bodies with internal connections, the type of which is determined by restrictions imposed on the relative movement of the system bodies. An approach to the formulation of special equations for determining bond reactions that reflects these limitations is presented. The success criteria of the landing process are described. The success analysis of the landing process is illustrated by a specific example.

Keywords: spacecraft, soft landing, dynamic model, coupling equations, landing success criteria

УДК 521.1+629.78

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ОХОЦИМСКОГО–ЕГОРОВА
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЭЙЛЕРА–ЛАМБЕРТА© 2024 г. В. В. Ивашкин^{1,2,*}

Представлено академиком РАН А.М. Липановым 04.10.2023 г.

Поступило 17.10.2023 г.

После доработки 17.10.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

Рассмотрено решение задачи Эйлера–Ламберта, состоящей в построении орбиты, проходящей через две заданные точки центрального ньютоновского гравитационного поля при заданном центральном угле перелета и заданном времени перелета. Исследован метод решения этой задачи, заключающийся, как предложил В.А. Егоров, в подборе угла наклона вектора начальной скорости точки к трансверсали так, чтобы время перелета между заданными точками пространства равнялось заданному. При этом задание указанного угла наклона начальной скорости к трансверсали позволяет по формуле Охоцимского аналитически определить величину этой скорости и затем определить всю орбиту. Сделан вывод, что данный метод, которому предложено дать имя Охоцимского–Егорова, можно положить в основу решения задачи Эйлера–Ламберта.

Ключевые слова: центральное ньютоновское гравитационное поле, материальная точка, задача Эйлера–Ламберта, метод Охоцимского–Егорова, формула Охоцимского

DOI: 10.31857/S2686740024010093, EDN: ONYAON

Задача Эйлера–Ламберта имеет большое значение для механики космического полета. Поясним, в чем заключается эта задача. Пусть дана центральная материальная точка O , порождающая (без учета возмущений) вокруг себя центральное ньютоновское гравитационное поле и моделирующая, например, Солнце. Рассмотрим материальную точку P (моделирующую некоторое небесное тело малой массы, например, планету, астероид, комету, космический аппарат (КА)), которая движется у центра O в центральном ньютоновском гравитационном поле. Например, космический аппарат движется в гелиоцентрическом пространстве. Известны

два положения этой точки P_1 и P_2 в моменты времени t_1, t_2 , им соответствуют радиус-векторы $\vec{OP}_1 = \mathbf{r}_1$ и $\vec{OP}_2 = \mathbf{r}_2$, $t_2 > t_1$. Задача состоит в том, что надо определить такую орбиту перелета точки P , чтобы в момент времени t_1 точка находилась в положении P_1 , а в момент t_2 — в P_2 , т.е. надо осуществить перелет между точками P_1 и P_2 за заданное время $\Delta t_{\text{дан}} = t_2 - t_1$.

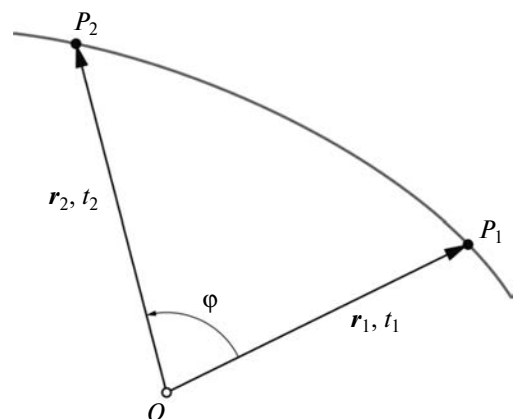


Рис. 1. Схема перелета между заданными точками пространства.

¹Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша Российской академии наук,
Москва, Россия

²Научно-исследовательский институт
прикладной механики и электродинамики
Московского авиационного института,
Москва, Россия

*E-mail: ivashkin@keldysh.ru

Эта задача впервые была поставлена еще Л. Эйлером в 1743 г. Он сформулировал ее так [1]: “По двум заданным радиусам-векторам, углу между ними и промежутку времени, в течение которого планета или комета этот угол описывает, найти всю орбиту”. Л. Эйлер решил эту задачу для случая, когда орбита перелета – параболическая. Затем развили эти результаты на эллиптические и гиперболические орбиты И. Ламберт в 1761–1771 гг., Лагранж в 1788 г. [1, 2]. Часто эта задача называется задачей Ламберта. На рис. 1 дана схема перелета между заданными точками P_1 , P_2 . Эта задача Эйлера–Ламберта важна для астрономии – для предварительного (без учета возмущений) определения орбит естественных небесных тел (астероидов, комет), а также для космонавтики, механики космического полета – для предварительного проектного построения орбиты космического аппарата при перелете на временном отрезке (t_1, t_2) с орбиты одного небесного тела на орбиту другого небесного тела. Ввиду этой важности задачи было разработано много методов ее решения ([1–13] и др.). Сравнительный анализ некоторых методов дан в работах М.Ф. Субботина, П. Эскобала, Р. Бэттина [1–3]. Сейчас популярны “универсальные” методы (например, [4, 9, 12]).

Большинство из разработанных методов решения задачи обычно основано на том, что множество орбит перелета между двумя точками в центральном поле образует однопараметрическое семейство орбит с перелетом между заданными точками за разное время $(t'_2 - t_1)$. В зависимости от выбора параметра этого семейства получаем разные методы решения задачи Эйлера–Ламберта. В “классическом” методе за этот параметр, в соответствии с теоремой Эйлера–Ламберта, принята большая полуось орбиты перелета a [1–5, 7, 9 и др.]. Итерационно находится значение a^* , для которого время перелета $\Delta t(a^*)$, вычисленное по теореме Эйлера–Ламберта, равно заданному времени $\Delta t_{дан}$. В.А. Егоров, по-видимому, впервые обратил внимание, что результаты Д.Е. Охоцимского по анализу баллистических перелетов могут быть использованы для построения несложного, очень наглядного метода решения задачи Эйлера–Ламберта. Рассмотрим кратко этот метод, который будем называть методом Охоцимского–Егорова, следуя духу идей В.А. Егорова. Рассмотрим идеи метода,

основы и примеры алгоритмов численного решения задачи.

ИДЕИ МЕТОДА ОХОЦИМСКОГО–ЕГОРОВА

Пусть O – притягивающий центр, который порождает центральное ньютоновское гравитационное поле притяжения в пространстве у O . Обозначим через φ угол между OP_1 и OP_2 . Будем считать, что $\sin \varphi \neq 0$. Построим плоскость, проходящую через этот центр O и точки P_1 , P_2 . Все орбиты перелета между данными точками P_1 , P_2 также будут лежать в этой плоскости. Рассмотрим некоторую произвольную орбиту этого семейства (рис. 1, 2). Пусть V_1 – вектор скорости в начальной точке на данной орбите. Возьмем в качестве параметра x указанного семейства перелетов между двумя точками угол θ_1 наклона скорости V_1 к начальной трансверсали, на расстоянии r_1 до центра притяжения:

$$x = \theta_1. \quad (1)$$

Определим время $\Delta t(\theta_1)$ перелета из P_1 в P_2 для данного значения этого угла θ_1 . Как показал Д.Е. Охоцимский [6, 8], задание угла θ_1 вместе с центральным углом перелета φ и расстояниями r_1 и r_2 , определяет однозначно величину

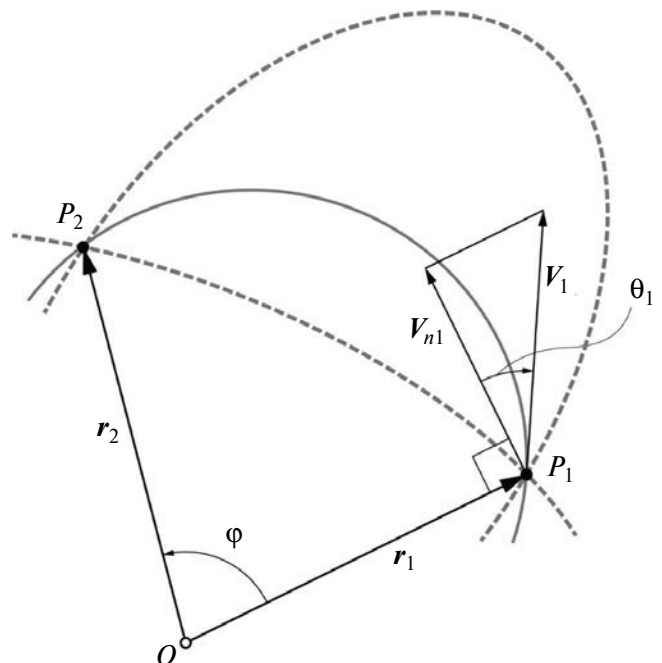


Рис. 2. Семейство орбит перелета между заданными точками с углом θ_1 как параметром семейства.

этой скорости V_1 для прилета на конечное расстояние r_2 от центра притяжения – по формуле:

$$2\beta_1 = \frac{1 - \cos\varphi}{\left(\frac{r_1}{r_2} - \cos\varphi\right) \cos^2\theta_1 + \operatorname{tg}\theta_1 \sin\varphi \cdot \cos^2\theta_1}, \quad (2)$$

здесь величина β_1 есть безразмерное отношение квадратов начальной скорости V_1 и начальной параболической скорости $V_{p1} = \sqrt{2\mu / r_1}$,

$$\beta_1 = V_1^2 / V_{p1}^2 = V_1^2 / (2\mu / r_1), \quad (3)$$

μ – гравитационный параметр центрального тела O . После определения параметра β_1 однозначно определяется и величина начальной скорости

$$V_1 = \sqrt{\beta_1} V_{p1}, \quad (4)$$

а также все параметры орбиты и время перелета. Действительно, Кеплеровская константа энергии h и большая полуось a орбиты:

$$\begin{aligned} h &= V_1^2 - 2\mu/r_1, \\ a &= -\mu/h. \end{aligned} \quad (5)$$

Константа площадей c , фокальный параметр p и эксцентриситет e :

$$\begin{aligned} c &= r_1 V_1 \cos\theta_1; \\ p &= c^2/\mu; \\ e &= \left(1 + hc^2/\mu^2\right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Определяются также кинематические параметры граничных точек орбиты перелета, в частности, истинные аномалии ϑ_1, ϑ_2 , эксцентрические аномалии E_1, E_2 (для эллиптической орбиты, Гудерманианы H_1, H_2 для гиперболической орбиты) и средние аномалии M_1, M_2 . Радиальная и трансверсальная компоненты начальной скорости:

$$V_{r1} = V_1 \sin\theta_1; V_{n1} = V_1 \cos\theta_1. \quad (7)$$

Отсюда, учитывая, что

$$\begin{aligned} V_{r1} &= (\mu/p)^{1/2} e \sin\vartheta_1; \\ V_{n1} &= (\mu/p)^{1/2} (1 + e \cos\vartheta_1), \end{aligned} \quad (8)$$

получим

$$\begin{aligned} \sin\vartheta_1 &= V_{r1} / \left((\mu/p)^{1/2} e\right); \\ \cos\vartheta_1 &= \left(V_{n1} / (\mu/p)^{1/2} - 1\right) / e \end{aligned} \quad (9)$$

и начальное значение истинной аномалии ϑ_1 .

С учетом центрального угла перелета φ ($0 < \varphi < 2\pi$) и возможного (для случая эллиптической орбиты перелета) некоторого числа дополнительных витков k ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) конечное значение истинной аномалии

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \varphi + 2\pi k \quad (10)$$

(при $k = 0$ перелет осуществляется на одном витке). Для случая гиперболической орбиты, после определения этих углов ϑ_1, ϑ_2 делаем также проверку возможности физической реализации перелета на гиперболической орбите. Если $\vartheta_2 - \vartheta_1 > \Delta\vartheta_{\max}$, то перелет нельзя реализовать на данной орбите (здесь $\Delta\vartheta_{\max}$ задается асимптотами гиперболической орбиты). Получаем, как обычно, по значениям истинной аномалии в начале и конце перелета, время перелета $\Delta t(\theta_1)$ и сравниваем его с данным временем $\Delta t_{\text{дан}}$. Невязка

$$\delta t(\theta_1) = \Delta t(\theta_1) - \Delta t_{\text{дан}}. \quad (11)$$

Получаем решение, меняя угол θ_1 в диапазоне

$$\theta_{1\min} \leq \theta_1 \leq \theta_{1\max}, \quad (12)$$

где при $\varphi < \pi$: $\theta_{1\min} = -\pi/2 + 2\theta_{10} + \varepsilon_1$, $\theta_{1\max} = \pi/2 - \delta\theta_{1n} - \varepsilon_1$; при $\varphi > \pi$: $\theta_{1\min} = -\pi/2 + \varepsilon_1$, $\theta_{1\max} = \pi/2 - 2|\theta_{10}| - \delta\theta_{1n} - \varepsilon_1$; θ_{10} минимизирует начальную скорость [8]; $\delta\theta_{1n}$ отклоняет скорость от гиперболы к параболе; поправка ε_1 ($\sim 10^{-6}$) уменьшает скорость от параболической. Находим значение θ_1^* угла, для которого время полета равно заданному и невязка равна нулю с заданной точностью, $\delta t(\theta_1^*) = 0$:

$$0 < |\delta t(\theta_1^*)| < \varepsilon. \quad (13)$$

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Основы алгоритма решения задачи Эйлера–Ламберта с помощью метода Охоцимского–Егорова в целом соответствуют описанным выше идеям (1)–(13). Укажем некоторые особенности алгоритма:

а) при заданных радиусах-векторах точки $\mathbf{r}_1(t_1)$, $\mathbf{r}_2(t_2)$ есть два варианта угла перелета, соответствующих возможным направлениям движения;

б) параметром семейства орбит перелета является угол наклона начальной скорости точки к трансверсали;

в) задача определения орбиты перелета с заданным временем решается итерационно. Важно хорошо задать начальное приближение;

г) при перелете на одном витке множество времен перелета есть диапазон $(0, \infty)$, при заданном угле перелета решение существует, оно единственное, аналогично [14].

ПРИМЕРЫ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ДАННОГО МЕТОДА

Идеи метода были положены в основу нескольких алгоритмов решения задачи Эйлера–Ламберта, в частности:

а) А.К. Платоновым и Р.К. Казаковой – в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, при расчете некоторых межпланетных перелетов [10];

б) В.В. Ивашкиным – в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, при расчете траекторий перелета к опасному астероиду;

в) в МГТУ им. Баумана – в учебном процессе;

г) в МАИ, в НИИ прикладной механики и электродинамики (НИИ ПМЭ МАИ) – для анализа свойств метода.

ВЫВОДЫ

Результаты Д.Е. Охоцимского по баллистическому движению и идеи В.А. Егорова можно положить в основу метода решения задачи Эйлера–Ламберта.

Этот метод решения задачи Эйлера–Ламберта предлагаем назвать методом Охоцимского–Егорова.

