УДК 519.872.[1+3+8] **DOI** 10.15622/ia.23.2.1

О.И. Заяц, М.М. Кореневская, А.С. Ильяшенко, В.А. Мулюха

СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С АБСОЛЮТНЫМ ПРИОРИТЕТОМ, ВЕРОЯТНОСТНЫМ ВЫТАЛКИВАЮЩИМ МЕХАНИЗМОМ И ПОВТОРНЫМИ ЗАЯВКАМИ

Заяц О.И., Кореневская М.М., Ильяшенко А.С., Мулюха В.А. **Система массового обслуживания с абсолютным приоритетом, вероятностным выталкивающим механизмом и повторными заявками.**

Аннотация. Статья посвящена исследованию одноканальной системы массового обслуживания. На вход системы подаются два стационарных пуассоновских потока заявок. Первый из них обладает абсолютным приоритетом по отношению ко второму. Емкость системы ограничена k заявками. В системе присутствует вероятностный выталкивающий механизм: если подошедшая высокоприоритетная заявка застает все места в накопителе занятыми, то она с заданной вероятностью выталкивания a может вытеснить из накопителя одну низкоприоритетную заявку, если таковые в нем имеются. Все заявки обслуживаются по одному и тому же показательному закону. Заявки, не сумевшие попасть в систему из-за ограниченности объема накопителя, а также вытесненные из накопителя при срабатывании выталкивающего механизма, не теряются сразу безвозвратно, а направляются в особую часть системы, называемую орбитой и предназначенную для сохранения повторных заявок. На орбите формируются две отдельные неограниченные очереди, состоящие, соответственно, из низкоприоритетных и высокоприоритетных повторных заявок. При отсутствии свободного места в накопителе вновь подошедшие заявки с заданной вероятностью настойчивости q присоединяются к соответствующей орбитальной очереди. Время пребывания повторных заявок на орбите распределено по показательному закону, параметр этого закона различается для разных типов требований. После ожидания на орбите вторичные заявки вновь направляются в систему. Вероятностные характеристики описанной системы рассчитываются методом производящих функций, ранее предложенным авторами для расчета аналогичных систем без повторных требований. Детально исследуется зависимость вероятностей потери обоих типов заявок от параметров системы, прежде всего от вероятности выталкивания a, емкости системы k и вероятности повторного обращения (вероятности настойчивости) q. Показано, что ранее выявленные в аналогичных задачах без повторных обращений эффект запирания системы и эффект линейности закона потерь сохраняют свою силу и при наличии вторичных заявок. Теоретические результаты подкрепляются численными расчетами. Построены области запирания системы и области действия линейного закона потерь. Исследуется влияние вероятности повторного обращения q на форму этих областей, а также на кривые зависимости вероятностей потери обоих типов заявок от вероятности выталкивания a.

Ключевые слова: приоритетные системы массового обслуживания, теория массового обслуживания, абсолютный приоритет, повторные заявки, вероятностный выталкивающий механизм, линейный закон потерь, эффект запирания системы.

1. Введение. Системы массового обслуживания (СМО) широко используются при изучении и моделировании реальных процессов, таких, например, как передача данных с использованием компьютерных сетей, при математическом анализе разнообразных экономических и социальных явлений, а также при моделировании различного рода производственных систем.

Основными элементами любой СМО являются входящий поток заявок, накопитель очереди и исполнительная часть, включающая некоторое число каналов обслуживания. При этом в модель системы часто приходится добавлять специфические усложнения, позволяющие описать реальные особенности ее функционирования. Так, например, аппроксимируя входящий поток в рамках модели потока Пальма, можно выбрать конкретный вид плотности вероятности интервала времени между моментами поступления заявок, а также задать надлежащий закон распределения длительности обслуживания. В многопотоковых системах часто целесообразно установить соответствующий приоритет заявок того или иного типа, а также усилить этот приоритет добавлением выталкивающего механизма, который при полном заполнении накопителя дает право высокоприоритетным заявкам выталкивать из него низкоприоритетные и занимать их место [1]. Разработан также целый ряд более специфических и тонких усложнений модели СМО, например, учитывающих фактор разогрева или охлаждения системы [2, 3], динамически изменяющиеся приоритеты [4], и, наконец, возможность повторной подачи заявок в случае их первоначального отклонения системой [5, 6, 7, 8]. В контексте рассмотрения приоритетных СМО необходимо выделить работы, в которых разработан подход к численному расчету вероятностных характеристик многоканальных приоритетных СМО с абсолютными и относительными приоритетами, при котором для преодоления проблемы размерности предложено использование распределения периода полной занятости системы обслуживанием заявок с высшим приоритетом [9, 10].

Модели систем обслуживания с повторными заявками относятся к числу наиболее важных, востребованных и практически значимых моделей современной теории массового обслуживания. Впервые возможность повторной подачи заявок была введена в науку более полувека тому назад [11]. Последние десятилетия характеризуются новой волной интереса исследователей к этим задачам. В настоящее время СМО с повторными заявками, совместно с имитационными методами используются для моделирования работы многочисленных технических систем, включая компьютерные сети, телекоммуникационные сети и другие IT-приложения. Поэтому вполне естественно, что в последние десятилетия на эту тему было опубликовано большое число статей, появившихся, в частности, в журналах по прикладной теории вероятностей, стохастическим моделям, исследованию операций, компьютерным наукам и разнообразным инженерным приложениям.

Регулярно проводятся семинары и конференции по проблемам теории очередей с повторными заявками. Одним из наиболее известных и авторитетных таких форумов является «International Workshop on Retrial Queues and Related Topics» (WRQ). Первый семинар из этой серии состоялся в 1998 году в Мадриде, а последний на данный момент, тринадцатый – в 2021 году в онлайн формате [12].

Имеется ряд монографических исследований по теме повторных заявок. Поведение классических СМО при наличии повторных заявок с акцентом на численные методы анализа детально разобрано в книге С.Н. Степанова [13]. Необходимо также упомянуть содержательное и подробное руководство Г. Фалина и Дж. Темплтона [14], а также книгу Х. Арталехо и А. Гомес-Коррала [15], содержащую, в частности, обширную библиографию по этой тематике, включающую более семисот работ, а также изложение ряда новых современных техник численного анализа.

Новые работы по СМО с повторными заявками продолжают выходить постоянно, причем по сравнению с классическими результатами, известными ранее, значительно усложняются постановки соответствующих задач. Авторы работ стремятся максимально приблизить постановки решаемых ими задач к моделям, актуальным для современной телематики и программной инженерии. Поясним этот тезис на примере ряда последних публикаций.

Так, например, статья [16] содержит краткий обзор совместных результатов двух групп исследователей. Первая группа, работающая в Томске и возглавляемая А.А. Назаровым, занимается исследованием систем с повторными вызовами и конфликтом заявок. Под конфликтом понимается такая ситуация, когда вновь поступившая заявка может с некоторой заданной вероятностью «захватить» заявку, находящуюся на обслуживании, после чего обе они вместе покидают систему и уходят на орбиту. Вторая группа работает под руководством Я. Штрика в Венгрии и специализируется на изучении СМО с отказами каналов обслуживания. В работе [16] разбирается модель СМО с повторными заявками, способными вступать в конфликт, причем учитывая отказы канала обслуживания. Такие системы моделируют многие реальные ситуации, в частности, телекоммуникационные системы с протоколами множественного доступа при наличии коллизий (так называемый CSMA/CD протокол [17]). Похожие системы в несколько усложненном их варианте изучаются в недавно опубликованной работе [18].

В классической теории массового обслуживания не учитывается расход ресурсов, необходимых для обработки требований, что эквивалентно допущению о неограниченном изобилии ресурсов в обслуживающем приборе. Если же объем ресурса ограничен, то заявкам придется либо ждать его пополнения, либо досрочно покидать систему необслуженными. Такая ситуация типична для систем бытового обслуживания, производственных и транспортных систем, медицинских учреждений, автосервисов, торговых предприятий и других реальных систем, подобных перечисленным. Данная модель весьма интересна и для сферы IT-технологий, если под «ресурсом» понимать, например, объем памяти, требуемой для запоминания информации.

Модель СМО с повторными заявками, ограниченной емкостью и ограниченными ресурсами на обслуживание предложена в работе [19]. Модель является одноканальной и двухпотоковой, с дополнительным потоком пополнения ресурса. Оба потока считаются марковскими, первый имеет абсолютный приоритет над вторым. Приоритет проявляется во внеочередном обслуживании высокоприоритетных требований, и в первоочередном выделении им ресурса. Если заявка не может попасть в систему или ей не хватает ресурса, она направляется на орбиту.

