



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 231 (2024). С. 13–26
DOI: 10.36535/2782-4438-2024-231-13-26

УДК 51-7, 519.65

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ВЕТРА ПО ДАННЫМ ЛИДАРНОГО СКАНИРОВАНИЯ

© 2024 г. Н. А. БАРАНОВ

Аннотация. Рассматривается задача восстановления трех компонент скорости ветра по данным измерений радиальной составляющей вдоль направлений, равномерно расположенных на поверхности вертикального конуса, при помощи метода наименьших квадратов. Получены оценки для максимальной ошибки восстановления каждой компоненты вектора скорости ветра и для среднеквадратических ошибок в асимптотическом приближении. Оценки получены с учетом полноты данных измерений.

Ключевые слова: точность восстановления, оценка, метод наименьших квадратов, профиль ветра, лидарное сканирование.

ANALYTICAL ESTIMATES OF THE ACCURACY OF WIND PROFILE RECONSTRUCTION FROM LIDAR SCANNING DATA

© 2024 N. A. BARANOV

ABSTRACT. We consider the problem of reconstructing three components of wind velocity from measurement data of the radial component along directions uniformly located on the surface of a vertical cone using the least squares method. Estimates are obtained for the maximum error in the reconstruction of each component of the wind speed vector and for the mean square errors in the asymptotic approximation. Estimates are obtained taking into account the completeness of measurement data.

Keywords and phrases: reconstruction accuracy, estimation, least squares method, wind profile, lidar scanning.

AMS Subject Classification: 65G99, 65Z05

1. Введение. В практике метеорологических измерений все более широкое распространение получают средства дистанционного зондирования, в частности, лидарные средства измерения профиля ветра (см. [20, 26]). Интенсивное их развитие стимулировалось прежде всего потребностями ветровой энергетики, поскольку для принятия решения о разворачивании кластера ветровых генераторов требуется статистическая информация о профиле ветра в предполагаемом районе разворачивания (см. [12, 17, 23, 25]). Статистические данные о значениях скорости ветра на различных высотах служат основой для оценки потенциальной эффективности генерации ветровой электроэнергии.

Кроме того, ветровые лидарные профилометры находят свое применение в экологии для оценки неблагоприятных условий рассеивания загрязняющих веществ и прогнозирования условий их распространения (см. [11]). Данные ветровых профилометров усваиваются в численных моделях прогноза погоды для повышения его точности (см. [6, 9, 18, 28, 29]).

Лидарные средства дистанционного измерения ветровых параметров используют эффект Доплера изменения частоты лазерного излучения, отраженного от аэрозольных образований, которые движутся с локальной скоростью ветра (см. [26]). Особенность определения компонент скорости ветра при лидарном дистанционном зондировании состоит в том, что непосредственно может быть измерена только одна составляющая скорости ветра, направленная вдоль текущего направления измерений (так называемая радиальная составляющая). Поэтому технология определения компонент скорости ветра состоит в получении значений радиальной скорости для нескольких направлений измерений, расположенных с одним и тем же углом места, а затем решается обратная задача восстановления трехмерного вектора скорости, проекции которого на направления измерения совпадают с измеренными значениями (см. [5, 7, 15]).

Для определения профиля ветра, т.е. расчета трех составляющих скорости ветра для различных высот над поверхностью земли, используется режим сканирования VAD (Velocity Azimuth Display; см. [7, 26]). В режиме VAD выполняется круговое сканирование приземного слоя атмосферы при постоянном значении угла места. Круговое сканирование означает, что азимут направления измерения изменяется в диапазоне $[0, 2\pi]$. Кроме того, в режиме VAD сканирование выполняется с большими углами места ($\sim 70^\circ$). С одной стороны, это обеспечивает большой диапазон высот измерения, а с другой, позволяет определять вертикальную составляющую скорости ветра, поскольку очевидно, что при малых углах места проекция вертикальной составляющей скорости ветра, которая, как правило, и так имеет малые значения ($\sim 0,5\text{--}1,0$ м/с), на направление измерений будет мала настолько, что окажется сравнимой с инструментальной погрешностью измерений. По сути режим сканирования VAD является частным случаем режима PPI (Plan Position Indicator), когда сканирование осуществляется при постоянном угле места в определенном диапазоне азимутальных углов.

Требования к точности измерения радиальной скорости ветра устанавливаются стандартом ISO [26]; там же описаны некоторые методы оценки точности измерения радиальной скорости ветра. Точность измерения радиальной скорости исследовалась как теоретически (см. [4]), так и экспериментально. Оценка точности измерений радиальной скорости в натурных условиях регламентируется стандартом (см. [26]). Лабораторные методы ее оценки были предложены в [13].

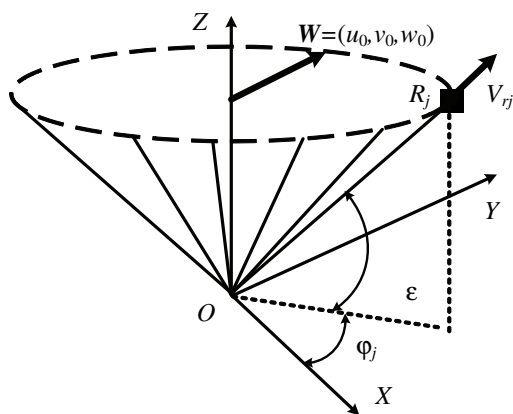


Рис. 1. Схема измерений скорости ветра

С практической точки зрения важнее точность определения всех составляющих скорости ветра. Основным методом оценки точностных характеристик измерений компонент скорости ветра в настоящее время являются экспериментальные методы (см. [10, 21, 22]). Было проведено множество экспериментов по оценке точности определения параметров профиля ветра, которые стимулировались, как было отмечено, потребностями ветровой энергии (см. [18, 29]). Для оценки точности лидарных измерений использовались анемометры [19, 30], радиозонды [14], локаторы, содары [16], самолетные ретрансляторы метеорологических данных (AMDAR) летных наблюдений [8, 24]. Кроме того, эксперименты проводились в различных географических и климатических регионах (см. [3, 27]).

Теоретическим оценкам точности решения задачи восстановления трех компонент скорости ветра поданным лидарного сканирования до последнего времени не уделялось внимания. Данная работа призвана частично устранить этот пробел.

