

УДК 517, 517.9, 536

ТЕПЛОВОЙ ВЗРЫВ КАК РЕЗОНАНС ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ

© 2023 г. Е. В. Радкевич^{1,*}, О. А. Васильева^{2,3,**}, М. И. Сидоров^{4,***}, М. Е. Ставровский^{4,****}

Представлено академиком РАН В.В. Козловым

Поступило 17.01.2022 г.

После доработки 30.07.2022 г.

Принято к публикации 26.12.2022 г.

Опираясь на термодинамический анализ процесса горения, построена новая модель ламинарного процесса горения. При управлении температурой на входе (рост температуры на входе в камеру сгорания), в зависимости от структуры стандартного химического потенциала, возникают высокочастотные колебания резонанса теплового взрыва. Смоделированы режимы резонанса при накачке теплоты, установлена природа их зарождения в зависимости от структуры стандартного химического потенциала и приведены численные эксперименты возникновения этих режимов.

Ключевые слова: термодинамический анализ, математические модели процесса горения, локальное равновесие, ламинарный процесс горения, высокочастотные колебания

DOI: 10.31857/S2686954323700108, **EDN:** CTNGXA

1. ВВЕДЕНИЕ

Термодинамическим анализом процесса горения строится новая модель ламинарного процесса горения. Будет показано, что при управлении скоростью роста температуры на входе, в зависимости от стандартного химического потенциала, возникают высокочастотные колебания резонанса в процессе развития теплового взрыва. Мы рассматриваем идеализированную модель процесса горения, моделируется задача для открытой системы с обменом массой с внешней средой. Для такой системы возможно изменение молекулярной массы реагирующих компонентов, однако предполагается, что эти изменения настолько малы, что можно считать молекулярную массу постоянной. Учет переменной молекулярной массы

приведет к не столь сложным изменениям в термодинамическом анализе процесса горения, при этом он уточнит выражение для энтропии и давления. Представленный анализ проведен для простейшего случая идеального газа с постоянными теплоемкостью и молекулярной массой, что влечет выбор фиксированной γ — постоянной адиабаты, и входящая в расчеты R — газовая постоянная также является константой. Основной задачей статьи является формализация возникающих при горении обратных связей, приводящих к резонансу теплового взрыва [1]. Другой подход к моделированию детонационного горения, без жестких ограничений, приведенных выше, рассмотрен в [3–6]. Как мы уже упоминали выше, в рамках выбранной модели при управлении скоростью возрастания температуры на входе, в зависимости от стандартного химического потенциала, возникают высокочастотные колебания резонанса в процессе развития теплового взрыва.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Наша задача — вывести систему уравнений, описывающих процесс горения в режиме детонации, а также численным экспериментом построенной ниже модели дать возможный ответ на давно стоящий вопрос о реализации режима детонации (существенного роста давления) при ламинарном процессе горения. Мы покажем, что также, как при вибрационном горении [7], при накачке теплоты (нагреве входа камеры сгорания) возникает резонанс (который можно интерпретировать как тепловой взрыв), реализующий взаимодействие не-

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

² Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

³ Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева, Москва, Россия

⁴ Инжиниринговый центр мобильных решений, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “МИРЭА — Российский технологический университет”, Москва, Россия

* E-mail: evrad07@gmail.com

** E-mail: vasiljeva.ovas@yandex.ru

*** E-mail: mihail.sidorov0213@gmail.com

**** E-mail: stavrov@list.ru

устойчивости Рэлея–Бенара [1] и процесса горения. Численным экспериментом мы установим, что вблизи резонанса при дополнительном условии перемешивания смеси возникает режим детонации, но существующий недолго.

