ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 226 (2023). С. 23–33
DOI: 10.36535/0233-6723-2023-226-23-33

УДК 514.76

# О КАНОНИЧЕСКИХ ПОЧТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЯХ ПЕРВОГО ТИПА ПРОСТРАНСТВ АФФИННОЙ СВЯЗНОСТИ, ПРИ КОТОРЫХ СОХРАНЯЕТСЯ ТЕНЗОР РИМАНА

© 2023 г. **В. Е. БЕРЕЗОВСКИЙ, С. В. ЛЕЩЕНКО, Й. МИКЕШ**

Аннотация. В работе получены общие уравнения канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности, при которых сохраняется тензор Римана. Эти уравнения сведены к замкнутой системе уравнений типа Коши в ковариантных производных. Установлено количество существенных параметров, от которых зависит общее решение полученной системы уравнений. Рассмотрен частный случай таких отображений и приведены примеры почти геодезических отображений первого типа плоского пространства на плоское пространство.

***Ключевые слова:*** почти геодезическое отображение, основное уравнение, пространство аффинной связности.

# ON CANONICAL FIRST-TYPE ALMOST GEODESIC MAPPINGS OF AFFINELY CONNECTED SPACES THAT PRESERVE THE RIEMANN TENSOR

© 2023 **V. E. BEREZOVSKII, S. V. LESHCHENKO, J. MIKEŠ**

Abstract. In this paper, we obtain general equations for canonical first-type almost geodesic mappings of affinely connected spaces under which the Riemann tensor is preserved. These equations are reduced to a closed system of Cauchy-type equations in covariant derivatives. The number of essential parameters on which the general solution of the resulting system of equations depends is established. A particular case of such mappings is considered and examples of almost geodesic mappings of the first type of flat space onto flat space are given.

***Keywords and phrases*:** almost geodesic mapping, basic equation, space of affine connection.

***AMS Subject Classification*:** 53B05

**1. Введение.** Работа посвящена дальнейшему исследованию почти геодезических отображений пространств аффинной связности. Эта теория, как и другие теории диффеоморфизмов, идейно восходит к работе Т. Леви-Чивиты [80], в которой он поставил и решил в специальной системе координат задачу о нахождении римановых пространств с общими геодезическими. Примечательно, что она была связана с изучением уравнений динамики механических систем.

Затем теория геодезических отображений развивалась в работах Т. Томаса [116, 117], Ж. Томаса [115], Г. Вейля [123], Л. П. Эйзенхарта [43, 68, 69], П. А. Широкова [41], А. П. Нордена [24], А. З. Петрова [25], А. С. Солодовникова [36–38], Н. С. Синюкова [26–29, 31, 33, 34], А. В. Аминовой [1, 47], Й. Микеша [3, 13–20, 52, 53, 71, 73, 75, 76, 81–83, 86–88, 99, 103, 114] и др.

Вопросы, поднятые при изучении геодезических отображений, были развиты В. Ф. Каганом [10], Г. Врэнчану [122], Я. Л. Шапиро [40], Д. В. Веденяпиным [8] и др. Перечисленными авторами найдены специальные классы $(n-2)$-проективных пространств.

 

А. З. Петровым [92] было введено понятие квазигеодезических отображений. Специальными квазигеодезическими отображениями, в частности, являются голоморфно-проективные отображения келеровых пространств, рассмотренные Т. Оцуки, Я Тасиро [90], М. Прванович [96–98], Й. Микешем [9, 18, 19, 74, 82, 84–88, 91], И. Курбатовой [11, 12], М. Шиха [42, 65, 85, 104–106], Р. Лами [45, 46], и др.

Естественным обобщением этих классов отображений являются почти геодезические отображения, введенные в рассмотрение Н. С. Синюковым (см. [30, 32–34],). Им же выделены три типа почти геодезических отображений $\pi_1$, $\pi_2$, $\pi_3$. Вопрос о том, полна ли данная классификация почти геодезических отображений долгое время оставался открытым. Это решено в работах [58, 59].

Затем теория почти геодезических отображений развивалась в работах В. С. Собчука [35, 107], В. С. Шадного [39], Н. Я. Яблонской [44], В. Е. Березовского, Й. Микеша [2,4–7,49,54–64,84,86–88] и др.

Интересные исследования геодезических, голоморфно проективных и почти геодезических кривых в работах О. Беловой, Й. Микеша и К. Штрамбаха [48, 51–53], Й. Микеша, Л. Рыпаровой и А. Сабыканова [79, 100–102].

Исследования геодезических, голоморфно проективных и почти геодезических отображений для более общих пространств получены Н. О. Весич, Л. М. Велимирович, М. Л. Златанович, М. Найданович, М. С. Станкович, М. З. Петрович [67, 89, 93–95, 108–113, 118–121, 124–129] и др.

Известно [33], что почти геодезические отображения позволяют моделировать процессы, протекающие при одних энергетических режимах (описываемые одними пространствами) при отсутствии внешних сил, процессами, протекающими при других энергетических режимах (описываемыми другими пространствами) под воздействием сил определенного типа.

Почти геодезические отображения и преобразования, в частности, используются в теории гравитации [78].

В работе [91] доказано, что сечение $n$-мерной сферы 2-мерной плоскостью является почти геодезической линией. На основании этого факта построены почти геодезические отображения «в целом» в виде параллельной и центральной проекций $n$-мерной плоскости или $n$-мерной сферы на $n$-мерную сферу [22]. Подобный результат установлен для поворотных отображений [21].

Общие закономерности систем уравнений типа Коши в частных производных изложены во многих монографиях, например [33, с. 34—39], [86, с. 34—39], [87, с. 34—39], [88, с. 34—39]. В частности, рассматриваются эти системы уравнений на $n$-мерных многообразиях и в тензорном виде, когда имеют форму уравнений типа Коши в ковариантных производных. Здесь показаны основные свойства решительности таких систем, выделено основное свойство, что общее решение таких систем зависит от конечного числа параметров, которыми как правило является совокупность реальных чисел. Эти свойства были ранее использованы класиками при исследовании изометрических, аффинных, конформных, конциркулярных, проективных и голоморфно-проективных преобразований, см. [33, 86–88].