2. Постановка задачи. Рассмотрим правую декартову земную систему координат $OXYZ$ с центром в точке O , оси OX , OY лежат в горизонтальной плоскости, а ось OZ направлена вертикально вверх (рис. 1). Измерения выполняются вдоль лучей OR_j , выходящих из начала системы

координат O . Положение луча в рассматриваемой декартовой системе координат определяется углами ϵ и ϕ_j , где ϵ — угол между горизонтальной плоскостью и лучом OR_j (угол места), ϕ_j — угол между осью OX и проекцией луча OR_j на горизонтальную плоскость (азимут). Все точки измерений равноудалены от начала системы координат на расстояние R , т.е. находятся на одной высоте.

Трехмерный вектор скорости ветра $\mathbf{W}$ определяется своими компонентами u_0, v_0, w_0 , которые являются его проекциями на оси OX, OY, OZ соответственно. Будем предполагать, что в пределах области измерений скорость ветра является постоянной величиной.

В соответствии с принятыми обозначениями проекция V_{rj} скорости ветра $\mathbf{W}$ на направление OR_j определяется соотношением

$$V_{rj} = (u_0 \cos \phi_j + v_0 \sin \phi_j) \cos \epsilon + w_0 \sin \epsilon.$$

Задача определения компонент скорости ветра u, v, w формулируется как задача минимизации функционала

$$J(u, v, w) = \sum_{j=0}^{n-1} \left(V'_{rj} - (u \cos \phi_j + v \sin \phi_j) \cos \epsilon - w \sin \epsilon \right)^2, \quad (1)$$

где V'_{rj} — измеренное значение радиальной составляющей скорости ветра в азимутальном направлении ϕ_j с углом места ϵ , а n — число направлений измерений.

Будем предполагать, что ошибки измерений радиальной скорости являются такими независимыми случайными величинами, что

$$|V'_{rj} - V_{rj}| \leq \delta, \quad (2)$$

где V_{rj} — истинное значение радиальной составляющей скорости ветра в азимутальном направлении ϕ_j с углом места ϵ . Будем также предполагать, что азимутальные направления измерений расположены равномерно, т.е.

$$\phi_j = j \cdot \Delta\phi, \quad j = 0, 1, \dots, n-1, \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{n}.$$

Требуется найти оценки величин

$$\max |u^* - u_0|, \quad \max |v^* - v_0|, \quad \max |w^* - w_0|,$$

где u^*, v^*, w^* минимизируют функционал (1):

$$(u^*, v^*, w^*) = \arg \min J(u, v, w).$$

3. Оценки максимальной ошибки восстановления компонент вектора скорости ветра для случая полных исходных данных. В точках экстремума частные производные функционала (1) согласно необходимому условию экстремума функции многих переменных должны обращаться в ноль (см. [2]). Дифференцируя $J(u, v, w)$ по координатам u, v, w и приравнявая производные нулю, после преобразований получим следующую систему уравнений:

$$u \cos \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \phi_j + v \cos \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \sin \phi_j \cdot \cos \phi_j + w \sin \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \cos \phi_j = \sum_{j=0}^{n-1} V'_{rj} \cos \phi_j, \quad (3a)$$

$$u \cos \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \cos \phi_j \cdot \sin \phi_j + v \cos \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \phi_j + w \sin \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \sin \phi_j = \sum_{j=0}^{n-1} V'_{rj} \sin \phi_j, \quad (3b)$$

$$u \cos \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \cos \phi_j + v \cos \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} \sin \phi_j + w \sin \epsilon \sum_{j=0}^{n-1} 1 = \sum_{j=0}^{n-1} V'_{rj}. \quad (3c)$$

Поскольку углы ϕ_j расположены равномерно, то в силу симметрии внедиагональные члены в левой части системы уравнений (3) равны нулю, и можно записать решение в явном виде:

$$u^* = \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{n-1} V'_{rj} \cos \varphi_j}{\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j}, \quad v^* = \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{n-1} V'_{rj} \sin \varphi_j}{\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j}, \quad w^* = \frac{1}{\sin \epsilon} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{n-1} V'_{rj}}{n}. \quad (4)$$

Для истинных значений u_0, v_0, w_0 составляющих скорости ветра справедливы аналогичные соотношения. Таким образом, для ошибок восстановления компонент скорости ветра можем записать

$$u^* - u_0 = \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=0}^{n-1} (V'_{rj} - V_{rj}) \cos \varphi_j \right) / \left(\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j \right), \quad (5a)$$

$$v^* - v_0 = \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=0}^{n-1} (V'_{rj} - V_{rj}) \sin \varphi_j \right) / \left(\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j \right), \quad (5b)$$

$$w^* - w_0 = \frac{1}{\sin \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=0}^{n-1} (V'_{rj} - V_{rj}) \right) / n, \quad (5c)$$

откуда с учетом условия (2) получаем

$$|u^* - u_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j| \right) / \left(\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j \right), \quad (6a)$$

$$|v^* - v_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=0}^{n-1} |\sin \varphi_j| \right) / \left(\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j \right), \quad (6b)$$

$$|w^* - w_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\sin \epsilon}. \quad (6c)$$

Нетрудно заметить, что при использовании метода наименьших квадратов оценка для ошибки восстановления вертикальной компоненты не зависит от количества измерений радиальной составляющей и определяется только точностью измерений радиальной скорости δ и углом места ϵ , с которым выполняются измерения.

