ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 211 (2022). С. 75–82
DOI: 10.36535/0233-6723-2022-211-75-82

УДК 517.9; 531.01

СТРУКТУРА ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА В ЗАДАЧАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ

© 2022 г. **М. В. ШАМОЛИН**

Аннотация. В работе обсуждается обобщенное понятие неисправности, а также понятие окрестности опорной неисправности. Вводится понятие обобщенного диагностического пространства, рассматривается его математическая структура, формализующая непрерывность процессов в диагностическом пространстве, показано, что в этом пространстве рассматриваемые опорные неисправности и соответствующие им дифференциальные уравнения невырождены. Рассматривается обобщенная задача дифференциальной (топологической) диагностики.

Ключевые слова: классификация неисправностей, окрестность неисправности, диагностическое пространство, задача дифференциальной диагностики.

STRUCTURE OF THE DIAGNOSTIC SPACE IN PROBLEMS OF DIFFERENTIAL DIAGNOSTICS

© 2022 **M. V. SHAMOLIN**

Abstract. In this paper, we discuss the generalized concepts of a malfunction and a neighborhood of a reference malfunction. We introduce the concept of a generalized diagnostic space and examine its mathematical structure, which formalizes the continuity of processes in the diagnostic space. We show that in the diagnostic space, reference malfunctions and the corresponding differential equations are nondegenerate. The generalized problem of differential (topological) diagnostics is considered.

Keywords and phrases: classification of malfunctions, neighborhood of a of malfunction, diagnostic space, differential diagnosis problem.

AMS Subject Classification: 34Cxx, 70Cxx

1. Разрыв векторного поля динамической системы как обобщенная неисправность. Рассмотрим неавтономную динамическую систему, заданную достаточно гладким векторным полем $v(x,t)$ на гладком многообразии $M^n\{x\}\times\mathbb{R}^1\{t\}$, $x=(x_1,\dots,x_n)$:

$$\dot{x}=v(x,t); \tag{1}$$

при этом поле v имеет компоненты $v^1(x,t),\dots,v^n(x,t)$ в координатах x, t.

Определение 1. Если в какой-либо момент времени t_0 наблюдается разрыв правой части динамической системы (1) в точке (x_0,t_0) фазового пространства, то будем говорить, что в момент времени t_0 в системе произошла (обобщенная) неисправность.

Конечно, описанная только что ситуация встречалась в классических работах [1, 10, 11]. Выбранный нами стиль изложения удобен именно для описания задач дифференциальной (топологической) диагностики.

Пример. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений (см. [2, 5, 34])

$$\dot{\xi} = \Phi(\delta), \quad \delta = C(t)u + \phi(\sigma), \quad \sigma = E(t)s, \tag{2}$$

описывающей систему управления движения летательных аппаратов с обратной связью (см. [6]). Неисправность, в частности, отказ датчика может быть обусловлен исчезновением сигнала, поступившего на вход датчика, или отказом прибора, формирующего оператор при входном сигнале, или и тем, и другим одновременно. Таких комбинаций много. Для простоты выделим из этого множества и математически опишем только следующие:

(i) обращение в нуль одной из составляющих ξ_i, $i = 1, 2, 3$, трехмерного вектора ξ, что означает отказ одного из трех каналов управления (2);

(ii) обращение в нуль одного из коэффициентов матриц

$$C(t) = (c_{ij}(t)), \quad E(t) = (e_{ik}(t)), \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, \ldots, p, \quad k = 1, \ldots, q, \tag{3}$$

которые формируются из вполне определенных физических параметров и удовлетворяют достаточным условиям устойчивости ключевого решения рассматриваемой системы. При этом, как обычно, система (в том числе датчик), реагирующая только на уже поступивший на вход сигнал, устойчива, если любому ограниченному входному сигналу соответствует ограниченный сигнал на выходе;

(iii) обращение в нуль одной из составляющих векторов u и s в (2).

В этом примере описано разнообразие возможностей при математическом моделировании изучаемого процесса.