Н. С. Синюковым [33] основные уравнения геодезических отображений (псевдо-) римановых пространств на (псевдо-) римановы пространства получены в виде линейной системы уравнений типа Коши в ковариантных производных. Аналогичный результат получен Й. Микешем и В. Е. Березовским [83] для случая геодезических отображений эквиаффинных пространств на (псевдо-) римановы пространства. Заметим, что Ж. Томас [115] конструктивно показал проективную эквивалентность произвольного пространства аффинной связности некоторому пространству с экиаффинной связностью. В. В. Домашев и Й. Микеш [9, 15] подобное доказали для голоморфно-проективных отображений. См. также статьи. Детально эти вопросы обсуждаются в монографиях [33, 86–88].

Ранее Н. С. Синюковым [34] доказано, что основные уравнения канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности на Риччи-симметрические римановы пространства можно представить в виде замкнутой системы уравнений типа Коши в ковариантных производных. Следовательно, семейство всех Риччи-симметрических римановых пространств, на которое допускает каноническое почти геодезическое отображение первого типа заданное пространство аффинной связности, зависит от конечного числа параметров.

С другой стороны, геодезические отображения являются частным случаем канонических почти геодезических отображений первого типа. Основные уравнения геодезических отображений пространств аффинной связности не сводятся к замкнутым системам уравнений типа Коши ввиду того, что общее решение зависит от $n$ произвольных функций.

Следовательно, основные уравнения канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности в общем случае не сводятся к замкнутым системам уравнений типа Коши.

В работах [4, 63, 64] основные уравнения канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности на римановы пространства, а также канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности на обобщенные Риччи-симметрические пространства получены в виде замкнутых систем уравнений типа Коши. Эти результаты значительно усиливают результат, полученный Н. С. Синюковым [34] для канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности на римановы Риччи-симметрические пространства.

В данной работе основные уравнения канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности, при которых сохраняется тензор Римана, получены в виде замкнутой системы уравнений типа Коши.

**2. Основные понятия теории почти геодезических отображений пространства аффинной связности.** Напомним основные понятия и теоремы теории почти геодезических отображений, изложенные в [32–34, 87, 88].

Рассмотрим пространство аффинной связности $A_n$ с объектом аффинной связности $\Gamma^h_{ij}(x)$ без кручения, отнесенное к локальной системе координат $x^1, x^2, \dots, x^n$.

Кривая $\ell$: $x^h = x^h(t)$ пространства аффинной связности $A_n$ называется *геодезической линией*, если ее касательный вектор $\lambda^h(t) = dx^h(t)/dt$ удовлетворяет уравнению

$$\lambda^h_1 = \rho(t) \cdot \lambda^h,$$

где $\lambda^h_1 = \lambda^h_{,\alpha}\lambda^\alpha$, символ «,» обозначает ковариантную производную по связности пространства $A_n$, $\rho(t)$ — некоторая функция указанного аргумента.

Кривая $\ell$: $x^h = x^h(t)$ пространства аффинной связности $A_n$ $(n > 2)$ называется *почти геодезической линией*, если ее касательный вектор $\lambda^h(t) = dx^h(t)/dt$ удовлетворяет уравнению

$$\lambda^h_2 = a(t) \cdot \lambda^h + b(t) \cdot \lambda^h_1,$$

где $\lambda^h_2 \equiv \lambda^h_{1,\alpha}\lambda^\alpha$, $a(t)$ и $b(t)$ — некоторые функции указанного аргумента.

Отображение $f\colon A_n \to \overline{A}_n$ называют *почти геодезическим*, если при этом отображении все геодезические линии пространства $A_n$ переходят в почти геодезические линии пространства $\overline{A}_n$.

Предположим, что пространство аффинной связности $A_n$ допускает отображение $f$ на пространство аффинной связности $\overline{A}_n$ и эти пространства отнесены к общей по отображению системе координат $x^1, x^2, \dots, x^n$. *Тензором деформации* связностей отображения $f$ называют тензор

$$P^h_{ij}(x) = \overline{\Gamma}^h_{ij}(x) - \Gamma^h_{ij}(x), \tag{1}$$

где $\Gamma^h_{ij}(x)$ и $\overline{\Gamma}^h_{ij}(x)$ — компоненты объектов аффинной связности пространств $A_n$ и $\overline{A}_n$, соответственно, в указанной системе координат.

Известно [30, 32–34], что для того, чтобы отображение пространства $A_n$ на пространство $\overline{A}_n$ было почти геодезическим, необходимо и достаточно, чтобы в общей по отображению системе координат $x^1, x^2, \dots, x^n$ тензор деформации связностей $P^h_{ij}(x)$ удовлетворял условиям

$$A^h_{\alpha\beta\gamma}\lambda^\alpha\lambda^\beta\lambda^\gamma = a \cdot P^h_{\alpha\beta}\lambda^\alpha\lambda^\beta + b \cdot \lambda^h,$$

где $\lambda^h$ — произвольный вектор, $a$ и $b$ — некоторые функции переменных $x^1, x^2, \dots, x^n$ и $\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^n$, а тензор $A^h_{ijk}$ определен следующим образом:

$$A^h_{ijk} \overset{\text{def}}{=} P^h_{ij,k} + P^\alpha_{ij}P^h_{\alpha k}. \tag{2}$$

Почти геодезические отображения пространств аффинной связности введены в рассмотрение Н. С. Синюковым [30, 32–34]. Им, в соответствии с характером зависимости функций $a$ и $b$ от координат $\lambda^1, \lambda^2, \ldots, \lambda^n$ вектора $\lambda$, были выделены три типа почти геодезических отображений $\pi_1$, $\pi_2$ и $\pi_3$.

Отображение $f\colon A_n \to \overline{A}_n$ называют почти геодезическим типа $\pi_1$, если выполняются условия

$$A^h_{(ijk)} = \delta^h_{(i} a_{jk)} + b_{(i} P^h_{jk)}, \tag{3}$$

где круглые скобки обозначают симметрирование по указанным индексам без деления, $a_{ij}$ — некоторый симметрический тензор, $b_i$ — некоторый ковектор, $\delta^h_i$ — символы Кронекера.

Канонические почти геодезические отображения первого типа характеризуются тем, что в уравнении (3) ковектор $b_i$ тождественно обращается в нуль. Таким образом, канонические почти геодезические отображения характеризуются следующими условиями

$$P^h_{(ij,k)} + P^\alpha_{(ij} P^h_{k)\alpha} = \delta^h_{(i} a_{jk)}. \tag{4}$$

Известно [34], что каждое отображение $\pi_1$ можно представить в виде композиции канонического отображения $\pi_1$ и геодезического отображения. Последнее можно считать тривиальным почти геодезическим отображением, которым можно пренебречь.