Найдем асимптотические оценки для правых частей неравенств, определяющих максимальное значение ошибок восстановления горизонтальных компонент скорости ветра. Рассмотрим вначале сумму в числителе первого неравенства (6): представить в виде

$$\sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j| = \frac{1}{2} |\cos \varphi_0| + \frac{1}{\Delta \varphi} \left(\frac{1}{2} |\cos \varphi_0| + \sum_{j=1}^{n-2} |\cos \varphi_j| + \frac{1}{2} |\cos \varphi_{n-1}| \right) \cdot \Delta \varphi + \frac{1}{2} |\cos \varphi_{n-1}|. \quad (7)$$

Величина

$$\left(\frac{1}{2} |\cos \varphi_0| + \sum_{j=1}^{n-2} |\cos \varphi_j| + \frac{1}{2} |\cos \varphi_{n-1}| \right) \cdot \Delta \varphi$$

в правой части равенства (7) представляет собой интегральную сумму, соответствующую численному интегрированию функции $|\cos \varphi|$ методом трапеций на интервале $[0, 2\pi]$ при разбиении этого интервала с шагом $\Delta \varphi$ (см. [1]):

$$\left(\frac{1}{2} |\cos \varphi_0| + \sum_{j=1}^{n-2} |\cos \varphi_j| + \frac{1}{2} |\cos \varphi_{n-1}| \right) \cdot \Delta \varphi \approx \int_0^{2\pi} |\cos \varphi| d\varphi. \quad (8)$$

Поскольку

$$\cos \varphi_0 = 1, \quad \cos \varphi_{n-1} \rightarrow 1 \text{ при } \Delta\varphi \rightarrow 0, \quad \int_0^{2\pi} |\cos \varphi| d\varphi = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi = 4,$$

можем записать следующее асимптотическое приближение:

$$\sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j| \sim 1 + \frac{4}{\Delta\varphi}. \quad (9)$$

Аналогичным образом для других сумм в правых частях первых двух неравенств (6) имеем

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{n-1} |\sin \varphi_j| &\sim \frac{1}{2} |\sin \varphi_0| + \frac{1}{\Delta\varphi} \int_0^{2\pi} |\sin \varphi| d\varphi + \frac{1}{2} |\sin \varphi_{n-1}|, \\ \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j &\sim \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_0 + \frac{1}{\Delta\varphi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_{n-1}, \\ \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j &\sim \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_0 + \frac{1}{\Delta\varphi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi + \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_{n-1}, \end{aligned}$$

откуда, вычисляя интегралы в правых частях, получаем

$$\sum_{j=0}^{n-1} |\sin \varphi_j| \sim \frac{4}{\Delta\varphi}, \quad \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j \sim 1 + \frac{\pi}{\Delta\varphi}, \quad \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j \sim \frac{\pi}{\Delta\varphi}. \quad (10)$$

Отметим, что замена интегральных сумм на интегралы вида (8) имеет достаточно высокую с практической точки зрения точность. Действительно,

$$\left| \int_{\varphi_0}^{\varphi_n} f(\varphi) d\varphi - S_n \right| \leq \max |f''(\varphi)| \cdot (\varphi_n - \varphi_0) \cdot \frac{\Delta\varphi^2}{12},$$

где $[\varphi_0, \varphi_n]$ — интервал интегрирования, S_n — интегральная сумма, соответствующая соответствующая численному вычислению интеграла от функции $f(\varphi)$ методом трапеций с шагом $\Delta\varphi$. Применительно к рассматриваемому случаю интегрирования тригонометрических функций на интервале $[0, 2\pi]$ имеем

$$\left| \int_{\varphi_0}^{\varphi_n} f(\varphi) d\varphi - S_n \right| \leq \frac{2}{3} \cdot \max |f''(\varphi)| \cdot \frac{\pi^3}{n^2},$$

где $\max |f''(\varphi)| \leq 2$. Уже при $\varphi = 12^\circ$, $n = 30$ имеем

$$\left| \int_{\varphi_0}^{\varphi_n} f(\varphi) d\varphi - S_n \right| \leq 0,05.$$

Объединяя асимптотические оценки (9), (10), из неравенств (6) находим следующие асимптотические оценки для максимальных ошибок восстановления горизонтальных компонент скорости ветра:

$$\max |u^* - u_0| \lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4 + \Delta\varphi}{\pi + \Delta\varphi}, \quad \max |v^* - v_0| \lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi}. \quad (11)$$

В пределе при $\Delta\varphi \rightarrow 0$ получаем предельные асимптотические оценки вида

$$\max |u^* - u_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi}, \quad \max |v^* - v_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi}. \quad (12)$$

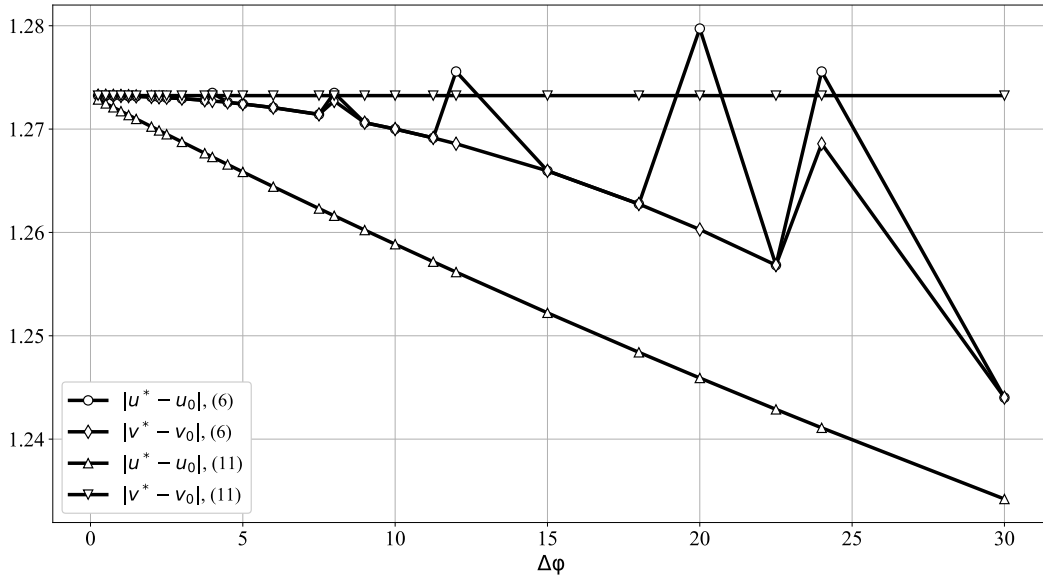


Рис. 2. Зависимости параметров оценок максимальной ошибки восстановления горизонтальных компонент скорости ветра от углового шага измерений $\Delta\varphi$.

На рис. 2 в качестве иллюстрации показаны зависимости значений коэффициентов при величине $\delta/\cos \epsilon$ в правых частях точных оценок для максимальной ошибки восстановления горизонтальных компонент скорости ветра вида (6) и соответствующих асимптотических оценок вида (11), отмеченных треугольными маркерами, от величины $\Delta\varphi$.