2. Окрестности опорных неисправностей и математическая структура диагностического пространства. Предполагаем, что для рассматриваемой управляемой динамической системы выполнены условия теоремы существования и единственности решений, теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметра на конечном промежутке времени, а также теоремы о продолжаемости решений до границы на любом компактном множестве фазового пространства.

Конечному набору (формально попарно различных) датчиков системы управления движением объекта можно поставить в соответствие конечный набор H опорных неисправностей

$$H = \|H_j\|_{j=1}^{l} \tag{4}$$

из класса возможных (см. [3, 7, 9]).

В силу принятых естественных предположений все процессы в рассматриваемой управляемой динамической системе предполагаются протекающими непрерывно. Если в некоторый заранее неизвестный момент времени t_0 в рассматриваемой системе возникнет некоторая неисправность *из* определенного списка (4) или неисправность, *не предусмотренная* списком (4), но «близкая» в соответствующей метрике к какой-либо из списочной неисправности, то траектория рассматриваемой системы в последующее время при $t \geqslant t_0$ будет непрерывно продолжаемой.

Очевидно, что в силу непрерывности процессов (строго говоря, в силу выполнения перечисленных теорем), если неучтенная списком (4) непредвиденная неисправность произойдет в «близкой» к H_j области, то траектории рассматриваемой системы с этими неисправностями будут мало отличимы.

Итак, мы имеем так называемое множество опорных неисправностей, при этом каждая имеющаяся опорная неисправность изолирована, в силу конечного их числа l. Введем понятие окрестности опорной неисправности.

Определение 2. Окрестностью O_j (областью влияния) опорной неисправности H_j (с фиксированным номером j) из (4) назовем множество таких точек фазового пространства, что если в точке окрестности O_j, включая точку H_j, произойдет не предусмотренная списком (4) неисправность, развивающаяся по заранее неизвестному закону, то фазовые траектории рассматриваемой системы с этой неисправностью и с неисправностью H_j из (4) будут «мало» отличаться, и она будет распознаваться как одна из опорных неисправностей (4).

Близость точек фазового пространства в каждом конкретном случае может определяться по-разному, в том числе и в топологии евклидова фазового пространства рассматриваемой управляемой динамической системы.

Неисправность, не предусмотренная списком (4), но «близкая» к списочной неисправности H_j из окрестности O_j, т.е. такая, при возникновении которой траектории системы будут «мало» отличаться от траекторий системы со списочной неисправностью H_j, будет распознаваться алгоритмом, решающим задачу обнаружения неисправности, как списочная неисправность H_j. Если же не предусмотренная списком (4) неисправность произойдет в области пересечения окрестностей O_j, она может быть обнаружена как одна из списочных неисправностей, окрестности которых образуют область пересечения.

Последнее не должно считаться проблемой в том смысле, что интерес, главным образом, представляет обнаружение именно неисправного датчика, а не конкретной неисправности в этом датчике.

Теперь можно дать более конкретные определения окрестностей неисправностей из классификационного списка и рассмотреть простейшие математические модели этих окрестностей.

Пример. Окрестностью неисправности H_{j_0} в управляемой динамической системе назовем такое множество точек фазового пространства (распределенное во времени, т.е. умноженное в теоретико-множественном смысле на ось времени, если рассматриваемая система автономна), что любая возникшая и развивающаяся в этом множестве по неизвестному нам закону неисправность, возможно ведущая к неисправности H_{j_0}, может быть диагностирована как неисправность H_{j_0}.

