



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 229 (2023). С. 3–11
DOI: 10.36535/0233-6723-2023-229-3-11

УДК 517, 531.01

ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
МГУ ИМ. М. В. ЛОМОНОСОВА
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ И МЕХАНИКИ»
ИМ. ПРОФ. В. В. ТРОФИМОВА ПОД РУКОВОДСТВОМ
Д. В. ГЕОРГИЕВСКОГО И М. В. ШАМОЛИНА

© 2023 г. Д. В. ГЕОРГИЕВСКИЙ, М. В. ШАМОЛИН

Аннотация. Приведена краткая информация о заседаниях семинара в 2022 г.

Ключевые слова: качественная теория динамических систем, геометрия, классическая механика, механика жидкости и газа, механика деформируемого твердого тела.

SESSIONS OF THE WORKSHOP
OF THE MATHEMATICS AND MECHANICS DEPARTMENT
OF THE LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY,
“URGENT PROBLEMS OF GEOMETRY AND MECHANICS”
NAMED AFTER V. V. TROFIMOV

© 2023 D. V. GEORGIEVSKY, M. V. SHAMOLIN

ABSTRACT. Brief information on sessions of the workshop in 2022 is presented.

Keywords and phrases: qualitative theory of dynamical systems, geometry, classical mechanics, fluid and gas mechanics, solid mechanics.

AMS Subject Classification: 58Cxx, 70Cxx

ЗАСЕДАНИЕ 466 (18 февраля 2022 г.)

В. И. Ванько.

Математические модели в механике конструкций.

В начале доклада несколько слов о жизни механиков в 50–60-х годах прошлого века: отсутствие хорошей вычислительной техники заставляло придумывать адекватные модели поведения материалов и конструкций. Это ярко характеризует научные школы М. А. Лаврентьева, А. А. Ильюшина, Ю. Н. Работнова и других выдающихся механиков.

В докладе приведены примеры математического моделирования (общепринятый термин, хотя, по мнению докладчика, следует говорить о механико-математическом моделировании) некоторых механических объектов.

Излагаются результаты исследования поведения упругопластического стержня в условиях продольного изгиба (рассматриваются любые упругопластические материалы, любые законы ползучести). Автор пытается ответить на «сакраментальный» (в свое время) вопрос: «Карман или Шэнли?», т.е. чья постановка более отвечает действительности (см. [1, 4]).

Используя кинематическую модель поведения кругового кольца с «малым эксцентриситетом» (разработанную совместно с С. А. Шестериковым), находим большие перемещения точек цилиндрических оболочек бесконечной и конечной длин под внешним гидростатическим давлением. Выведены адекватные асимптотические формулы (см. [2, 4]).

Построена линейная теория колебаний расщепленного провода высоковольтной ЛЭП. Выводится достаточное условие неустойчивости по Ляпунову положений равновесия произвольного профиля в воздушном (ветровом) потоке. Полученное условие (так же, как и классическое необходимое условие Глауэрта—Ден-Гартога) инвариантно относительно механических характеристик конструкции. Оба условия проверены экспериментально в аэродинамической трубе ЦАГИ им. профессора Н. Е. Жуковского. Выведенное условие используется для доказательства утверждения: «пляска (галомирование) провода есть неустойчивость по Ляпунову», а также для определения наиболее устойчивого (относительно крутильных колебаний) монтажного положения расщепленного провода (см. [3, 4]).

Библиография

1. Ванько В. И. О несущей способности элементов конструкций // Прикл. мех. техн. физ. — 2016, № 5. — С. 24–29.
2. Ванько В. И. Цилиндрическая оболочка под внешним гидростатическим давлением: неклассическое решение задачи о больших перемещениях // Вестн. Нижегород. гос. ун-та им. Н. И. Лобачевского. — 2014. — № 4, ч. 4. — С. 1413–1414.
3. Ванько В. И. Неустойчивость по Ляпунову в аэроупругости: некоторые приложения // Тез. докл. IX Междунар. конф. «Лаврентьевские чтения», посв. 120-летию акад. М. А. Лаврентьева. — Новосибирск, 2020. — С. 71.
4. Ванько В. И. Очерки об устойчивости элементов конструкций. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015.

ЗАСЕДАНИЕ 467: СОВМЕСТНОЕ ЗАСЕДАНИЕ С НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ СЕМИНАРОМ СУНЦ МГУ (25 февраля 2022 г.).