Как нетрудно заметить, коэффициенты в оценках точности восстановления горизонтальных компонент скорости ветра асимптотически возрастают к предельному значению $4/\pi$ при возрастании числа измерений. Тем не менее, дискретность измерений в целом слабо влияет на точность восстановления, которая в большей степени определяется углом места сканирования.

Представленная теоретическая модель геометрии дистанционного зондирования не учитывает ошибки позиционирования направлений измерения. Однако их можно учитывать как составляющую погрешности измерений радиальной составляющей скорости ветра δ .

4. Оценки среднеквадратической ошибки восстановления компонент вектора скорости ветра для случая полных исходных данных. Если рассматривать измерения V'_{rj} радиальной составляющей скорости ветра вдоль произвольного j -го направления как независимые, нормально распределенные случайные величины с математическим ожиданием V_{rj} и среднеквадратическим отклонением σ_V , то согласно (5) ошибки определения компонент скорости ветра будут представлять собой взвешенные суммы нормально распределенных независимых случайных величин с нулевым математическим ожиданием. Тогда среднеквадратические ошибки определения горизонтальных компонент скорости ветра будут равны

$$\sigma_u = \frac{\sqrt{\sigma_V^2 \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j}}{\cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j}, \quad \sigma_v = \frac{\sqrt{\sigma_V^2 \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j}}{\cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j}, \quad \sigma_w = \frac{\sqrt{\sigma_V^2 \cdot \sum_{j=0}^{n-1} 1}}{\sin \epsilon \cdot n},$$

откуда находим

$$\sigma_u = \frac{\sigma_V}{\cos \epsilon \cdot \sqrt{\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j}}, \quad \sigma_v = \frac{\sigma_V}{\cos \epsilon \cdot \sqrt{\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j}}, \quad \sigma_w = \frac{\sigma_V}{\sin \epsilon \cdot \sqrt{n}},$$

или с учетом полученных асимптотических приближений для $\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j$, $\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j$:

$$\sigma_u = \sigma_v \sim \sigma_V \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cos \epsilon \cdot \sqrt{n}}, \quad \sigma_w = \sigma_V \cdot \frac{1}{\sin \epsilon \cdot \sqrt{n}},$$

где, напомним, n — число измерений.

5. Оценки максимальной ошибки восстановления компонент вектора скорости ветра для случая неполных исходных данных. Рассмотрим теперь случай, когда в некотором секторе размера $2\varphi_{\max}$ отсутствуют данные измерений. Для упрощения рассуждений будем предполагать, этот сектор расположен симметрично относительно оси абсцисс OX , т.е. измерения отсутствуют в секторе $[-\varphi_{\max}, \varphi_{\max}]$, причем

$$\varphi_{\max} = k \cdot \Delta\varphi.$$

Таким образом, общее число пропущенных измерений составляет $2k + 1$. В этом случае соотношения (4) для определения компонент скорости ветра примут вид

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} V'_{rj} \cdot \cos \varphi_j \right) / \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} \cos^2 \varphi_j \right), \\ v^* &= \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} V'_{rj} \cdot \sin \varphi_j \right) / \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} \sin^2 \varphi_j \right), \\ w^* &= \frac{1}{\sin \epsilon} \cdot \frac{1}{n - 2k - 1} \sum_{j=k+1}^{n-k} V'_{rj}. \end{aligned}$$

Тогда соотношения для оценок абсолютных ошибок определения компонент скорости ветра (6) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} |u^* - u_0| &\leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} |\cos \varphi_j| \right) \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} \cos^2 \varphi_j \right), \\ |v^* - v_0| &\leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} |\sin \varphi_j| \right) \left(\sum_{j=k+1}^{n-k} \sin^2 \varphi_j \right), \\ |w^* - w_0| &\leq \delta \cdot \frac{1}{\sin \epsilon}. \end{aligned} \tag{13}$$

Даже в случае отсутствия части измерений оценка ошибки восстановления вертикальной составляющей скорости ветра остается без изменений и не зависит от числа измерений.

Представим правые части неравенств (13) для ошибок определения горизонтальных компонент скорости ветра в следующем виде:

$$|u^* - u_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j| - \sum_{j=-k}^k |\cos \varphi_j|}{\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j - \sum_{j=-k}^k \cos^2 \varphi_j}, \tag{14a}$$

$$|v^* - v_0| \leq \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{n-1} |\sin \varphi_j| - \sum_{j=-k}^k |\sin \varphi_j|}{\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j - \sum_{j=-k}^k \sin^2 \varphi_j}. \tag{14b}$$

Сумму в правой части первого неравенства (14) представим в виде

$$\sum_{j=-k}^k \cos^2 \varphi_j = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cos^2 \varphi_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \cos^2 \varphi_j + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_k + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_k \right).$$

Выражение

$$\left(\frac{1}{2} \cos^2 \varphi_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \cos^2 \varphi_j + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_k \right) \cdot \Delta \varphi$$

представляет собой формулу численного интегрирования методом трапеций интеграла

$$S(\varphi_{\max}) = \int_0^{\varphi_{\max}} \cos^2 \varphi d\varphi.$$

Следовательно,

$$\sum_{j=-k}^k \cos^2 \varphi_j \approx \frac{2}{\Delta \varphi} \cdot \int_0^{\varphi_{\max}} \cos^2 \varphi d\varphi + \cos^2 \varphi_{\max}.$$

Аналогичным образом имеем

$$\begin{aligned} \sum_{j=-k}^k \sin^2 \varphi_j &\approx \frac{2}{\Delta \varphi} \cdot \int_0^{\varphi_{\max}} \sin^2 \varphi d\varphi + \sin^2 \varphi_{\max}, \\ \sum_{j=-k}^k |\cos \varphi_j| &\approx \frac{2}{\Delta \varphi} \cdot \int_0^{\varphi_{\max}} \cos \varphi d\varphi + \cos \varphi_{\max}, \\ \sum_{j=-k}^k |\sin \varphi_j| &\approx \frac{2}{\Delta \varphi} \cdot \int_0^{\varphi_{\max}} \sin \varphi d\varphi + \sin \varphi_{\max}. \end{aligned}$$