Отображение $f\colon A_n \to \overline{A}_n$ называют почти геодезическим типа $\pi_2$, если выполняются условия

$$P^h_{ij} = \delta^h_{(i}\psi_{j)} + F^h_{(i}\varphi_{j)}, \quad F^h_{(i,j)} + F^h_\alpha F^\alpha_{(i}\varphi_{j)} = \delta^h_{(i}\mu_{j)} + F^h_{(i}\rho_{j)},$$

где $\psi_i$, $\varphi_i$, $\mu_i$, $\rho_i$ — некоторые ковекторы, $F^h_i$ — аффинор. Заиетим, что $\pi_2$ являются частным случаем $F$-планарных отображений [23, 70, 72, 77, 86–88].

Отображение $f\colon A_n \to \overline{A}_n$ называют почти геодезическим типа $\pi_3$, если выполняются условия

$$P^h_{ij} = \delta^h_{(i}\psi_{j)} + \theta^h a_{ij}, \quad \theta^h_{,i} = \rho\delta^h_i + \theta^h a_i,$$

где $\theta^h$ — некоторый вектор, $\psi_i$, $a_i$ — некоторые ковекторы, $a_{ij}$ — симметрический тензор и $\rho$ — некоторый инвариант.

Почти геодезические отображения $\pi_1$, $\pi_2$ и $\pi_3$ могут пересекаться. Если почти геодезическое отображение $f$ является одновременно $\pi_1$ и $\pi_2$, то $f$ является отображением пространств аффинной связности с сохранением линейного комплекса геодезических линий, а одновременно $\pi_1$ и $\pi_3$ — отображением $f$ с сохранением квадратичного комплекса геодезических [59].

В. Е. Березовским и Й. Микешем [58, 59] доказано, что при размерности пространств аффинной связности $n > 5$ других типов почти геодезических отображений, кроме $\pi_1$, $\pi_2$ и $\pi_3$, не существует.

**3. Канонические почти геодезические отображения первого типа пространств аффинной связности, при которых сохраняется тензор Римана.** Из (1) вытекает, что тензор Римана $R^h_{ijk}$ пространства $A_n$ связан с тензором Римана $\overline{R}^h_{ijk}$ пространства $\overline{A}_n$ соотношениями

$$\overline{R}^h_{ijk} = R^h_{ijk} - A^h_{i[jk]}, \tag{5}$$

где знак $[jk]$ обозначает альтернирование по индексам $j$ и $k$, тензор $A^h_{ijk}$ определен по формулам (2).

Из (5) вытекает следующая теорема.

**Теорема 1.** *Для того чтобы тензор Римана являлся инвариантным геометрическим объектом относительно отображения пространства аффинной связности $A_n$ на пространство аффинной связности $\overline{A}_n$, необходимо и достаточно, чтобы в общей по отображению системе координат выполнялись условия*

$$A^h_{ijk} = A^h_{ikj}. \tag{6}$$

Учитывая (2) условия (6) запишем в виде

$$P^h_{ij,k} + P^\alpha_{ij} P^h_{\alpha k} = P^h_{ik,j} + P^\alpha_{ik} P^h_{\alpha j}. \tag{7}$$

Рассмотрим каноническое почти геодезическое отображение первого типа пространства аффинной связности $A_n$ на пространство аффинной связности $\overline{A}_n$, характеризующееся уравнениями (4). Потребуем, чтобы при этом отображении сохранялся тензор Римана. Тогда уравнения (4) с учетом (7) имеют вид

$$P^h_{ij,k} + P^\alpha_{ij} P^h_{\alpha k} = \frac{1}{3}\delta^h_{(i} a_{jk)}. \tag{8}$$

Уравнения (8) являются общими для канонических почти геодезических отображений пространств аффинной связности с сохранением тензора Римана.

Введем в рассмотрение тензор $\tilde{a}_{ij}$, причем положим

$$\tilde{a}_{ij} = \frac{1}{3} a_{ij}. \tag{9}$$

С учетом (9) уравнения (8) запишем в виде

$$P^h_{ij,k} + P^\alpha_{ij} P^h_{\alpha k} = \delta^h_{(i} \tilde{a}_{jk)}. \tag{10}$$

Рассматривая (10) как систему типа Коши относительно тензора деформации $P^h_{ij}$, найдем условия их интерируемости. Для этого ковариантно продифференцируем (10) по $x^m$ в $A_n$, а затем проальтернируем по индексам $k$ и $m$. С учетом тождества Риччи получим

$$\delta^h_i \tilde{a}_{j[k,m]} + \delta^h_j \tilde{a}_{i[k,m]} + \delta^h_{[k|} \tilde{a}_{ij,|m]} = -P^\alpha_{ij} R^h_{\alpha km} + P^h_{\alpha(j} R^\alpha_{i)km} + \tilde{a}_{j[m} P^h_{k]i} + \tilde{a}_{i[m} P^h_{k]j}. \tag{11}$$

Условия интегрируемости (11) свернем по индексам $h$ и $m$. В результате находим

$$\tilde{a}_{jk,i} + \tilde{a}_{ik,j} - (n+1)\tilde{a}_{ij,k} = -P^\alpha_{ij} R_{\alpha k} + P^\beta_{\alpha j} R^\alpha_{ik\beta} + P^\beta_{\alpha i} R^\alpha_{jk\beta} + \tilde{a}_{j\alpha} P^\alpha_{ki} - \tilde{a}_{jk} P^\alpha_{\alpha i} + \tilde{a}_{i\alpha} P^\alpha_{jk} - \tilde{a}_{ik} P^\alpha_{j\alpha}, \tag{12}$$

где $R_{ij}$ — тензор Риччи пространства $A_n$.