3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕПЛОВОГО ВЗРЫВА

В отличие от исследования механизма резонанса вибрационного горения [7], при накачке кинетической энергии мы будем исследовать влияние управления ростом температуры на входе камеры сгорания (накачки теплоты). Имеет место следующая

Теорема. Замыканием двумя уравнениями состояния (определяющими давление и энтропию)

$$P = (\gamma - 1)\varrho E + \frac{P_{ad}^0}{\varrho_0}\varrho - \varrho^3 g(x, e_1) + TS\varrho + n\varrho\mu + RnT\varrho \quad (1)$$

и

$$S + n\left(\frac{d\mu_0(T)}{dT}\right) + R\ln\left(\frac{nT\varrho^2}{n_0T_0\varrho_0^2}\right) = 0 \quad (2)$$

классической двухкомпонентной модели процесса горения в поле силы тяжести:

$$\partial_{\tilde{t}}\tilde{\varrho} + \partial_{\tilde{x}}(\tilde{\varrho}\tilde{U}) = 0,$$

$$\begin{aligned} \partial_{\tilde{t}}((1 - c_0\tilde{n})\tilde{\varrho}\tilde{u}_2) + \partial_{\tilde{x}}((1 - c_0\tilde{n})\tilde{\varrho}\tilde{u}_2^2) + \partial_{\tilde{x}}\tilde{P} = \\ = \varepsilon\Delta\tilde{u}_2 + \tilde{\varepsilon}_g(1 - c_0\tilde{n})\tilde{\varrho} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\partial_{\tilde{t}}(c_0\tilde{n}\tilde{\varrho}\tilde{u}_1) + \partial_{\tilde{x}}(c_0\tilde{n}\tilde{\varrho}\tilde{u}_1^2) + \partial_{\tilde{x}}\tilde{P} = \varepsilon\Delta\tilde{u}_1 + \tilde{\varepsilon}_g c_0\tilde{n}\tilde{\varrho},$$

$$\tilde{\varrho}\frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{E} + \tilde{P}\operatorname{div}\tilde{U} = \varepsilon\Delta\tilde{E},$$

ε — динамическая вязкость, средняя скорость смеси — $\tilde{U} = c_0\tilde{n}\tilde{u}_1 + (1 - c_0\tilde{n})\tilde{u}_2$, $\frac{d}{d\tilde{t}} = \partial_{\tilde{t}} + \tilde{U}\partial_{\tilde{x}}$ и см. [1]:

$$\tilde{\varrho}\tilde{c}\frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{T} = \partial_{\tilde{x}}(\tilde{\lambda}\partial_{\tilde{x}}\tilde{T}) + \tilde{Q}\tilde{W}(\tilde{n}, \tilde{T}), \quad (4)$$

$$\tilde{\varrho}\frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{n} = \partial_{\tilde{x}}(\tilde{D}\partial_{\tilde{x}}\tilde{n}) - \tilde{W}(\tilde{n}, \tilde{T})$$

$$\tilde{W} = \tilde{k}_0\tilde{\varrho}\tilde{n}^\beta e^{\frac{\tilde{E}_*}{RT}} \quad (5)$$

мы моделируем высокочастотные колебания резонанса в процессе развития теплового взрыва. Переменные фазового пространства: — $\tilde{P}$ — давление, $\tilde{S}$ — энтропия, $\tilde{T}$ — температура, $\tilde{E}$ — внутренняя энергия, $\tilde{\varrho}$ — плотность, $\tilde{n}$ — приведенное количество активной компоненты (горючего) двухкомпонентной смеси, $\tilde{u}_1$ — скорость активной компоненты, $\tilde{u}_2$ — скорость пассивной компоненты соответственно,

$\tilde{P}_0, \tilde{T}_0, \tilde{S}_0, \tilde{\varrho}_0, \tilde{n}_0$ — начальные давление, температура, энтропия, плотность и приведенное количество активной компоненты. В то же время x — пространственные переменные, вектор $g_1 = (1, 0, 0)$, ε — динамическая вязкость, $\tilde{\varepsilon}_g$ — ускорение свободного падения, c_0 — концентрация активной компоненты. Здесь теплота $\tilde{Q} = \tilde{T}\tilde{S}$ при дополнительном условии в начальный момент достаточной перемешиваемости компонент смеси или низкой начальной температуры (когда начальная энтропия $S_0 \sim 0$, в классике $Q = \text{const}$ [1]), β — порядок реакции ($\beta = 0, 1, 2$), E_* — энергия активации формулы Аррениуса (5) для скорости [1].