В работе [20] содержится обзор последних работ по СМО с повторными обращениями при наличии так называемых «отрицательных» заявок. Под отрицательными заявками (G-заявками) понимаются особые заявки, которые поступают в систему не для того, чтобы обслужиться, а для того, чтобы захватить обычные («положительные») заявки и удалить их из системы. Повторные очереди в присутствии отрицательных заявок представляют собой идеальную модель для описания многих реальных ситуаций, встречающихся в программной инженерии, например, проникновения вируса в телематическую систему, сбоев в работе колл-центров, функционирования простого протокола передачи почты (SMPT).

В статье [21] рассматривается одноканальная СМО с ограниченным буфером и несколькими простейшими входящими потоками заявок, обслуживаемых по одному и тому же показательному закону. В настоящей статье исследуется аналогичная система с двумя входящими потоками, но зато при наличии приоритета первого потока, а также вероятностного (рандомизированного) выталкивающего механизма. Считалось, что время пребывания на орбите распределено по показательному закону. Это допущение является наиболее распространенным в литературе, хотя в последнее время стали рассматривать и произвольный закон распределения [22]. Наша работа нацелена на то, чтобы прежде всего учесть наличие вероятностного выталкивания, поэтому указанное обобщение пока оставлено в стороне.

Использование вероятностного выталкивающего механизма было продиктовано особенностями космического эксперимента «Контур-2» [23]. В этом эксперименте реально использовалась модель с абсолютным приоритетом. Изменяя параметр выталкивающего механизма α (он равен вероятности выталкивания низкоприоритетной заявки высокоприоритетной) удавалось очень эффективно управлять вероятностями потери. Например, для типичных вариантов задания исходных данных, представленных в работах [24, 25], при увеличении вероятности выталкивания от нуля до единицы вероятность потери высокоприоритетных заявок уменьшалась в 10^{22} раз.

Основной задачей космического эксперимента «Контур-2» в части, касающейся обработки информационных потоков, была организация эффективной передачи информации по каналам связи ограниченной пропускной способности с целью управления непосредственно с поверхности Земли объектами, расположенными в космосе на борту МКС. Для решения данной задачи была реализована приоритетная модель СМО, в которой сетевые пакеты с более высоким приоритетом занимали в накопителе системы место ближе к каналу обслуживания, чем пакеты низкоприоритетных заявок, а также имели преимущество по постановке в очередь за счет своего права выталкивать низкоприоритетные пакеты.

Использование такой модели, однако, все равно не учитывало полностью все нюансы проведения космического эксперимента. Для повышения точности моделирования было бы весьма целесообразным учесть также возможность повторной подачи заявок. Соответствующие методы детально разработаны [13, 14, 15] и в комбинации с вероятностным выталкиванием позволяют существенно повысить надежность и отказоустойчивость системы [23].

В имеющейся литературе по СМО с повторными требованиями приоритетные модели ранее рассматривались, однако, насколько нам известно, они не охватывали выталкивающий механизм. Некоторое представление о состоянии исследований по теории приоритетных СМО с вероятностным выталкивающим механизмом дают работы авторов настоящей статьи [4, 5, 24, 25] и приведенная там библиография. Повторные обращения в них фигурировали только в работе [5], но в ней разобран другой тип приоритета –

относительный, а не абсолютный, как того требует физическая постановка задачи [23].

Согласно системе обозначений приоритетных СМО, предложенной Г.П. Башариным [1], которая расширяет классическую нотацию Д. Кендалла [26, 27], наша система имеет обозначение:

$$\overrightarrow{M_2}/M/1/k/f_2^1. \tag{1}$$

Здесь первый символ $\overrightarrow{M_2}$ означает, что на вход поступают два простейших потока требований, второй символ M говорит, что оба они обслуживаются по одному и тому же показательному закону, единица в третьей позиции указывает на наличие одного канала обслуживания, а символ приоритета f_2^1 соответствует абсолютному приоритету и вероятностному выталкивающему механизму. Отметим, что в оригинальной работе Башарина [1] для верхнего индекса в символе приоритета предусматривались только два значения 0 (без выталкивающего механизма) и 2 (детерминированный выталкивающий механизм). Использовать 1 в случае вероятностного выталкивающего механизма предложили авторы настоящей статьи [4, 5, 24, 25]. Система вида (1) уже изучалась ранее авторами [24, 25], но без возможности повторной подачи заявок. Между тем, хорошо известно, что учет повторных обращений способен кардинально изменить свойства системы [13, 14, 15].

2. Сведение модели к системе без повторных заявок. Рассматриваемая нами СМО класса $\overrightarrow{M_2}/M/1/k/f_2^1$, но без повторных заявок ранее была детально рассмотрена авторами в работах [24, 25]. Учесть возможность повторного возвращения отклоненных заявок в систему удается сравнительно просто, поскольку без учета фактора повторных обращений задача уже была решена ранее.

Рассмотрим заявку, которая после первичного поступления в СМО покинула систему необслуженной (вообще не попала в нее или была вытеснена из накопителя). Такая заявка должна встать в особую очередь на повторное попадание в СМО. Данная очередь формируется независимо от системы вне ее границ и называется орбитой системы массового обслуживания [13].

Заявка, которая попала на орбиту, находится на орбите случайный промежуток времени, а потом вновь пытается вернуться в СМО. Первым приближением при описании орбиты является представление ее в рамках марковской модели, в которой каждая заявка независимо от других занимает орбиту случайное время, распределенное по показательному закону.

Описанная СМО представляет собой двухпотоковую приоритетную систему класса $\overrightarrow{M_2}/M/1/k/f_2^1$. В ней интервалы между первичными поступлениями в систему высокоприоритетных и низкоприоритетных заявок распределены по показательному закону. Оба потока являются простейшими с параметрами $\lambda_{0,i}$, где $i = \overline{1,2}$ определяет номер потока. Для i-го потока интервал между требованиями распределен по показательному закону:

$$a_i(\tau) = \lambda_{0,i} e^{-\lambda_{0,i}\tau}, \ (i=\overline{1,2}), \tag{2}$$

причем время обслуживания не зависит от типа потока и для всех требований имеет показательное распределение с параметром μ:

$$b_1(x) = b_2(x) = \mu e^{-\mu x}. \tag{3}$$

Допустим, что время пребывания заявки i-го типа на орбите имеет показательное распределение с параметром γ_i $(i = \overline{1,2})$, так что:

$$c_i(\tau) = \gamma_i e^{-\gamma_i \tau}, (i = \overline{1,2}). \tag{4}$$

В общем случае заявка типа i, пробыв на орбите время, распределенное по закону (4), с заданной вероятностью q_i пытается вновь попасть в систему и встать в очередь на обслуживание. Соответственно, с вероятностью $(1 - q_i)$ эта заявка теряется окончательно, покидая не только СМО, но и орбиту.

Если обозначить длину очереди заявок i-го типа в момент времени t на орбите как $N_{orb,i}(t)$, то очевидно, что поток повторных заявок i-го типа на выходе орбитальной очереди будет простейшим с интенсивностью γ_i, что обусловлено показательным распределением (4). При этом суммарный поток всех заявок с орбиты, направляемых в СМО, будет суперпозицией простейших потоков всех типов заявок. Как показано в [13], поток повторных заявок i-го типа будет являться простейшим с интенсивностью:

$$\lambda_{rep,i} = \gamma_i \overline{n_{orb,i}}, (i = \overline{1,2}), \tag{5}$$

где $\overline{n_{orb,i}}$ является средней длиной очереди повторных заявок i-го типа. При этом необходимо отметить, что поток повторных заявок статистически не зависит от исходного входящего потока первичных заявок.