Проальтернируем уравнения (12) по индексам $k$ и $j$. Получим

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{ij,k} = \tilde{a}_{ik,j} + \frac{1}{n+2}\big(&P^\alpha_{ij} R_{\alpha k} - P^\alpha_{ik} R_{\alpha j} - P^\beta_{\alpha j} R^\alpha_{ik\beta} + P^\beta_{\alpha k} R^\alpha_{ij\beta} - \\ &- P^\beta_{\alpha i} R^\alpha_{jk\beta} + P^\beta_{\alpha i} R^\alpha_{kj\beta} - \tilde{a}_{j\alpha} P^\alpha_{ki} + \tilde{a}_{k\alpha} P^\alpha_{ij} + \tilde{a}_{ik} P^\alpha_{j\alpha} - \tilde{a}_{ij} P^\alpha_{k\alpha}\big).\end{aligned} \tag{13}$$

В уравнении (13) поменяем местами индексы $k$ и $i$. Имеем

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{kj,i} = \tilde{a}_{ki,j} + \frac{1}{n+2}\big(&P^\alpha_{kj} R_{\alpha i} - P^\alpha_{ki} R_{\alpha j} - P^\beta_{\alpha j} R^\alpha_{ki\beta} + P^\beta_{\alpha i} R^\alpha_{kj\beta} - \\ &- P^\beta_{\alpha k} R^\alpha_{ji\beta} + P^\beta_{\alpha k} R^\alpha_{ij\beta} - \tilde{a}_{j\alpha} P^\alpha_{ik} + \tilde{a}_{i\alpha} P^\alpha_{kj} + \tilde{a}_{ki} P^\alpha_{j\alpha} - \tilde{a}_{kj} P^\alpha_{i\alpha}\big).\end{aligned} \tag{14}$$

Подставив (13) и (14) в уравнения (12) находим

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{ik,j} = \frac{1}{(n-1)(n+2)}\Big(&n\big(P^\alpha_{ik} R_{\alpha j} - P^\beta_{\alpha(k} R^\alpha_{i)j\beta}\big) + R_{\alpha(k} P^\alpha_{i)j} - P^\beta_{\alpha j} R^\alpha_{(ik)\beta} - \\ &- P^\beta_{\alpha(i} R^\alpha_{|j|k)\beta} + (n+1)\big(\tilde{a}_{j(i} P^\alpha_{k)\alpha} - \tilde{a}_{\alpha(i} P^\alpha_{k)j}\big) + 2\big(\tilde{a}_{ik} P^\alpha_{j\alpha} - \tilde{a}_{j\alpha} P^\alpha_{ik}\big)\Big).\end{aligned} \tag{15}$$

Очевидно, уравнения (10) и (15) в данном пространстве $A_n$ представляют собой систему уравнений в ковариантных производных типа Коши относительно функций $P^h_{ij}(x)$ и $\tilde{a}_{ij}(x)$, которые, естественно, должны удовлетворять еще конечным условиям алгебраического характера

$$P^h_{ij}(x) = P^h_{ji}(x), \quad \tilde{a}_{ij}(x) = \tilde{a}_{ji}(x). \tag{16}$$

Тем самым доказана следующая теорема.

**Теорема 2.** *Для того чтобы пространство аффинной связности $A_n$ допускало каноническое почти геодезическое отображение первого типа на пространство аффинной связности $\overline{A}_n$, необходимо и достаточно, чтобы в нем существовало решение смешанной системы уравнений в ковариантных производных типа Коши* (10), (15), (16) *относительно неизвестных функций $P^h_{ij}(x)$ и $\tilde{a}_{ij}(x)$.*

**Следствие.** *Общее решение замкнутой смешанной системы уравнений в ковариантных производных типа Коши* (10), (15) *и* (16) *зависит не более чем от* $1/2n(n+1)^2$ *существенных параметров.*

Поскольку тензор Римана в аффинном пространстве обращается в нуль, то имеет место следующий факт.

**Теорема 3.** *Если аффинное пространство допускает каноническое почти геодезическое отображение первого типа, определяемое уравнениями* (10) *на $\overline{A}_n$, то $\overline{A}_n$ является аффинным пространством.*

Таким образом, аффинные пространства образуют замкнутый класс относительно канонических почти геодезических отображений первого типа, определяемых уравнениями (10).

**4. Частный случай канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности, при которых сохраняется тензор Римана.** Рассмотрим частный случай канонических почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности, при которых сохраняется тензор Римана. Допустим, что в основных уравнениях (10) указанных отображений тензор $\tilde{a}_{ij}$ тождественно обращается в нуль. В этом случае основные уравнения (10) принимают вид

$$P^h_{ij,k} = -P^\alpha_{ij} P^h_{\alpha k}. \tag{17}$$

Уравнения (17) в плоском пространстве вполне интегрируемы. Следовательно, имеют решение для любых начальных значений $P^h_{ij}(x_0)$. Если начальные значения такие, что $P^h_{ij}(x_0) \not\equiv \delta^h_{(i}\psi_{j)}(x_0)$, то построенное таким образом решение устанавливает каноническое почти геодезическое отображение первого типа, отличное от геодезического, плоского пространства $A_n$ на плоское пространство $\overline{A}_n$. Поэтому имеет место следующая теорема.

**Теорема 4.** *Существует каноническое почти геодезическое отображение первого типа $n$-мерной плоскости на себя, при котором прямые переходят в кривые, лежащие в 2-мерных плоскостях, не все из которых являются прямыми.*

Приведем пример канонического почти геодезического отображения первого типа плоского пространства $A_n$ на плоское пространство $\overline{A}_n$.

Пусть $x^1, x^2, \dots, x^n$ и $\overline{x}^1, \overline{x}^2, \dots, \overline{x}^n$ — аффинные координаты пространств $A_n$ и $\overline{A}_n$ соответственно. Точечное преобразование

$$\overline{x}^h = \frac{1}{2} C^h_i (x^i - C^i)^2 + x^h_0, \tag{18}$$

где $C^h_i$, $C^i$, $x^h_0$ — некоторые постоянные, причем $\det(C^h_i) \neq 0$, определяет каноническое почти геодезическое отображение первого типа пространства $A_n$ на пространство $\overline{A}_n$.

Непосредственной проверкой можно убедиться, что тензор деформации связности $P^h_{ij}$ в системе координат $x^1, x^2, \dots, x^n$ имеет вид

$$P^i_{ii} = \frac{1}{x^i - C^i}, \quad i = \overline{1, n},$$

а остальные компоненты равны нулю. При таком строении тензор $P^h_{ij}$ удовлетворяет уравнениям (17).

Прямые пространства $A_n$, которые определяются уравнениями

$$x^h = a^h + b^h t,$$

где $t$ — параметр, при преобразовании (18) переходят в параболы пространства $\overline{A}_n$, определяемые уравнениями

$$\overline{x}^h = F^h + D^h t + E^h t^2,$$

где

$$F^h = \frac{1}{2} C^h_i (a^i - C^i)^2, \quad D^h = C^h_i (a^i - C^i) b^i, \quad E^h = \frac{1}{2} C^h_i (b^i)^2.$$

Исключение представляют прямые, проходящие через точку $M(C^1, C^2, \dots, C^n)$. Они при преобразовании (18) отображаются на прямые пространства $\overline{A}_n$.