Доказательство. В случае одной активной компоненты глобальную неоднородность системы можно характеризовать как неоднородное распределение энthalпии по потоку (смеси). Для неоднородности системы вызванной накачкой теплоты в процессе горения в фазовом пространстве переменных (V, P, T, n, S, E) плотность приращения энthalпии $\varrho\Delta H$ не есть полный дифференциал. Плотность приращения энthalпии есть полный дифференциал на многообразии локального равновесия. Стандартный химический потенциал представим в виде

$$\mu = \mu_0(T) + RT\ln\left(\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_0}\right),$$

где приведенное давление

$$\begin{aligned} P_{pr} = P - \left((\gamma - 1)\varrho E + \frac{P_{ad}^0}{\varrho_0}\varrho + \right. \\ \left. + TS\varrho + n\varrho\mu - 3\varrho^3 g(x, e_1) \right) \end{aligned}$$

и его плотность

$$\mathcal{P} = \frac{P_{pr}}{V} = \varrho P_{pr}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varrho\Delta Hd((\gamma - 1)\varrho E + \frac{P_{ad}^0}{\varrho_0}\varrho + \\ + T\varrho S + n\varrho\mu - \varrho^3 g(x, e_1) - P_{pr}) + \left(V - \frac{RnT\varrho}{\mathcal{P}} \right) d\mathcal{P} - \\ - \varrho \left(S + n\left(\frac{d\mu_0(T)}{dT}\right) + R\ln\left(\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_0}\right) \right) dT. \end{aligned} \quad (6)$$

Приравнивая к нулю коэффициент при $d\mathcal{P}$, получим уравнение состояния

$$V - \frac{RnT\varrho}{P} = 0 \Rightarrow \mathcal{P}P = RnT\varrho^2,$$

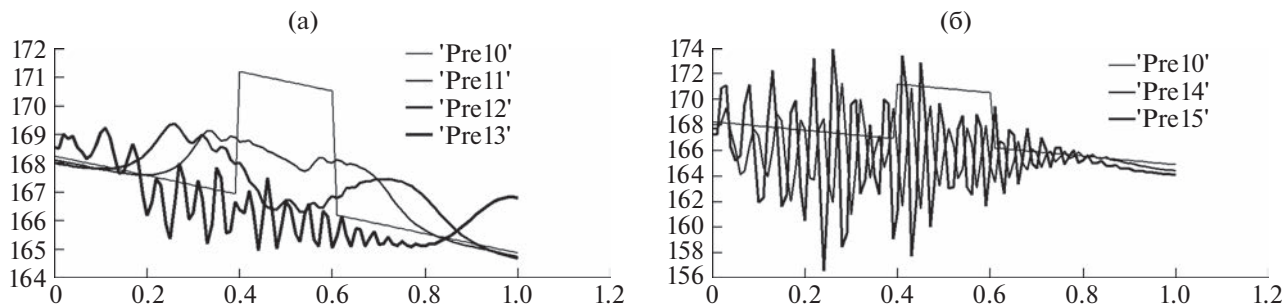


Рис. 1. (а) Временные сечения давления $\tilde{P}$ для $t = 0; 0.005; 0.01; 0.025$; (б) временные сечения давления $\tilde{P}$ для $t = 0.035; 0.04; 0.125$.