В работе [13] также показано, что средняя длина очереди заявок i-го типа на орбите определяется следующим выражением:

$$\overline{n_{orb,i}} = \frac{\lambda_{0,i} P_{loss}^{(i)} q_i}{(1 - P_{loss}^{(i)} q_i)\gamma_i}, (i = \overline{1,2}), \tag{6}$$

где $P_{loss}^{(i)}$ обозначает полную вероятность потери заявки i-го типа. Подставляя выражение (6) в уравнение для интенсивности потока (5), получим:

$$\lambda_{rep,i} = \frac{\lambda_{0,i} P_{loss}^{(i)} q_i}{\left(1 - P_{loss}^{(i)} q_i\right)}, \left(i = \overline{1,2}\right). \tag{7}$$

Фактическая интенсивность i-го потока заявок на входе СМО, учитывающая как первичные, так и повторные заявки, может быть вычислена в виде суммы:

$$\lambda_i = \lambda_{0,i} + \lambda_{rep,i}, (i = \overline{1,2}), \tag{8}$$

с помощью (7) ее можно преобразовать к виду:

$$\lambda_i = \frac{\lambda_{0,i}}{1 - P_{loss}^{(i)} q_i}, \left(i = \overline{1,2}\right). \tag{9}$$

Это выражение показывает, что из-за наличия орбиты, суммарная интенсивность полного потока на входе системы может заметно превзойти интенсивность соответствующего первичного потока заявок.

В работах [24, 25] показано, что вероятность потери для заявок обоих типов в системах класса $\overrightarrow{M_2}/M/1/k/f_2^1$ представляет собой функцию от следующих параметров модели:

$$P_{loss}^{(i)} = \phi_i(\rho_1, \rho_2, k, \alpha), (i = \overline{1,2}), \quad (10)$$

где ρ_1, ρ_2 – полные коэффициенты загрузки по каждому из входящих потоков заявок, k – емкость системы, α – параметр выталкивающего механизма ($\rho_i > 0, i = \overline{1,2}; 0 \leq \alpha \leq 1;\ k = \overline{0, \infty}$). Важно заметить, что функция φ_i монотонно возрастает относительно аргумента ρ_i, так как при увеличении интенсивности потока частота потерь требований из этого потока не может уменьшиться.

Вводя коэффициенты загрузки по первичным потокам $\rho_{i,0}$, получим выражения для полных коэффициентов загрузки ρ_1, ρ_2 с учетом повторных поступлений заявок с орбиты в следующем виде:

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu} = \frac{\rho_{i,0}}{1 - \phi_i(\rho_1, \rho_2, k, \alpha) q_i}, \left(i = \overline{1,2}\right). \quad (11)$$

Решая систему уравнений (11) относительно неизвестных ρ_1 и ρ_2, легко найти значения вероятностей потери для заявок обоих типов.

Необходимо отметить, что система (11) имеет единственное решение. Для исследования разрешимости данной системы преобразуем ее уравнения к виду:

$$1 - \phi_i(\rho_1, \rho_2, k, \alpha) q_i = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_i}, (i = \overline{1,2}), \quad (12)$$

далее можно графически представить на одном рисунке функции зависимостей правой и левой частей уравнения (12) от аргумента ρ_i при неизменных значениях остальных параметров.

Ниже на рисунке 1 график, обозначенный цифрой «1», представляет функцию из левой части равенства (12), а гипербола, обозначенная цифрой «2», выражает правую часть (12). Уравнение (12) имеет единственное решение, лежащее на интервале $(\rho_{i,0}; \frac{\rho_{i,0}}{1-q_i})$:

$$\rho_{i,0} < \rho_i < \frac{\rho_{i,0}}{1 - q_i}, (i = \overline{1,2}).$$

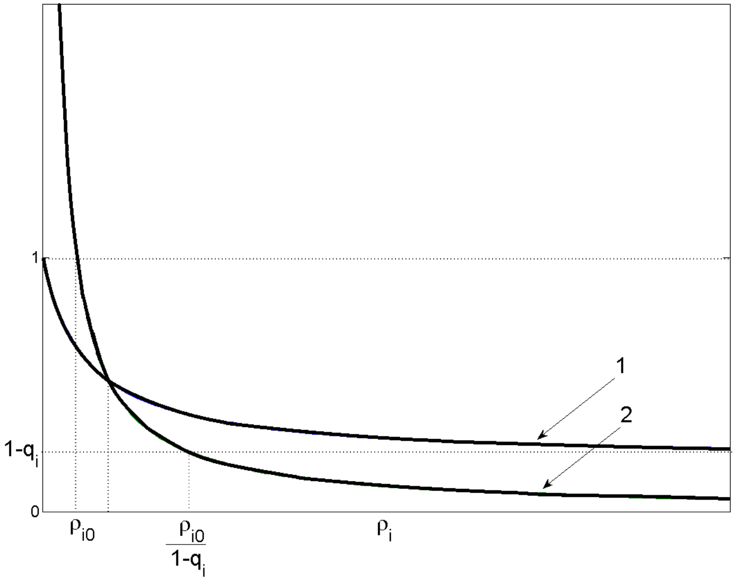

Рис. 1. Левая (1) и правая (2) части уравнения (12)

3. Традиционная двухпотоковая система с повторными заявками. Входящий поток нашей СМО включает два вида потоков: потоки первичных и повторных заявок, причем все эти маргинальные потоки независимы и являются простейшими. Суммарный входящий поток также будет простейшим, поэтому система с повторными вызовами будет принадлежать к тому же классу $\overrightarrow{M_2}$/M/1/k/f_2^1, что и аналогичная система без повторных заявок. Различие между двумя указанными системами состоит только в числовых значениях интенсивностей входящих потоков: при повторении запросов они увеличиваются.

Обозначим интенсивность первичного поступления заявок в систему для высокоприоритетного и низкоприоритетного трафика, соответственно, через λ_1 и λ_2, вероятность выталкивания – через α, интенсивность обслуживания любой заявки – через μ. Вытесненные из очереди высокоприоритетные и низкоприоритетные заявки с вероятностями настойчивости q_1 и q_2, соответственно, направляются на свои участки орбиты, емкость последней не ограничивается. Оттуда заявки вновь пытаются попасть в систему. Схема такой СМО представлена на рисунке 2.

Интенсивности появления вторичных высокоприоритетных и низкоприоритетных заявок обозначим через $\lambda_{1,rep} = q_1\gamma_1$ и $\lambda_{2,rep} = q_2\gamma_2$, соответственно, где γ_1 и γ_2 – интенсивности выхода заявок с орбиты, а $\lambda_{1,rep}$ и $\lambda_{2,rep}$ задаются выражениями (7).

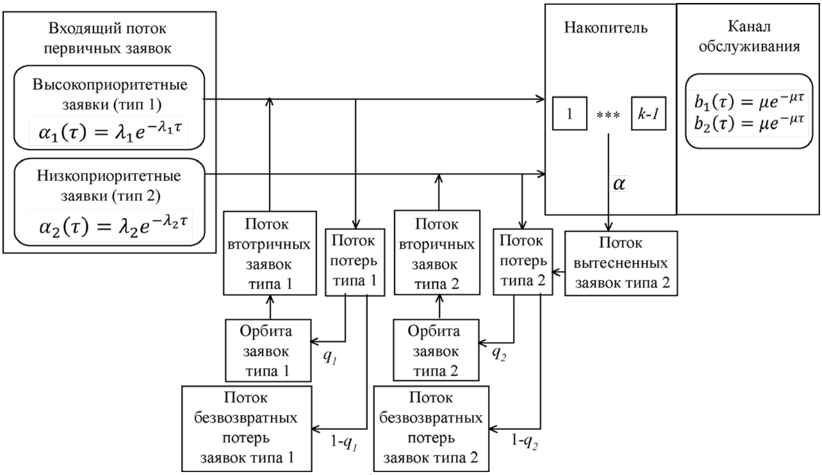

Рис. 2. Схема СМО класса $\overrightarrow{M_2}/M/1/k/f_2^1$ с повторными заявками

Работа системы, представленной на рисунке 2, полностью повторяет работу СМО без повторных заявок, детально разобранную в статьях [24, 25]. Если пересчитать эффективные интенсивности входящих потоков так, как это было описано в разделе 2 настоящей статьи, то дальнейшие вычисления полностью повторяют алгоритм решения задачи, изложенный в [24, 25].

Финальные вероятности системы вычисляются методом производящих функций. Сущность этого метода состоит в следующем. Вначале записывается система уравнений Колмогорова для финальных вероятностей состояния системы $p_{i,j}$, где i обозначает число высокоприоритетных, а j – низкоприоритетных требований в системе, причем $0 \leq i + j \leq k$. Обозначим через G(u,v) производящую функцию вероятностей $p_{i,j}$. Для ее вычисления уравнение Колмогорова с номером (i,j) домножается на $u^i v^j$, после чего левые части всех таких уравнений суммируются по множеству допустимых значений i, j.