Приведем более общий пример канонического почти геодезического отображения первого типа. Точечное преобразование аффинных координат плоского пространства $A_n$

$$\overline{x}^h = x^h_0 + a^h_\alpha x^\alpha + a^h_{\alpha\beta} x^\alpha x^\beta,$$

где $x^h_0$, $a^h_i$, $a^h_{ij}$ — постоянные, для которых $\det(a^h_i) \neq 0$, $a^h_{ij} = a^h_{ji}$, является каноническим почти геодезическим отображением первого типа.

При таком отображении все геодезические линии переходят либо в параболы, либо в прямые.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Аминова А. В.* Проективные преобразования псевдоримановых многообразий. — М.: Янус-К, 2003.
2. *Березовский В. Е., Гусева Н. И., Микеш Й.* О частном случае почти геодезических отображений первого типа пространств аффинной связности, при котором сохраняется некоторый тензор// Мат. заметки. — 2015. — *98*, № 3. — С. 463–466.
3. *Березовский В. Е., Гусева Н. И., Микеш Й.* Геодезические отображения эквиаффинных и Риччи-симметрических пространств// Мат. заметки. — 2021. — *110*, № 2. — С. 309–312.
4. *Березовский В. Е., Микеш Й.* Почти геодезические отображения типа $\pi_1$ на обобщенно риччи-симметрические пространства// Уч. зап. Казан. гос. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2009. — *151*, № 4. — С. 9–14.
5. *Березовский В. Е., Микеш Й.* О канонических почти геодезических отображениях первого типа пространств аффинной связности// Изв. вузов. Мат. — 2014. — № 2. — С. 3–8.
6. *Березовский В. Е., Микеш Й., Худа Г., Чепурная Е. Е.* Канонические почти геодезические отображения, сохраняющие тензор проективной кривизны// Изв. вузов. Мат. — 2017. — № 6. — С. 3–8.
7. *Вавржикова Х., Микеш Й., Покорна О., Старко Г.* Об основных уравнениях почти геодезических отображений $\pi_2(e)$// Изв. вузов. Мат. — 2007. — № 1. — С. 10–15.
8. *Веденяпин Д. В.* Об $(n-2)$-проективном пространстве// Науч. докл. высш. школы. Физ.-мат. науки. — 1959. — *6*. — С. 119–126.
9. *Домашев В. В., Микеш Й.* К теории голоморфно-проективных отображений келеровых пространств// Мат. заметки. — 1978. — *23*, № 2. — С. 297–303.
10. *Каган В. Ф.* Субпроективные пространства. — М., 1961.
11. *Курбатова И. Н.* HP-отображения H-пространств// Укр. геом. сб. — 1984. — *27*. — С. 75–83.
12. *Курбатова И. Н.* О 4-квазипланарных отображениях почти кватернионных многообразий// Изв. вузов. Мат. — 1986. — № 1. — С. 75–78.
13. *Микеш Й.* Геодезические отображения полусимметрических римановых пространств. — Деп. в ВИНИТИ. — No. 3924-76, 1976.
14. *Микеш Й.* О некоторых классах римановых пространств, замкнутых соответственно на геодезические отображения// VII Всесоюз. конф. «Современная дифференциальная геометрия». — Минск, 1979. — С. 126.
15. *Микеш Й.* О голоморфно-проективных отображениях кэлеровых пространств// Укр. геом. сб. — 1980. — *23*. — С. 90–98.
16. *Микеш Й.* О геодезических отображениях Риччи 2-симметрических римановых пространств// Мат. заметки. — 1980. — *28*, № 2. — С. 313–317.
17. *Микеш Й.* О геодезических отображениях пространств Эйнштейна// Мат. заметки. — 1980. — *28*, № 6. — С. 935–938.
18. *Микеш Й.* Об эквидистантных келеровых пространствах// Мат. заметки. — 1985. — *38*, № 4. — С. 627–633.
19. *Микеш Й.* О сасакиевых и эквидистантных келеровых пространствах// Докл. АН СССР. — 1986. — *291*, № 1. — С. 33–36.
20. *Микеш Й., Гинтерлейтнер И., Гусева Н. И.* Геодезические отображения «в целом» Риччи-плоских пространств с $n$ полными геодезическими линиями// Мат. заметки. — 2020. — *108*, № 2. — С. 306–310.
21. *Микеш Й., Гусева Н. И., Пешка П., Рыпарова Л.* Поворотные отображения и проекции сферы// Мат. заметки. — 2021. — *110*, № 1. — С. 151–154.
22. *Микеш Й., Гусева Н. И., Пешка П., Рыпарова Л.* Почти геодезические отображения и проекции сферы// Мат. заметки. — 2022. — *111*, № 3. — С. 476–480.
23. *Микеш Й., Синюков Н. С.* О квазипланарных отображениях пространств аффинной связности// Изв. вузов. Мат. — 1983. — № 1. — С. 55–61.
24. *Норден А. П.* Пространства аффинной связности. — М.: Наука, 1976.
25. *Петров А. З.* Новые методы в общей теории относительности. — М.: Наука, 1966.
26. *Синюков Н. С.* О геодезических отображениях римановых многообразий на симметрические пространства// Докл. АН СССР. — 1954. — *98*. — С. 21–23.
27. *Синюков Н. С.* Нормальные геодезические отображения римановых пространств// Докл. АН СССР. — 1956. — *111*. — С. 766–767.
28. *Синюков Н. С.* Об эквидистантных пространствах// Вестн. Одесск. ун-та. — 1957. — С. 133–135.
29. *Синюков Н. С.* Об одном инвариантном преобразовании римановых пространств с общими геодезическими// Докл. АН СССР. — 1961. — *137*, № 6. — С. 1312–1314.