для плотности приведенного давления P_{pr} : аналог формулы Менделеева–Клайперона

$$P_{pr} = RnT\varrho.$$

Отсюда

$$P = (\gamma - 1)\varrho E + \frac{P_{ad}^0}{\varrho_0} \varrho - \varrho^3 g(x, e_1) + TS\varrho + n\varrho\mu + RnT\varrho. \quad (7)$$

Мы получили уравнение состояния, определяющее давление в поле силы тяжести с учетом гидродинамического процесса. Приравнявая к нулю коэффициент при dT , получим уравнение состояния для энтропии

$$S = -n \left(\frac{d\mu_0(T)}{dT} \right) + R \ln \left(\frac{nT\varrho^2}{n_0T_0\varrho_0^2} \right), \quad (8)$$

где P_{ad}^0 — начальное давление адиабатического гидродинамического процесса в поле силы тяжести $P_{ad} = (\gamma - 1)\varrho E + \frac{P_0}{\varrho_0} \varrho$, $P_{comb} = RTn\varrho$. Из (2)–(3) следует, что в фазовом пространстве переменных (n, P, E, ϱ, S, T) соотношения (7), (8) определяют многообразие $\mathcal{M}_V$ локального равновесия, на котором плотность приращения энтальпии есть полный дифференциал:

$$\varrho \Delta H = dH_{\mathcal{M}} \quad (9)$$

где

$$H_{\mathcal{M}} = P_{ad,g} - P_{comb} + \left[-T \frac{d\mu_0(T)}{dT} + \mu_0(T) \right] n - (\gamma - 1)\varrho_0 E_0 - P_{ad}^0$$

В случае $H_{\mathcal{M}} > 0$, $H_{\mathcal{M}}$ естественно назвать энергией завихренности. На этом доказательство завершено.

4. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ МОДЕЛИ (3)–(5), (7), (8)

Мы приведем результаты численного эксперимента, подтверждающие наличие резонанса теплового взрыва [1]. Численный эксперимент модели (2)–(3) на отрезке $\tilde{x} \in [0, 1]$ с граничным условием, включающим управление ростом температуры на входе:

$$\tilde{T}|_{\tilde{x}=0} = \tilde{T}^0(0) + K\tilde{x}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \partial_{\tilde{x}} \tilde{\varrho}|_{\tilde{x}=0} &= \partial_{\tilde{x}} \tilde{\varrho}|_{\tilde{x}=1} = \partial_{\tilde{x}} \tilde{u}_1|_{\tilde{x}=0} = \partial_{\tilde{x}} \tilde{u}_1|_{\tilde{x}=1} = \\ &= \partial_{\tilde{x}} \tilde{u}_2|_{\tilde{x}=0} = \partial_{\tilde{x}} \tilde{u}_2|_{\tilde{x}=1} = \partial_{\tilde{x}} \tilde{T}|_{\tilde{x}=1} = \partial_{\tilde{x}} \tilde{n}|_{\tilde{x}=0} = \partial_{\tilde{x}} \tilde{n}|_{\tilde{x}=1} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

и начальными условиями, моделирующими в одномерном случае впрыскивание из форсунки горючей компоненты двухкомпонентной смеси:

$$\begin{aligned} \tilde{\varrho}|_{\tilde{r}=0} &= \tilde{\varrho}_0, \quad \tilde{u}_1|_{\tilde{r}=0} = \tilde{u}_1^0, \\ \tilde{u}_2|_{\tilde{r}=0} &= \tilde{u}_2^0 = 1.5, \quad \tilde{T}|_{\tilde{r}=0} = \tilde{T}_0 = 10 \end{aligned} \quad (12)$$

$\tilde{n}|_{\tilde{r}=0} = n_1 = 0.5$, $\tilde{x} \in (0, 0.3) \cup (0.4, 0.5)$, $\tilde{n}|_{\tilde{r}=0} = 0.52$, $\tilde{x} \in (0.3, 0.4)$, $\tilde{E}_* = 100$. Начальные данные для внутренней энергии $\tilde{E}_0 = 1$. Поведение графиков решения смешанной задачи (3)–(5), (7), (8), (10)–(12) зависит от структуры производной $\frac{d}{d\tilde{T}} \tilde{\mu}_0(\tilde{T})$. В отличие от вибрационного горения [7] резонанс теплового взрыва возникает в случае $\tilde{\mu}_0(\tilde{T}) = \tilde{T}_0 \left[B_* - (R + A_*) \frac{\tilde{T}^2}{\tilde{T}_0^2} \right]$.