В результате функция G(u,v) представляется в виде отношения полинома степени k+2 относительно аргументов u и v к полиному второй степени от тех же аргументов. Полином в знаменателе имеет относительно u два корня $u_1(v)$ и $u_2(v)$, которые являются полюсами функции G. Но по смыслу задачи G(u,v) сама является полиномом степени k и не должна иметь никаких полюсов. Приравнивая к нулю вычеты G при u=u_1 и u=u_2, получаем выражение для G, в котором сохраняются только так называемые «опорные» вероятности $p_i = p_{i,k-i}$(i=$\overline{0,k}$).

Достоинство этого метода состоит в том, что он позволяет перейти от решения полной системы уравнений Колмогорова, имеющей порядок $\frac{k(k+1)}{2}$, к решению «укороченной» системы порядка (k+1) для «опорных» вероятностей, все остальные финальные вероятности линейно выражаются через p_i . Указанным методом получены все приводимые ниже числовые результаты.

4. Однопотоковая система с повторными заявками. В этом разделе будет рассмотрен модифицированный практически значимый вариант системы п.3. Речь идет фактически об однопотоковой СМО, на вход которой поступают заявки лишь одного типа, имеющие право повторного обращения. При этом заявки из первичного потока рассматриваются как высокоприоритетные. Первичные заявки, которые были потеряны из-за отсутствия мест в очереди, с вероятностью $q_1 = 1$, попадают на орбиту системы. Если заявка была вытеснены из системы не впервые, то есть, если она уже успела посетить орбиту, то такая заявка вновь направляется на орбиту с заданной вероятностью настойчивости q , и, соответственно, с вероятностью $1 - q$ теряется безвозвратно. Схема описанной однопотоковой системы приведена на рисунке 3.

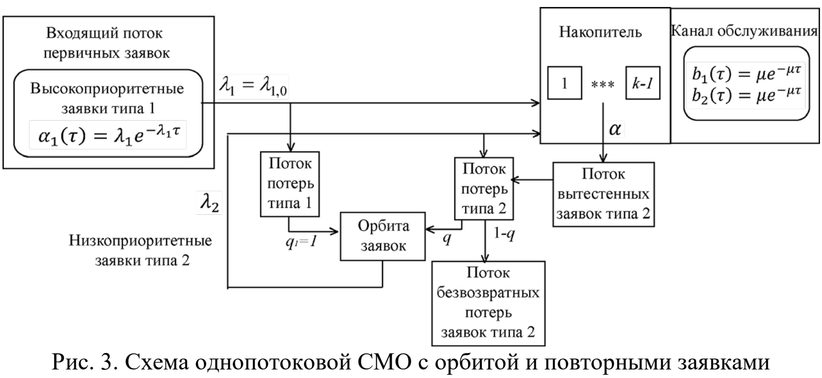

Рис. 3. Схема однопотоковой СМО с орбитой и повторными заявками

Для данной СМО интенсивности входящих потоков заявок вычисляются очевидным образом:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_{1,0}, \\ \lambda_2 = \lambda_{1,rep} + \lambda_{2,rep} = \dfrac{\lambda_{1,0} P_{loss}^{(1)}}{1 - P_{loss}^{(1)}} + \dfrac{\lambda_2 q P_{loss}^{(2)}}{1 - q P_{loss}^{(2)}}. \end{cases} \quad (13)$$

Тогда эффективные коэффициенты загрузки по каждому типу заявок можно получить, решая систему уравнений:

$$\begin{cases} \rho_1 = \rho_{1,0}, \\ \rho_2 = \dfrac{\rho_{1,0} \phi_1(\rho_1, \rho_2, k, \alpha)}{1 - \phi_1(\rho_1, \rho_2, k, \alpha)} \cdot \dfrac{1 - q\phi_2(\rho_1, \rho_2, k, \alpha)}{1 - 2q\phi_2(\rho_1, \rho_2, k, \alpha)}. \end{cases} \quad (14)$$

Далее, используя найденные значения ρ_1 и ρ_2 , можно исследовать и эту СМО методами, изложенными в работах [24, 25]. В результате были численно построены зависимости вероятностей потерь каждого из типов заявок от параметров системы, в том числе от вероятности настойчивости q.

5. Числовые результаты и их анализ. В СМО с ограниченным накопителем наиболее интересными для исследования являются вероятности потерь. В процессе их вычисления для обоих типов заявок в работах [24, 25] вначале определялись «опорные» вероятности $p_i(i = \overline{0, k})$, то есть вероятности состояний, в которых система целиком заполнена требованиями, причем из них i являются низкоприоритетными, а $(k - i)$ высокоприоритетными. Вероятности потери для заявок обоих типов выражаются через опорные вероятности следующим образом:

$$P_{loss}^{(1)} = p_0 + (1 - \alpha) \sum_{i=1}^{k-1} p_i \,, P_{loss}^{(2)} = \sum_{i=0}^{k} p_i + \frac{\rho_1}{\rho_2} \alpha \sum_{i=1}^{k-1} p_i + \frac{\rho_1}{\rho_2} p_k, \quad (15)$$

где:

1. ρ_1, ρ_2 – коэффициенты загрузки по каждому типу заявок;
2. α – вероятность срабатывания выталкивающего механизма;

3. q_1, q_2 – вероятности настойчивости каждого типа отклоненных заявок;

4. k – емкость системы (включая k-1 место ожидания и одно место обслуживания).

Для исследования влияния различных факторов на вероятности потерь рассмотрим два тестовых варианта загрузки, в которых полная загрузка близка к единице, но с преобладанием разных типов заявок. Значения маргинальных коэффициентов загрузки зададим так: в первом варианте превалируют низкоприоритетные заявки ($\rho_1 = 0.2, \rho_2 = 0.9$), а во втором – наоборот ($\rho_1 = 1.2, \rho_2 = 0.2$). Ряд качественно важных результатов, касающихся зависимости вероятности потери от параметров (α, q_1, q_2), были получены для высокоприоритетного трафика в случае слабой загрузки (рисунок 4) и для низкоприоритетного в случае сильной загрузки (рисунок 7).

Графики рисунка 4 демонстрируют близкую к линейной зависимость вероятности потери высокоприоритетных заявок при слабой загрузке системы. Этот же факт численно подтверждается для низкоприоритетных заявок (рисунок 5). Данный эффект в работах [24, 25] был назван «линейным законом потерь», и он наблюдается, как видим, и для модели с повторными заявками. Важно заметить, что учет повторных заявок позволяет существенно (в 3-4 раза) снизить уровень потерь, что хорошо согласуется с данными натурных наблюдений.

Аналогичные зависимости были построены для случая сильной загрузки системы (рисунки 6, 7). При сильной загрузке линейность кривой потерь с повторными заявками отсутствует. При этом их повторная подача снижает уровень потерь в 2-3 раза.

В работах [24, 25] введено понятие области запирания (это совокупность значений коэффициентов загрузки($\rho_{1,}, \rho_2$), при которых, увеличивая вероятность выталкивания α, можно сделать вероятность потери низкоприоритетных требований близкой к единице). Рисунок 7 иллюстрирует этот эффект для системы с повторными требованиями. Если вероятность настойчивости q_1 близка к единице, то запирание происходит уже для α порядка 10-20%.