Метод Охоцимского–Егорова привлекает своей наглядностью и хорошей сходимостью.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа доложена на XIII Всероссийском Съезде по механике в августе 2023 г. Автор признателен А.В. Королевой за помощь в построении рисунков.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-79-10206, <https://rscf.ru/project/22-79-10206/>).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Субботин М.Ф.* Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968. 800 с.
2. *Эскобал П.* Методы определения орбит / Под ред. В.Г. Демина. Пер. с англ. В.Н. Ноздрина, В.М. Рудакова. М.: Мир, 1970.
3. *Жуковский Н.Е.* Собрание сочинений. Т. 1. Общая механика. Математика и Астрономия. М.–Л.: ОГИЗ, ГИТТЛ, 1948.
4. *Бэттин Р.Х.* Наведение в космосе. М.: Машиностроение, 1966. 449 с.
5. *Эльясберг П.Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1965. 549 с.
6. *Охоцимский Д.Е.* Динамика космических полетов. Конспект лекций в МГУ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1968. 158 с.
7. *Кубасов В.Н., Дашков А.А.* Межпланетные полеты. М.: Машиностроение, 1979. 272 с.
8. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 448 с.
9. *Суханов А.А.* Астродинамика. М.: Институт космических исследований РАН, 2010. 202 с.
10. *Платонов А.К., Казакова Р.К.* Создание проектного и оперативного баллистического обеспечения полетов космических аппаратов. Проектные работы на первых ЭВМ // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 37. 35 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-37>
11. *Лысенко Л.Н., Бетанов В.В., Звягин Ф.В.* Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов / Под общ. ред. Л.Н. Лысенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 518 с.
12. *Izzo D.* Revisiting Lambert's problem // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2015. V. 121. No. 1. Jan. 2015. P. 1–15. ISSN 0923-2958. <https://doi.org/10.1007/s10569-014-9587-y>
13. *Боровин Г.К. и др.* Баллистико-навигационное обеспечение полетов автоматических космических аппаратов к телам Солнечной системы / Под ред. А.Г. Тучина. Химки: Изд. АО “НПО Лавочкина”, 2018. 336 с.
14. *Холшевников К.В., Титов В.Б.* Задача двух тел / Уч. пос. СПб., 2007. 180 с.

USING OKHOTSIMSKY–EGOROV’S METHOD FOR SOLVING THE EULER–LAMBERT’S PROBLEM

V. V. Ivashkin^{a,b}

^a*M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^b*Scientific Research Institute of Applied Mechanics and Electric Dynamics of Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov

The solution of the Euler–Lambert’s problem, which consists in constructing an orbit passing through two given points of the central Newtonian gravitational field for a given central transfer angle and a given transfer time, is considered. A method for solving this problem has been investigated, which consists, as suggested by V.A. Egorov, in selecting the angle of inclination of the initial velocity vector of a material point to the transversal, so that the flight time between given points in space is equal to the given one. In this case, setting the specified angle of inclination of the initial velocity to the transversal allows, using the Okhotsimsky formula, to analytically determine the value of this velocity and then determine the entire orbit. It is concluded that this method, which was proposed to be given the name Okhotsimsky–Egorov, can be used as the basis for solving the Euler–Lambert’s problem.

Keywords: central Newtonian gravitational field, material point, Euler–Lambert’s problem, Okhotsimsky–Egorov’s method, Okhotsimsky formula

УДК 532.5

РЕЖИМ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ТЕЧЕНИИ АНОМАЛЬНО ТЕРМОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

© 2024 г. В. Н. Киреев^{1,2,*}, А. А. Мухутдинова^{1,**}, С. Ф. Урманчиев^{1,***}

Представлено академиком РАН Р.И. Нигматулиным 21.08.2023 г.

Поступило 28.08.2023 г.

После доработки 28.08.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

Известно, что течение жидкостей с немонотонной зависимостью вязкости от температуры (аномально термовязких жидкостей) при наличии градиентов температур, например, при втекании нагретой жидкости в охлаждаемый канал, сопровождается формированием локализованной в потоке высоковязкой области, определяющей особенности ее течения. В настоящей работе определены условия возникновения автоколебательных режимов изменения расхода при течении аномально термовязких жидкостей в кольцевых каналах под действием постоянного перепада давления и при заданных условиях теплообмена на внутренней и внешней стенках кольцевого канала. Обнаружено, что автоколебания расхода аномально термовязкой жидкости могут возникать при течении в кольцевом канале, на стенках которого происходит скачкообразное снижение интенсивности теплообмена. Область существования режима автоколебаний определяется величинами перепада давления и геометрического параметра, равного отношению ширины кольцевого зазора к радиусу внутреннего цилиндра. Кроме того, на границах указанной области замечены также слабо затухающие колебания расхода с весьма малым декрементом затухания.

Ключевые слова: аномально термовязкая жидкость, кольцевой канал, автоколебания, расход

DOI: 10.31857/S2686740024010101, **EDN:** OKBIMM

Температурная аномалия вязкости обнаруживается как у органических, так и неорганических веществ в жидком состоянии, причем эти вещества характеризуются достаточно разнообразным молекулярным строением. Сера, например, при нагревании до температуры 112–119 °С (в зависимости от модификации) плавится, превращаясь сначала в маловязкую жидкость, вязкость которой при дальнейшем нагревании значительно возрастает (в сотни раз!), достигая максимальных значений в диапазоне температур

157–189 °С, а затем снижается [1]. Аномальная зависимость вязкости от температуры наблюдается у некоторых растворов и расплавов органических полимеров, в которых процессы полимеризации и распада полимерных цепочек происходят в достаточно узком температурном диапазоне, а также у некоторых металлических сплавов в жидком состоянии, изменение вязкости которых связано с наличием кристаллических образований, меняющих свои размеры в зависимости от температуры [2].

Немонотонный характер изменения вязкости от температуры в ряде случаев может быть использован для решения различных технологических и технических задач. Так, на основе водных растворов метилцеллюлозы созданы эффективные потокоотклоняющие реагенты, широко используемые в нефтедобывающей отрасли [3]. Представленная в работе [4] компьютерная модель конвекции расплава серы

¹Институт механики им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского федерального исследовательского центра
Российской академии наук, Уфа, Россия

²Уфимский университет науки и технологий,
Уфа, Россия

*E-mail: kireev@anrb.ru

**E-mail: mukhutdinova23@yandex.ru

***E-mail: said52@mail.ru

с учетом переменной вязкости и фазовых переходов позволила получить для различных диапазонов температуры обоснованные значения чисел Нуссельта, необходимые при проектировании систем хранения тепловой энергии.

Однако значение исследований в области термогидродинамики аномально термовязких жидкостей не исчерпывается только прикладными вопросами. Некоторые фундаментальные особенности распределения гидродинамических параметров потока в плоском канале и явление изменения расхода аномально термовязкой жидкости с течением времени впервые были описаны в статье [5]. В этой же работе было показано, что гидродинамические параметры потока в канале определяются не только приложенным перепадом давления, но и интенсивностью теплообмена на стенках канала, за счет которого в области течения образуется неоднородное распределение поля вязкости. При задании на стенках канала граничных условий первого рода для температуры образующаяся в канале высоковязкая область (далее именуемая “вязкий барьер”) приобретает форму вытянутой дуги, концы которой опираются на линию входного сечения. В случае граничных условий Ньютона–Рихмана дуга значительно менее вытянута и пересекает стенки канала, что приводит к более высоким значениям гидравлического сопротивления.

В статье [6] представлены различные режимы установления ламинарного течения в кольцевом канале жидкостей с немонотонной зависимостью вязкости от температуры в виде гауссовой функции, а также выявлены критические условия теплообмена, при которых происходит скачкообразное изменение расхода жидкости. Ранее аналогичные результаты были получены и для плоского канала. Для выбранных параметров задачи при малых значениях числа Нуссельта, когда теплообмен слабо влияет на прогрев жидкости в потоке, образующийся вязкий барьер перемещается по каналу вместе с жидкостью и в конечном итоге выходит за его пределы. При этом расход жидкости возрастает и устанавливается приблизительно равным расходу при минимальном значении вязкости. Отличие связано с присутствием “следа” вязкого барьера, расположенного в пристенных областях. Рост числа Нуссельта приводит к режиму с незначительным

расходом. Дальнейшее увеличение теплообмена вызывает затухающие осцилляции расхода с большими значениями установившегося расхода. Наконец, при существенно больших значениях числа Нуссельта получены результаты, качественно соответствующие случаю постановки граничных условий первого рода.

Таким образом, предыдущие исследования были связаны с определением режимов течения при различных, но постоянных значениях параметров теплообмена, которые так или иначе приводили к установлению потока с постоянным расходом, соответствующим итоговому распределению вязкого барьера.

Однако при исследовании гидродинамических систем в условиях теплообмена или при наличии фазовых превращений рядом авторов были обнаружены режимы течения, носящие колебательный и автоколебательный характер. Например, в статье [7] были экспериментально обнаружены и исследованы автоколебательные режимы течения вязкой жидкости при теплообмене с холодной стенкой канала. Предполагалось, что вязкость жидкости имеет монотонно убывающую с ростом температуры зависимость, соответствующую формуле Аррениуса. Определены физические параметры жидкости и характер теплообмена, при которых возникали автоколебания. Несколько иной характер возникновения периодических изменений расхода многофазной смеси был установлен в работе [8] при анализе извержения газонасыщенной магмы с сильной зависимостью вязкости от температуры и с учетом процессов кристаллизации. Процессы дегазации магмы при экструзивном извержении через водонасыщенные пористые породы также обнаруживают периодический характер изменения интенсивности потока [9].

Таким образом, возникает закономерный вопрос о возможности существования периодических режимов изменения параметров потока аномально термовязкой жидкости. В этой связи на основе анализа динамики вязкого барьера, определяющей расходные характеристики течения при различных условиях теплообмена, в настоящей работе была рассмотрена задача о течении аномально термовязкой жидкости в кольцевом канале, на стенках которого интенсивность теплообмена изменяется скачкообразно.

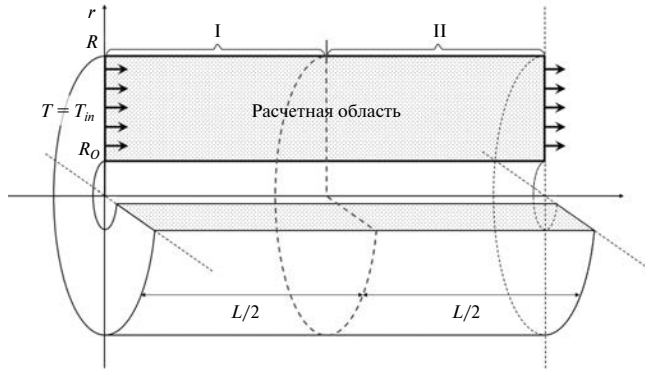


Рис. 1. Схема кольцевого канала и граничные условия для температуры: I — стенки с постоянной температурой, II — конвективный теплообмен.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть anomalно термовязкая жидкость под действием заданного постоянного перепада давления Δp движется в кольцевом зазоре длиной L , образованном двумя соосными цилиндрами радиусов r_0 и R ($r_0 < R$). Втекающая в канал жидкость имеет постоянную температуру T_{in} . Внешняя и внутренняя стенки первой половины канала поддерживаются при постоянной температуре T_{wall} , а во второй половине канала на стенках задаются условия конвективного теплообмена постоянной интенсивности (рис. 1).

Математическая модель рассматриваемого процесса представляет собой систему уравнений, состоящую из уравнения неразрывности, обобщенных уравнений Навье—Стокса, описывающих течение несжимаемой жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры и уравнения конвективной теплопроводности. Ниже приведена запись уравнений (с учетом осевой симметрии), а также начальных и граничных условий в безразмерном виде:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right) + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \mu \frac{u_r}{r^2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right) + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right], \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

$$u_r(r, z, 0) = u_z(r, z, 0) = 0, p(r, z, 0) = 0, T(r, z, 0) = 0,$$

$$p(r, 0, t) = 1, \quad p(r, L/R, t) = 0,$$

$$\begin{aligned} u_r(r_0/R, z, t) = u_r(1, z, t) = \\ = u_z(r_0/R, z, t) = u_z(1, z, t) = 0, \end{aligned}$$

$$T(r, 0, t) = 1,$$

$$T(r_0/R, z, t) = T(1, z, t) = 0 \quad \text{для } 0 \leq z < \frac{1}{2} \frac{L}{R},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0/R} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=1} = \text{Nu} T \quad \text{для } \frac{1}{2} \frac{L}{R} \leq z \leq \frac{L}{R},$$

где u_r и u_z — радиальная и осевая компоненты скорости, p — давление, T — температура, Re и Nu — безразмерные критерии Рейнольдса, Пекле и Нуссельта.

Немонотонная зависимость вязкости от температуры принимается в виде

$$\mu(T) = e^{-\beta(T-1/2)^2},$$

где $\beta > 0$ — параметр, характеризующий ширину температурного диапазона, на котором происходит увеличение вязкости.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Обнаруженное ранее влияние вязкого барьера, образующегося при постоянных значениях теплообмена, носит динамический характер: при втекании нагретой жидкости в канал на границе горячей и холодной областей жидкости происходит формирование вязкого барьера — высоковязкой зоны с изгибом в форме

арки, затем деформация и перемещение этой зоны. Вслед за эволюцией вязкого барьера происходит изменение гидравлического сопротивления потоку и, соответственно, расхода жидкости [5, 6].

Рассмотренная в настоящей работе задача со ступенчатым изменением интенсивности теплообмена дала возможность обнаружить принципиально новый характер эволюции высоковязкой зоны. В первой половине канала интенсивность теплообмена поддерживалась максимальной, при этом для температуры ставились граничные условия первого рода. Во второй половине канала ставились условия третьего рода, а исследования проводились с различными значениями числа Нуссельта. Известно [5], что при постановке граничных условий первого рода вязкий барьер стабильно примыкает ко входному сечению канала, а протяженность его, возрастая вначале, может меняться в зависимости от соотношения расхода и интенсивности теплообмена. Отметим, что расход напрямую связан с гидравлическим сопротивлением. Однако в данной задаче горячая жидкость, следующая за вязким барьером, втекает во вторую половину канала, в которой интенсивность теплообмена имеет меньшее значение.

Приток горячей жидкости за счет перемешивания и теплопроводности вызывает условия для образования высоковязкой зоны практически во всей первой половине канала (рис. 2а), в результате чего гидравлическое сопротивление возрастает, а расход жидкости быстро уменьшается. В свою очередь, уменьшение расхода приводит к возрастанию роли теплообмена. В результате более интенсивного охлаждения линейные размеры вязкого барьера в первой половине канала уменьшаются (рис. 2б), так как втекающая в канал горячая жидкость успевает охладиться. В итоге, при определенных условиях, происходит распад высоковязкой зоны на два участка (рис. 2в). Поскольку во вторую половину канала горячая жидкость более не поступает, вязкий барьер вытекает за пределы канала вместе со смесью холодной и горячей жидкостей, имеющей температуру, при которой возможно существование высоковязкой зоны. После чего весь цикл описанных

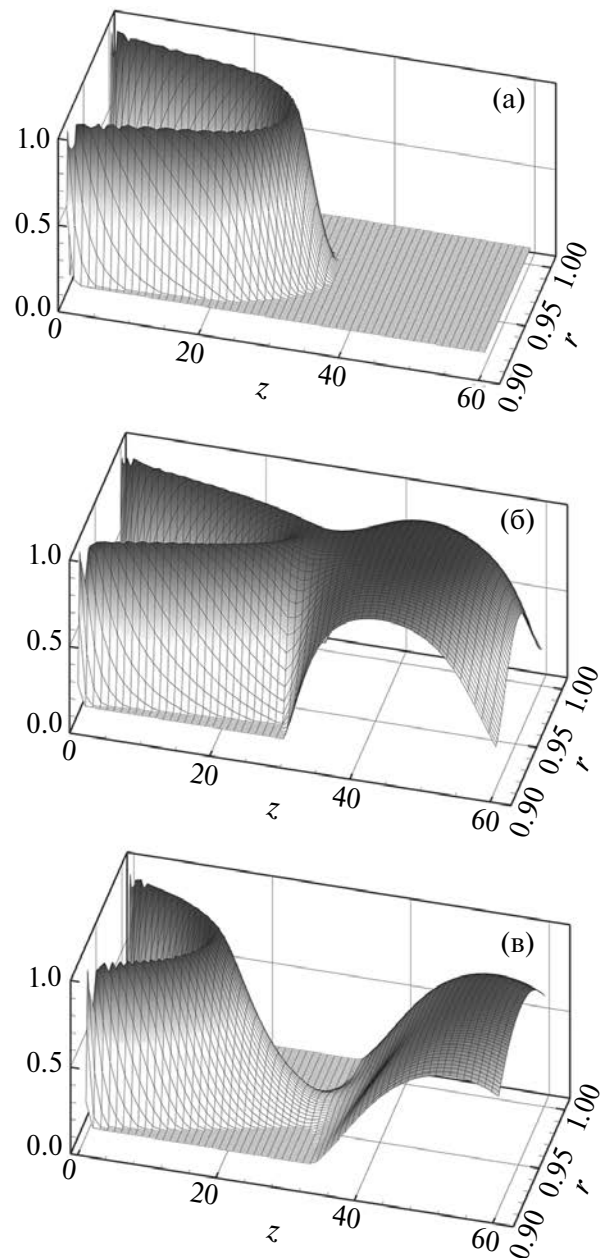


Рис. 2. Характерный вид образующегося в канале вязкого барьера в последовательные моменты времени ($Re = 600$, $Pe = 6000$, $Nu = 5$, $L/R = 60$, $r_0/R = 0.9$, $\beta = 0.05$).