Так, в частности, окрестности отказов датчиков (см. [4, 8, 15, 16]) математически можно моделировать как полосы во времени, ограниченные «сверху» и «снизу» максимально и минимально возможными значениями координат ξ_i, u_j, s_k, а для коэффициентов c_{ij} и e_{ik} — максимально возможными их значениями и осью времени t:

$$
\begin{aligned}
\xi_i \in [\underline{\xi_i},\ \overline{\xi_i}], &\quad \underline{\xi_i} \leqslant \overline{\xi_i}, \quad i = 1, 2, 3,\\
c_{ij} \in [\underline{c_{ij}},\ \overline{c_{ij}}], &\quad u_j \in [\underline{u_j},\ \overline{u_j}], \quad j = 1, \dots, p,\\
e_{ik} \in [\underline{e_{ik}},\ \overline{e_{ik}}], &\quad s_k \in [\underline{s_k},\ \overline{s_k}], \quad k = 1, \dots, q.
\end{aligned} \tag{5}
$$

Определенные таким образом окрестности (5) отказов (4) могут пересекаться только по прямым на оси времени t.

Замечание 1. Если рассматриваемая управляемая динамическая система неавтономна, то ее фазовым пространством является теоретико-множественное прямое произведение фазового множества «пространственных» координат на ось времени. Оно же является и интегральным пространством (т.е. пространством изображения решений). В этом пространстве окрестности неисправностей и необходимо рассматривать.

Если же рассматриваемая управляемая динамическая система автономна, то ее фазовым пространством является фазовое множество собственно самих координат. Поэтому в этом случае окрестности неисправностей необходимо рассматривать в расширенном фазовом пространстве — прямом теоретико-множественном произведении множества самих координат на ось времени.

Необходимо также заметить, что приближенные границы рассмотренных окрестностей возможных опорных неисправностей априори могут быть найдены, если это необходимо, различными численными методами. Действительно, сложность управляемых систем такова, что аналитически далеко не всегда можно получить удовлетворительный результат.

В дальнейшем окрестности O_j опорных неисправностей H_j из априорного списка (4) считаются *открытыми* множествами.

Замечание 2. Математически строго говоря, окрестности опорных неисправностей являются открытыми множествами, если одним из теоретико-множественным сомножителем является вся прямая $\mathbb{R}^1\{t\}$, а не какая-то ее часть как замкнутое множество (например, числовой луч).

Определение 3. Опорные неисправности (4) из класса возможных, окрестности которых не пересекаются или пересекаются только вдоль прямых по оси времени, назовем невырожденными.

Таким образом, конечному набору попарно различных датчиков системы управления (3) движением объекта, описываемым рассматриваемыми дифференциальными уравнениями, можно поставить в соответствие конечный набор (4) опорных невырожденных неисправностей из класса возможных.

Если для конкретного датчика некоторые окрестности неисправностей, которыми он представлен в наборе (4), пересекаются, то это, как уже отмечалось, не следует считать проблемой. Важно уметь диагностировать датчик, в котором произошла неисправность.

Определение 4. Диагностическим пространством назовем совокупность датчиков (в математическом смысле), которой становится в соответствие набор возможных опорных неисправностей H_j с их окрестностями O_j, подвергающихся диагностированию посредством опорных невырожденных неисправностей из класса возможных.

Рассмотрим математическую структуру всего диагностического пространства следующим образом:

$$(M; O_1, O_2, \ldots, O_l; A_1, A_2, A_3), \tag{6}$$

где M — множество неисправностей $H_1, \ldots, H_l$ из (4) вместе с их окрестностями $O_1, \ldots, O_l$. Сформулируем следующие аксиомы:

$\mathbf{A}_1$: $\forall H_j \in M \ \exists O_j \ (H_j \in O_j)$;
$\mathbf{A}_2$: $\forall O_j \ \exists H_j \ (H_j \in O_j)$;
$\mathbf{A}_3$: $H_j \in O_j \cap O_k \Rightarrow \exists O_\mu \ (H_j \in O_\mu \subset O_j \cap O_k \vee O_\mu \subset O_j \cup O_k)$.