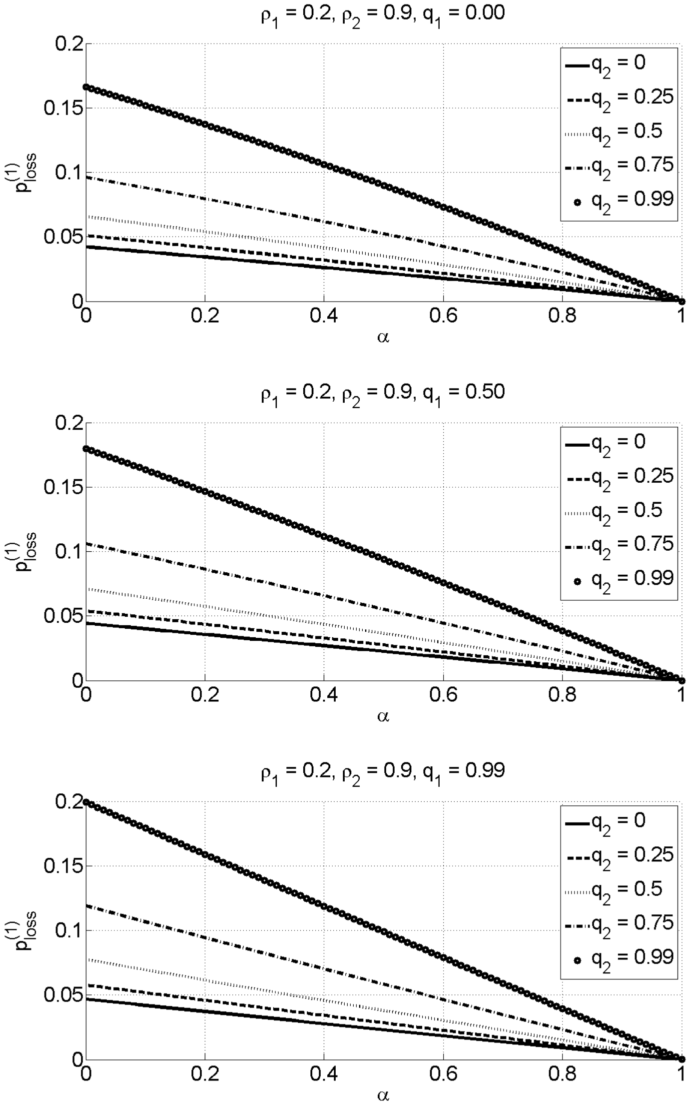

Рис. 4. График зависимости вероятности потери высокоприоритетных заявок от параметра α при различных q_1 и q_2 для слабой загрузки системы ($\rho_1 = 0.2, \rho_2 = 0.9$).

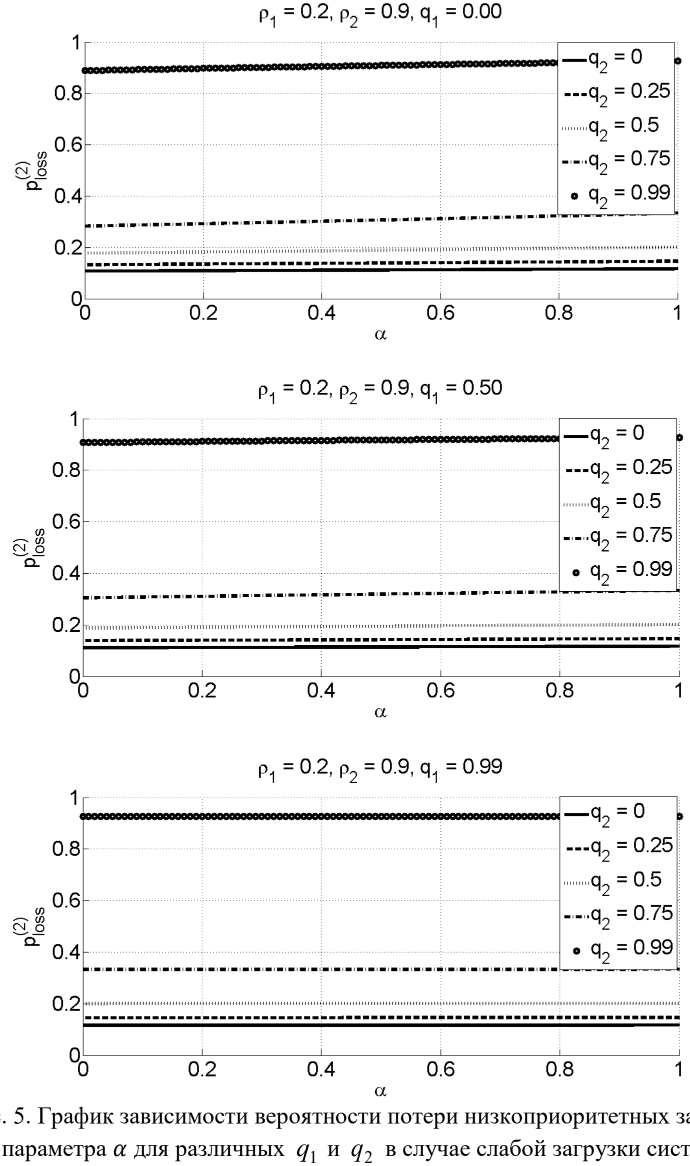

Рис. 5. График зависимости вероятности потери низкоприоритетных заявок от параметра α для различных q_1 и q_2 в случае слабой загрузки системы ($\rho_1 = 0.2, \rho_2 = 0.9$).

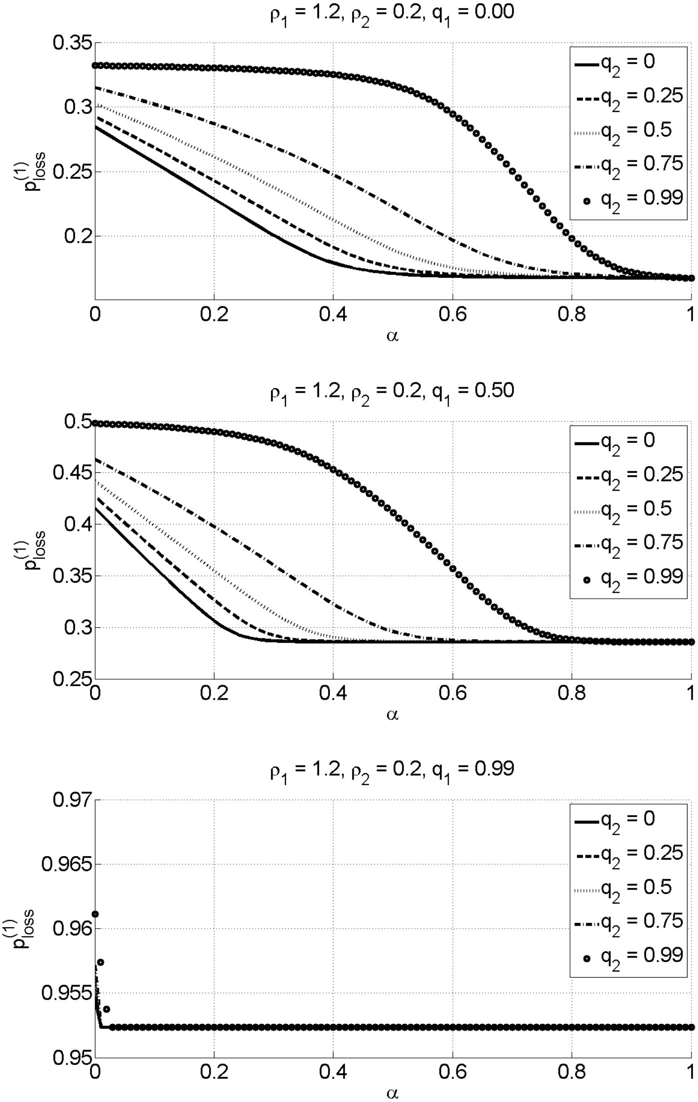

Рис. 6. График зависимости вероятности потерь высокоприоритетных заявок от параметров α, q_1, q_2в случае сильной загрузки $\rho_1 = 1.2, \rho_2 = 0.2$

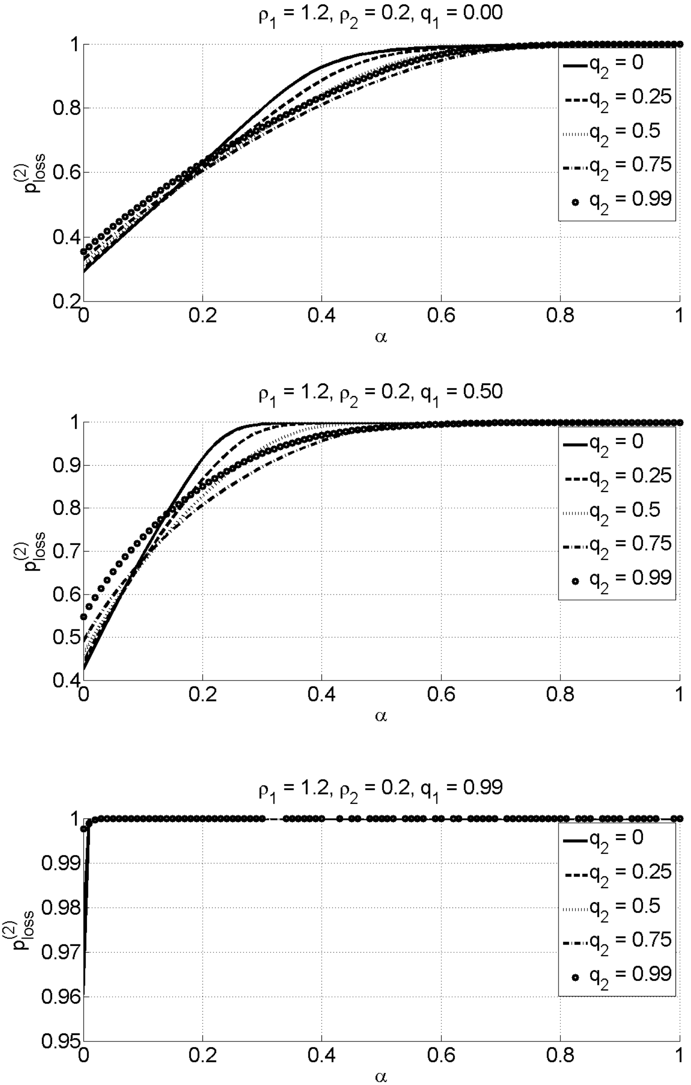

Рис. 7. График зависимости вероятности потерь низкоприоритетных заявок от параметров α, q_1, q_2в случае сильной загрузки $\rho_1 = 1.2, \rho_2 = 0.2$

Последним из остававшихся открытым вопросов является вопрос о влиянии на потери суммарной емкости k системы.