ПРИМЕР 1. В численном эксперименте для значений $A_* + R = 0.5$, $\tilde{\varrho}_0 = 0.8$ меньше критического $A_*^{\text{cr}} + R = 2$ характерно возникновение высокочастотных колебаний, достаточно быстро разрушающихся во времени. Процесс стремится к однородному состоянию.

ПРИМЕР 2. Ниже (см. рис. 1) приведем численный эксперимент со значением параметра

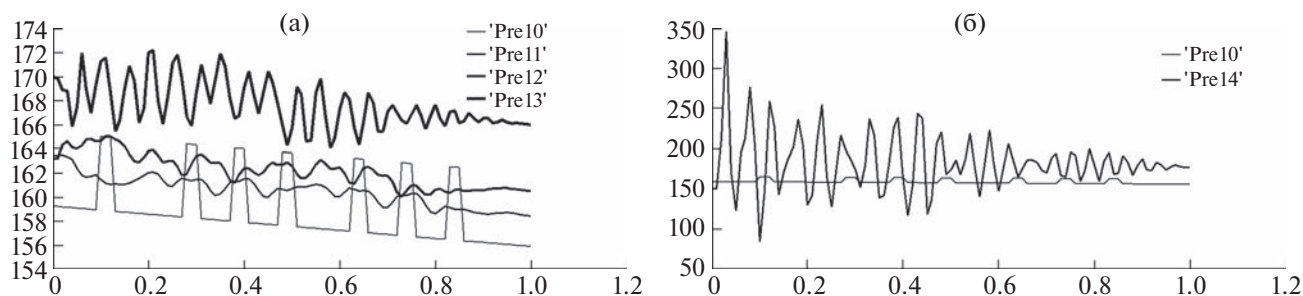


Рис. 2. (а) Временные сечения давления $\tilde{P}$ для $t = 0; 0.005; 0.01; 0.025$; (б): временные сечения давления $\tilde{P}$ для $t = 0.035; 0.04$.

$A_* + R = 1.5$, $\tilde{Q}_0 = 1.5$, близким к критическим, что приводит к взрыву.

Как видим, здесь режим дефлаграции, давление падает. Режим существует вблизи резонанса. Из проведенных численных экспериментов следует, что без дополнительных условий в ламинарном процессе горения в приближении локально-го равновесия не рождается режим детонации.

Перемешивание. Теперь перейдем к начальным условиям, моделирующим в одномерном случае впрыскивание из семи форсунок горючей компоненты двухкомпонентной смеси:

$$\tilde{n}|_{t=0} = \tilde{n}_0 = \begin{cases} 0.52, & x \in \Omega \\ 0.5 & x \in [0, 1] \setminus \Omega, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Omega = & [0.1, 0.12] \cup [0.28, 0.3] \cup [0.38, 0.4] \cup \\ & \cup [0.48, 0.5] \cup [0.63, 0.65] \cup \\ & \cup [0.73, 0.75] \cup [0.83, 0.85]. \end{aligned}$$

Моделируется условие равных расходов для одной форсунки и для смеси. Далее, однородные условия начальных данных: $\tilde{\rho}|_{t=0} = \tilde{\rho}_0 = 1.5$, $\tilde{u}_1|_{t=0} = \tilde{u}_1^0 = 1.5$, $\tilde{u}_2|_{t=0} = \tilde{u}_2^0 = 1.5$, $\tilde{T}|_{t=0} = \tilde{T}_0 = 10$, $\tilde{E}_* = 100$. Начальные данные для внутренней энергии $\tilde{E}_0 = \text{const}$. Так же как выше, приводим результаты счета активного существования зоны детонации при $A + R = 2$. Как видим (см. рис. 2), этот случай “перемешивания” имеет рост давления зоны детонации. Здесь одинаковые площади под графиком с 1 форсункой и 7.