С учетом полученных асимптотических оценок сумм, входящих в правые части неравенств (14), их можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} |u^* - u_0| &\lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4 + \Delta \varphi \cdot (1 - \cos \varphi_{\max}) - 2 \sin \varphi_{\max}}{\pi - \varphi_{\max} - \frac{1}{2} \sin(2\varphi_{\max}) + \Delta \varphi \cdot \sin^2 \varphi_{\max}}, \\ |v^* - v_0| &\lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4 - 2 \cdot (1 - \cos \varphi_{\max}) - \Delta \varphi \cdot \sin \varphi_{\max}}{\pi - \varphi_{\max} + \frac{1}{2} \sin(2\varphi_{\max}) - \Delta \varphi \cdot \sin^2 \varphi_{\max}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Предполагая, что размер сектора $\varphi_{\max}$ пропущенных данных измерений является малой величиной, воспользуемся асимптотическими оценками

$$\sin \varphi_{\max} \sim \varphi_{\max}, \quad \frac{1}{2} \sin(2\varphi_{\max}) \sim \varphi_{\max}, \quad 1 - \cos \varphi_{\max} \sim \frac{1}{2} \varphi_{\max}^2.$$

Тогда из неравенств (15) после преобразований находим

$$|u^* - u_0| \lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4 - 2\varphi_{\max}}{\pi - 2\varphi_{\max}}, \quad |v^* - v_0| \lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4 + \varphi_{\max}^2}{\pi};$$

пренебрегая членом $\varphi_{\max}^2$ с учетом малости $\varphi_{\max}$,

$$|u^* - u_0| \lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4 - 2\varphi_{\max}}{\pi - 2\varphi_{\max}}, \quad |v^* - v_0| \lesssim \delta \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi}. \quad (16)$$

Из неравенств (16) можно сделать вывод, что при наличии пропусков измерений, расположенных в некотором секторе размера $[-\varphi_{\max}, \varphi_{\max}]$, асимптотическая оценка точности восстановления компоненты скорости ветра, ортогональной биссектрисе этого сектора, не изменяется по

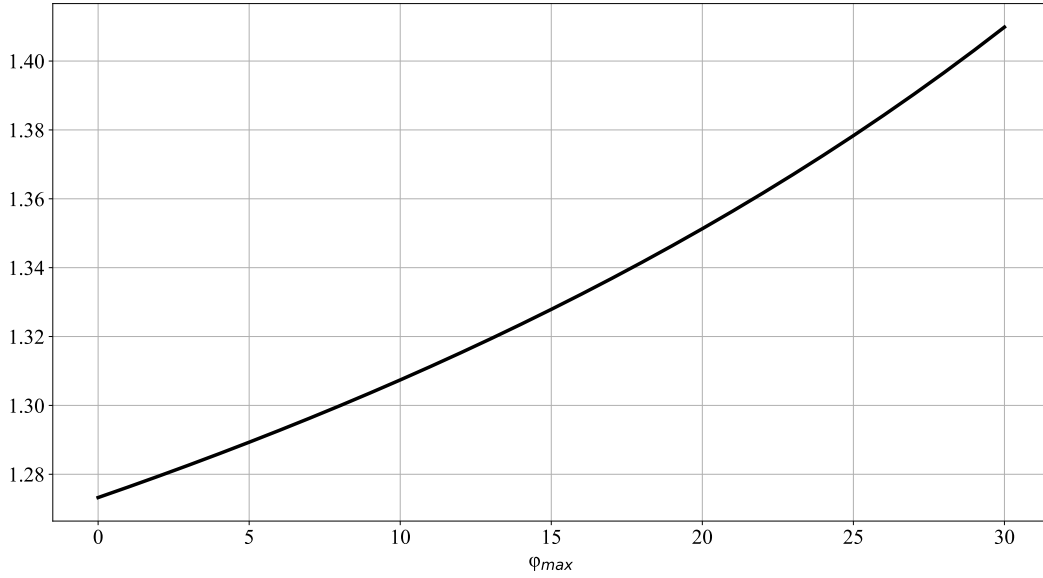


Рис. 3. График коэффициента $\frac{4 - 2\varphi_{\max}}{\pi - 2\varphi_{\max}}$, характеризующего точность восстановления компоненты скорости ветра вдоль биссектрисы сектора пропущенных данных.

сравнению со случаем полных данных. В то же время асимптотическая оценка точности восстановления компоненты скорости, направленной вдоль биссектрисы сектора пропущенных данных, ухудшается. График коэффициента $\frac{4 - 2\varphi_{\max}}{\pi - 2\varphi_{\max}}$ показан на рис. 3.

При увеличении размеров сектора пропуска данных до $\varphi_{\max} = 30^\circ$ ошибка восстановления компонент скорости ветра возрастает примерно на 11% для компоненты скорости, направленной вдоль биссектрисы сектора пропущенных данных.

6. Оценки максимальной ошибки восстановления компонент вектора скорости в случае ненулевого градиента горизонтального поля ветра. Рассмотрим случай, когда горизонтальные компоненты скорости ветра линейно возрастают вдоль некоторого направления. Будем предполагать, что ориентация декартовой системы координат $OXYZ$ выбрана таким образом, что компоненты скорости ветра изменяются вдоль оси OX :

$$u(x, y) = u_0 + \alpha_u \cdot x, \quad v(x, y) = v_0 + \alpha_v \cdot x.$$

Поскольку точки измерений расположены на окружности некоторого радиуса r_0 компоненты скорости ветра в j -й точке измерений будут равны

$$u_j = u_0 + \alpha_u \cdot r_0 \cdot \cos \varphi_j, \quad v_j = v_0 + \alpha_v \cdot r_0 \cdot \cos \varphi_j. \quad (17)$$

Задачу восстановления скорости ветра будем рассматривать как задачу определения компонент средней скорости ветра u_0, v_0, w_0 .