30. *Синюков Н. С.* Почти геодезические отображения аффиносвязных и римановых пространств// Докл. АН СССР. — 1963. — *151*, № 4. — С. 781–782.
31. *Синюков Н. С.* К теории геодезического отображения римановых пространств// Докл. АН СССР. — 1966. — *169*, № 4. — С. 770–772.
32. *Синюков Н. С.* Почти геодезические отображения пространств аффинной связности и $e$-структуры// Мат. заметки. — 1970. — *7*, № 4. — С. 449–459.
33. *Синюков Н. С.* Геодезические отображения римановых пространств. — М.: Наука, 1979.
34. *Синюков Н. С.* Почти геодезические отображения аффинно-связных и римановых пространств// Итоги науки и техн. Сер. Пробл. геом. — 1982. — *13*. — С. 3–26.
35. *Собчук В. С.* Почти геодезическое отображение римановых пространств на симметрические римановы пространства// Мат. заметки. — 1975. — *17*, № 5. — С. 757–763.
36. *Solodovnikov A. S.* Projective transformations of Riemannian spaces// Usp. Mat. Nauk. — 1956. — *11*, № 4. — С. 45–116.
37. *Солодовников А. С.* Пространства с общими геодезическими// Тр. семин. вект. тенз. анал. — 1961. — *11*. — С. 43–102.
38. *Солодовников А. С.* Геометрическое описание всех возможных представлений римановой метрики в форме Леви-Чивиты// Тр. семин. вект. тенз. анал. — 1963. — *12*. — С. 131–173.
39. *Шадный В. С.* Почти геодезическое отображение римановых пространств на пространства постоянной кривизны// Мат. заметки. — 1979. — *25*, № 2. — С. 293–298.
40. *Шапиро Я. Л.* О квазигеодезическом отображении// Изв. вузов. Мат. — 1980. — № 9. — С. 53–55.
41. *П. А. Широков* Избранные труды по геометрии. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1966.
42. *Шиха М., Микеш Й.* Об эквидистантных параболически кэлеровых пространствах// Тр. геом. семин. — 1994. — *22*. — С. 97–107.
43. *Эйзенхарт Л. П.* Риманова геометрия. — М.: ИЛ, 1948.
44. *Яблонская Н. В.* О специальных группах почти геодезических преобразований пространств аффинной связности// Изв. вузов. Мат. — 1986. — № 1. — С. 78–80.
45. *Al Lami R. J. K.* Holomorphically projective mappings of compact semisymmetric manifolds// Acta Univ. Palacki. Olomouc. Fac. Rerum Nat. Math. — 2010. — *49*, № 1. — P. 49–53.
46. *Al Lami R. J. K., Škodová M., Mikeš J.* On holomorphically projective mappings from equiaffine generally recurrent spaces onto Kählerian spaces// Arch. Math. (Brno). — 2006. — *42*, № 5. — P. 291–299.
47. *Aminova A. V.* Projective transformations of pseudo-Riemannian manifolds// J. Math. Sci. — 2003. — *113*, № 3. — P. 367–470.
48. *Belova O., Mikeš J.* Almost geodesics and special affine connection// Res. Math. — 2020. — *75*, № 3. — 127.
49. *Berezovskii V. E., Mikeš J., Rýparová L., Sabykanov A.* On canonical almost geodesic mappings of type $\pi_2(e)$// Mathematics. — 2020. — *8*, № 1. — 54.
50. *Belova O., Mikeš J., Sherkuziyev M., Sherkuziyeva N.* An analytical inflexibility of surfaces attached along a curve to a surface regarding a point and plane// Res. Math. — 2021. — *76*, № 2. — 56.
51. *Belova O., Mikeš J., Strambach K.* Complex curves as lines of geometries// Res. Math. — 2017. — *71*, № 1-2. — P. 145–165.
52. *Belova O., Mikeš J., Strambach K.* Geodesics and almost geodesics curves// Res. Math. — 2018. — *73*, № 4. — 154.
53. *Belova O. et al.* Our friend and mathematician Karl Strambach// Res. Math. — 2020. — *75*, № 2. — 69.
54. *Berezovski V., Bácsó S., Mikeš J.* Almost geodesic mappings of affinely connected spaces that preserve the Riemannian curvature// Ann. Math. Inf. — 2015. — *45*. — P. 3–10.
55. *Berezovski V. E., Cherevko Y., Leshchenko S., Mikeš J.* Canonical almost geodesic mappings of the first type of spaces with affine connection onto generalized 2-Ricci-symmetric spaces// Geom. Integr. Quant. — 2021. — *22*. — P. 78–87.
56. *Berezovski V. E., Cherevko Y., Rýparová L.* Conformal and geodesic mappings onto some special spaces// Mathematics. — 2019. — *7*, № 8. — 664.
57. *Berezovski V. E., Jukl M., Juklová L.* Almost geodesic mappings of the first type onto symmetric spaces// Proc. 16th Conf. APLIMAT 2017. — Bratislava, 2017. — P. 126–131.
58. *Berezovski V. E., Mikeš J.* On the classification of almost geodesic mappings of affine-connected spaces// Proc. Conf. "Differential Geometry and Applications" (Dubrovnik, 1988). — 1989. — P. 41–48.
59. *Berezovski V. E., Mikeš J.* On a classification of almost geodesic mappings of affine connection spaces// Acta Univ. Palacki. Olomuc. Math. — 1996. — *35*. — P. 21–24.