Как видим, мы имеем рост давления зоны детонации. Время жизни небольшое, процесс быстро стабилизируется.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из проведенных численных экспериментов следует, что без дополнительных условий в моделировании ламинарного процесса горения в приближении локального равновесия рождается про-

цесс детонации. Численным экспериментом мы установим, что вблизи резонанса при дополнительном условии перемешивания смеси возникает режим детонации, но существующий недолго. В натурном эксперименте получена обширная зона детонации при существенном росте давления при наличии шероховатостей на поверхности камеры сгорания. Последнее указывает на возможное участие в рождении зоны детонации — турбулизации процесса горения. Это станет задачей ближайшей публикации, в которой мы уйдем от ограничения “идеального газа с постоянными теплоемкостью и молекулярной массой” (переходя к переменному R).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 472 с.
2. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961. 500 с.
3. Smirnov N.N., Nikitin V.F., Stamov L.I. Different scenarios of shock wave focusing inside a wedge-shaped cavity in hydrogen-air mixtures // *Aerospace Science and Technology*, издательство Elsevier BV (Netherlands). 2022. Т. 121. С. 107382.
4. Smirnov N.N., Betelin V.B., Nikitin V.F., Philippov Yu G., Jaye Koo. Detonation engine fed by acetylene-oxygen mixture // *Acta Astronautica*, издательство Pergamon Press Ltd. (United Kingdom). 2014. Т. 104. С. 134–146.
5. Smirnov N.N., Nikitin V.F., Philippov Yu.G. Deflagration to detonation transition in gases in tubes with cavities // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. Springer Nature (Switzerland). 2010. Т. 83. № 6. С. 1287–1316.
6. Смирнов Н.Н., Никитин В.Ф., Алиари Шурехдели Ш. Переходные режимы распространения волн в метастабильных системах // *Физика горения и взрыва*. Издательство Сиб. отд-ния Рос. акад. наук (Новосибирск). 2008. Т. 44. № 5. С. 25–37.
7. Radkevich E.V., Vasil'eva O.A., Sidorov M.I., Stavrovskii M.E. On the Raushenbakh Resonance // *Moscow*

- University Mechanics Bulletin. 2021. V. 76. № 3. P. 65–77.
8. Радкевич Е.В., Лукашев Е.А., Яковлев Н.Н., Васильева О.А., Сидоров М.И. Введение в обобщенную теорию неравновесных фазовых переходов и термодинамический анализ задач механики сплошной среды. М.: Издательство Московского университета, 2019. 342 с.
9. Radkevich E.V., Vasil'eva O.A., Yakovlev N.N. Mechanism of Detonation Formation in the Process of Vibration Combustion // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applization. ISSN 2306-6172. 2022. № 20. P. 1–11.

THERMAL EXPLOSION AS A RESONANCE OF THE COMBUSTION PROCESS

E. V. Radkevich^a, O. A. Vasilieva^b, M. I. Sidorov^c, and M. E. Stavrovskii^d

^a *Moscow State University M.V. Lomonosov, Moscow, Russian Federation*

^b *Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation*

^c *Russian University of Chemical Technology named after D.I. Mendeleev, Moscow, Russian Federation*

^d *Engineering Center for Mobile Solutions, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "MIREA – Russian Technological University", Moscow, Russian Federation*

Presented by Academician of the RAS V.V. Kozlov

Based on the thermodynamic analysis of the combustion process, a new model of the laminar combustion process is constructed. When controlling the temperature at the inlet (an increase in the temperature at the inlet to the combustion chamber), depending on the structure of the standard chemical potential, high-frequency oscillations of the thermal explosion resonance occur. Resonance regimes are modeled during heat pumping, the nature of their nucleation is established depending on the structure of the standard chemical potential, and numerical experiments on the occurrence of these modes are presented.

Keywords: thermodynamic analysis, mathematical models whether the combustion process, local equilibrium, laminar combustion process, high frequency vibrations