явлений повторяется и возникает периодическое изменение расхода жидкости.

Наиболее типичные формы колебаний расхода жидкости в зависимости от параметров задачи приведены на рис. 3. На этом рисунке представлены затухающие и незатухающие колебания: в первом случае система стремится к некоторому устойчивому равновесному состоянию, соответственно, расход жидкости становится постоянным.

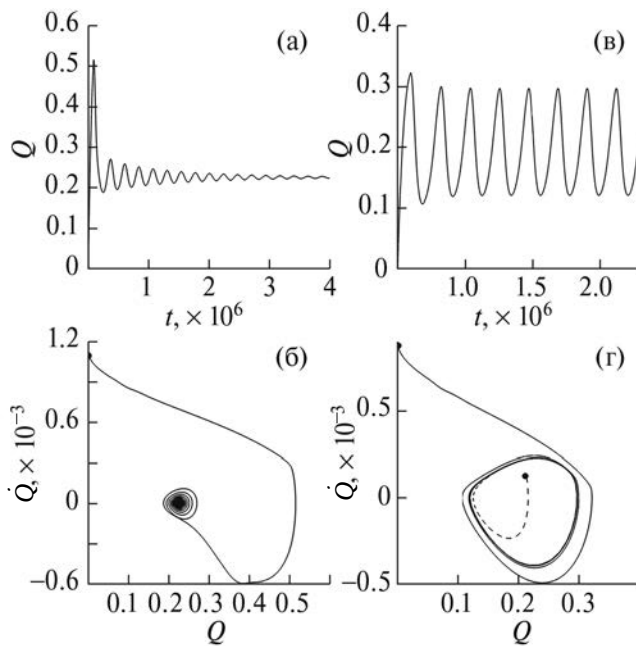


Рис. 3. Изменение расхода жидкости и соответствующие фазовые траектории в режиме затухающих (а, б) и незатухающих (в, г) колебаний. Точками на фазовых портретах отмечены начальные состояния системы.

Во втором случае фазовая траектория стремится к некоторой замкнутой кривой. Тот факт, что любая первоначально заданная точка на фазовой плоскости, независимо от того, находится она вовне или внутри кривой, стремится к ней, свидетельствует о том, что это — устойчивый предельный цикл. Расход жидкости в этом случае будет происходить в режиме незатухающих колебаний.

Для идентификации динамических режимов изменения расхода anomalно термовязкой жидкости при течении в кольцевом канале были проведены параметрические исследования для различных значений перепада давления Δp и геометрического параметра $\delta = (R - r_0) / r_0$, равного отношению ширины кольцевого зазора к радиусу внутреннего цилиндра. В результате на координатной плоскости $(\Delta p, \delta)$ были построены области затухающих и незатухающих колебаний расхода anomalно термовязкой жидкости (рис. 4).

При достаточно малом фиксированном значении параметра δ и любом перепаде давления расход anomalно термовязкой жидкости монотонно увеличивается и достаточно быстро устанавливается на максимальном значении, соответствующем условиям теплообмена. При

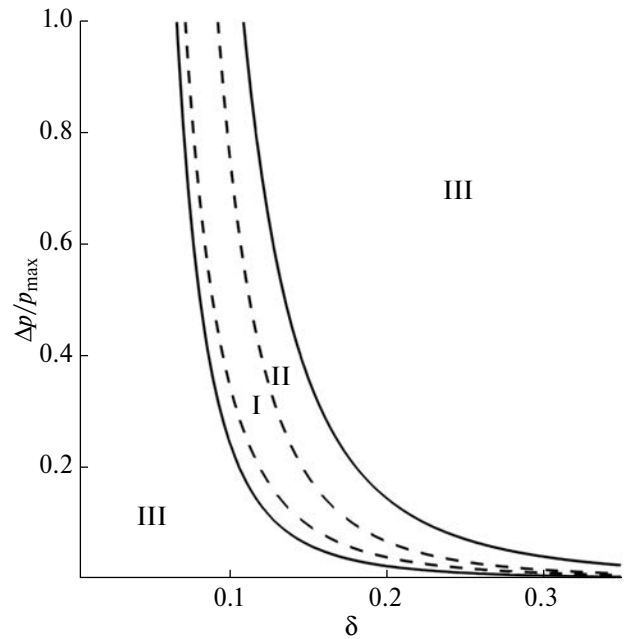


Рис. 4. Динамические режимы изменения расхода anomalно термовязкой жидкости в зависимости от геометрии кольцевого канала и перепада давления: I — область незатухающих колебаний, II — области затухающих колебаний, III — области отсутствия колебаний.

больших значениях геометрического параметра δ в зависимости от приложенного перепада давления наблюдаются различные динамические режимы изменения расхода. Для небольших перепадов давления изменение расхода происходит монотонно, колебания расхода отсутствуют (область III на рис. 4). При некотором минимальном значении перепада давления выходу расхода на установившееся значение предшествует период затухающих колебаний расхода жидкости (область II на рис. 4). При больших значениях перепада давления колебания расхода становятся незатухающими (область I между двумя штриховыми кривыми на рис. 4), и такие колебания могут быть отнесены к автоколебаниям томсоновского типа [10]. Дальнейшее увеличение перепада давления снова приводит к появлению сначала затухающих колебаний расхода, а затем и к полному исчезновению колебаний. Отметим, что для перепада давления $\Delta p = 0.04$ незатухающие колебания наблюдаются вплоть до значения параметра $\delta = 0.25$. При дальнейшем увеличении параметра δ наблюдаются лишь режимы течения с затухающими колебаниями расхода жидкости, обусловленными весьма низкими перепадами давления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено существование колебательных режимов течения аномально термовязкой жидкости при задании кусочно-постоянных значений теплообмена вдоль стенок канала. При этом периодическое изменение расхода жидкости определяется динамикой периодического изменения гидравлического сопротивления, вызванного образованием высоковязкой зоны — вязкого барьера в соответствии с зависимостью вязкости от температуры. Наиболее интересным представляется случай незатухающих колебаний. Судя по характеру периодического процесса, фазовые траектории которого образуют устойчивый предельный цикл, их можно отнести к автоколебательным процессам томоновского типа. Наряду с ними обнаружены области затухающих колебаний, обрамляющие область незатухающих колебаний. Фазовая траектория затухающих колебаний имеет предельную точку типа устойчивый фокус.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-21-00915).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bacon R.F., Fanelli R. The viscosity of sulfur // J. Am. Chem. Soc. 1943. V. 65. P. 639–648. <https://doi.org/10.1021/ja01244a043>
2. Tabachnikova E.D., Bengus V.Z., Egorov D.V. et al. Mechanical properties of amorphous alloys ribbons prepared by rapid quenching of the melt after different thermal treatments before quenching // Mater. Sci. Eng. A. 1997. V. 226–228. P. 887–890. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(97\)80093-7](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(97)80093-7)
3. Алтунина Л.К., Кувшинов В.А., Кувшинов И.В. и др. Увеличение нефтеотдачи пермо-карбоновой залежи высоковязкой нефти Усинского месторождения физико-химическими и комплексными технологиями (обзор) // Журнал СФУ. Химия. 2018. Т. 11. № 3. С. 462–476.
4. Jin K., Barde A., Nithyanandam K. et al. Sulfur heat transfer behavior in vertically-oriented isochoric thermal energy storage systems // Applied Energy. 2019. V. 240. P. 870–881. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.02.077>
5. Урманчеев С.Ф., Киреев В.Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией вязкости // ДАН. 2004. Т. 396. № 2. С. 204–207.
6. Киреев В.Н., Мухутдинова А.А., Урманчеев С.Ф. О критических условиях теплообмена при течении жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры в кольцевом канале // ПММ. 2023. Т. 87. № 3. С. 369–378.
7. Мелких А.В., Селезнев В.Д. Автоколебания неизо-термического течения вязкой жидкости в канале // ТВТ. 2008. Т. 46. № 1. С. 100–109.
8. Мельник О.Э. Нестационарная модель динамики вулканического извержения с учетом кристаллизации и фильтрации газа через магму // ДАН. 2001. Т. 377. № 5. С. 629–633.
9. Мельник О.Э., Афанасьев А.А., Зарин Г.А. Дегазация магмы при подъеме по каналу вулкана, пересекающему водонасыщенные породы // ДАН. 2016. Т. 468. № 4. С. 162–165.
10. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Физматлит, 1997. 496 с.

SELF-OSCILLATING MODE IN AN ANOMALOUS THERMOVISCOUS LIQUID FLOW

V. N. Kireev^{a,b}, A. A. Mukhutdinova^b, S. F. Urmancheev^b

^a*Mavlutov Institute of Mechanics of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russia*

^b*Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia*

Presented by Academician of the RAS R.I. Nigmatulin

It is known that the flow of liquids with a nonmonotonic dependence of viscosity on temperature (abnormally thermoviscous liquids) in the presence of temperature gradients, for example, when a heated liquid flows into a cooled channel, is accompanied by the formation of a high-viscosity region localized in the flow, which determines the features of its flow. In this paper, the conditions for the occurrence of self-oscillating regimes of flow rate variation during the flow of anomalously thermoviscous liquids in annular channels under the action of a constant pressure drop and under given conditions of heat transfer on the inner and outer walls of the annular channel are determined. It has been found that self-oscillations in the flow rate of an anomalously thermoviscous liquid can occur when flowing in an annular channel, on the walls of which there is an abrupt decrease in the intensity of heat transfer. The region of existence of the self-oscillation mode is determined by the values of the pressure drop and the geometric parameter equal to the ratio of the width of the annular gap to the radius of the inner cylinder. In addition, weakly damped flow rate oscillations with a very small damping decrement were also observed at the boundaries of this region.

Keywords: anomalous thermoviscous liquid, annular channel, self-oscillations, flow rate

УДК 532.135, 523.4, 550.3

РАЗРАБОТКА НОВОГО, БОЛЕЕ ТОЧНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИЛИВНЫХ ЧИСЕЛ ЛЯВА

© 2024 г. Д. О. Аморим^{1,*}, Т. В. Гудкова^{2,**}

Представлено академиком РАН Л.М. Зеленым 26.09.2023 г.

Поступило 27.09.2023 г.

После доработки 27.09.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

Приливные числа Лява часто используются для изучения внутреннего строения планет и спутников Солнечной системы. Измерение деформации планеты в ответ на приливное воздействие является одним из методов изучения недр. Алгоритм вычисления приливной деформации зависит от ряда предположений и аппроксимаций и поэтому может отличаться у разных авторов. Авторы сравнивают уже существующие подходы и на их основе предлагают новый и более точный алгоритм для вычисления приливных чисел Лява Земли и других тел с похожей внутренней структурой.

Ключевые слова: алгоритм, приливные числа Лява, полусуточный лунный прилив, Земля, планеты

DOI: 10.31857/S2686740024010117, **EDN:** OJHRUS

Земля находится под постоянным приливым воздействием со стороны Солнца и Луны. Приливные силы вызывают деформацию фигуры и возмущение гравитационного поля планеты, величины которых могут быть измерены с помощью спутников. В [1] предложены безразмерные геофизические параметры, называемые числами Лява, которые описывают эти изменения: число k пропорционально возмущению гравитационного поля, а числа h и l пропорциональны соответственно радиальному и тангенциальному смещениям поверхности планеты. Эти числа являются интегральными величинами, зависящими от распределения плотности, модуля сдвига и модуля сжатия в недрах планеты.

Приливные числа Лява особенно важны при исследовании тел, для которых еще не проведены

сейсмические эксперименты. Вычисляя числа Лява для различных моделей некоторой планеты и сравнивая модельные значения с измеренными, можно получить ценную информацию об ее недрах. С их помощью изучают, например, внутреннее строение Венеры [2, 3], Меркурия [4] и Марса [5].

Для корректного применения чисел Лява в исследовании недр разных тел необходимо уметь их вычислить с высокой точностью для всех рассмотренных моделей. В литературе встречаются различные подходы вычислений, каждый со своими недостатками. В данной работе обсуждаются существующие алгоритмы, на их основе мы разработали и подробно описали новый, более точный и корректный алгоритм, позволяющий вычислить числа Лява для сферически симметричных моделей различных космических тел.

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

В [6] выведена система уравнений для расчета приливной деформации по радиусу r , исходя из уравнений движения упругой среды, уравнения Пуассона для гравитационного потенциала и

¹Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Московская обл., Россия

²Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: amorem.dargilan@gmail.com

**E-mail: gudkova@ifz.ru

условия гидростатического равновесия. Рассмотрим сначала случай твердых слоев (например, кора, мантия и внутреннее ядро).

Вводятся 6 переменных $y_{in}(r)$, где $i = 1, 2, \dots, 6$, а n обозначает порядок (в [6] все рассмотренные величины разлагаются по сферическим функциям): радиальное и тангенциальное смещения y_{1n}, y_{3n} ; нормальное и сдвиговое напряжения y_{2n}, y_{4n} ; гравитационный потенциал y_{5n} и модифицированная функция гравитации y_{6n} . Чаще всего используются числа Лява второго порядка и, для простоты, индекс n далее опускается. Переменные y_2, y_4 и y_6 связаны с остальными следующим образом:

$$\begin{aligned} X(r) &= \frac{dy_1}{dr} + 2\frac{y_1}{r} - n(n+1)\frac{y_3}{r}, \\ y_2(r) &= \lambda X + 2\mu \frac{dy_1}{dr}, \\ y_4(r) &= \mu \left(\frac{dy_3}{dr} - \frac{y_3}{r} + \frac{y_1}{r} \right), \\ y_6(r) &= \frac{dy_5}{dr} - 4\pi G \rho_0 y_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где X — дилатация, λ и μ — параметры Ламе.