60. *Berezovski V. E., Mikeš J.* On almost geodesic mappings of the type $\pi_1$ of Riemannian spaces preserving a system of $n$-orthogonal hypersurfaces// Rend. Circ. Mat. Palermo. — 1999. — *59*. — P. 103–108.
61. *Berezovski V. E., Mikeš J.* Almost geodesic mappings of spaces with affine connection// J. Math. Sci. — 2015. — *207*, № 3. — P. 389–409.
62. *Berezovski V. E., Mikeš J., Radulović Ž.* Almost geodesic mappings of type $\pi_1^*$ of spaces with affine connection// Math. Montisnigri. — 2021. — *52*. — P. 30–36.
63. *Berezovski V. E., Mikeš J., Vanžurová A.* Almost geodesic mappings onto generalized Ricci-symmetric manifolds// Acta Math. Acad. Paedag. Nyiregyhaziensis. — 2010. — *26*. — P. 221–230.
64. *Berezovski V. E., Mikeš J., Vanžurová A.* Fundamental PDE's of the canonical almost geodesic mappings of type $\pi_1$// Bull. Malays. Math. Sci. Soc. — 2014. — *37*. — P. 647–659.
65. *Chudá H., Guseva N., Peška P.* On $F_2^\varepsilon$-planar mappings with function $\varepsilon$ of (pseudo-) Riemannian manifolds// Filomat. — 2017. — *31*, № 9. — P. 2683–2689.
66. *Chudá H., Shiha M.* Conformal holomorphically projective mappings satisfying a certain initial condition// Miskolc. Math. Notes. — 2013. — *14*, № 2. — P. 569–574.
67. *Ćirić M. S., Zlatanović M. Lj., Stanković M. S., Velimirović Lj. S.* On geodesic mappings of equidistant generalized Riemannian spaces// Appl. Math. Comput. — 2012. — *218*, № 12. — P. 6648–6655.
68. *Eisenhart L. P.* Non-Riemannian Geometry. — Mineola, NY: Dover, 2005.
69. *Eisenhart L. P.* Continuous Groups of Transformations. — New York: Dover, 1961.
70. *Hinterleitner I., Mikeš J.* On $F$-planar mappings of spaces with affine connections// Note Mat. — 2007. — *27*, № 1. — P. 111–118.
71. *Hinterleitner I., Mikeš J.* Geodesic mappings onto Weyl manifolds// J. Appl. Math. — 2009. — *2*, № 1. — P. 125–133.
72. *Hinterleitner I., Mikeš J.* Fundamental equations of geodesic mappings and their generalizations// J. Math. Sci. — 2011. — *174*, № 5. — P. 537–554.
73. *Hinterleitner I., Mikeš J.* Projective equivalence and spaces with equiaffine connection// J. Math. Sci. — 2011. — *177*. — P. 546–550.
74. *Hinterleitner I., Mikeš J.* Holomorphically projective mappings onto complete Kähler manifolds// Proc. XVI Geom. Seminar (Univ. Niš, Serbia), 2011. — P. 56–64.
75. *Hinterleitner I., Mikeš J.* Geodesic mappings and Einstein spaces// Trends Math. — 2013. — *19*. — P. 331–335.
76. *Hinterleitner I., Mikeš J.* Geodesic mappings of (pseudo-) Riemannian manifolds preserve class of differentiability// Miskolc. Math. Notes. — 2013. — *14*, № 2. — P. 575–582.
77. *Hinterleitner I., Mikeš J., Peška P.* Fundamental equations of $F$-planar mappings// Lobachevskii J. Math. — 2017. — *38*, № 4. — P. 653–659.
78. *Kozak A., Borowiec A.* Palatini frames in scalar-tensor theories of gravity// Eur. Phys. J. — 2019. — *79*. — 335.
79. *Křížek J., Mikeš J., Peška P., Rýparová L.* Extremals and isoperimetric extremals of the rotations in the plane// Geom. Integr. Quant. — 2021. — *22*. — P. 136–141.
80. *Levi-Civita T.* Sulle trasformazioni dello equazioni dinamiche// Ann. Mat. — 1896. — *24*. — P. 252–300.
81. *Mikeš J.* Geodesic mappings of affine-connected and Riemannian spaces// J. Math. Sci. — 1996. — *78*, № 3. — P. 311–333.
82. *Mikeš J.* Holomorphically projective mappings and their generalizations// J. Math. Sci. — 1998. — *89*, № 3. — P. 1334–1353.
83. *Mikeš J., Berezovski V.* Geodesic mappings of affine-connected spaces onto Riemannian spaces// Colloq. Math. Soc. J. Bolyai. — 1989. — *56*. — P. 491–494.
84. *Mikeš J., Pokorná O., Starko G. A., Vavříková H.* On almost geodesic mappings $\pi_2(e)$, $e = \pm 1$// Proc. Conf. APLIMAT. — Bratislava, 2005. — P. 315–321.
85. *Mikeš J., Shiha M., Vanžurová A.* Invariant objects by holomorhpically projective mappings of parabolically Kähler spaces// J. Appl. Math. — 2009. — *2*. — P. 135–141.
86. *Mikeš J., Vanžurová A., Hinterleitner I.* Geodesic Mappings and Some Generalizations. — Olomouc: Palacky Univ. Press, 2009.
87. *Mikeš J. et al.* Differential Geometry of Special Mappings. — Olomouc: Palacky Univ. Press, 2015.
88. *Mikeš J. et al.* Differential Geometry of Special Mappings. 2nd edition. — Olomouc: Palacky Univ. Press, 2019.
89. *Najdanović M. S., Zlatanović M. Lj., Hinterleitner I.* Conformal and geodesic mappings of generalized equidistant spaces// Publ. Inst. Math., Nouv. Sér. — 2015. — *98 (112)*. — P. 71–84.
90. *Otsuki T., Tashiro Y.* On curves in Kaehlerian spaces// Math. J. Okayama Univ. — 1954. — *4*. — P. 57–78.