Аксиома $\mathbf{A}_1$ утверждает, что окрестности O_j, являющиеся подмножествами множества M, покрывают все M. Аксиома $\mathbf{A}_2$ утверждает, что эти окрестности не пусты. Аксиома $\mathbf{A}_3$ позволяет обеспечить непрерывный процесс приближения к элементу H_j:

$$H_j = \lim_{\mu\to\infty} O_\mu \iff \forall O_\mu \ \exists \overline{M} \ (\mu > \overline{M} \Rightarrow H_j \in O_\mu),$$

а именно, каждая окрестность O_μ содержит H_j и «близкие» к H_j непредвиденные и не содержащиеся в наборе (4) неисправности, которые, если они возникнут в окрестностях O_j, надо уметь диагностировать посредством априорного набора неисправностей (4).

Далее, неисправности в системе можно, в естественном смысле, отождествить с событиями.

Если же под элементом z понимать не только событие H_j, но и непредвиденное событие (не включенное в список H возможных неисправностей (4)), которое может произойти в любой точке M и которое требуется диагностировать посредством H_j, то аксиомы математической структуры диагностического пространства (6) могут быть записаны в следующем виде:

$\mathbf{A}_1$: $\forall z \in M \ \exists O_i \ (z \in O_i)$, т.е. окрестности покрывают все M;
$\mathbf{A}_2$: $\forall O_i \ \exists z \ (z \in O_i)$, т.е. окрестности не пусты;
$\mathbf{A}_3$: $z \in O_i \cap O_j \Rightarrow \exists O_k \ (z \in O_k \subset O_i \cap O_j \vee O_k \subset O_i \cup O_j)$, т.е. окрестности можно измельчать и обеспечивать процесс приближения к элементу z.

Предел последовательности $\{O_k\}$ можно определить как элемент

$$z = \lim_{k\to+\infty} O_k,$$

каждая окрестность $O_j(x)$ которого содержит H_j и «близкие» к H_j непредвиденные и не содержащиеся в наборе (4) неисправности, которые, если они возникнут в окрестностях $O_j(H_j)$, надо уметь диагностировать посредством априорного набора неисправностей (4):

$$z = \lim_{k\to\infty} O_k \iff \forall O_k(z) \ \exists \overline{K} \ (k > \overline{K} \ \Rightarrow \ z \in O_k, \ H_j \subset O_k, \ j = 1, \ldots, l).$$

Итак, рассмотренная только что математическая структура диагностического пространства (6) позволяет обеспечить ситуацию, при которой решение рассматриваемой системы и этой системы с неисправностями (4) в системе управления с одинаковыми начальными условиями x^0 из некоторого ограниченного пространства будут отличаться (различимы) друг от друга, а решение рассматриваемой системы с опорной неисправностью H_j из (4) и с не предусмотренной списком (4) (непредвиденной) неисправностью из окрестности O_j этой опорной неисправности с одинаковыми начальными условиями x^0 будут «близкими», т.е. «мало» отличаться друг от друга, и они могут быть диагностированы как опорные неисправности. Это во всяком случае будет справедливо для непересекающихся окрестностей O_j, $j = 1, \ldots, l$, или окрестностей, пересекающихся только вдоль прямых по оси времени.

Перейдем теперь к постановке преобразованной задачи дифференциальной (топологической) диагностики.

3. Преобразованная задача дифференциальной (топологической) диагностики. Как известно, дифференциальная диагностика алгоритмическим способом решает задачу обнаружения неисправности, возникшей в управляемой динамической системе, компьютерными средствами, исходя из знания математической модели движения системы, некоторой информации о возможных неисправностях (которые позволят построить класс опорных неисправностей) в системе и имеющейся внешней (более точно, внешнетраекторной) информации. Если при этом используются топологические свойства диагностического пространства, то рассматриваемую задачу можно назвать задачей *топологической диагностики*.

Отметим также, что задачу дифференциальной (топологической) диагностики целесообразно разрабатывать одновременно с проектированием конкретной системы. В частности, разработку задачи диагностики системы управления движением объекта целесообразно совместить с синтезом системы управления. Последнее откладывает свой отпечаток на математические свойства рассматриваемых динамических систем.