Значение радиальной компоненты скорости ветра в j -й точке измерений с учетом соотношений (17) будет иметь следующее значение:

$$V_{rj} = (u_0 \cdot \cos \varphi_j + v_0 \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon + w_0 \cdot \sin \epsilon + (\alpha_u \cdot r_0 \cdot \cos^2 \varphi_j + \alpha_v \cdot r_0 \cdot \cos \varphi_j \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon. \quad (18)$$

Последнее слагаемое в правой части (18) будем рассматривать как дополнительную ошибку измерений радиальной составляющей средней скорости ветра

$$\bar{V}_{rj} = (u_0 \cdot \cos \varphi_j + v_0 \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon + w_0 \cdot \sin \epsilon,$$

т.е.

$$\begin{aligned} V'_{rj} - \bar{V}_{rj} &= V'_{rj} - V_{rj} + (u_0 \cdot \cos \varphi_j + v_0 \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon + w_0 \cdot \sin \epsilon = \\ &= \delta_j + (u_0 \cdot \cos \varphi_j + v_0 \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon + w_0 \cdot \sin \epsilon, \end{aligned}$$

где $\delta_j = V'_{rj} - V_{rj}$. Тогда систему уравнений (5) для ошибок восстановления компонент скорости ветра можно записать в виде

$$\begin{aligned} u^* - u_0 &= \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j} \sum_{j=0}^{n-1} (\delta_j + (\alpha_u \cdot r_0 \cdot \cos^2 \varphi_j + \alpha_v \cdot r_0 \cdot \cos \varphi_j \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon) \cdot \cos \varphi_j, \\ v^* - v_0 &= \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j} \sum_{j=0}^{n-1} (\delta_j + (\alpha_u \cdot r_0 \cdot \cos^2 \varphi_j + \alpha_v \cdot r_0 \cdot \cos \varphi_j \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon) \cdot \sin \varphi_j, \quad (19) \\ w^* - w_0 &= \frac{1}{\sin \epsilon} \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} (\delta_j + (\alpha_u \cdot r_0 \cdot \cos^2 \varphi_j + \alpha_v \cdot r_0 \cdot \cos \varphi_j \cdot \sin \varphi_j) \cdot \cos \epsilon). \end{aligned}$$

Из соотношений (19) получаем следующие неравенства для ошибок восстановления компонент вектора скорости ветра:

$$\begin{aligned} |u^* - u_0| &\leq \frac{1}{\cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j} \left[\delta \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j| + \right. \\ &\quad \left. + |\alpha_u| \cdot r_0 \cdot \cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\cos^3 \varphi_j| + |\alpha_v| \cdot r_0 \cdot \cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\cos^2 \varphi_j \cdot \sin \varphi_j| \right], \quad (20a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |v^* - v_0| &\leq \frac{1}{\cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j} \left[\delta \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\sin \varphi_j| + \right. \\ &\quad \left. + |\alpha_u| \cdot r_0 \cdot \cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\cos^2 \varphi_j \cdot \sin \varphi_j| + |\alpha_v| \cdot r_0 \cdot \cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j \cdot \sin^2 \varphi_j| \right], \quad (20b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |w^* - w_0| &\leq \frac{1}{n \cdot \sin \epsilon} \times \\ &\times \left[n \cdot \delta + |\alpha_u| \cdot r_0 \cdot \cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j + |\alpha_v| \cdot r_0 \cdot \cos \epsilon \cdot \sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j \cdot \sin \varphi_j| \right]. \quad (20c) \end{aligned}$$

Применяя ту же технику замены сумм, входящих в правые части неравенств (20) на соответствующие интегральные приближения, получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j| &\approx 1 + \frac{4}{\Delta\varphi}, & \sum_{j=0}^{n-1} \cos^2 \varphi_j &\approx 1 + \frac{\pi}{\Delta\varphi}, \\
 \sum_{j=0}^{n-1} |\sin \varphi_j| &\approx \frac{4}{\Delta\varphi}, & \sum_{j=0}^{n-1} \sin^2 \varphi_j &\approx \frac{\pi}{\Delta\varphi}, \\
 \sum_{j=0}^{n-1} |\cos^3 \varphi_j| &\approx 1 + \frac{8}{3\Delta\varphi}, & \sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j \cdot \sin \varphi_j| &\approx \frac{2}{\Delta\varphi}, \\
 \sum_{j=0}^{n-1} |\cos^2 \varphi_j \cdot \sin \varphi_j| &\approx \frac{4}{3\Delta\varphi}, & \sum_{j=0}^{n-1} |\cos \varphi_j \cdot \sin^2 \varphi_j| &\approx \frac{4}{3\Delta\varphi}.
 \end{aligned} \tag{21}$$

Подставляя полученные асимптотические приближения (21) в неравенства (20), получим следующие асимптотические оценки для ошибок восстановления компонент вектора скорости в случае линейного изменения горизонтального ветра вдоль оси OX :

$$\begin{aligned}
 |u^* - u_0| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi + \Delta\varphi} \left(\delta \left(1 + \frac{\Delta\varphi}{4} \right) + |\alpha_u| r_0 \cos \epsilon \left(\frac{2}{3} + \frac{\Delta\varphi}{4} \right) + \frac{1}{3} |\alpha_v| r_0 \cos \epsilon \right), \\
 |v^* - v_0| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{3} |\alpha_u| r_0 \cos \epsilon + \frac{1}{3} |\alpha_v| r_0 \cos \epsilon \right), \\
 |w^* - w_0| &\lesssim \frac{1}{\sin \epsilon} \left(\delta + |\alpha_u| r_0 \cos \epsilon \left(\frac{1}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) + \frac{1}{\pi} |\alpha_v| r_0 \cos \epsilon \right).
 \end{aligned} \tag{22}$$

Переходя в (22) к пределу при $\Delta\varphi \rightarrow 0$, получим предельные асимптотические оценки вида

$$\begin{aligned}
 \max |u^* - u_0| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{3} (2|\alpha_u| + |\alpha_v|) r_0 \cos \epsilon \right), \\
 \max |v^* - v_0| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{3} (|\alpha_u| + |\alpha_v|) r_0 \cos \epsilon \right), \\
 \max |w^* - w_0| &\lesssim \frac{1}{\sin \epsilon} \left(\delta + \left(\frac{1}{2} |\alpha_u| + \frac{1}{\pi} |\alpha_v| \right) r_0 \cos \epsilon \right).
 \end{aligned} \tag{23}$$

Таким образом, если компоненты горизонтальной скорости ветра имеют градиент (называемый сдвигом ветра), ошибка восстановления компонент скорости ветра увеличивается пропорционально значениям градиента. Градиент боковой составляющей скорости ветра $|\alpha_v|$ оказывает одинаковое влияние на точность восстановления горизонтальных компонент, а градиент продольной составляющей оказывает большее влияние на ошибку ее восстановления. Таким образом, продольная составляющая скорости ветра восстанавливается с меньшей точностью при наличии градиента горизонтального ветра в продольном направлении.