Д. В. Георгиевский.

П-теорема теории размерностей и ее приложения в задачах механики.

ЗАСЕДАНИЕ 468 (4 марта 2022 г.)

А. А. Бобылев.

Применение дискретного преобразования Фурье к решению контактных задач с односторонними связями.

Рассматриваются задачи о вдавливании гладкого жесткого штампа в упругое тело. Область, занимаемая упругим телом, может быть одного из следующих типов: полуплоскость, полоса, полупространство и слой. Для первых двух типов областей рассматриваются задачи о плоской деформации, а для двух других — пространственные контактные задачи. Контактное взаимодействие упругого тела со штампом описывается нелинейными условиями одностороннего гладкого контакта, содержащими неравенства. Для решения задач применяется вариационный подход. Построено граничное вариационное неравенство с использованием оператора Стеклова—Пуанкаре, отображающего на части границы упругого тела нормальные напряжения в нормальные перемещения. Получена эквивалентная граничному вариационному неравенству задача минимизации граничного функционала на множестве статически допустимых нормальных напряжений. Операторы Стеклова—Пуанкаре для рассматриваемых полубесконечных упругих областей строятся с использованием интегрального преобразования Фурье.

В численном анализе использование преобразования Фурье наиболее эффективно в случае периодических функций, благодаря дискретности их спектра и, как следствие, переходе от непрерывного преобразования к дискретному. Поэтому основная идея используемого подхода состоит в

аппроксимации искомым нормальным напряжениям периодическими сеточными функциями. Для уменьшения так называемой ошибки периодичности используется расширенная вычислительная область. В результате вычисление оператора Пуанкаре—Стеклова сводится к выполнению пары (прямого и обратного) преобразований Фурье и перемножению спектров. Численная реализация прямого и обратного дискретных преобразований Фурье производится с помощью алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Для численного решения полученных в результате дискретизации задач квадратичного программирования используется разработанный автором алгоритм на основе метода сопряженных градиентов, учитывающий специфику множества ограничений и позволяющий рассматривать случаи внецентренного нагружения штампа. Вычислительный алгоритм реализован на языке FORTRAN с применением программного пакета для разработчиков NVIDIA HPC SDK. Для выполнения БПФ используется библиотека cuFFT, позволяющая с помощью технологии CUDA производить вычисления на графических процессорах. Получены решения ряда задач дискретного контакта о вдавливании в упругое тело жесткого штампа, имеющего поверхностный рельефом.

ЗАСЕДАНИЕ 469 (18 марта 2022 г.)

В. А. Банько.

Динамический подход к задаче Лагранжа об оптимальной форме колонны в упругой среде.

ЗАСЕДАНИЕ 470 (8 апреля 2022 г.)

В. И. Горбачев.

Тензор Кельвина для однородной и неоднородной упругой анизотропной среды. Приближенные методы.

ЗАСЕДАНИЕ 471 в рамках КОНФЕРЕНЦИИ «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ» (15 апреля 2022 г.).

Д. В. Георгиевский.

Изотропные тензорные функции с квазиполиномиальным скалярным потенциалом в нелинейной теории упругости.

И. Н. Молодцов, А. А. Ткаченко.

О процессах сложного нагружения с криволинейными траекториями деформации.

Э. Б. Завойчинская, А. С. Плотников.

Об определении неоднородного поля остаточных напряжений на основе измерений компонент вектора перемещений.

М. Н. Кирсанов.

Свойства спектров собственных частот регулярных стержневых систем.

А. А. Бобылев.

Численное моделирование дискретного контакта упругого слоя.

В. А. Банько.

Динамический подход к задаче Лагранжа об оптимальной форме колонны в упругой среде.

ЗАСЕДАНИЕ 472 (29 апреля 2022 г.)

Н. А. Раутман.

Исследование вольтерровых интегро-дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве и их приложения.

Исследования направлены на изучение асимптотических и качественных свойств решений интегро-дифференциальных и уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Главная часть рассматриваемых уравнений представляет собой абстрактное гиперболическое уравнение, возмущенное слагаемыми, содержащими вольтерровы интегральные операторы. Указанные интегро-дифференциальные уравнения являются обобщенными линейными моделями вязкоупругости, диффузии и теплопроводности в средах с памятью

(уравнение Гуртина—Пипкина) и имеют ряд других важных приложений. Для широкого класса ядер интегральных операторов установлены результаты о существовании и единственности классических решений указанных уравнений, полученные на основе подхода, связанного с применением теории полугрупп операторов. Проведен спектральный анализ генераторов полугрупп операторов, порождаемых указанными интегро-дифференциальными уравнениями. На основе полученных ранее результатов, устанавливается связь между спектрами оператор-функций, являющихся символами указанных интегро-дифференциальных уравнений, и спектрами генераторов полугрупп операторов. На основе спектрального анализа генераторов полугрупп операторов и соответствующих оператор-функций получены представления решений рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений.