91. *Peška P., Mikeš J., Rýparová L.* Almost geodesic curves as intersections of $n$-dimensional spheres// Lobachevskii J. Math. — 2022. — *43*, № 3. — P. 687–690.
92. *Petrov A. Z.* Modeling of physical fields// Gravit. Gen. Relat. — 1968. — *4*. — P. 7–21.
93. *Petrović M. Z.* Canonical almost geodesic mappings of type ${}_\theta\pi_2(0, F)$, $\theta \in \{1, 2\}$ between generalized parabolic Kähler manifolds// Miskolc. Math. Notes. — 2018. — *19*. — P. 469–482.
94. *Petrović M. Z.* Special almost geodesic mappings of the second type between generalized Riemannian spaces// Bull. Malays. Math. Sci. Soc. — 2019. — *42*. — P. 707–727.
95. *Petrović M. Z., Stanković M. S.* Special almost geodesic mappings of the first type of non-symmetric affine connection spaces// Bull. Malays. Math. Sci. Soc. — 2017. — *40*. — P. 1353–1362.
96. *Prvanović M.* Holomorphically projective transformations in a locally product space// Math. Balk. — 1971. — *1*. — P. 195–213.
97. *Prvanović M.* Holomorphically semi-symmetric connexions// Zb. Rad., Prir.-Mat. Fak., Univ. Novom Sadu. — 1979. — *9*. — P. 91–99.
98. *Prvanović M.* A note on holomorphically projective transformations of the Kähler spaces// Tensor. — 1981. — *35*. — P. 99-104.
99. *Radulovich Zh., Mikeš J., Gavril'chenko M. L.* Geodesic Mappings and Deformations of Riemannian Spaces. — Podgorica: CID, 1997.
100. *Rýparová L., Mikeš J.* On geodesic bifurcations// Geom. Integr. Quant. — 2017. — *18*. — P. 217–224.
101. *Rýparová L., Mikeš J.* Bifurcation of closed geodesiscs// Geom. Integr. Quant. — 2018. — *19*. — P. 188–192.
102. *Rýparová L., Mikeš J., Sabykanov A.* On geodesic bifurcations of product spaces// J. Math. Sci. — 2019. — *239*, № 1. — P. 86–91.
103. *Shandra I. G., Mikeš J.* Geodesic mappings of semi-Riemannian manifolds with a degenerate metric// Mathematics. — 2022. — *10*, № 1. — 154.
104. *Shiha M.* On the theory of holomorphically-projective mappings of parabolically-Kählerian spaces// (*Kowalski O. et al.*, eds.) Proc. 5th Int. Conf. "Differential Geometry and Its Applications" (Opava, Czechoslovakia, August 24-28, 1992). — Opava: Silesian Univ., 1993. — P. 157–160.
105. *Shiha M., Juklová L., Mikeš J.* Holomorphically projective mappings onto Riemannian tangent-product spaces// J. Appl. Math. Bratislava. — 2012. — *5*, № 3. — P. 259–266.
106. *Shiha M., Mikeš J.* On holomorphically projective flat parabolically Kählerian spaces// (*Bokan N. et al.*, eds.) Proc. Conference "Contemporary Geometry and Related Topics" (Belgrade, Serbia and Montenegro, June 26—July 2, 2005). — Belgrade: Univ. Belgrade, 2006. — P. 467–474.
107. *Sobchuk V. S., Mikeš J., Pokorná O.* On almost geodesic mappings $\pi_2$ between semisymmetric Riemannian spaces// Novi Sad J. Math. — 1999. — *9*. — P. 309–312.
108. *Stanković M. S.* On canonic almost geodesic mappings of the second type of affine spaces// Filomat. — 1999. — *13*. — P. 105–144.
109. *Stanković M. S., Ćirić M. S., Zlatanović M. Lj.* Geodesic mappings of equiaffine and anti-equiaffine general affine connection spaces preserving torsion// Filomat. — 2012. — *26*, № 3. — P. 439–451.
110. *Stanković M. S., Minčić S. M., Zlatanović M. Lj., Velimirović Lj. S.* On equitorsion geodesic mappings of general affine connection spaces// Rend. Semin. Mat. Univ. Padova. — 2010. — *124*. — P. 77–90.
111. *Stanković M. S., Zlatanović M. Lj., Velimirović Lj. S.* Equitorsion holomorphically projective mappings of generalized Kählerian space of the second kind// Int. Electron. J. Geom. — 2010. — *3*, № 2. — P. 26–39.
112. *Stanković M. S., Zlatanović M. L., Vesić N. O.* Basic equations of $G$-almost geodesic mappings of the second type, which have the property of reciprocity// Czech. Math. J. — 2015. — *65*. — P. 787–799.
113. *Stanković M. S., Zlatanović M. L., Vesić N. O.* Some properties of ET-projective tensors obtained from Weyl projective tensor// Filomat. — 2015. — *29*, № 3. — P. 573–584.
114. *Stepanov S., Mikeš J.* Application of the Hopf maximum principle to the theory of geodesic mappings// Kragujevac J. Math. — 2021. — *45*, № 5. — P. 781–786.
115. *Thomas J. M.* Asymmetric displacement of a vector// Trans. Am. Math. Soc. — 1926. — *28*, № 4. — P. 658–670.
116. *Thomas T. Y.* On projective and equiprojective geometries of paths// Natl. Acad. Sci. U.S.A. — 1925. — *11*. — P. 198–203.
117. *Thomas T. Y.* Note on the projective geometry of paths// Bull. Am. Math. Soc. — 1925. — *31*. — P. 318–322.
118. *Vesić N. O., Stanković M. S.* Invariants of special second-type almost geodesic mappings of generalized Riemannian space// Mediterr. J. Math. — 2018. — *15*, № 60.

119. *Vesić N. O., Velimirović L. S., Stanković M. S.* Some invariants of equitorsion third type almost geodesic mappings// Mediterr. J. Math. — 2016. — *13*. — P. 4581–4590.
120. *Vesić N. O., Zlatanović M. Lj.* Invariants for geodesic and F-planar mappings of generalized Riemannian spaces// Quaest. Math. — 2021. — *44*, № 7. — P. 983–996.
121. *Vesić N. O., Zlatanović M. Lj., Velimirović A. M.* Projective invariants for equitorsion geodesic mappings of semi-symmetric affine connection spaces// J. Math. Anal. Appl. — 2019. — *472*, № 2. — P. 1571–1580.
122. *Vrançeanu G.* Proprietati globale ale spatiilor bui Riemann cu conexiune abina constanta// Stud. Cerc. Mat. Acad. RPR. — 1963. — *14*, № 1. — P. 7–22.
123. *Weyl H.* Zur Infinitesimalgeometrie Einordnung der projektiven und der konformen Auffassung// Göttinger Nachrichten. — 1921. — P. 99–112.
124. *Zlatanović M. Lj.* On equitorsion geodesic mappings of general affine connection spaces onto generalized Riemannian spaces// Appl. Math. Lett. — 2011. — *24*, № 5. — P. 665–671.
125. *Zlatanović M. Lj.* New projective tensors for equitorsion geodesic mappings// Appl. Math. Lett. — 2012. — *25*, № 5. — P. 890–897.
126. *Zlatanović M. Lj., Hinterleitner I., Najdanović M.* On equitorsion concircular tensors of generalized Riemannian spaces// Filomat. — 2014. — *28*, № 3. — P. 463–471.
127. *Zlatanović M. Lj., Hinterleitner I., Najdanović M.* Geodesic mapping onto Kählerian spaces of the first kind// Czech. Math. J. — 2014. — *64*, № 4. — P. 1113–1122.
128. *Zlatanović M. Lj., Stanković V.* Geodesic mapping onto Kählerian space of the third kind// J. Math. Anal. Appl. — 2017. — *450*, № 1. — P. 480–489.
129. *Zlatanović M. Lj., Velimirović Lj. S., Stanković M. S.* Necessary and sufficient conditions for equitorsion geodesic mapping// J. Math. Anal. Appl. — 2016. — *435*, № 1. — P. 578–592.


## ДЕКЛАРАЦИЯ АВТОРОВ


**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Финансирование.** Авторы заявляют об отсутствии финансовой поддержки от каких-либо организаций или частных лиц.

**Финансовые интересы.** Авторы заявляют об отсутствии подлежащих раскрытию финансовых или нефинансовых интересов, связанных с публикуемым материалом.



Березовский Владимир Евгеньевич
Уманский национальный университет садоводства, Умань, Украина
E-mail: `berez.volod@gmail.com`

Лещенко Светлана Владимировна
Уманский национальный университет садоводства, Умань, Украина
E-mail: `S.V.Leschenko1963@gmail.com`

Mikeš Josef
Университет им. Ф. Палацкого, Оломоуц, Чехия
E-mail: `josef.mikes@upol.cz`