Если ввести в рассмотрение параметры

$$\Delta u = |\alpha_u| \cdot r_0, \quad \Delta v = |\alpha_v| \cdot r_0$$

приращений горизонтальных компонент скорости ветра на дистанции r_0 , то соотношения (23) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
 \max |u^* - u_0| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{3} (2\Delta u + \Delta v) \cos \epsilon \right), \\
 \max |v^* - v_0| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{3} (\Delta u + \Delta v) \cos \epsilon \right), \\
 \max |w^* - w_0| &\lesssim \frac{1}{\sin \epsilon} \left(\delta + \left(\frac{1}{2} \Delta u + \frac{1}{\pi} \Delta v \right) \cos \epsilon \right).
 \end{aligned}$$

Полученные оценки (23) позволяют также оценить влияние неточности вертикального позиционирования лидара на качество восстановления компонент скорости ветра. Действительно, пусть измерения скорости ветра выполняются на высоте h . Будем предполагать, что ось конуса сканирования отклонена от вертикальной оси в плоскости OXZ . Отклонение оси конуса сканирования на угол θ от вертикали приведет к тому, что высота j -й точки измерения будет отличаться от высоты точки, лежащей на оси конуса сканирования и удаленной от его вершины на расстояние h , на величину

$$\Delta h_j = h \cdot \sin \epsilon \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi_j.$$

Если на высоте h компоненты скорости ветра линейно изменяются с высотой

$$u(h + \Delta h) = u(h) + \beta_u(h)\Delta h, \quad v(h + \Delta h) = v(h) + \beta_v(h)\Delta h,$$

то измеряемые в j -й точке компоненты скорости ветра будут равны

$$u_j = u_0 + \beta_u(h) \cdot h \cdot \sin \epsilon \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi_j, \quad v_j = v_0 + \beta_v(h) \cdot h \cdot \sin \epsilon \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi_j.$$

Тогда неравенства (23) примут вид

$$\begin{aligned} \max |u^*(h) - u_0(h)| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{6} (2|\beta_u(h)| + |\beta_v(h)|) h \sin \theta \sin 2\epsilon \right), \\ \max |v^*(h) - v_0(h)| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\delta + \frac{1}{6} (|\beta_u(h)| + 2|\beta_v(h)|) h \sin \theta \sin 2\epsilon \right), \\ \max |w^*(h) - w_0(h)| &\lesssim \frac{1}{\sin \epsilon} \left(\delta + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} |\beta_u(h)| + \frac{1}{\pi} |\beta_v(h)| \right) h \sin \theta \sin 2\epsilon \right). \end{aligned} \quad (24)$$

В частном случае, когда горизонтальный ветер возрастает с высотой без изменения направления, т.е. $\beta_u(h) = \beta_v(h) = \beta(h)$, соотношения (24) примут вид

$$\begin{aligned} \max |u^*(h) - u_0(h)| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} (\delta + c_u |\beta(h)| h \sin \theta \sin 2\epsilon), \\ \max |v^*(h) - v_0(h)| &\lesssim \frac{1}{\cos \epsilon} \cdot \frac{4}{\pi} (\delta + c_v |\beta(h)| h \sin \theta \sin 2\epsilon), \\ \max |w^*(h) - w_0(h)| &\lesssim \frac{1}{\sin \epsilon} (\delta + c_w |\beta(h)| h \sin \theta \sin 2\epsilon), \end{aligned}$$

где

$$c_u = \frac{1}{2}, \quad c_v = \frac{1}{3}, \quad c_w = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \right),$$

причем $c_v < c_w < c_u$.

7. Заключение. В рамках данной работы были получены аналитические асимптотические оценки точности определения компонент вектора скорости ветра по данным измерений лазерного измерителя профиля ветра в режиме сканирования VAD (Velocity Azimuth Display).

Оценки были получены для максимальной ошибки восстановления компонент вектора скорости ветра в случае однородного поля ветра и для случая неоднородного ветрового поля, когда горизонтальные компоненты линейно изменяются вдоль некоторого направления. Показано, что в случае наличия градиента скорости ветра (сдвига ветра по скорости), ошибка восстановления компонент горизонтальной скорости ветра пропорциональна значению градиента. При этом составляющая ветра, перпендикулярная направлению градиента, рассчитывается с большей точностью.

Показано, что оценки качества восстановления компонент вектора скорости ветра в случае неоднородного ветрового поля могут быть адаптированы для оценки влияния погрешности вертикального позиционирования устройства сканирования на точность восстановления характеристик профиля ветра.

Кроме того, рассмотрен случай и получены соответствующие асимптотические оценки при отсутствии измерений в некотором секторе углов азимута. Показано, что при отсутствии измерений в некотором секторе, точность определения компоненты скорости ветра, ортогональной биссектрисе этого сектора, не изменяется по сравнению со случаем полных данных. В то же