ЗАСЕДАНИЕ 473 (13 мая 2022 г.)

М. В. Шамолин.

Инварианты систем с диссипацией в динамике.

Обсуждается теорема Ли о достаточном количестве первых интегралов, векторных полей симметрий и дифференциальных форм объема для интегрирования в квадратурах систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Предъявлены тензорные инварианты (первые интегралы и дифференциальные формы) для однородных динамических систем на касательных расслоениях к гладким многообразиям. Показана связь наличия данных инвариантов и полным набором первых интегралов, необходимых для интегрирования геодезических, потенциальных и диссипативных систем. При этом вводимые силовые поля делают рассматриваемые системы диссипативными с диссипацией разного знака и обобщают ранее рассмотренные. Предъявлены примеры из динамики твердого тела.

Как известно (см. [1–3]), наличие достаточного количества не только первых интегралов (скалярных инвариантов), но и других тензорных инвариантов (например, дифференциальных форм) позволяет полностью проинтегрировать систему дифференциальных уравнений. Так, например, наличие инвариантной формы фазового объема позволяет внести вклад в интегрируемость. Для консервативных систем этот факт естествен. Для систем, обладающих притягивающими или отталкивающими предельными множествами, не только некоторые первые интегралы, но и коэффициенты имеющихся инвариантных дифференциальных форм должны, вообще говоря, состоять из трансцендентных (в смысле комплексного анализа) функций (см. [4–6]).

Так, например, задача о движении плоского (пространственного) маятника на цилиндрическом (сферическом) шарнире в потоке набегающей среды приводит к системе на касательном расслоении к одномерной (двумерной) сфере, при этом метрика специального вида на ней индуцирована дополнительной группой симметрий. Динамические системы, описывающие движение такого маятника, обладают знакопеременной диссипацией, и полный список первых интегралов состоит из трансцендентных функций, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Известны также задачи о движении точки по двумерным поверхностям вращения, плоскости Лобачевского и т. д. Полученные результаты особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил (см. [5, 6]).

Предъявлены тензорные инварианты (дифференциальные формы) для однородных динамических систем на касательных расслоениях к гладким многообразиям. Показана связь наличия данных инвариантов и полным набором первых интегралов, необходимых для интегрирования геодезических, потенциальных и диссипативных систем. При этом вводимые силовые поля делают рассматриваемые системы диссипативными с диссипацией разного знака и обобщают ранее рассмотренные.

Библиография

1. *Poincaré H.* Calcul des probabilités. — Paris: Gauthier-Villars, 1912.
2. *Колмогоров А. Н.* О динамических системах с интегральным инвариантом на торе // Докл. АН СССР. — 1953. — 93, № 5. — С. 763–766.
3. *Козлов В. В.* Тензорные инварианты и интегрирование дифференциальных уравнений // Усп. мат. наук. — 2019. — 74, № 1 (445). — С. 117–148.

4. *Шамолин М. В.* Об интегрируемости в трансцендентных функциях // Усп. мат. наук. — 1998. — 53, № 3. — С. 209–210.
5. *Шамолин М. В.* Новые случаи интегрируемых систем нечетного порядка с диссипацией // Докл. РАН. Мат. информ. процессы управл. — 2020. — 491, № 1. — С. 95–101.
6. *Шамолин М. В.* Новые случаи однородных интегрируемых систем с диссипацией на касательном расщеплении двумерного многообразия // Докл. РАН. Мат. информ. процессы управл. — 2020. — 494, № 1. — С. 105–111.

ЗАСЕДАНИЕ 474, посвященное 85-летию со дня рождения профессора Бориса Ефимовича Победри (27 мая 2022 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 475 (17 июня 2022 г.)

Д. В. Георгиевский.

Тонкослойные сингулярные асимптотики в обобщенной задаче Прандтля для неоднородного по толщине пластического материала.