В коре, мантии и во внутреннем ядре Земли будем интегрировать приливную деформацию с помощью дифференциальных уравнений (2), выведенных в [6] без каких-либо изменений:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dr} &= -\frac{2\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{y_1}{r} + \frac{y_2}{\lambda + 2\mu} + \\ &+ n(n+1) \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{y_3}{r}, \\ \frac{dy_2}{dr} &= \left[-\rho_0 r^2 \chi^2 - 4\rho_0 g_0 r + 4\mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \right] \frac{y_1}{r^2} - \\ &- \frac{4\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{y_2}{r} + n(n+1) \left[\rho_0 g_0 r - 2\mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \right] \frac{y_3}{r^2} + \\ &+ n(n+1) \frac{y_4}{r} - \rho_0 y_6, \\ \frac{dy_3}{dr} &= -\frac{y_1}{r} + \frac{y_3}{r} + \frac{y_4}{\mu}, \\ \frac{dy_4}{dr} &= \left[\rho_0 g_0 r - 2\mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \right] \frac{y_1}{r^2} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{y_2}{r} + \\ &+ \left[-\rho_0 r^2 \chi^2 + \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} \left[\lambda(2n^2 + 2n - 1) + \right. \right. \\ &\left. \left. + 2\mu(n^2 + n - 1) \right] \right] \frac{y_3}{r^2} - 3\frac{y_4}{r} - \frac{\rho_0 y_5}{r}, \\ \frac{dy_5}{dr} &= 4\pi G \rho_0 y_1 + y_6, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{dy_6}{dr} = -4\pi G \rho_0 n(n+1) \frac{y_3}{r} + n(n+1) \frac{y_5}{r^2} - \frac{2y_6}{r},$$

где χ — частота прилива (равна обратному периоду, умноженному на 2π), а ρ_0 и g_0 — невозмущенные значения плотности и гравитационного ускорения на расстоянии r от центра планеты.

Система (2) изначально была создана для моделирования собственных колебаний Земли, но ее также можно применить к расчету чисел Лява. Периоды приливов как минимум на порядок больше, чем периоды собственных колебаний, и поэтому при расчете чисел Лява часто пренебрегают слагаемыми, пропорциональными χ^2 (например, в [7]). При частоте полусуточного лунного прилива M_2 (12 ч 25 мин) мы оценили, что эти слагаемые в сотни раз меньше остальных. Действительно, наши расчеты показывают, что без этих слагаемых числа Лява уменьшаются примерно на 0.3%. Мы считаем, что нецелесообразно ими пренебрегать в уравнениях (2) по двум причинам: это создает значительную дополнительную погрешность в числах Лява, но при этом никак не уменьшает время расчета.

Во внешнем ядре (или в любой среде с $\mu = 0$) система (2) неопределенная. В [6] была предложена другая система для интегрирования возмущения Земли через внешнее ядро. В ней тангенциальное смещение пропорционально χ^{-2} и при достаточно больших периодах y_3 может принимать нефизически большие значения. Эти уравнения подходят для расчета собственных колебаний, но не для вычисления чисел Лява (особенно для длинных приливов).

В [6–8] предложены разные подходы интегрирования приливного возмущения Земли через внешнее ядро. В этих работах пренебрегают слагаемыми с χ^2 в жидких слоях, и принимаемые условия в ядре различны. В [8] при выводе уравнений считают, что выполняется условие Адамса–Вильямсона: $\lambda \dot{\rho}_0 = -g_0 \rho_0^2$, где точка обозначает производную по r . Однако в моделях Земли (например, PREM) это условие не удовлетворяется на протяжении всего внешнего ядра. На рис. 1 изображены значения величин $\lambda \dot{\rho}_0$ и $-g_0 \rho_0^2$ согласно PREM и видно, что они заметно отличаются у вершины внутреннего ядра и у подошвы мантии. Действительно, современные исследования указывают на присутствие

химической стратификации [10] в жидком ядре, что противоречит условию Адамса–Вильямсона.

Другой подход применяется в [7]: вместо условия Адамса–Вильямсона считается, что дилатация нулевая во внешнем ядре. Это дает дополнительное условие ($y_2 = 0$), которое должно удовлетворяться на границе внутреннего ядра и на нижней границе мантии. Из-за этого задача становится переопределенной и в [7] вводится разрыв радиального смещения на этих границах для замыкания системы. Алгоритм решения задачи при таком подходе изложен в [11], и он действительно дает хорошие результаты (достаточно близкие к результатам, полученным при использовании разработанного нами алгоритма). Тем не менее физического обоснования для разрыва радиального смещения нет, и мы предпочитаем отказаться от такого подхода.

Для упрощения записи граничных условий переменные y_i в жидком ядре далее будут обозначаться как z_i . В работе [9] предложен подход, в котором не используется условие Адамса–Вильямсона и не пренебрегается дилатацией во внешнем ядре, а вводится новая переменная z_7 :

$$z_7 = \frac{dz_5}{dr} + \left(\frac{n+1}{r} - \frac{4\pi G \rho_0}{g_0} \right) z_5. \quad (3)$$

Обратим внимание на то, что в [9] используется другое определение “шестой переменной” по сравнению с [6]. Для простоты мы предпочитаем определить z_6 так же, как в [6] и в уравнениях (1) и (2) для твердой среды:

$$z_6 = \frac{dz_5}{dr} - 4\pi G \rho_0 z_1. \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) получим более удобное определение для переменной z_7 :

$$z_7 = z_6 + 4\pi G \rho_0 z_1 + \left(\frac{n+1}{r} - \frac{4\pi G \rho_0}{g_0} \right) z_5. \quad (5)$$

Следуя [9], будем использовать следующие дифференциальные уравнения для интегрирования приливной деформации через жидкое внешнее ядро:

$$\begin{aligned} \frac{dz_5}{dr} &= \left(\frac{4\pi G \rho_0}{g_0} - \frac{n+1}{r} \right) z_5 + z_7, \\ \frac{dz_7}{dr} &= \frac{2(n-1)}{r} \frac{4\pi G \rho_0}{g_0} z_5 + \left(\frac{n-1}{r} - \frac{4\pi G \rho_0}{g_0} \right) z_7. \end{aligned} \quad (6)$$

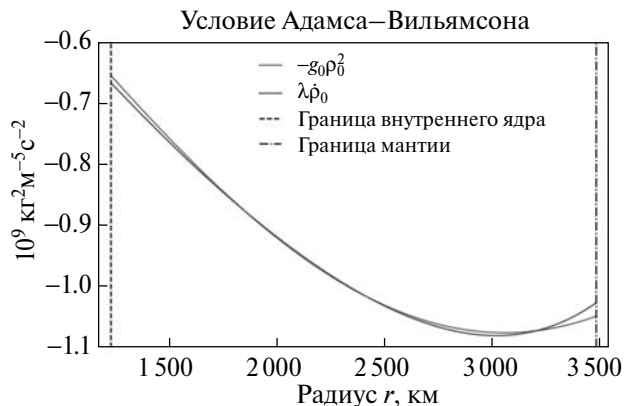


Рис. 1. Сравнение величин $\lambda \dot{\rho}_0$ и $-g_0 \rho_0^2$ во внешнем ядре. Условие Адамса–Вильямсона не выполняется у границы внутреннего ядра и у границы мантии.

Будем также использовать следующие соотношения, которые верны во всем внешнем ядре (см. [9]):

$$z_2 = \rho_0 (g_0 z_1 - z_5), \quad z_4 = 0 \quad (7)$$

НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ В ЦЕНТРЕ ПЛАНЕТЫ

В центре планеты нет смещений, и изменение потенциала нулевое: $y_1(r=0) = 0$, $y_3(r=0) = 0$ и $y_5(r=0) = 0$. Существуют тогда три независимых начальных условия для интегрирования от $r=0$ до границы внутреннего ядра с помощью системы (2):

$$\overrightarrow{y^{A0}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{y^{B0}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{y^{C0}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

В системе (2), однако, имеется сингулярность в нуле. Эту проблему можно обойти, если начать интегрирование векторами (8) не от нуля, а от маленького δr , как предложено в [11]. Используя δr равным одной тысячной радиуса Земли (примерно 6 км), получаем достаточно точные результаты для чисел Лява.

В нашей программе используем функцию `solve_ivp` библиотеки `scipy` [12] и сравниваем два метода интегрирования: явный метод Рунге–Кутты 8-го порядка (DOP853) и неявный метод 5-го порядка (BDF). Описанный подход отхода от нуля имеет огромный недостаток – конечные результаты сильно зависят от используемого метода и от шага интегрирования. Это объясняется тем, что, подставляя (8) в (2), на самом первом шаге интегрирования невязка пропорциональна δr^{-1} и может привести к большим погрешностям.

Для того чтобы увеличить точность при отходе от нуля, можно разложить переменные y_i по r . Такой подход был предложен в [13], на основе этой статьи мы разработали свою собственную аппроксимацию – $y_1(r)$, $y_3(r)$ и $y_5(r)$ аппроксимируются около нуля следующим образом:

$$\begin{aligned} y_5(r) &= Ar^n \gamma, \\ y_3(r) &= br^{n-1} + Br^{n+1}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$y_1(r) = cr^{n-1} + Cr^{n+1},$$

где $\gamma = \frac{4\pi G \rho_0(r)}{3}$ и A, B, C, b, c – неизвестные

коэффициенты. Подставляя (9) в (1), можно выразить $y_2(r)$, $y_4(r)$ и $y_6(r)$ через эти же коэффициенты:

$$\begin{aligned} y_2(r) &= -Br^n(n+1)n\lambda + Cr^n(n\lambda + 2n\mu + 3\lambda + 2\mu) - \\ &- br^{n-2}(n+1)n\lambda + cr^{n-2}(n\lambda + 2n\mu + \lambda - 2\mu), \end{aligned}$$

$$y_4(r) = Br^n n\mu + Cr^n \mu + br^{n-2}(n-2)\mu + cr^{n-2}\mu, \quad (10)$$

$$y_6(r) = Ar^{n-1}n\gamma - Cr^{n+1}3\gamma - cr^{n-1}3\gamma,$$

здесь считается, что ρ_0 , μ и λ – постоянные около нуля.

В системе (2) три уравнения (1-е, 3-е и 5-е) следуют из определений $y_2(r)$, $y_4(r)$ и $y_6(r)$ и выполняются тождественно при (9) и (10). Подставляя (9) и (10) в оставшиеся три уравнения, получим систему алгебраических уравнений. Все слагаемые, пропорциональные r^{n-3} и r^{n-2} , могут быть исключены, если:

$$J = \frac{\gamma}{n\gamma - \chi^2}, \quad (11)$$

$$b = A \cdot J, \quad c = A \cdot nJ.$$

Таким образом, невязка в системе (2) на первом шаге пропорциональна r^{n-1} и не зависит от коэффициента A . Решение теперь зависит от трех неизвестных коэффициентов – A, B, C .

Из (9)–(11) получим три независимых вектора, которые с высокой точностью аппроксимируют решение около нуля:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{y^{A0}}(r) &= \begin{pmatrix} nJr \\ 2n(n-1)J\mu \\ Jr \\ 2(n-1)J\mu \\ r^2\gamma \\ n(1-3J)r\gamma \end{pmatrix} r^{n-2}, \\ \overrightarrow{y^{B0}}(r) &= \begin{pmatrix} 0 \\ -n(n+1)\lambda \\ r \\ n\mu \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} r^n, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\overrightarrow{y^{C0}}(r) = \begin{pmatrix} r \\ n(\lambda + 2\mu) + 3\lambda + 2\mu \\ 0 \\ \mu \\ 0 \\ -3r\gamma \end{pmatrix} r^n,$$

а само решение при $r = \delta r$ равно

$$\vec{y}(\delta r) = A \cdot \overrightarrow{y^{A0}}(\delta r) + B \cdot \overrightarrow{y^{B0}}(\delta r) + C \cdot \overrightarrow{y^{C0}}(\delta r), \quad (13)$$

где A, B, C – неизвестные коэффициенты.

Расчеты показывают, что решения, в которых используются начальные условия (12) вместо (8), значительно более устойчивы к изменению метода и шага интегрирования. Поэтому мы считаем, что при вычислении чисел Лява любых планетных тел с внутренним ядром следует применять полученные нами начальные условия (12).

АЛГОРИТМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Первый шаг – интегрирование векторов $y^{A0}(\delta r)$, $y^{B0}(\delta r)$ и $y^{C0}(\delta r)$ от δr до границы внутреннего ядра (ICB), используя систему (2). Получаем тогда три вектора $y^{A,ICB}$, $y^{B,ICB}$ и $y^{C,ICB}$, а полное решение под этой границей имеет вид

$$\overrightarrow{y^{ICB}} = A \cdot \overrightarrow{y^{A,ICB}} + B \cdot \overrightarrow{y^{B,ICB}} + C \cdot \overrightarrow{y^{C,ICB}}. \quad (14)$$

Решение над этой границей (уже в жидком внешнем ядре) обозначим как z^{ICB} . При переходе от твердой к жидкой среде требуем непрерывности всех компонент за исключением третьей [6]:

$$y_1^{ICB} = Ay_1^{A,ICB} + By_1^{B,ICB} + Cy_1^{C,ICB} = z_1^{ICB},$$

$$y_2^{ICB} = Ay_2^{A,ICB} + By_2^{B,ICB} + Cy_2^{C,ICB} = z_2^{ICB} = \rho_0^{ICB} \left(g_0^{ICB} z_1^{ICB} - z_5^{ICB} \right),$$

$$y_4^{ICB} = Ay_4^{A,ICB} + By_4^{B,ICB} + Cy_4^{C,ICB} = z_4^{ICB} = 0, \quad (15)$$

$$y_5^{ICB} = Ay_5^{A,ICB} + By_5^{B,ICB} + Cy_5^{C,ICB} = z_5^{ICB},$$

$$y_6^{ICB} = Ay_6^{A,ICB} + By_6^{B,ICB} + Cy_6^{C,ICB} = z_6^{ICB},$$

где ρ_0^{ICB} – плотность в жидком внешнем ядре непосредственно над границей ICB, а g_0^{ICB} – ускорение силы тяжести на этой же границе. В (15) используются соотношения (7).

Получаем тогда 5 уравнений с 6 неизвестными: A , B , C , z_1^{ICB} , z_5^{ICB} и z_6^{ICB} . Из первых четырех уравнений можно выразить B и C через A следующим образом:

$$L^i = -\frac{y_2^{i,ICB} - \rho_0^{ICB} g_0^{ICB} y_1^{i,ICB} + \rho_0^{ICB} y_5^{i,ICB}}{y_2^{C,ICB} - \rho_0^{ICB} g_0^{ICB} y_1^{C,ICB} + \rho_0^{ICB} y_5^{C,ICB}},$$

$$Q^i = -\frac{y_4^{i,ICB}}{y_4^{C,ICB}}, \quad i = A, B,$$

$$V^A = -\frac{L^A - Q^A}{L^B - Q^B}, \quad S^A = L^A + L^B V^A, \quad (16)$$

$$B = V^A \cdot A, \quad C = S^A \cdot A$$

Решение над ICB равно:

$$z_i^{ICB} = A \cdot z_i^{ICB}, \quad i = 1, 5, 6, 7, \quad (17)$$

где

$$z_i^{ICB} = y_i^{A,ICB} + V^A y_i^{B,ICB} + S^A y_i^{C,ICB}, \quad i = 1, 5, 6, \\ z_7^{ICB} = z_6^{ICB} + 4\pi G \rho_0^{ICB} z_1^{ICB} + \left(\frac{n+1}{r^{ICB}} - \frac{4\pi G \rho_0^{ICB}}{g_0^{ICB}} \right) z_5^{ICB} \quad (18)$$

и коэффициент A пока еще неизвестен.

Для интегрирования через жидкое внешнее ядро нам нужны только две компоненты – пятая и седьмая. С ними можно составить следующий вектор:

$$\overrightarrow{z^{A,ICB}} = \begin{pmatrix} z_5^{ICB} \\ z_7^{ICB} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

и его следует проинтегрировать до границы внешнего ядра с мантией (СМВ) с помощью уравнений (6). Результат обозначим как

$$\overrightarrow{z^{A,CMB}} = \begin{pmatrix} z_5^{CMB} \\ z_7^{CMB} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

а полное решение под СМВ есть

$$\overrightarrow{z^{CMB}} = A \cdot \overrightarrow{z^{A,CMB}}, \quad (21)$$

Для того чтобы продолжить интегрирование из СМВ до поверхности, необходимо извлечь из (20) значения второй и шестой компонент, используя соотношения (5) и (7):

$$z_2^{CMB} = \rho_0^{CMB} \left(g_0^{CMB} z_1^{CMB} - z_5^{CMB} \right),$$

$$z_6^{CMB} = z_7^{CMB} - 4\pi G \rho_0^{CMB} z_1^{CMB} - \left(\frac{n+1}{r^{CMB}} - \frac{4\pi G \rho_0^{CMB}}{g_0^{CMB}} \right) z_5^{CMB}, \quad (22)$$

где ρ_0^{CMB} – плотность в жидком внешнем ядре непосредственно под СМВ.