время точность восстановления компоненты скорости, направленной вдоль биссектрисы сектора пропущенных данных, ухудшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). — М.: Наука, 1975.
2. Зорич В. А. Математический анализ. Ч. 1. — М.: Изд-во МЦНМО, 20112.
3. Achtert P., Brooks I. M., Brooks B. J., Moat B. I., Prytherch J., Persson P. O. G., Tjernström M. Measurement of wind profiles by motion-stabilised ship-borne Doppler lidar// *Atm. Meas. Tech.* — 2015. — № 8. — P. 4993–5007.
4. Banakh V. A., Smalikho I. N. Measurements of turbulent energy dissipation rate with a CW Doppler lidar in the atmospheric boundary layer// *J. Atm. Ocean. Techn.* — 1999. — 16. — P. 1044–1061.
5. Baranov N. Algorithms of 3d wind field reconstructing by lidar remote sensing data// in: *Numerical Computations: Theory and Algorithms*. — Crotone: Springer, 2020. — 11974. — P. 306–313.
6. Benjamin S. G., Schwartz B. E., Szoke E. J., Koch S. E. The value of wind profiler data in U.S. Weather forecasting// *Bull. Am. Meteorol. Soc.* — 2004. — 85, № 12. — P. 1871–1886.
7. Bingöl F., Mann J., Foussekis D. Conically scanning lidar error in complex terrain// *Meteorol. Z.* — 2009. — 18. — P. 189–195.
8. Buzdugan L., Stefan S. A comparative study of sodar, lidar wind measurements and aircraft derived wind observations// *Roman. J. Physics.* — 2020. — 65. — P. 1–15.
9. Chen C. Y., Yeh N. C., Lin C. Y. Data assimilation of Doppler wind lidar for the extreme rainfall event prediction over Northern Taiwan: A case study// *Atmosphere.* — 2022. — 13, № 6. — P. 987.
10. Davies F., Collier C. G., Bozier K. E., Pearson G. N. On the accuracy of retrieved wind information from doppler lidar observations// *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* — 2003. — 129. — P. 321–334.
11. Filioglou M., Preissler J., Troville A., Thobois L., Vakkari V., Auvinen M., Fortelius C., Gregow E., Hämäläinen K., Hellsten A., Järvi L., O'Connor E., Schönach D., Hirsikko A. Evaluating modelled winds over an urban area using ground-based Doppler lidar observations// *Meteorol. Appl.* — 2022. — 29, № 2. — P. 2052.
12. Guo F., Schlipf D., Cheng P. W. Evaluation of lidar-assisted wind turbine control under various turbulence characteristics// *Wind Energy Sci.* — 2023. — 8, № 2. — P. 149–171.
13. Kim A. A., Orlov A. V., Luginya V. S., Baranov N. A. About the methodology and tools for meteo lidar metrological support// *Proc. 26 Int. Symp. on Atmospheric and Ocean Optics, Atmospheric Physics (Moscow, June29 — July 3, 2020)*. — SPIE, 2020. — 11560. — P. 457–467.
14. Kumer V. M., Reuder J., Furevik B. R. A comparison of lidar and radiosonde wind measurements// *Energy Proc.* — 2014. — 53. — P. 214–220.
15. Lane S., Barlow J., Wood C. An assessment of a three-beam doppler lidar wind profiling method for use in urban areas// *J. Wind Eng. Industr. Aerodyn.* — 2013. — 119. — P. 53–59.
16. Lang S., McKeogh E. Lidar and sodar measurements of wind speed and direction in upland terrain for wind energy purposes// *Remote Sensing.* — 2011. — № 3. — P. 1871–1901.
17. LIDAR Applications to Wind Energy Technology Assessment. — EPRI, 2011.
18. Lin H., Sun J., Weckwerth T. M., Joseph E., Kay Assimilation of New York State Mesonet Surface and Profiler Data for the 21 June 2021 Convective Event// *Mon. Weather Rev.* — 2023. — 151. — P. 485–507.
19. Lindelöw P. J. P. Upwind D1. Uncertainties in wind assessment with LIDAR. — Denmark: Danmarks Tekniske Universitet, 2009.
20. Liu Z., Barlow J. F., Chan P. W., Fung J. C. H., Li Y., Ren C., Mak H. W. L., Ng E. A review of progress and applications of pulsed doppler wind lidars// *Remote Sensing.* — 2019. — 11, № 21. — P. 2522.
21. Liu H., Yuan L., Fan C., Liu F., Zhang X., Zhu X., Liu J., Zhu X., Chen W. Performance validation on an all-fiber 1.54- μ m pulsed coherent doppler lidar for wind-profile measurement// *Opt. Eng.* — 2020. — 59. — P. 1–11.
22. Mann J., Angelou N., Arnqvist J., Callies D., Cantero E., Arroyo R. C., Courtney M., Cuxart J., Dellwik E., Gottschall J., Ivanell S., Kühn P., Lea G., Matos J. C., Palma J. M. L. M., Pauscher L., Pea A., Rodrigo J. Sanz, Söderberg S., Vasiljevic N., Rodrigues C. V. Complex terrain experiments in the New European Wind AtlasPhil// *Trans. Roy. Soc. A.* — 2017. — 375. — 20160101.

23. *Mikkelsen T.* Lidar-based research and innovation at DTU wind energy — A Review// J. Phys. Conf. Ser. — 2014. — 524, № 1. — P. 012007.
24. *Ng C. W., Hon K. K.* Fast dual-doppler LiDAR retrieval of boundary layer wind profiles// Weather. — 2022. — 77, № 4. — P. 134–142.
25. *Pichault M., Vincent C., Skidmore G., Monty J.* Short-term wind power forecasting at the wind farm scale using long-range Doppler LiDAR// Energies. — 2021. — 14, № 9. — P. 2663.
26. *Sauvage L., Jaeckel S., Dabas A., Cariou J.-P., Martucci G., Hardesty M., Lehman V., Dehuu M.* Air quality — Environmental meteorology — Part 2: Ground-based remote sensing of wind by heterodyne pulsed Doppler lidar. — ISO TC146/SC5:WG6/DIS 28902-2, 2015.
27. *Shimada S., Kogaki T., Konagaya M., Mito T., Araki R., Ueda Y., Ohsawa T.* Validation of near-shore wind measurements using a dual scanning light detection and ranging system// Wind Energy. — 2022. — 25, № 9. — P. 1555–1572.
28. *Shrestha B., Brotzge J. A., Wang J.* Evaluation of the New York State Mesonet Profiler Network data// Atm. Meas. Tech. — 2022. — 15, № 20. — P. 6011–6033.
29. *Wang C., Chen Y., Chen M., Shen J.* Data assimilation of a dense wind profiler network and its impact on convective forecasting// Atm. Res. — 2020. — 238. — 104880.
30. *Zhou Z., Bu Z.* Wind measurement comparison of doppler lidar with wind cup and l band sounding radar// Atm. Meas. Tech. Disc. — 2021. — P. 1–17.

ДЕКЛАРАЦИЯ АВТОРА

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Автор заявляет об отсутствии финансовой поддержки от каких-либо организаций или частных лиц.

Финансовые интересы. Автор заявляет об отсутствии подлежащих раскрытию финансовых или нефинансовых интересов, связанных с публикуемым материалом.

Баранов Николай Алексеевич
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына
ФИЦ Информатика и управление РАН, Москва
E-mail: baranov@ians.aero