Рассмотрена обобщенная краевая задача Прандтля, моделирующая квазистатический технологический процесс сдвливания в одном направлении и быстром растекании в другом тонкого несжимаемого идеально жесткопластического слоя (плоское деформированное состояние), соответствующего критерию пластичности Мизеса—Генки с переменным по толщине пределом текучести. Стратификация может быть непрерывной либо кусочно постоянной; в последнем случае задача моделирует прессование слоистых пластических композитов (ламинатов, «сэндвичей») и прецизионное доведение их до нужной толщины. На основе тонкослойных сингулярных асимптотик по малому геометрическому параметру с помощью развиваемого в работе метода асимптотического интегрирования найдено приближенное решение для кинематических и силовых величин. Обсуждена применимость квазистатического подхода на различных временных диапазонах процесса сдвливания.

ЗАСЕДАНИЕ 476 (24 июня 2022 г.)

Г. В. Москвитин (Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН).

Некоторые методы повышения прочности и ресурса в машиностроении.

ЗАСЕДАНИЕ 477 (1 июля 2022 г.)

М. К. Тлеулинов (Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ).

Геометрически нелинейные явления и эффекты в статике и динамике стержней и пластин, моделирующих несущие и управляющие поверхности летательных аппаратов.

ЗАСЕДАНИЕ 478 (9 сентября 2022 г.)

И. М. Цветков.

Динамическое осесимметричное растяжение тонкого круглого идеально жесткопластического слоя.

Рассматривается напряженно-деформированное состояние, возникающее при динамическом растяжении однородного круглого слоя из несжимаемого идеально жесткопластического материала, подчиняющегося критерию Мизеса—Генки. Верхнее и нижнее основания свободны от напряжений, на боковой границе задана радиальная скорость. Учитывается возможность утолщения либо утоньшения слоя, что моделирует шейкообразование и дальнейшее развитие шейки. Выявлено два характерных режима растяжения; один связан с достаточно большой скоростью удаления боковой границы слоя от центра, второй с ускорением. Во втором случае проведен анализ с использованием метода асимптотического интегрирования, позволяющий приближенно найти параметры напряженно-деформированного состояния.

ЗАСЕДАНИЕ 479 (16 сентября 2022 г.)

Н. И. Старцев.

Куртка мотоциклиста с интегрированным парашютом для обеспечения безопасности дорожного движения.

ЗАСЕДАНИЕ 480 (30 сентября 2022 г.)

Н. Н. Шамаров.

Гамильтоново вторичное квантование по Смолянову и гильбертовы тензорные произведения Гишарде.

Излагаются результаты, касающиеся квантования бесконечномерных гамильтоновых систем. Используемая техника приводит также к естественному L_2 -представлению бесконечного гильбертова тензорного произведения пространств вида $L_2(\mathbb{R}^n)$.

Квантование некоторых бесконечномерных гамильтоновых систем определено в [1] как линейный оператор, задающий, в частности, фоковское по Березину представление бозонных канонических коммутационных соотношений. Докладчику в этой статье принадлежит реализация идеи, принадлежащей О. Г. Смолянову и состоящей в том, что формула для оператора квантования может быть написана в виде, не зависящем от размерности квантуемой системы, причем в конечномерном случае получится стандартное квантование по Шредингеру, а в бесконечномерном — вторичное квантование по Березину; в этом последнем случае сепарабельное комплексное гильбертово пространство $\mathcal{H}_h$, в котором действуют квантованные наблюдаемые, является, в некотором естественном смысле, L_2 -пополнением бесконечномерного Фурье-инвариантного аналога пространства Шварца $\mathcal{S}_h(Q)$ (где $h \equiv 2\pi\hbar$ играет роль исторической константы Планка) гладких быстроубывающих функций на вещественном гильбертовом (конфигурационном) сепарабельном пространстве Q .

Библиография

1. *Смолянов О. Г., Шамаров Н. Н.* Квантование по Шредингеру бесконечномерных гамильтоновых систем с неквадратичной функцией Гамильтона // Докл. РАН. Мат. информ. процессы управл. — 2020. — 492. — С. 65–69.

ЗАСЕДАНИЕ 481 (7 октября 2022 г.)

Э. Б. Завойчинская, И. Ю. Панарин.

Моделирование хрупкого усталостного разрушения материалов при одноосных процессах почти периодического нагружения.

ЗАСЕДАНИЕ 482 (14 октября 2022 г.)

Д. В. Георгиевский.