Подставляя (21) в (22), можно выразить z_2^{CMB} и z_6^{CMB} через два неизвестных – A и z_1^{CMB} :

$$z_2^{CMB} = A \left[-\rho_0^{CMB} z_5^{CMB} \right] + z_1^{CMB} \left[\rho_0^{CMB} g_0^{CMB} \right],$$

$$z_6^{CMB} = A \cdot \left[z_7^{CMB} - \left(\frac{n+1}{r^{CMB}} - \frac{4\pi G \rho_0^{CMB}}{g_0^{CMB}} \right) z_5^{CMB} \right] + z_1^{CMB} \cdot \left[-4\pi G \rho_0^{CMB} \right]. \quad (23)$$

В СМВ требуем непрерывности всех компонент, кроме третьей. Решение непосредственно над СМВ (в подошве нижней мантии) имеет вид

$$\vec{y}^{CMB} = A \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho_0^{CMB} Z_5^{CMB} \\ 0 \\ 0 \\ Z_5^{CMB} \\ Z_7^{CMB} - \left(\frac{n+1}{r^{CMB}} - \frac{4\pi G \rho_0^{CMB}}{g_0^{CMB}} \right) Z_5^{CMB} \end{pmatrix} +$$

$$+ z_1^{CMB} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \rho_0^{CMB} g_0^{CMB} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4\pi G \rho_0^{CMB} \end{pmatrix} + y_3^{CMB} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

и зависит от трех неизвестных — A , z_1^{CMB} и y_3^{CMB} . Для простоты переобозначим z_1^{CMB} и y_3^{CMB} как D и E соответственно, а три вектора из (24) обозначим как $\vec{y}^{A,CMB}$, $\vec{y}^{D,CMB}$ и $\vec{y}^{E,CMB}$. Тогда решение над СМВ можно записать в виде:

$$\vec{y}^{CMB} = A \cdot \vec{y}^{A,CMB} + D \cdot \vec{y}^{D,CMB} + E \cdot \vec{y}^{E,CMB}. \quad (25)$$

Следующий шаг — проинтегрировать векторы $\vec{y}^{A,CMB}$, $\vec{y}^{D,CMB}$ и $\vec{y}^{E,CMB}$ от СМВ до поверхности планеты, используя уравнения (1). Получаем три вектора, которые обозначим как $\vec{y}^\alpha$, $\vec{y}^\delta$ и $\vec{y}^\varepsilon$ и полное решение на поверхности:

$$\vec{y}^S = A \cdot \vec{y}^\alpha + D \cdot \vec{y}^\delta + E \cdot \vec{y}^\varepsilon. \quad (26)$$

Пренебрегая влиянием атмосферы в приливной деформации Земли, получаем следующие граничные условия на поверхности ($r = a$) [6, 11]:

$$y_2^S = 0, \quad y_4^S = 0, \quad y_6^S = (2n+1) \cdot g_0(a) - (n+1) \cdot \frac{y_5^S}{a}. \quad (27)$$

Это приводит к системе 5 уравнений с 5 неизвестными (A , D , E , y_1^S и y_5^S):

$$\begin{aligned} Ay_1^a + Dy_1^\delta + y_1^\varepsilon &= y_1^S, \\ Ay_2^a + Dy_2^\delta + y_2^\varepsilon &= 0, \\ Ay_4^a + Dy_4^\delta + y_4^\varepsilon &= 0, \end{aligned} \quad (28)$$

$$Ay_5^a + Dy_5^\delta + y_5^\varepsilon = y_5^S,$$

$$Ay_6^a + Dy_6^\delta + y_6^\varepsilon = (2n+1) \cdot g_0(a) - (n+1) \cdot \frac{y_5^S}{a},$$

решение которой получается из

$$\begin{pmatrix} y_1^\alpha & y_1^\delta & y_1^\varepsilon & -1 & 0 \\ y_2^\alpha & y_2^\delta & y_2^\varepsilon & 0 & 0 \\ y_4^\alpha & y_4^\delta & y_4^\varepsilon & 0 & 0 \\ y_5^\alpha & y_5^\delta & y_5^\varepsilon & 0 & -1 \\ y_6^\alpha & y_6^\delta & y_6^\varepsilon & 0 & \frac{n+1}{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A \\ D \\ E \\ y_1^S \\ y_5^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (2n+1) \cdot g_0(a) \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Подставляя полученные значения коэффициентов A , D и E в (26), получим все компоненты $\vec{y}^S$. Приливные числа Лява k_n , h_n , l_n определяются как

$$k_n = y_5^S - 1, \quad h_n = y_1^S, \quad l_n = y_3^S. \quad (30)$$

Описанные уравнения необходимо сначала обезразмерить. Все интегрирование выполняется с помощью функции `solve_ivp` библиотеки `scipy` [12] на языке программирования Python. Методы RK45, DOP853 и BDF дают одинаковые результаты для выбранной точности вычисления. На первом шаге используется $\delta r = a / 1000$.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В данной работе алгоритм применяется к вычислению приливных чисел Лява Земли, но его можно использовать без изменений для любого тела с похожей внутренней структурой — внутреннее ядро, внешнее жидкое ядро, мантия и твердая кора. Для работы с другими телами необходимо сделать некоторые изменения в алгоритме. Если, например, ядро находится полностью в жидком состоянии, следует применить начальные условия, описанные в [9], и пропустить первый этап интегрирования через внутреннее ядро (т.е. начать с (19)). Если же присутствуют другие жидкие слои, достаточно в них повторить описанный выше способ интегрирования приливной деформации через внешнее ядро.

Алгоритм разработан для расчета чисел Лява в сферически симметричных моделях. Ожидаемая погрешность будет порядка эллиптичности

исследуемого тела, в случае Земли она составляет 0.3%, что заметно меньше точности измерения чисел Лява. По этой причине в литературе встречаются только сферически симметричные алгоритмы вычисления чисел Лява.

Применение данного алгоритма к упругой модели Земли PREM при частоте полусуточного лунного прилива M_2 дает следующие значения чисел Лява:

$$k_2 = 0.29872, \quad h_2 = 0.60496, \quad l_2 = 0.08399, \\ k_3 = 0.09203,$$

что хорошо согласуется, например, с [13]. Однако планеты не являются идеально упругими телами, и при расчете чисел Лява необходимо учитывать неупругость путем применения некоторой реологии, как, например, реология Андраде. Значение модуля сдвига в каждом слое меняется по заданному закону и преобразуется в комплексную величину, но алгоритм при этом никак не меняется. В связи с этим надо использовать методы интегрирования, которые работают в комплексной области как RK45, DOP853 и BDF из библиотеки `solve_ivp`.

Описанный выше алгоритм является не только более точным и устойчивым для вычисления приливных чисел Лява, но и более корректным с точки зрения физики по сравнению с теми, которые часто встречаются в литературе. По этой причине именно этот алгоритм следует применять для расчета приливных чисел Лява. В случае если внутренняя структура исследуемого тела сильно отличается от земной, метод расчета легко адаптируется.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00074), <https://rscf.ru/project/23-22-00074>.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Love A.E.H. The yielding of the Earth to disturbing forces // Proc. The Royal Society of London. Series A. Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. 1909. 82.551. P. 73–88.
2. Amorim D.O., Гудкова Т.В. Внутреннее строение Венеры на основе модели PREM // Астрон. вестн. 2023. Т. 57(5). С. 403–414.
3. Dumoulin C., Tobie G., Verhoeven O., et al. Tidal constraints on the interior of Venus // J. Geophysical Research: Planets. 2017. V. 122(6). P. 1338–1352.
4. Steinbrugge G., Padovan S., Hussmann H., et al. Viscoelastic tides of Mercury and the determination of its inner core size // J. Geophysical Research: Planets. 2018. V. 123(10). P. 2760–2772.
5. Bagheri A., Khan A., Al-Attar D., et al. Tidal response of Mars constrained from laboratory-based viscoelastic dissipation models and geophysical data // J. Geophysical Research: Planets. 2019. V. 124(11). P. 2703–2727.
6. Alterman Z., Hans Jarosch, Pekeris C.L. Oscillations of the Earth. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1959. 252.1268. P. 80–95.
7. Chinnery M.A. The static deformation of an earth with a fluid core: a physical approach // Geophysical J. Intern. 1975. V. 42. № 2. P. 461–475.
8. Longman I.M. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads: 2. Computations and numerical results // J. Geophysical Research. 1963. V. 68. № 2. P. 485–496.
9. Saito M. Some problems of static deformation of the Earth // J. Physics of the Earth. 1974. V. 22(1). P. 123–140.
10. Helffrich G., Satoshi Kaneshima. Outer-core compositional stratification from observed core wave speed profiles // Nature. 2010. № 468. P. 807–810.
11. Michel A., Jean-Paul Boy. Viscoelastic Love numbers and long-period geophysical effects // Geophysical J. International. 2022. V. 228. № 2. P. 1191–1212.
12. Virtanen P. et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // Nature methods. 2020. V. 17. № 3. P. 261–272.
13. Petit Gerard, Brian Luzum. IERS technical note No. 36, IERS conventions (2010) / International Earth Rotation and Reference Systems Service: Frankfurt, Germany, 2010.

DEVELOPMENT OF A NEW MORE PRECISE ALGORITHM FOR COMPUTING TIDAL LOVE NUMBERS

D. O. Amorim^a, T. V. Gudkova^b

^a*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia*

^b*Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS L.M. Zeleny

Tidal Love numbers are often used for studying the interior structure of planets and satellites of the Solar System. Measuring the deformation in response to tidal loading belongs to the methods for probing the interiors. The algorithm for computing tidal deformation depends on a series of assumptions and approximations and, therefore, can differ according to different authors. In this paper we compare the existing methods and, based on them, we propose a new and more precise algorithm for computing the tidal Love numbers of the Earth and other bodies with a similar interior structure.

Keywords: algorithm, tidal Love numbers, lunar semidiurnal tide, Earth, planets

УДК 676.052

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ ПАРОВОГО ВЗРЫВА ПРИ ОБРАБОТКЕ ЛИГНИНОЦЕЛЛЮЛОЗНОГО СЫРЬЯ

© 2024 г. И. Н. Гришняев^{1,*}

Представлено академиком РАН Р.Ф. Ганиевым 07.06.2023 г.

Поступило 11.07.2023 г.

После доработки 11.07.2023 г.

Принято к публикации 04.08.2023 г.

На основе анализа физических процессов, протекающих при паровом взрыве и истечении из реактора потока, содержащего лигниноцеллюлозное сырье и парожидкостную среду, показано, что на выходе реактора необходимо устанавливать сопло Лавала. Подбором конструктивных параметров реактора и сопла Лавала можно обеспечить возникновение в его расширяющейся части автоколебательного режима парожидкостной среды. Проходя через возникающие при этом скачки уплотнения лигниноцеллюлозное сырье подвергается дополнительному воздействию, которое ведет к его разрушению и увеличению удельной поверхности, а следовательно, к повышению реакционной способности.

Ключевые слова: лигниноцеллюлозное сырье, установка парового взрыва, сопло Лавала

DOI: 10.31857/S2686740024010128, EDN: OJFYUD

Процесс получения сахаров из лигниноцеллюлозного сырья (ЛЦС) в виде древесных опилок и соломы содержит несколько стадий, в том числе предварительную обработку, которая направлена на изменение физико-химических свойств ЛЦС и увеличение его реакционной способности. Одним из видов такой обработки является паровой взрыв, обладающий рядом достоинств по сравнению с химической предобработкой [1].

В публикациях, посвященных исследованию процессов, протекающих при паровом взрыве, широко освещены вопросы подготовки ЛЦС к паровому взрыву и происходящие в нем физико-химические процессы при разгерметизации реактора. Однако поведение потока, содержащего частицы ЛЦС и перегретый пар, при выходе из реактора, как правило, остается без должного внимания исследователей. При этом доля кинетической энергии движущейся

среды является значительной, что определяет необходимость поиска путей ее использования для дальнейшего разрушения и повышения реакционной способности ЛЦС.

Истечение смеси из реактора происходит через клапан сброса давления в реакторе и соединительный канал в приемник ЛЦС. При этом диаметр приемника, как правило, значительно превышает диаметры клапана сброса давления и соединительного канала [1].

ЛЦС по сравнению с перегретым паром имеет большую объемную массу, коэффициент трения и инерционность, что ведет к понижению скорости его движения в потоке относительно пара. В результате этого пар, находящийся в ЛЦС, выходит из него и подпитывает основной поток. Отмеченное позволяет предположить, что в начальный момент после открытия клапана сброса давления из реактора истекает в основном паровая среда.

При равенстве диаметров клапана сброса давления и соединительного канала они образуют цилиндрическое сопло, в которое и попадает паровая среда из реактора. В потоке

¹Институт машиноведения им А.А. Благонравова
Российской академии наук, Москва, Россия
*E-mail: iisi@inbox.ru

возникает поле центробежных сил, направленных к оси и создающих неравномерное распределение давлений и скоростей перед входным сечением сопла и за ним. При этом повышенное давление центробежных сил будет на оси, а наименьшие давления достигаются в периферийных участках потока. Перед входом в сопло и за ним линии траектории слоев потока смеси искривляются. Это ведет к образованию зон отрыва в реакторе и соединительном канале. Форма линий потока и размеры зоны отрыва зависят как от распределения давлений и скоростей в выходном отверстии реактора, так и от конструктивных параметров реактора и сопла [3].

В зоне отрыва соединительного канала генерируется высокая турбулентность парожидкостной среды. Это связано с тем, что стенки канала имеют температуру порядка температуры окружающей среды, а пар — температуру на несколько сотен выше. Это ведет к интенсификации процесса фазового перехода пара в жидкость на стенках канала в вихревых зонах из-за сравнительно длительного контакта парожидкостной среды со стенками канала. Образующаяся жидкость увлекается в вихревое движение и, соприкасаясь с нагретыми слоями потока, может опять испытывать фазовый переход. Возникает пульсация зон отрыва. Появление этого эффекта определяется временем взаимодействия паровой среды со стенками соединительного канала и их теплофизическими характеристиками. Однако вне зависимости от возникновения эффекта фазового перехода идет расход энергии потока на формирование зон отрыва и их пульсацию в соединительном канале, что является нежелательным, так как ведет к понижению кинетической энергии потока.

Из термодинамики известно, что скорость истечения из простых цилиндрических или сужающихся сопел в случае больших перепадов давлений не может превышать местной скорости звука и только часть энергии вытекающей струи пара может быть превращена в кинетическую энергию потока. В [2] показано, что при истечении водяного пара в паровой турбине через простые сужающиеся сопла только $\frac{1}{35} - \frac{1}{25}$ всей его энергии превращается в кинетическую энергию вытекающей струи, остальная же часть энергии пара остается

неиспользованной. Вопрос повышения работоспособности пара при истечении в случае больших перепадов давлений решается постановкой на выходе сопла Лаваля. Это обеспечивает полное расширение паровой среды и достижение давлением на срезе сопла давления окружающей среды, что позволяет получить дополнительную работу, которая идет на увеличение скорости истечения пара [2].