На рисунке 8 приведена соответствующая зависимость в диапазоне от 5 до 100 единиц. Дальнейшее увеличение k оказалось лишенным смысла, так как незначительно влияло на вероятность потерь.

Численные расчеты были проведены также и для модифицированной однопотоковой системы, описанной в п. 4 настоящей работы. На рисунке 9 представлены графики зависимости вероятностей потери первичных заявок, а также повторных заявок от параметра q. Из графиков видно, что увеличение данного параметра позволяет существенно уменьшить вероятность потери (как минимум, в 5-6 раз).

Заключение. В рамках данной работы вначале была исследована традиционная марковская двухпотоковая СМО, сочетающая в себе комбинацию следующих трех элементов: 1) наличие повторных заявок; 2) абсолютный приоритет одного из типов заявок; 3) вероятностный выталкивающий механизм. Далее приводится исследование еще одной новой модели СМО, на вход которой подается всего лишь один первичный поток требований, заявки из которого трактуются как высокоприоритетные. Появляющиеся повторные заявки формируют дополнительный низкоприоритетный входящий поток. Доказано, что анализ такой, фактически однопотоковой модели сводится к анализу традиционной двухпотоковой модели, если надлежащим образом задать параметры последней. Для обеих упомянутых выше моделей СМО с повторными заявками методом производящих функций получено финальное распределение вероятностей состояния. Детально изучена зависимость значений вероятностей потери заявок от основных параметров системы.

Одним из практически значимых результатов работы является изучение эффекта запирания системы в условиях подачи повторных требований. Этот результат можно применить на практике для снижения вычислительной нагрузки на телематические устройства, работающие в режиме реального времени. Знание областей запирания позволяет заранее рационально выбрать параметры модели и избежать громоздких трудоемких вычислений в реальном времени. Это способно существенно повысить производительность телекоммуникационных устройств и оперативность управления ими. Об этом свидетельствует, в частности, опыт применения изложенной в статье теории в задачах управления роботами в серии космических экспериментов на борту МКС.

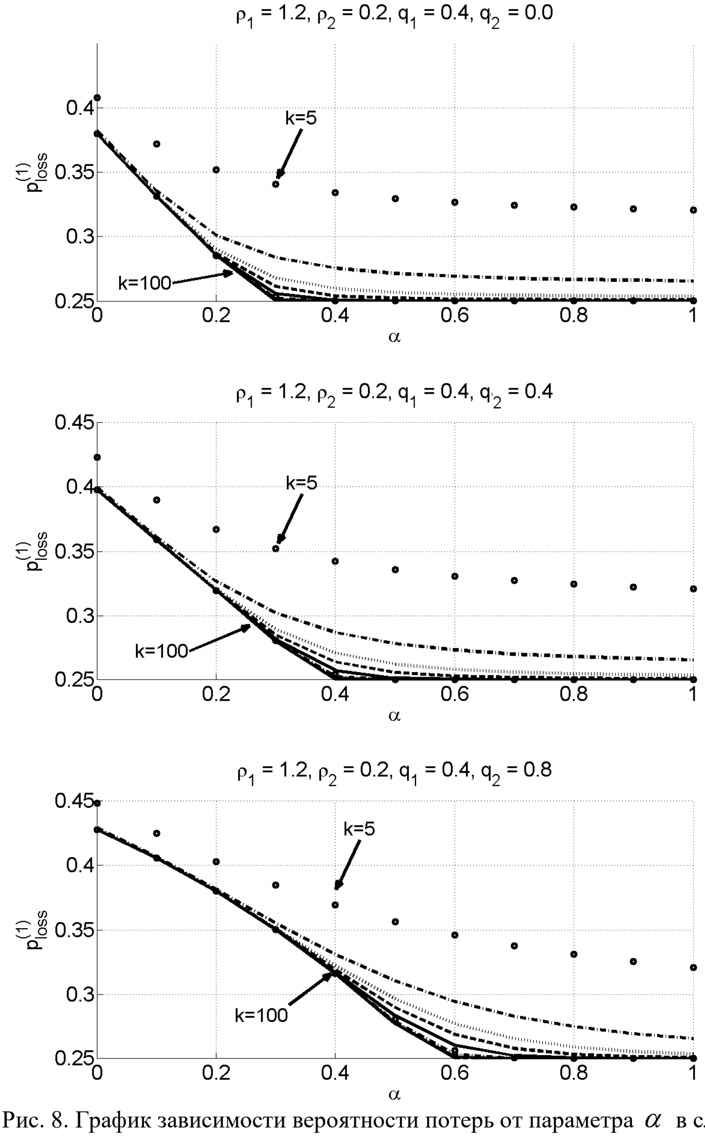

Рис. 8. График зависимости вероятности потерь от параметра α в случае сильной загрузки системы

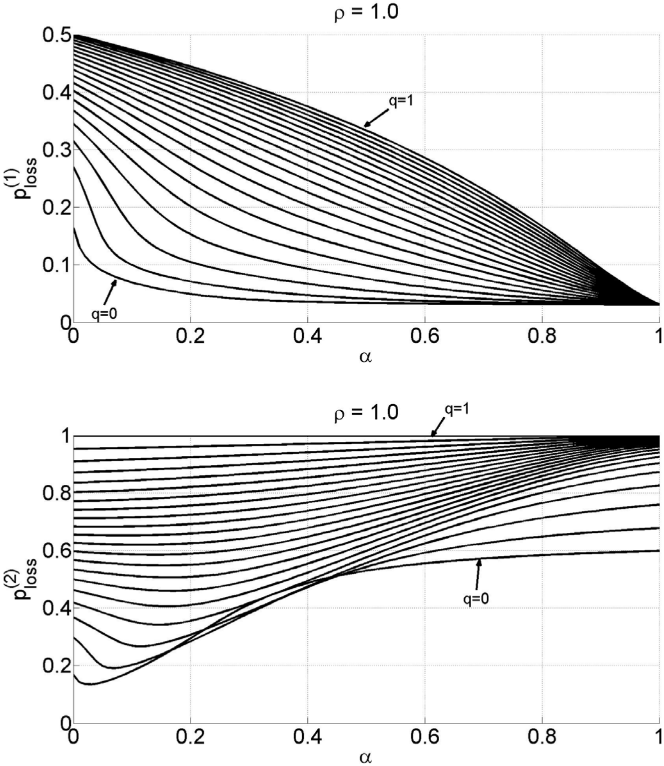

Рис. 9. График зависимости вероятности потери от параметра α в модифицированной системе для различных значений вероятности q

Другим важным прикладным результатом работы является теоретическое обоснование возможности построения предложенным методом областей действия линейного закона потерь. Эта техника ранее была подробно описана авторами в работах [24, 25]. Статья содержит разъяснения, касающиеся особенностей ее применения в случае наличия повторных обращений.

Литература

1. Башарин Г.П. Некоторые результаты для систем с приоритетом // Массовое обслуживание в системах передачи информации. 1969. С. 39–53.
2. Хабаров Р.С., Лохвицкий В.А., Корчагин П.В. Расчет временных характеристик системы массового обслуживания с процессами расщепления и слияния заявок и разогревом // Вестник российского нового университета. Серия: сложные системы: модели, анализ и управление. 2021. № 2. С. 10–19.