Экспериментальное определение ядер некоторых разностных операторов в теории вязкоупругости.

В рамках интегральных определяющих соотношений для линейных изотропных вязкоупругих сред с ядрами разностного типа в случае нерелаксирующего объема предложены возможные, дополняющие известные, установочные эксперименты по определению ядер операторов $\check{g}_\beta$ Ильюшина. Один из них базируется на использовании образца из вспомогательного вязкоупругого материала, материальные функции которого связаны с функцией ползучести и модулем объемного сжатия исходного материала. Также предложены аналогичные схемы установочных экспериментов для нахождения ядер операторов $\check{h}_\gamma$, в определенном смысле сопряженных с $\check{g}_\beta$.

ЗАСЕДАНИЕ 483, посвященное 75-летию со дня рождения профессора СЕРГЕЯ АЛЕКСЕЕВИЧА АГАФОНОВА (1947–2021), одного из основателей и руководителей СЕМИНАРА (21 октября 2022 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 484 (28 октября 2022 г.)

А. А. Бобылев.

Численное построение оператора Пуанкаре—Стеклова для стратифицированной упругой полосы.

Рассматривается оператор Пуанкаре—Стеклова для изотропной стратифицированной упругой полосы, отображающий на части границы нормальные напряжения в нормальные перемещения. Для построения трансформанты ядра интегрального представления этого оператора (передаточной функции) предложен новый подход. Получена вариационная формулировка краевой задачи

для трансформант перемещений. Дано определение и доказаны существование и единственность обобщенного решения задачи. Построен итерационный метод решения вариационных уравнений и на основе принципа сжатых отображений получены условия его сходимости. Предложен эвристический алгоритм выбора последовательности параметров итерационного метода, обеспечивающей его сходимость для любого начального значения параметра.

Аппроксимация вариационных уравнений производится методом конечных элементов. Используются двухузловые конечные элементы первого порядка. В результате на каждом шаге итерационного метода требуется решить две независимые системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), матрицы которых имеют диагональное преобладание. Для решения этих СЛАУ применяется метод прогонки, алгоритм которого в данном случае является корректным и устойчивым.

Проведена верификация вычислительного алгоритма и разработанного программного обеспечения. В качестве тестовых выбирались краевые задачи для трех типов изотропных упругих полос: однородных полос, непрерывно-неоднородных полос, параметры Ламе которых являлись экспоненциальными функциями, и кусочно-однородных полос с полностью сцепленными слоями. Даны рекомендации по использованию адаптивных конечно-элементных сеток для уменьшения вычислительных затрат.

Разработанный вычислительный алгоритм может быть применен и в более общем случае — при наличии на границе полосы касательных напряжений. Предложенный подход к вычислению передаточной функции может быть обобщен на случай слоистой полосы при неполном сцеплении слоев и на случай, когда упругая стратифицированная полоса сцеплена с упругой однородной полуплоскостью.

ЗАСЕДАНИЕ 485 (11 ноября 2022 г.)

М. В. Шамолин.

Системы с четырьмя степенями свободы с диссипацией: интегрируемость и анализ.

Работа является обзорной по вопросам интегрируемости систем с четырьмя степенями свободы. Подробно изложена порождающая задача из динамики многомерного твердого тела, помещенного в неконсервативное поле сил; рассмотрены более общие динамические системы на касательном расслоении к четырехмерной сфере; в заключение рассмотрены касательные расслоения к достаточно обширному классу гладких многообразий. Доказаны теоремы о достаточных условиях интегрируемости рассматриваемых динамических систем в классе трансцендентных функций.

Данная работа является обзором по проблеме интегрируемости неконсервативных систем с четырьмя степенями свободы. Если конфигурационное многообразие системы — гладкое четырехмерное многообразие, то касательное (кокасательное) его расслоение имеет естественную структуру фазового пространства системы, увеличивая вдвое количество фазовых переменных.

ЗАСЕДАНИЕ 486 (18 ноября 2022 г.)

А. Г. Петров (Институт прикладной механики им. А. Ю. Ишлинского РАН).

О свёрхсходящихся численных схемах метода граничных элементов и их приложение к гидродинамике и теории упругости.