При расширении пара в сопле Лаваля его температура пересекает линию насыщения, и с этого момента критическая температура пара T_k становится ниже равновесной T_s и равняется температуре полного переохлаждения

$$T_{\text{пп}} = T_0 \left(\frac{p_k}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}},$$

где T_0 , p_0 — температура и давление пара в реакторе; p_k — критическое (максимальное) давление пара на выходе цилиндрического сопла; k — показатель адиабаты.

При паровом взрыве переохлаждение пара может наступить только за пределами сужающегося сопла Лаваля. При достижении максимального переохлаждения возникает зона бурной спонтанной конденсации пара и поверхности разрыва, при переходе через которые практически все параметры парожидкостной среды меняются скачкообразно (скорость резко уменьшается, а давление, плотность и температура возрастают) и поток переходит от одного состояния к другому.

Пульсация давлений конденсирующегося пара происходит во всех сечениях сопла. Это играет роль некоего резонатора, приводящего к периодическому перемещению скачка уплотнения противодавления и к резкому усилению амплитуды колебаний системы в целом. Колебания скачка уплотнения при возникающем нестационарном (автоколебательном) режиме течения переохлажденного пара происходят с частотой, равной частоте возникновения нестационарных ударных волн.

В рассматриваемом нами случае парового взрыва начальное давление пара в реакторе является высоким, а его количество может оказаться незначительным для вызова кризиса течения потока с образованием ударных волн.

С точки зрения обеспечения дополнительного механического разрушения лигниноцеллюлозного сырья нас интересует возбуждение в сопле Лаваля скачков уплотнения парожидкостной среды и ударных волн. Поток, состоящий из пара, конденсата и частиц ЛЦС, проходя через такие поверхности или скачки уплотнения, испытывает воздействие больших градиентов скорости и температуры, что вызывает диссипацию энергии в потоке и увеличение энтропии. При больших сверхзвуковых скоростях движения резкое торможение сопровождается диссоциацией, ионизацией и физико-химическими превращениями в ЛЦС за скачком уплотнения. За счет такого воздействия увеличивается удельная поверхность и происходит дополнительное разрушение структуры лигниноцеллюлозных частиц, это, по нашему мнению, должно приводить, в свою очередь, к повышению реакционной способности сырья на стадиях экстракции, делигнификации ЛЦС и ферментативного гидролиза целлюлозы. Поэтому при постановке на выходе реактора сопла Лаваля необходимо определить возможность генерации автоколебаний парожидкостной среды в расширяющейся части сопла.

Это может быть сделано с применением обычной системы уравнений одномерного установившегося потока с конденсацией. В [3] рассмотрены подходы и методы, разработанные для их решения, а также результаты расчета таких течений.

При этом учитывается, что бурная конденсация для реальных потоков наступает при $I = 10^{24} - 10^{32} \text{ л} / (\text{кг} \cdot \text{с})$. С увеличением p_0 она смещается в сторону меньших переохлаждений. Число ядер конденсации, возникающих в единицу времени в единице объема, может быть определено по формуле, применяемой для практических расчетов [3]:

$$I = Z_0 p_1^2 \exp \left[-Z_1^2 / \ln^2 \bar{p} \right],$$

где p_1 — давление пара; $\bar{p} = p/p_\infty$; p_∞ — давление насыщения при плоской поверхности жидкости (например, $p \approx 1.1 p_\infty$ для водяных капель радиусом $r \approx 10^{-8} \text{ м}$ при поверхностном натяжении $\sigma = 80 \text{ эрг/см}^2$ и $T \approx 300 \text{ К}$), Z_0, Z_1 зависят в основном от температуры и для водяного пара приведены в [3].



Рис. 1. Общий вид аэрогидродинамического узла.

На основе приведенного подхода был разработан и изготовлен аэрогидродинамический узел (АГУ), содержащий сопло Лаваля и цилиндрический канал (рис. 1). АГУ ставится на выходе реактора за клапаном сброса давления и не содержит подвижных элементов.

Для проверки возникновения автоколебательного режима парожидкостной среды в АГУ, который может привести к дополнительному разрушению ЛЦС и повышению его реакционной способности, были проведены экспериментальные исследования изготовленного АГУ, подсоединенного к реактору, описанному в [1].

Эксперименты проводились следующим образом. Навеска лигниноцеллюлозного сырья загружалась в сетчатый металлический контейнер и помещалась в реактор. Далее реактор герметизировался и осуществлялась подача насыщенного водяного пара. Обработка паром осуществлялась при различных термобарических условиях: температуре 180–234 °С, давлении 10–30 атм; времени выдержки 1–3 мин.

Разгерметизация реактора проводилась с помощью быстродействующего клапана со скоростью открытия 20 мс. Автогидролизованная масса выстреливалась в приемный бункер. По завершении процесса для исследований отбирались образцы материала, которые направлялись на дальнейшую обработку (делигнификацию) и ферментативный гидролиз.

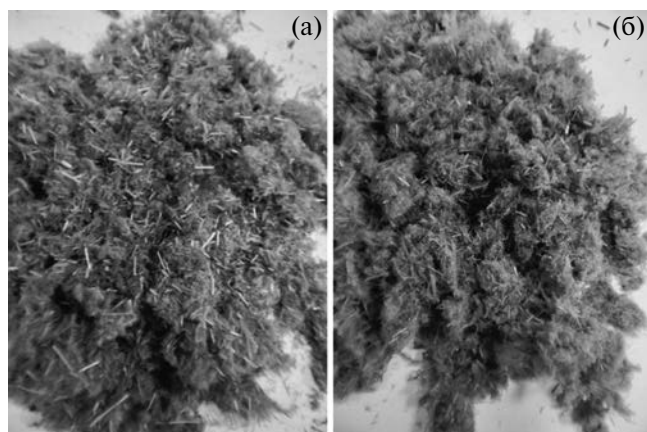


Рис. 2. Образцы соломы мискантуса после промывки и сушки: а – обработка без АГУ; б – обработка с АГУ.

Для определения эффективности использования АГУ с целью дополнительного измельчения автогидролизной лигниноцеллюлозной биомассы были проведены сравнительные эксперименты по обработке соломы мискантуса (режим $\tau = 60$ с, $t = 200$ °С, $p = 15$ бар) как с волновым узлом, так и без него (рис. 2).

После паровой обработки проведен дисперсный анализ образцов. Средний геометрический размер частиц контрольного измельченного автогидролизного образца мискантуса составил 108.9 мкм, удельная поверхность с учетом фактора формы частиц 2727 см²/г. Средний геометрический размер частиц автогидролизного образца после прохода через АГУ снизился до значения 76.4 мкм (на 30%), а удельная поверхность увеличилась до 3305 см²/г (на 17.5%).

Полученные данные показывают, что конструктивные параметры спроектированного и изготовленного АГУ в совокупности с параметрами реактора и условиями проведения экспериментов позволяли генерировать

автоколебания парожидкостной среды в расширяющейся части сопла, что приводило к дополнительному измельчению ЛЦС.

Таким образом, на основе анализа теории истечения газа из замкнутого объема было принято решение о постановке на выходе реактора аэрогидродинамического узла, содержащего сопло Лавала. Подбирая конструктивные параметры реактора и АГУ, а также обеспечивая определенные условия парового взрыва, можно достичь возникновения в аэрогидродинамическом узле скачков уплотнения, проходя через которые ЛЦС подвергается дополнительной деструкции. Теоретические исследования были подтверждены в ходе экспериментов.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института машиноведения им. А.А. Благоврадова Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ганиев О.Р., Гришняев И.Н. Задание требований к установкам парового взрыва // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 507. С. 59–62.
2. Кошкин В.К., Михайлова Т.В. Техническая термодинамика: уч. пос. для студентов вузов. М.: Изд. МАИ, 2007. 364 с.
3. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 472 с.

INCREASING THE EFFICIENCY OF THE USE OF THE ENERGY OF A STEAM EXPLOSION IN THE PROCESSING OF LIGNIN-CELLULOSE RAW MATERIALS

I. N. Grishnyaev^a

^a*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS R.F. Ganiev

An analysis was made of the physical processes occurring during a steam explosion and the exit from the reactor of a stream containing lignocellulosic raw materials and a vapor-liquid medium. It is shown that it is necessary to install a Laval nozzle at the reactor outlet. By selecting the design parameters of the reactor and the Laval nozzle, it is possible to ensure the occurrence of a self-oscillating mode of the vapor-liquid medium in the expanding part of the nozzle. Lignocellulosic raw materials passing through the emerging shocks is subjected to additional impact, which leads to its destruction, an increase in the specific surface area, and, consequently, to an increase in reactivity.

Keywords: lignocellulosic raw materials, steam explosion installation, Laval nozzle

УДК 537.613:537.622.4:537.621.4:537.876:530.182

О ГИГАНТСКОМ УСИЛЕНИИ ЭФФЕКТОВ ФОНОННОГО НЕЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ НА УЕДИНЕННОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА МАГНИТНОЙ И НЕМАГНИТНОЙ СРЕД

© 2024 г. Академик РАН Ю. В. Гуляев¹, О. С. Сухорукова^{2,3}, А. С. Тарасенко³,
С. В. Тарасенко^{3,*}, В. Г. Шавров¹

Поступило 17.08.2023 г.

После доработки 14.10.2023 г.

Принято к публикации 13.11.2023 г.

На уединенной границе раздела полуограниченных магнитной и немагнитной сред совместный учет магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий может приводить к появлению в сплошном спектре фоновых излучений вытекающих поверхностных магнитных поляронов симметрично защищенного связанного состояния, в окрестности которого и числитель и знаменатель входного поверхностного волнового импеданса одновременно стремятся к нулю. В этом случае при падении извне на поверхность такого магнетика квазиплоской или квазимонохроматической объемной упругой волны, параметры которой приближаются к параметрам поверхностного “темного” состояния указанного типа, возможно неограниченное (в рамках рассматриваемой модели) увеличение незеркальных эффектов отражения первого порядка.

Ключевые слова: “темные” состояния, вытекающие магнитные поляроны, незеркальное отражение, эффект Шоха, вигнеровское запаздывание

DOI: 10.31857/S2686740024010138, EDN: OIBZQK

В настоящее время практическая реализация идеи использования пространственного перемещения не заряда, а вращательного спинового момента с целью создания на основе магнитных диэлектриков быстродействующих, энергоэффективных устройств функциональной электроники существенно связана с физикой вытекающих магнитных поляронов [1]. В частности, это объясняется тем, что роль подобных гибридных магнитно-фононных состояний в акустике слоистых магнитных сред во многом сопоставима с тем вкладом, который в проводимость ионных кристаллов вносят “истинные” носители заряда — поляроны (“электроны

в фононной шубе”), на возможность существования которых было впервые указано в [2]. Как следствие, в магнитике, в полной аналогии с акустоэлектроникой, оптимизация работы широкой гаммы устройств, связанных с обработкой сигналов и использующих связь между акустическими волнами и носителями тока, требует детального рассмотрения связи между дисперсионными свойствами распространяющегося вдоль слоистой магнитной гетероструктуры вытекающего магнитного полярона и структурой поля его фононного излучения. В настоящее время особое внимание исследователей открытых волноводных структур в спинтронике привлекает изучение как условий формирования в сплошном спектре излучения распространяющейся вытекающей волны локализованных состояний, обладающих нулевой радиационной шириной (связанных состояний в континууме (ССК)), так и возникающие в этой связи динамические эффекты. Недавно в [3] на примере полностью отражающей, акустически полукрытой магнитной

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия

²Донецкий государственный университет, Донецк, Россия

³Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина, Донецк, Россия

*E-mail: shavrov@cplire.ru

сэндвич-структуры (магнитный слой между двумя акустически неэквивалентными упругими полупространствами) в бездиссипативном приближении было показано, что совместный учет магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий может приводить к формированию интерференционного типа связанных состояний [4] в сплошном спектре фононного излучения вытекающих поверхностных магнитных поляронов, тогда как в окрестности таких “темных” состояний их радиационная ширина может быть сколь угодно малой. В условиях полного внутреннего отражения (ПВО) для падающей извне на поверхность полукрытого магнитного слоя плоской однопарциальной объемной упругой волны с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}$ коэффициент отражения имеет вид (один открытый канал излучения)

$$V = \frac{i\tilde{Z} + Z_{in}}{i\tilde{Z} - Z_{in}}, \quad (1)$$

где Z_{in} – входной поверхностный акустический импеданс отражающей структуры, тогда как $\tilde{Z}$ – поверхностный волновой импеданс полуграниченной акустически менее плотной среды, поддерживающей распространение плоской объемной однопарциальной упругой волны [5]. Пусть $\mathbf{q}$ – нормаль к границе раздела сред, $\mathbf{a}$ – нормаль к плоскости падения волны. В этом случае, в соответствии с определением “темных” состояний, на плоскости внешних параметров “ $\omega - h$ ” ($h \equiv (\mathbf{k}\mathbf{b})$, $\mathbf{b} = [\mathbf{q}\mathbf{a}]$) структуру входного поверхностного волнового импеданса в (1) в окрестности точки формирования поверхностного ССК ($\omega = \omega'$, $h = h'$) и заданном ω , согласно [3], можно представить как

$$Z_{in} \approx C \frac{h - h_N(\omega)}{h - h_D(\omega)}, \quad C(\omega, h) \propto \text{const}. \quad (2)$$

Расчет показывает, что как при $Z_{in}(h, \omega) = 0$, так и при $Z_{in}^{-1}(h, \omega) = 0$ мгновенный поток энергии через границу раздела “магнитный слой – акустически менее плотная среда” строго равен нулю. Как известно, в кристаллоакустике существует понятие особой объемной волны (ООВ), характеризующейся аналогичным свойством нормальной компоненты потока энергии на границе раздела сред с акустическим контрастом, но в отражающей среде глубина

локализации ООВ отсутствует (см., например, [6]). Учитывая это, в дальнейшем дисперсионные кривые, определяемые на основании (2) как $h = h_N(\omega)$ ($Z_{in}(h, \omega) = 0$) и $h = h_D(\omega)$ ($Z_{in}^{-1}(h, \omega) = 0$), будем называть особой поверхностной волной (см. также [3, 7]) первого (ОПВ-I) и второго (ОПВ-II) типа соответственно. По мере приближения к точке формирования поверхностного ССК ($h_N(\omega) = h_D(\omega)$) в соответствии с (1), (2) и определением ССК

$$|h_D(\omega) - h_N(\omega)| \rightarrow 0. \quad (3)$$

Как следует из результатов [3], такое поведение является примером формирования ССК по механизму Фридриха–Винтена [4], поскольку в точке ССК на плоскости внешних параметров “ $\omega - h$ ” имеет место вырождение дисперсионных кривых, отвечающих спектрам вытекающих ОПВ первого и второго типов соответственно. Так как при этом и числитель и знаменатель поверхностного входного волнового импеданса (2) одновременно обращаются в ноль, то в условиях ПВО обращается в ноль также и вклад радиационных полей излучения ОПВ-I и ОПВ-II в сплошной спектр излучательных фононных мод рассматриваемой полукрытой структуры (следствие деструктивной интерференции).

Хорошо известно [5], что если из акустически менее плотной среды на поверхность полностью отражающей слоистой структуры падает квазиплоская объемная упругая волна, то после отражения с коэффициентом (1) она будет испытывать лежащее в плоскости падения волны продольное (в направлении $\mathbf{b}$) смещение вдоль границы раздела сред (эффект Шоха):

$$\Delta(\omega, h) \approx -\frac{\partial}{\partial h} 2\text{arctg}\left(\frac{Z_{in}}{\tilde{Z}}\right). \quad (4)$$

В результате при заданном ω и сканировании по углу вследствие (2) $\Delta(\omega, h)$ будет достигать максимума как на линии ОПВ-I (при $h \rightarrow h_N(\omega)$), так и на линии ОПВ-II (при $h \rightarrow h_D(\omega)$). По мере приближения к точке существования поверхностного ССК (3) величина каждого из этих экстремумов неограниченно (в рамках рассматриваемой модели) возрастает [3].