3. Лохвицкий В.А., Гончаренко В.А., Левчик Э.С. Модель масштабируемого микросервиса на основе системы массового обслуживания с «охлаждением» // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2022. № 1(29). С. 39–44.
4. Ilyashenko A., Zayats O., Muliukha V. and Lukashin A. Alternating priorities queueing system with randomized push-out mechanism // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems: 15th International Conference, NEW2AN, and 8th Conference, ruSMART. 2015. pp. 436–445.
5. Korenevskaya M., Zayats O., Ilyashenko A., Muliukha V. Retrial queuing system with randomized push-out mechanism and non-preemptive priority // Procedia Computer Science. 2019. vol. 150. pp. 716–725.
6. Keerthiga S., Indhira K. Two phase of service in M/G/1 queueing system with retrial customers // The Journal of Analysis. 2023. pp. 1–27.
7. Saravanan V., Poongothai V., Godhandaraman P., Performance analysis of a multi server retrial queueing system with unreliable server, discouragement and vacation model // Mathematics and Computers in Simulation. 2023. vol. 214. pp. 204–226.
8. Danilyuk E.Yu., Moiseeva S.P., Sztrik J. Asymptotic analysis of retrial queueing system M/M/1 with impatient customers, collisions and unreliable server // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2020. vol. 13. no. 2. pp. 218–230.
9. Хабаров Я.С., Хомоненко А.Д. Расчет многоканальной системы массового обслуживания с прерываниями и гиперэкспоненциальными распределениями времен обработки заявок и периода непрерывной занятости // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2019. Т. 11. № 5. С. 48–56.
10. Краснов С.А., Лохвицкий В.А., Хабаров Р.С. Численный анализ многоканальных систем массового обслуживания с абсолютным приоритетом на основе фазовой аппроксимации периода непрерывной занятости // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2022. № 682. С. 7–20.
11. Cohen J.W. Basic problems of telephone traffic theory and the influence of repeated calls // Philips telecommunications review. 1957. vol. 18. no. 2. pp. 49–100.
12. Malayil S.K.C., Varghese C.J., Krishnamoorthy K. On A Queueing Inventory System with Marked Compound Poisson Input and Exponentially distributed Batch Service. 13th International Workshop on Retrial Queues and Related Topics (WRQ-2021). 2021.
13. Степанов С.Н. Численные методы расчета систем с повторными вызовами. М.: Наука, 1983. 230 с.
14. Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial Queues. London: Chapman and Hall. 1997. 320 p.
15. Artalejo J.R., Gomes-Corral A. Retrial Queueing Systems. A Computational Approach. Berlin: Springer. 2008. 318 p.
16. Nazarov A., Strik J., Kvach A. A survey of recent results in finite-source retrial queues with collisions // Information technologies and mathematical modelling. Queueing Theory and Applications: 17th International Conference and 12th Workshop on Retrial Queues and Related Topics. 2018. pp. 1–15.
17. Choi B.D., Shin Y.W., Ahn W.C. Retrial queues with collision arising from unslotted CMSA/CD protocols // Queueing systems. 1992. vol. 11. no. 4. pp. 335–356.
18. Полховская А.В., Данилюк Е.Ю., Моисеева С.П., Бобкова О.С. Вероятностная модель совместного доступа с коллизиями, H-настойчивостью и отказами // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 58. С. 35–46.
19. Shajin D., Dudin A.N., Dudina O., Krishnamoorthy A. A two-priority single server retrial queue with additional items // Journal of industrial and management optimization. 2020. vol. 16. no. 6. pp. 2891–2912.

20. Malik G., Upadhyaya S., Sharma R. A study of retrial G-queues under different scenarios: a review // Proceedings of international conference on scientific and natural computing (SNC 2021). 2021. pp. 211–220.
21. Morozov E., Rumyantsev A., Dey S., Deepack T.G. Performance analysis and stability of multiclass orbit queue with constant retrial rates and buckling // Performance evaluation. 2019. vol. 134(1). no. 102005.
22. Meziani S., Kernane T. Extended generator and associated martingales for M/G/1 retrial queue with classical retrial policy and general retrial times // Probability in the Engineering and Informational Sciences. 2022. vol. 37. no. 1. pp. 206–213.
23. Zaborovsky V., Muliukha V., Ilyashenko A. Cyber-Physical Approach in a Series of Space Experiments «Kontur» // Lecture Notes in Computer Science. 2015. vol. 9247. pp. 745–758.
24. Ilyashenko A., Zayats O., Muliukha V., Laboshin L. Further Investigations of the Priority Queuing System with Preemptive Priority and Randomized Push-Out Mechanism // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems: 14th International Conference and 7th Conference, ruSMART. 2014. pp. 433–443.
25. Muliukha V., Ilyashenko A., Zayats O., Zaborovsky V. Preemptive Queuing System with Randomized Push-Out Mechanism // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2015. vol. 21. no. 1-3. pp. 147–158.
26. Джейсуол Н. Очереди с приоритетами. М.: Мир, 1973. 280 с.
27. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 430 с.

Заяц Олег Иванович — канд. физ.-мат. наук, доцент, высшая школа прикладной математики и вычислительной физики физико-механического института, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Область научных интересов: прикладные задачи теории случайных процессов, прикладные задачи теории вероятностей, методы решения уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, методы решения уравнения Пугачева, теория массового обслуживания, стохастическая механика. Число научных публикаций — 112. zay.oleg@gmail.com; улица Политехническая, 29, 195251, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)775-0530.

Кореневская Мария Максимовна — выпускница, высшая школа прикладной математики и вычислительной физики физико-механического института, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Область научных интересов: прикладные задачи теории вероятностей, теория массового обслуживания. Число научных публикаций — 6. korenevskayamasha@gmail.com; улица Политехническая, 29, 195251, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)775-0530.

Ильяшенко Александр Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, высшая школа технологий искусственного интеллекта института компьютерных наук и кибербезопасности, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Область научных интересов: теория массового обслуживания, численное моделирование, методологии разработки программного обеспечения, компьютерные науки. Число научных публикаций — 41. Ilyashenko.alex@gmail.com; улица Политехническая, 29, 195251, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)775-0530.

Мулюха Владимир Александрович — канд. техн. наук, директор, высшая школа технологий искусственного интеллекта института компьютерных наук и кибербезопасности, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра

Великого. Область научных интересов: искусственный интеллект, компьютерные сети, суперкомпьютерные вычисления, кибербезопасность, управление роботами. Число научных публикаций — 75. vladimir.muliukha@spbstu.ru; улица Политехническая, 29, 195251, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(911)937-8207.

Поддержка исследований. Работа выполнена в рамках гос.задания ФГАОУ ВО СПбПУ (тема № FSEG-2024-0027).

DOI 10.15622/ia.23.2.1

O. ZAYATS, M. KORENEVSKAYA, A. ILYASHENKO, V. MULIUKHA

PRIORITIZED RETRIAL QUEUEING SYSTEMS WITH RANDOMIZED PUSH-OUT MECHANISM

Zayats O., Korenevskaya M., Ilyashenko A., Muliukha V. **Prioritized Retrial Queueing Systems with Randomized Push-Out Mechanism.**

Abstract. The article is focused on a single-channel preemptive queuing system. Two stationary Poisson flows of customers are incoming to the system. The first flow has an absolute priority over the second one: a new high-priority customer from the first flow displaces a low-priority one from the service channel and takes its place. The capacity of the system is limited to *k* customers. There is a probabilistic push-out mechanism in the system: if a new high-priority customer finds that all the places in the queue are occupied, then it has the right to displace one low-priority customer from the queue with probability *a*. Both types of customers have the same exponentially distributed service times. Customers who failed to enter the system due to the limited size of the queue, as well as those expelled from the queue or service channel when the push-out mechanism is triggered, are not lost immediately, but they are sent to a special part of the system called the orbit and designed to store repeated customers. In orbit, there are two separate unlimited queues, consisting of low-priority and high-priority repeated customers, respectively. If there are no free places in the system, new customers with a probability *q* are added to the corresponding orbital queue. The waiting time of repeated customers in orbit is distributed according to an exponential law. The parameter of this law may differ for different types of customers. After waiting in orbit, secondary customers try to re-enter the system. The probabilistic characteristics of the described queuing system are calculated by the method of generating functions, previously proposed by the authors for calculating a similar system without repeated customers. This method allows finding the main probabilistic characteristics of distributions for both types of customers. Particular attention is paid to the study of the dependence of the loss probabilities for both types of customers on the parameters of the system, primarily on the push-out probability *a*, the capacity of the system *k*, and the probability of repeated circulation (probability of persistence) *q*. It is shown that the effect of blocking the system and the effect of the linear law of customers' losses, previously identified in similar problems without repeated customers, remain valid even in the presence of secondary repeated customers. The theoretical results are proved by numerical calculations. The blocking area for the second type of customers was calculated along with the area of linear loss law for both types of customers. We studied the influence of the probability of repeated circulation *q* on the shape of these areas and on the dependence of the loss probabilities for both types of customers on the push-out probability *a*.