Рассматривается метод граничных элементов численного решения краевых задач для гармонических и бигармонических уравнений в многосвязной области на плоскости с приложениями к гидродинамике и теории упругости. Интегральные уравнения на границе области аппроксимируются системой линейных уравнений. Для аппроксимации предлагаются квадратурные формулы специального вида, учитывающие периодичность подынтегральных функций, заданных на граничных контурах, что позволяет существенно сократить вычисления и повысить их точность. Особенно это проявляется, если граница многосвязной области состоит из системы гладких замкнутых контуров, то погрешность аппроксимации убывает быстрее любой степени шага сетки. Проводятся проверки сходимости численных решений, построенных предлагаемым методом, к известным точным решениям задач механики: потенциальное обтекание эллиптического профиля с циркуляцией, течения вязкой жидкости в слое между двумя эксцентрично расположенными и произвольно движущимися круговыми цилиндрами, задача теории упругости об эксцентрической трубе, находящейся под равномерным внешним и внутренним давлением (точное решение Я. С. Уфлянда и для частного случая концентрической трубы задача Ламе).

ЗАСЕДАНИЕ 487 (2 декабря 2022 г.)

А. В. Муравлев, М. А. Степина.

О теории упругопластических процессов средней кривизны и среднего кручения.

ЗАСЕДАНИЕ 488: СОВМЕСТНОЕ ЗАСЕДАНИЕ С СЕМИНАРОМ «ОПЕРАТОРНЫЕ МОДЕЛИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ» (9 декабря 2022 г.).

Д. В. Георгиевский.

Задача Орра–Зоммерфельда и новые энергетические оценки устойчивости сдвиговых течений.

Рассматривается широкий класс тензорно нелинейных изотропных несжимаемых сплошных сред, которые могут обладать скалярным потенциалом напряжений по скоростям деформаций. Приводятся постановки линеаризованных задач устойчивости течений таких сред в движущихся трехмерных областях относительно трехмерной картины кинематических и силовых возмущений. Развивается техника метода интегральных соотношений, позволяющего получать достаточные интегральные (энергетические) оценки устойчивости. Общие оценки устойчивости, в том числе и экспоненциальной, уточняются для каждого конкретного вида сред: тензорно линейных, или квазилинейных, сред, обладающих либо не обладающих скалярным потенциалом, тела Бингама, тела Сен-Венана, ньютоновской вязкой жидкости.

ЗАСЕДАНИЕ 489 (23 декабря 2022 г.)

В. И. Горбачев.

Задача Штурма–Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами.

Рассмотрена классическая задача Штурма–Лиувилля для однородного самосопряженного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами, зависящими от постоянного параметра:

$$\frac{d}{dx} \left[C(x) \frac{du}{dx} \right] + q(x)u = 0, \quad x \in (a, b),$$

где либо оба коэффициента $C(x)$ и $q(x)$, либо один из них зависят от постоянного параметра λ . Показано, что с помощью интегральной формулы, полученной ранее автором, можно выписать общее решение уравнения, содержащее две произвольные константы:

$$u(x) = K_I A_I(x) \equiv K_1 A_1(x) + K_2 A_2(x),$$

где K_1 и K_2 — произвольные комплексные константы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. Фундам. направл. — 2007. — 23. — С. 16–45.
2. Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. Заседания семинара «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова, проводящегося на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2009. — 62. — С. 3–13.
3. Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. Заседания семинара «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова, проводящегося на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2009. — 65. — С. 3–10.
4. Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. прилож. — 2012. — 76. — С. 3–10.

5. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова// Совр. мат. прилож. — 2013. — 88. — С. 3–19.
6. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Совр. мат. прилож. — 2015. — 98. — С. 3–8.
7. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Совр. мат. прилож. — 2016. — 100. — С. 3–11.
8. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2018. — 150. — С. 3–25.
9. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2020. — 174. — С. 3–11.
10. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2020. — 187. — С. 3–11.
11. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2021. — 202. — С. 3–9.
12. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2022. — 205. — С. 3–9.
13. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2022. — 210. — С. 6–11.

ДЕКЛАРАЦИЯ АВТОРОВ

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Авторы заявляют об отсутствии финансовой поддержки от каких-либо организаций или частных лиц.

Финансовые интересы. Авторы заявляют об отсутствии подлежащих раскрытию финансовых или нефинансовых интересов, связанных с публикуемым материалом.

Георгиевский Дмитрий Владимирович

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

E-mail: cotedurhone@mail.ru, georgiev@mech.math.msu.su

Шамолин Максим Владимирович

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

E-mail: shamolin@imec.msu.ru, shamolin.maxim@yandex.ru