Если в условиях, подобных выше указанным, на поверхность магнетика падает не квазиплоская, а квазимонохроматическая волна,

то вместо (4) будет иметь место запаздывание по времени отраженного импульса с плоским фронтом по отношению к падающему (Вигнеровское запаздывание):

$$\Delta t(\omega, h) \approx \frac{\partial}{\partial \omega} 2 \arctg \left(\frac{Z_{in}}{\tilde{Z}} \right). \quad (5)$$

Используя полученные выше соотношения, несложно убедиться, что в условиях (1) при частотном сканировании и заданном угле падения квазимонохроматической волны (длительность импульса $\tilde{\tau}$) на поверхность полуограниченной полностью отражающей структуры в результате существования ОПВ первого и второго типа соотношение (2) можно представить в виде $Z_{in} \approx C(\omega(h) - \omega_N(h)) [\omega(h) - \omega_D(h)]^{-1}$. Таким образом, для отраженного фоновонного импульса локальные максимумы запаздывания отраженного сигнала на несущей частоте (эффект Вигнера (5)) с учетом (2) также достигаются как при $Z_{in}(h, \omega) = 0$ (ОПВ-I), так и при $Z_{in}^{-1}(h, \omega) = 0$ (ОПВ-II). По мере приближения параметров падающего фоновонного импульса к значениям, отвечающим поверхностному ССК: $|\omega_D(h) - \omega_N(h)| \rightarrow 0$, максимальное время запаздывания отраженного сигнала Δt на несущей частоте, согласно (5), также будет неограниченно (в рамках рассматриваемой модели) возрастать ($\tilde{\tau} / \Delta t \rightarrow 0$) [3].

Вместе с тем указанные результаты работы [3] были получены на основе следующих, существенных для целей предлагаемого сообщения, ограничений. Во-первых, осталось неясным, возможно ли такое же резкое усиление незеркальных эффектов первого порядка при полном внутреннем отражении объемных фоновонных, если имеется только одна граница раздела полуограниченных магнитной и немагнитной сред. Во-вторых, в [3] для отражающей среды плоскость падения упругой с узким угловым или частотным спектром волны отвечала лишь высокосимметричному направлению. Наконец, в-третьих, согласно предложенной в [4] классификации возможных типов ССК, в [3] рассматривались лишь ССК интерференционного типа (механизм Фридриха–Винтгена), однако, помимо ССК, полученных методом “inverse construction”, также в принципе еще возможны и симметрично защищенные ССК [4]. Однако несмотря на все вышесказанное, возможность

существования аналога найденному в [3] сверхусилению незеркальных эффектов фоновонного отражения первого порядка в области ПВО, но теперь для случая формирования за счет одновременного учета МУ и неоднородного обменного взаимодействий симметрично защищенных ССК на уединенной границе раздела магнитной и немагнитной сред, до сих пор не изучалась. Ответ на вышеперечисленные вопросы на примере структуры с одним открытым каналом излучения и является целью данного сообщения.

Для простоты и наглядности расчетов предположим, что имеется два полупространства с вектором нормали к плоскости границы раздела $\mathbf{q} \parallel OY$, причем верхнее ($y > 0$) занято идеальной жидкостью (соответствующие величины будем обозначать знаком тильда), в которой потенциал смещений $\tilde{\phi}$, плотность и модуль сжатия — $\tilde{\rho}$ и $\tilde{\lambda}$, а вектор смещения и тензор напряжений — $\tilde{\mathbf{u}}$ и $\tilde{\sigma}$ связаны соотношениями [5]:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \nabla \tilde{\phi}, \quad \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\sigma} \mathbf{q} = -\tilde{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2}, \quad \tilde{k}^2 = \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{\lambda}} \omega^2. \quad (6)$$

Что же касается нижнего полупространства ($y < 0$), то будем полагать, что оно занято пространственно однородным двухосным антиферромагнетиком (АФМ), легкая магнитная ось которого (OZ) лежит в плоскости границы раздела сред. Чтобы рассмотреть случай симметрично защищенного поверхностного ССК, являющегося результатом одновременного учета МУ и неоднородного обменного взаимодействий, рассмотрим двухподрешеточную модель ($|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = \mathbf{M}_0$, $\mathbf{M}_0$ — намагниченность насыщения подрешеток $\mathbf{M}_{1,2}$) обменно коллинеарного centrosymmetricного АФМ, обладающего изотропным упругим и МУ взаимодействиями с плотностью термодинамического потенциала в терминах векторов ферро- ($\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) / 2\mathbf{M}_0$) и антиферромагнетизма ($\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) / 2\mathbf{M}_0$) вида [8]:

$$F = M_0^2 \left(\frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{l})^2 - \frac{b}{2} l_z^2 + \frac{a}{2} l_x^2 + \gamma l_i l_k u_{ik} \right) + \frac{\lambda}{2} u_{ii}^2 + \mu u_{ik}^2, \quad a \gg b > 0. \quad (7)$$

Здесь δ , a , b – константы междоузельного обмена и двухосной магнитной анизотропии, γ – константа МУ-взаимодействия, λ , μ – коэффициенты Ламе. МУ-динамика рассматриваемой модели АФМ-среды (2) описывается замкнутой системой уравнений, состоящей из основного уравнения механики сплошной среды и уравнений Ландау–Лифшица для векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ [8]:

$$\frac{2}{g} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = [\mathbf{m}H_{\mathbf{m}}] + [\mathbf{l}H_{\mathbf{l}}], \quad \frac{2}{g} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} = [\mathbf{m}H_{\mathbf{l}}] + [\mathbf{l}H_{\mathbf{m}}],$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}. \quad (8)$$

Здесь ρ – плотность, $\mathbf{u}$ – вектор упругих смещений, g – гиромангнитное отношение, которое будем считать одинаковым для обеих подрешеток, $H_r \equiv -\delta W / \delta \mathbf{r}$ – эффективное поле, $\mathbf{r} = \mathbf{m}, \mathbf{l}$. В декартовой системе координат равновесный вектор АФМ $\mathbf{l}_0$ направлен вдоль оси OZ , а легкая магнитная плоскость АФМ совпадает с YOZ . Если в модели АФМ (7), (8) пренебречь взаимодействием высокочастотных магнонов ($b/a < 1$) с фононами, то в этом случае итоговые материальные соотношения будут такие же, как и для упругоизотропной немагнитной среды (см., например, [9]), но с тем исключением, что теперь для упругой волны с частотой ω и произвольно ориентированным волновым вектором $\mathbf{k}$ модуль упругости c_{44} будет эффективным, одновременно обладая как пространственной, так и временной дисперсией:

$$c_{44}(\omega, h) = \mu \frac{\omega_0^2 + c^2 \mathbf{k}^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c^2 \mathbf{k}^2 - \omega^2}, \quad (9)$$

где $\omega_0 \equiv gM_0\sqrt{\delta b}$ – индуцированная легкоосной анизотропией энергия активации рассматриваемой спиновой волны, $\omega_{me} \equiv gM_0^2\gamma\sqrt{\delta}/\mu$ – МУ-щель, $A = gM_0\sqrt{\delta a}$ – скорость спиновых волн [8]. В результате соотношение для спектра нормальных МУ-волн с частотой ω и произвольно ориентированным волновым вектором $\mathbf{k}$ в неограниченной АФМ-среде (7) с учетом (9) можно представить в виде

$$|\Lambda_{ik}(\omega, \mathbf{k}) - \rho\omega^2 I_{ik}| = 0. \quad (10)$$

Здесь Λ_{ik} – тензор Кристоффеля, отвечающий за исключением модуля c_{44} (см. (9))

упругоизотропной немагнитной среде [9], I_{ik} – единичный тензор. В эластостатическом пределе $\omega \ll s_l |\mathbf{k}|$ (10) принимает вид [10]:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_{me}^2 \left\{ \left(1 - \frac{s_l^2}{s_t^2} \right) \frac{4k_y^2 k_z^2}{\mathbf{k}^4} + \frac{k_x^2}{\mathbf{k}^2} \right\} + c^2 \mathbf{k}^2, \quad (11)$$

$$s_t^2 \equiv \mu/\rho, \quad s_l^2 \equiv (\lambda + 2\mu)/\rho.$$

Будем полагать, что на границе раздела между полуограниченными магнитной ($y < 0$) и немагнитной ($y > 0$) средами выполнена следующая система граничных условий ($L_y \equiv \partial l_y / \partial y$):

$$\sigma_{zy} = \tilde{\sigma}_{zy} = 0, \quad \sigma_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy} = 0,$$

$$\sigma_{yy} = \tilde{\sigma}_{yy}, \quad u_y = \tilde{u}_y, \quad L_y = 0, \quad y = 0. \quad (12)$$

Пусть $\mathbf{q} \parallel OY$, а $\mathbf{b}$ – единичный вектор вдоль линии пересечения плоскости границы раздела сред ($y = 0$) и плоскости падения объемной упругой волны в идеальной жидкой среде (6). Если ϑ – угол между равновесной ориентацией вектора антиферромагнетизма ($\mathbf{l}_0 \perp \mathbf{q}$) и нормалью к плоскости падения волны $\mathbf{a}$ ($\mathbf{a} = [\mathbf{b}\mathbf{q}]$), то в АФМ-среде (7) для краевой задачи (12) с помощью (9), (10) можно получить характеристическое уравнение: полином четвертой степени относительно $\eta^2 \equiv -(\mathbf{k}\mathbf{q})^2$ ($\mathbf{k} = \{h \cos \vartheta, i\eta, h \sin \vartheta\}$), причем в условиях ПВО $\eta^2 > 0$. Если его корни обозначить как $\eta_j^2(\omega, h)$, $j = 1 \div 4$, то для АФМ-среды (7) ($u_i(y \rightarrow -\infty) \rightarrow 0$, $l_y(y \rightarrow -\infty) \rightarrow 0$) пространственную структуру вектора упругих смещений $\mathbf{u}$ и трех компонент тензора упругих напряжений $\bar{\bar{\sigma}}$, определяемых как $\bar{\bar{\sigma}} \equiv \bar{\bar{\sigma}}\mathbf{q}$, при $y < 0$ можно представить в виде ($\psi \equiv k_x x + k_z z - \omega t$):

$$\mathbf{u} = \sum_{j=1}^4 A_j \mathbf{U}^{(j)} e_j, \quad \bar{\bar{\sigma}} = \sum_{j=1}^4 A_j \bar{\bar{\sigma}}^{(j)} e_j, \quad L_y = \sum_{j=1}^4 A_j L_{yy} e_j,$$

$$e_j \equiv \exp(\eta_j y) \exp[i\psi]. \quad (13)$$

Здесь A_j и $\mathbf{U}^{(j)}(\bar{\bar{\sigma}}^{(j)})$ – соответственно амплитуда и векторы поляризации, отвечающие парциальной волне e_j . Так как мы рассматриваем условия ПВО для падающей из жидкости (6) на поверхность АФМ (7) плоской объемной акустической волны, то, как показывает расчет, при $\vartheta \rightarrow 0$ в (13)

$$\eta_1^2 \rightarrow h^2 - \omega^2/s_t^2, \quad \eta_2^2 \rightarrow h^2 - \omega^2/s_t^2, \quad (14)$$

$$\eta_{3,4}^2 \rightarrow 0.5P_1 \pm \sqrt{0.25P_1^2 - P_2},$$

$$P_1 \equiv \frac{\omega_0^2 + c^2 h^2 - \omega^2}{c^2} + \left(h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} \right),$$

$$P_2 \equiv \frac{\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c^2 h^2 - \omega^2}{c^2} \left(h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} \right).$$

По аналогии с методикой расчета из [5], удобно, с помощью граничных условий (12), исключить из дальнейшего рассмотрения три из четырех амплитуд парциальных волн. Если это A_{2-4} , то для формирующейся в АФМ-среде (7), (11)–(14), четырехпарциальной эванесцентной МУ-волны пространственную структуру коллинеарных направлению $\mathbf{q}$ компонент векторов $\mathbf{u}$ и $\sigma\mathbf{q}$ можно представить в виде

$$\mathbf{u}\mathbf{q} = \sum_{j=1}^4 F_{j1} \mathbf{U}^{(j)} \mathbf{q} e_j A_1, \quad \sigma\mathbf{q}\mathbf{q} = \sum_{j=1}^4 \sigma^{(j)} \mathbf{q} F_{j1} e_j A_1, \quad (15)$$

$$F_{11} = 1, \quad A_v = F_{v1} A_1, \quad v = 2 \div 4.$$

Таким образом, если в немагнитной среде (6) на границу раздела (12) падает плоская объемная упругая волна, то в условиях ПВО, с учетом введенных выше обозначений, ее коэффициент отражения от поверхности полуограниченной АФМ-среды (7) можно представить в виде (отметим, что, в отличие от [5], здесь мы используем определение поверхностного волнового импеданса, принятое в кристаллоакустике [11]):

$$V = \frac{i\tilde{Z} + Z_{in}}{i\tilde{Z} - Z_{in}}, \quad Z_{in} \equiv \frac{\sigma\mathbf{q}\mathbf{q}}{\mathbf{u}\mathbf{q}} = \frac{\sum_{j=1}^4 \sigma^{(j)} \mathbf{q} F_{j1}}{\sum_{j=1}^4 F_{j1} \mathbf{U}^{(j)} \mathbf{q}}, \quad \tilde{Z} \equiv \frac{\tilde{\rho}\omega^2}{\tilde{k}_z}. \quad (16)$$

Расчет показывает, что при $\vartheta \rightarrow 0$ в (15), (16) одновременно $(|F_{31} + F_{41}|) \rightarrow 0$, а соотношение для входного импеданса в (16) принимает вид

$$Z_{in} = \frac{\Delta_R \Delta_{BIC}^{ex} - \vartheta^2 (\sigma_{yy}^{(2)} f_A - \phi_A \sigma_{yy}^{(1)})}{\Delta_{BIC}^{ex} (u_{1y} \sigma_{xy}^{(2)} - u_{2y} \sigma_{xy}^{(1)}) - \vartheta^2 (\phi_A u_{1y} - f_A u_{2y})}, \quad (17)$$

$$\vartheta \ll 1,$$

где

$$\Delta_{BIC}^{ex}(\omega, h) \equiv \sigma_{yz}^{(3)} L_{y4} - \sigma_{yz}^{(4)} L_{y3}, \quad (18)$$

$$\Delta_R(\omega, h) \equiv \sigma_{yy}^{(1)} \sigma_{xy}^{(2)} - \sigma_{yy}^{(2)} \sigma_{xy}^{(1)},$$

а явный вид соотношений для $f_A(\omega, h)$, $\phi_A(\omega, h)$ не приводится ввиду их громоздкости.