Keywords: priority queueing systems, queueing theory, absolute priority, retrial customers, randomized push-out mechanism, linear loss law, system locking effect.

References

1. Basharin G.P. [Some results for priority systems]. Massovoe obslujivanie v sistemah peredachi infomacii – Queueing theory in data transfer systems. 1969. pp. 39–53. (In Russ.).
2. Khabarov R.S., Lokhvitskij V.A., Korchagin P.V. [Calculation of a split-merge queueing system with warm up]. Vestnik rossiyskogo novogo universiteta. Seria: Slojnie sistemi: modeli, analiz i upravlenie – Bulletin of the Russian New University. Series: complex systems: models, analysis and management. 2021. no. 2. pp. 10–19. (In Russ.).

3. Lokhvitsky V.A., Goncharenko V.A., Levchik E.S. A Scalable Microservice Model Based on a Queuing System with «Cooling». Intellectual Technologies on Transport. 2022. no. 4. pp. 46–51.
4. Ilyashenko A., Zayats O., Muliukha V. and Lukashin A. Alternating priorities queueing system with randomized push-out mechanism. Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems: 15th International Conference, NEW2AN, and 8th Conference, ruSMART. 2015. pp. 436–445.
5. Korenevskaya M., Zayats O., Ilyashenko A., Muliukha V. Retrial queuing system with randomized push-out mechanism and non-preemptive priority. Procedia Computer Science. 2019. vol. 150. pp. 716–725.
6. Keerthiga S., Indhira K. Two phase of service in M/G/1 queueing system with retrial customers. The Journal of Analysis. 2023. pp. 1–27.
7. Saravanan V., Poongothai V., Godhandaraman P., Performance analysis of a multi server retrial queueing system with unreliable server, discouragement and vacation model. Mathematics and Computers in Simulation. 2023. vol. 214. pp. 204–226.
8. Danilyuk E.Yu., Moiseeva S.P., Sztrik J. Asymptotic analysis of retrial queueing system M/M/1 with impatient customers, collisions and unreliable server. Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2020. vol. 13. no. 2. pp. 218–230.
9. Khabarov Ya.S., Khomonenko A.D. [Calculation of a multi-channel queuing system with interruptions and hyper-exponential distributions of application processing times and periods of continuous employment]. Naukoyemkiye tekhnologii v kosmicheskikh issledo-vaniyakh Zemli – High-tech technologies in space exploration of the Earth. 2019. vol. 11. no. 5. pp. 48–56. (In Russ.).
10. Krasnov S.A., Lokhvitskiy V.A., Khabarov R.S. [Numerical analysis of multi-channel queuing systems with absolute priority based on phase approximation of the period of continuous employment]. Trudy Voyenno-kosmicheskoy akademii imeni A.F. Mozhayskogo – Proceedings of the Military Space Academy named after A.F. Mozhaisky. 2022. no. 682. pp. 7–20. (In Russ.).
11. Cohen J.W. Basic problems of telephone traffic theory and the influence of repeated calls. Philips telecommunications review. 1957. vol. 18. no. 2. pp. 49–100.
12. Malayil S.K.C., Varghese C.J., Krishnamoorthy K. On A Queueing Inventory System with Marked Compound Poisson Input and Exponentially distributed Batch Service. 13th International Workshop on Retrial Queues and Related Topics (WRQ-2021). 2021.
13. Stepanov S.N. Chislennie metody rascheta sistem s povtornimi vizovami [Numerical methods in retrial systems]. M.:Nauka, 1983. 230 p. (In Russ.).
14. Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial Queues. London: Chapman and Hall. 1997. 320 p.
15. Artalejo J.R., Gomes-Corral A. Retrial Queueing Systems. A Computational Approach. Berlin: Springer. 2008. 318 p.
16. Nazarov A., Strik J., Kvach A. A survey of recent results in finite-source retrial queues with collisions. Information technologies and mathematical modelling. Queueing Theory and Applications: 17th International Conference and 12th Workshop on Retrial Queues and Related Topics. 2018. pp. 1–15.
17. Choi B.D., Shin Y.W., Ahn W.C. Retrial queues with collision arising from unslotted CMSA/CD protocols. Queueing systems. 1992. vol. 11. no. 4. pp. 335–356.
18. Polhovskaya A.V., Daniluk E.Yu., Moiseeva S.P., Bobkova O.S. [Probabilistic sharing model with collisions, H-persistence and failures]. Bulletin of TSU. Management, Computer Engineering and Informatics – Vestnik TGU. Upravlenie, vichislitelnaya tehnika i informatica. 2022. no. 58. pp. 35–46. (In Russ).
19. Shajin D., Dudin A.N., Dudina O., Krishnamoorthy A. A two-priority single server retrial queue with additional items. Journal of industrial and management optimization. 2020. vol. 16. no. 6. pp. 2891–2912.

20. Malik G., Upadhyaya S., Sharma R. A study of retrial G-queues under different scenarios: a review. Proceedings of international conference on scientific and natural computing (SNC 2021). 2021. pp. 211–220.
21. Morozov E., Rumyantsev A., Dey S., Deepack T.G. Performance analysis and stability of multiclass orbit queue with constant retrial rates and buckling. Performance evaluation. 2019. vol. 134(1). no. 102005.
22. Meziani S., Kernane T. Extended generator and associated martingales for M/G/1 retrial queue with classical retrial policy and general retrial times. Probability in the Engineering and Informational Sciences. 2022. vol. 37. no. 1. pp. 206–213.
23. Zaborovsky V., Muliukha V., Ilyashenko A. Cyber-Physical Approach in a Series of Space Experiments «Kontur». Lecture Notes in Computer Science. 2015. vol. 9247. pp. 745–758.
24. Ilyashenko A., Zayats O., Muliukha V., Laboshin L. Further Investigations of the Priority Queuing System with Preemptive Priority and Randomized Push-Out Mechanism. Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems: 14th International Conference and 7th Conference, ruSMART. 2014. pp. 433–443.
25. Muliukha V., Ilyashenko A., Zayats O., Zaborovsky V. Preemptive Queuing System with Randomized Push-Out Mechanism. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2015. vol. 21. no. 1-3. pp. 147–158.
26. Jayswal N. Ocheredi s prioritetami [Priority queues]. M.: Mir, 1973. 280 p. (In Russ.).
27. Kleinrock L. Teoria massovogo obslujivaniya [Queueing theory]. M.: Mashinostroenie, 1979. 430 p. (In Russ.).

Zayats Oleg — Ph.D., Associate professor, Higher school of applied mathematics and computational physics in institute of physics and mechanics, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Research interests: applied problems of the theory of random processes, applied problems of probability theory, methods for solving the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, methods for solving the Pugachev equation, queuing theory, stochastic mechanics. The number of publications — 112. zay.oleg@gmail.com; 29, Polytechnicheskaya St., 195251, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)775-0530.

Korenevskaya Mariia — Graduate, Higher school of applied mathematics and computational physics in institute of physics and mechanics, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Research interests: applied problems of probability theory, queuing theory. The number of publications — 6. korenevskayamasha@gmail.com; 29, Polytechnicheskaya St., 195251, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)775-0530.

Ilyashenko Alexander — Ph.D., Senior scientific researcher, Higher school of artificial intelligence technologies in institute of computer science and cybersecurity, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Research interests: computer science, queuing theory, prioritized systems, remote control. The number of publications — 41. Ilyashenko.alex@gmail.com; 29, Polytechnicheskaya St., 195251, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)775-0530.

Muliukha Vladimir — Ph.D., Director, Higher school of artificial intelligence technologies in institute of computer science and cybersecurity, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Research interests: AI, computer networks, HPC, cyber security, robot control. The number of publications — 75. vladimir.muliukha@spbstu.ru; 29, Polytechnicheskaya St., 195251, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(911)937-8207.

Acknowledgements. The research was done with the support of the state assignment of SPbPU (Theme No. FSEG-2024-0027).