В результате из (16)–(18) следует, что у поверхностного волнового импеданса так же, как и в (2), и числитель и знаменатель могут независимо стремиться к нулю, если одновременно с $\vartheta \rightarrow 0$, так же и $\Delta_{BIC}^{ex} \rightarrow 0$. Таким образом, выполнение условия существования (3) в случае (17), (18) становится возможным, если $\mathbf{a} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{b} \parallel OX$ (т.е. $\vartheta = 0$), а $\Delta_{BIC}^{ex} = 0$. Согласно (18), этот предел – соотношение для спектра, возникающего в этом случае за счет коллективизации вкладов в полуограниченной АФМ-среде (7), (12), (14) магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий, “темного” состояния: симметрично защищенного поверхностного ССК (двухпарциальной эласто-обменной поверхностной волны). С учетом (14) $\Delta_{BIC}^{ex} = 0$ в (18) дает

$$\eta_3 \eta_4 + \eta_3^2 + \eta_4^2 - \left(h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} \right) = 0, \quad \eta_{3,4}^2 > 0. \quad (19)$$

В эластостатическом пределе ($\omega \ll s_t h$) соотношение для спектра симметрично защищенного поверхностного ССК (19) принимает вид [10]

$$\omega^2 \approx \omega_0^2 + \frac{c^2 h^2}{2} + \frac{ch}{2} \sqrt{c^2 h^2 + 4\omega_{me}^2}, \quad \eta_{3,4}^2 > 0. \quad (20)$$

Из совместного анализа (19), (20) следует, что на плоскости внешних параметров “ $\omega - h$ ” необходимое условие существования такого поверхностного симметрично защищенного ССК имеет вид

$$s_t^2 h^2 > \omega^2 > \omega_0^2 + c^2 h^2,$$

т.е. возможно, например, в случае низкотемпературных антиферромагнетиков [8], для которых $s_t > c$.

При $\mathbf{a} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$, $\mathbf{b} \parallel OX$ и структура $V(\vartheta = 0)$ в (16) также значительно упрощается:

$$V = \frac{i\tilde{Z} + Z_{in}}{i\tilde{Z} - Z_{in}}, \quad Z_{in} = \frac{\sigma_{yy}^{(1)}\sigma_{xy}^{(2)} - \sigma_{yy}^{(2)}\sigma_{xy}^{(1)}}{u_{1y}\sigma_{xy}^{(2)} - u_{2y}\sigma_{xy}^{(1)}} \quad (21)$$

и отвечает коэффициенту отражения плоской объемной волны, падающей из жидкости (6) на поверхность полуграниченного упруго изотропного немагнитного твердого тела. При этом в (21) $Z_{in} = 0$ ($\Delta_R(\omega, h) = 0$) с учетом (14) соответствует спектру поверхностной волны Рэлея в полуграниченной упругоизотропной немагнитной среде [5].

Пусть для падающей извне на поверхность полуграниченного магнетика (7) квазиплоской объемной упругой волны ее частота и угол падения с учетом (17) связаны соотношением $Z_{in}(\vartheta) = 0$. В этом случае качественный вид зависимости максимума продольного смещения отраженного остронаправленного пучка $\Delta_S \equiv \Delta(h = h_N(\omega), \vartheta)$ от управляемого углом ϑ “фактора вытекания” [12] распространяющейся в магнетике несобственной поверхностной МУ-волны в безразмерных переменных графически представлен на рис. 1. Если, следуя [5, 13], считать, что жидкая среда, из которой падает на поверхность магнетика остронаправленный пучок, — ксилол и ширина пучка $\tilde{w} = 12$ мм, а частота падающей волны $\omega \approx \omega_0$ (в (18)–(20) энергия активации магнона в легкоплоскостном АФМ $\omega_0 \approx 10^9$ Гц), то при $h''\tilde{w} = 2$ в (4) $\Delta_S / \tilde{\lambda} \propto 10^4$, а при $h''\tilde{w} = 0.2$ $\Delta_S / \tilde{\lambda} \propto 10^5$, $h'' = \tilde{Z}[\partial Z_{in} / \partial h]^{-1} \propto \vartheta^2$.

Отметим, что для случая падения квазимонохроматической упругой волны, параметры ω и h которой связаны условием $Z_{in}(\vartheta) = 0$, вид рис. 1 качественно не изменится, если в нем $\Delta_S / \tilde{\lambda}$ заменить на $\tilde{\omega}\Delta_S$, а $h''\tilde{w}$ на $\omega''\tilde{\tau}$, где $\tilde{\omega}$ — несущая частота, а $\omega'' = \tilde{Z}[\partial Z_{in} / \partial \omega]^{-1} \propto \vartheta^2$ — фактор затухания сигнала, распространяющегося в магнетике.

Пусть теперь АФМ (7) находится в той же магнитоакустической конфигурации, но занимает не полупространство ($y < 0$), а слой ($-d < y < d$), обе поверхности которого с помощью граничных условий вида

$$\begin{aligned} \sigma_{zy} &= \sigma_{zy}^{\pm} = 0, \quad \sigma_{xy} = \sigma_{xy}^{\pm} = 0, \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{yy}^{\pm}, \quad u_y = u_y^{\pm}, \quad L_y = 0, \\ y &= \pm d \end{aligned} \quad (22)$$

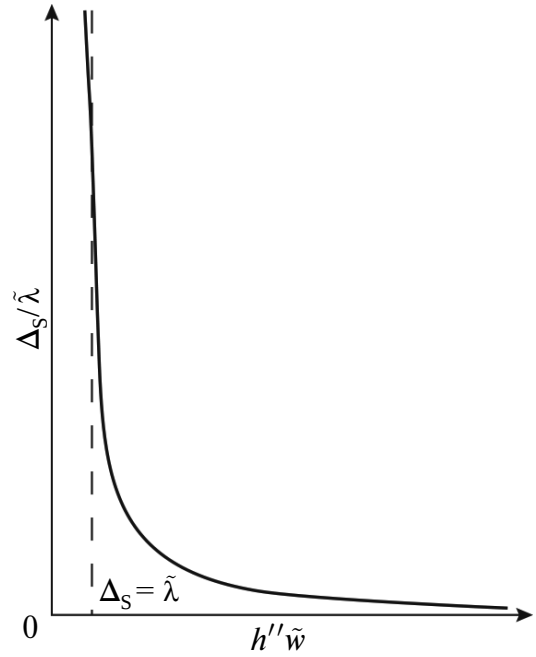


Рис. 1. Зависимость максимальной величины смещения Шоха $\Delta_S \equiv \Delta(h = h_N(\omega), \vartheta)$ от степени близости угла падения квазиплоской волны к точке формирования поверхностного симметрично защищенного ССК (3), (19), (20) ($\vartheta = 0$).

акустически связаны с полупространствами ($d < |y|$), заполненными идеальной жидкостью. В (22) верхние индексы “ $\pm$ ” относятся к верхнему и нижнему полупространству соответственно. Если эти две полуграниченные среды неэквивалентны между собой по своим физическим свойствам, то, как показывает расчет, для плоской объемной упругой волны, падающей из акустически менее плотной среды на поверхность магнитного слоя, отвечающий $\vartheta = 0$ спектр симметрично защищенных ССК, формирующийся в этом случае в условиях ПВО ($\lambda_+ \rho_+^{-1} < \omega / h < \lambda_- \rho_-^{-1}$), при одновременном учете МУ и неоднородного обменного взаимодействия с учетом (14) принимает вид ($\mathbf{k} \in XY, \mathbf{q} \parallel OY$)

$$\begin{aligned} & \left[\eta_3 (\bar{h}^2 - \eta_3^2) \text{th}(\eta_3 d) - \eta_4 (\bar{h}^2 - \eta_4^2) \text{th}(\eta_4 d) \right] \times \\ & \times \left[\eta_3 (\bar{h}^2 - \eta_3^2) \text{cth}(\eta_3 d) - \right. \\ & \left. - \eta_4 (\bar{h}^2 - \eta_4^2) \text{cth}(\eta_4 d) \right] = 0, \\ & \bar{h}^2 \equiv h^2 - \omega^2 / s_t^2. \end{aligned} \quad (23)$$

В частном случае $\eta_{3,4}d \rightarrow \infty$ (23) переходит в (19). В окрестности такого темного состояния (при $\vartheta \rightarrow 0$) остаются в силе соотношения (1)–(5)

(включая одновременное стремление к нулю и числителя и знаменателя входного поверхностного волнового импеданса при приближении к точке формирования “темного” состояния). Однако теперь, как следует из (23), в рассматриваемой полуоткрытой магнитной сэндвич-структуре симметрично защищенные ССК могут формироваться как антиволноводными (если в (23) $\eta_{3,4}^2 > 0$), так и волноводными (если в (23) $\eta_{3,4}^2 < 0$) модами спектра магнанных поляронов с $\mathbf{u} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0$ и $\mathbf{k} \in XY$, распространяющихся вдоль слоя легкоплоскостного АФМ (7), у которого при $y = \pm d$, $\sigma_{zy} = 0$, $L_y = 0$. В этом случае для падающей извне на поверхность магнитного слоя плоской объемной волны структура коэффициента отражения будет совпадать с (21), но теперь $Z_{in} = 0$, с учетом (14), как при $\eta_{1,2}^2 > 0$, так и при $\eta_{1,2}^2 < 0$, будет определять спектр обобщенной волны Лэмба [3, 14], которая сформирована магнанными поляронами с $\mathbf{u}, \mathbf{k} \in XY$, распространяющимися вдоль рассматриваемого слоя АФМ (7).

Таким образом, уже на уединенной границе раздела немагнитной и магнитной сред вследствие совместного учета магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий возможно существование симметрично защищенных поверхностных “темных” состояний в сплошном спектре излучения вытекающих магнанных поляронов. При их формировании, так же как и в случае поверхностных ССК интерференционного типа [3], и числитель и знаменатель входного поверхностного волнового импеданса отражающей среды одновременно стремятся к нулю (усиливается квазистационарность резонансно возбуждаемой вытекающей ОПВ и первого и второго типа). По мере приближения параметров падающей извне на поверхность магнетика квазиплоской (или квазимонохроматической) объемной упругой волны к тем, что отвечают указанному типу “темных” состояний, становится возможным практически неограниченное увеличение (в рамках рассмотренной модели) незеркальных эффектов отражения первого порядка. Следует, однако, учесть, что в данной работе, как и в предыдущей [3], и сам метод расчета, и сделанные на основе полученных результатов выводы относительно возможности реализации сверхусиления незеркальных эффектов отражения основаны на приближении

квазиплоской волны, т.е. в первую очередь справедливы для падающих остронаправленных волновых пучков (ширина пучка ($\tilde{w}$) много больше длины волны (λ), отвечающей его осевому вектору) или импульсов с узким частотным спектром (несущая частота импульса много больше обратной длительности импульса). При $\tilde{w} > \Delta_S \gg \tilde{\lambda}$ форма огибающей отраженного пучка крайне незначительно изменяется по сравнению с формой падающего пучка. Однако по мере приближения параметров падающей квазиплоской волны к тем, что характерны для точки ССК (2), (3), по отношению к ширине пучка растет длина пробега резонансно возбуждаемой вытекающей ОПВ ($\tilde{w} / \Delta_S (h_D \rightarrow 0) \rightarrow 0$), и она пространственно отделяется от других волновых компонент, формирующих отраженный пучок. В частности, как и в случае боковой волны (см. [13]), по отношению к геометро-акустической части отраженного пучка, резко увеличивается угловой размер области, в котором присутствует поле фононного излучения (область “засветки”) распространяющегося магннного полярона (вытекающей ОПВ) при одновременном снижении интенсивности излучаемой на бесконечность плоской объемной упругой волны. Аналогично при резонансном импульсном возбуждении рассматриваемой вытекающей ОПВ генерируемый ею сигнал будет отделяться по времени от сигнала других гармоник, составляющих отраженный импульс, а величина этого запаздывания будет неограниченно (в рамках рассматриваемой модели) возрастать по мере приближения на плоскости “ $\omega - h$ ” к точке формирования симметрично защищенного поверхностного ССК. Наконец, если, в отличие от (5), фронт падающего импульса не является плоским, то в условиях (2), (3) появляется и дополнительный вклад в усиление эффекта Вигнера (5), связанный с одновременным неограниченным усилением также и пространственного эффекта Шоха (4) [15]. Для более корректного учета указанной выше возможности неограниченного роста незеркальных эффектов фононного отражения первого порядка в непосредственной окрестности точки формирования поверхностного ССК используемая в нашей работе схема вычислений должна быть пересмотрена, например, в пользу расчетов на основе конкретизации формы падающего

волнового пучка подобно [12, 13]. Однако это предполагается сделать в отдельной работе.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа поддержана Российским научным фондом (проект 20-19-00745-П).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maekawa S., Kikkawa T., Chudo H., Ieda J., Saitoh E.* Spin and spin current – From fundamentals to recent progress *Journal of Applied Physics*. 2023. V. 133(2). P. 020902.
2. *Пекар С.И.* Исследования по электронной теории кристаллов. М.—Л.: ГТТЛ, 1951. 256 с.
3. *Гуляев Ю.В., Сухорукова О.С., Тарасенко А.С., Тарасенко С.В., Шавров В.Г.* “Суперрезонансные” состояния в спектре вытекающих поверхностных магнанных поляронов. // *ДАН*. 2022. Т. 505. № 1. С. 10–15.
4. *Azzam S.I., Kildishev A.V.* Photonic Bound States in the Continuum: from Basics to Applications // *Adv. Opt. Mater.* 2021. V. 9. P. 2001469.
5. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
6. *Favretto-Cristini N., Komatitsch D., Carcione J.M., Cavallini F.* Elastic surface waves in crystals. Pt 1: Review of the physics // *Ultrasonics*. 2011. V. 51(6). P. 653–660.
7. *Гуляев Ю.В., Тарасенко С.В., Шавров В.Г.* Электромагнитный аналог вытекающей поверхностной упругой волны первого типа для уединенной границы раздела прозрачных диэлектриков // *УФН*. 2020. Т. 190. № 9. С. 933–949.
8. *Ожогин В.И., Преображенский В.Л.* Анггармонизм смешанных мод и гигантская акустическая нелинейность антиферромагнетиков // *УФН*. 1988. Т. 155. № 4. С. 593–621.
9. *Такер Дж., Рэмpton В.* Гиперзвук в физике твердого тела. М.: Мир, 1975. 453 с.
10. *Гуляев Ю.В., Тарасенко С.В., Шавров В.Г.* Спин-волновая акустика антиферромагнитных структур как магнитоакустических метаматериалов // *УФН*. 2011. Т. 181. № 6. С. 595–626.
11. *Балакирев М.К., Гилинский И.А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
12. *Bertoni H.L., Tamir T.* Unified theory of Rayleigh-angle phenomena for acoustic beams at liquid-solid interfaces // *Appl. Phys.* 1973. V. 2. P. 157–172.
13. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 414 с.
14. *Auld B.A.* Acoustic Fields and Waves in Solids. N.Y.: J. Wiley, 1973. 423 p.
15. *Chauvat D., Emile O., Bretenaker F., A. Le Floch* Direct Measurement of the Wigner Delay Associated with the Goos–Hänchen Effect *Phys. Rev. Lett.* // 2000. V. 84. P. 71–74.

ON GIANT AMPLIFICATION OF EFFECTS OF PHONON NONSPECULAR REFLECTION AT A SOLITARY INTERFACE BETWEEN MAGNETIC AND NON-MAGNETIC MEDIA

Academician of the RAS **Yu. V. Gulyaev^a, O. S. Sukhorukova^{b,c}, A. S. Tarasenko^c,
S. V. Tarasenko^c, V. G. Shavrov^a**

^a*Institute of Radio Engineering and Electronics named after Kotelnikov, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^c*Donetsk State University, Donetsk, Russia*

^b*Donetsk Institute for Physics and Engineering named after Galkin, Donetsk, Russia*

On the secluded interface of semi-infinite magnetic and non-magnetic media, hybridization of magnetoelastic interaction with inhomogeneous exchange or magneto-dipole interaction can lead to the formation of symmetry-protected bound states in the radiation spectrum of the leaky surface magnon polarons. If a quasi-plane bulk elastic wave falls on the surface of a magnetic medium from outside, and the wave parameters approach to the parameters of the surface “dark” state of the above mentioned type, the nonspecular reflection effects of the first order increase unrestrictedly (in the non-dissipative approximation).

Keywords: “dark” states, leaky magnon polarons, nonspecular reflection, Shoch effect, Wigner delay