Будем рассматривать объекты, движение которых может быть описано обыкновенными дифференциальными уравнениями следующего вида:

$$\dot{x} = f(x, u, t) = f_0(x, t), \tag{7}$$

где x — вектор $(n \times 1)$, характеризующий отклонение от режима, предписанного целью управления. Относительно управлений

$$u(t) = \|u_s(t)\|_{s=1}^m$$

будем предполагать, что они принимают значения из ограниченной и замкнутой области $U \subset \mathbb{R}^n$, т.е.

$$u(t) \in U. \tag{8}$$

Без ограничения общности можно считать, что цель управления будет формализоваться следующим тождеством:

$$x(t) \equiv 0. \tag{9}$$

Действительно, если это не так, т.е. цель управления $x(t) = \varphi(t)$ не равна тождественно нулю, то сделаем замену фазовой переменной $y(t) = x(t) - \varphi(t)$ и получим искомую цель управления в виде (9).

Рассмотрим далее функцию Ляпунова $V(x, t) > 0$ (положительную почти всюду) и пару

$$\{V(x, t); u(x, t)\}, \tag{10}$$

где $u(x, t) \in U$ (см. [5, 12, 14]). Пара (10) позволяет определенным способом синтезировать [13, 17, 19] допустимое управление, удовлетворяющее (8), доставляющее асимптотическую устойчивость решению (9) нелинейной системы (7).

Пусть, кроме того, известен конечный набор (4) опорных невырожденных неисправностей

$$H = \|H_j\|_{j=1}^l \tag{11}$$

в системе управления объектом, движение которого описывается уравнениями (7) и, значит, известен соответствующий набор функций управления

$$u = \|u_j(x, t)\|_{j=1}^l. \tag{12}$$

Набор функций (12) не изменяет фазового пространства системы (7). Функции, его составляющие, отличаются той или иной неисправностью и не обязательно удовлетворяют в области параметров системы (7) условиям асимптотической устойчивости решения (9), определяемым функцией $V(x, t)$ в (10).

Конечному набору управления (12) поставим в соответствие следующий набор систем дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = f_j(x,t), \quad j = 1,\ldots,l, \tag{13}$$

где $f_j(x,t)$ — соответствующие неисправностям (11) в управлениях (12) известные вектор-функции размеров $(n \times 1)$, отличные друг от друга и от «невозмущенной» функции $f_0(x,t)$ в (7).

Модели (7) и (13) принадлежат одному и тому же фазовому пространству и отличаются лишь внутренней структурой. Если в заранее неизвестный момент времени функция $f_0(x,t)$ в (7) заменяется на одну из функций $f_j(x,t)$, $j = 1,\ldots,l$, из (13), то траектория системы (7) *непрерывно* продолжается одной из траекторий системы (13) (см. также [18, 20, 23, 26]). Это может напоминать качественную теорию обыкновенных дифференциальных уравнений с нелипшицевой (где нарушается теорема единственности, или даже разрывной) правой частью (см. также [10,24,30]).

Задача дифференциальной (топологической) диагностики в некотором обобщенном виде может быть сформулирована следующим образом.

Пусть известны дифференциальные уравнения (7) и (13) и значение фазового вектора в начальный момент времени $x(t_0)$. Требуется построить обобщенный функционал

$$S_j = \Phi(x(t), x(t_0), f_j(x,t), \tau - \tau_0), \quad j = 0,\ldots,l,$$

решающий задачу дифференциальной диагностики, т.е. задачу однозначного распознавания возникшей в диагностическом пространстве (6) системы (7) неисправности по априорному набору (11) опорных невырожденных неисправностей. Данная задача решается минимизацией по j, т.е. осуществлением процесса обработки выходной информации в силу уравнений (7) и (13) по входной информации о состоянии системы в момент времени t_0 и последующего слежения за траекторией объекта (7) на интервале времени $[\tau_0, \tau]$, где $\tau - \tau_0$ — время диагностики (ср. с [21,25,35]).

Множество функционалов и алгоритмов, решающих поставленную задачу, непусто (см. [33,34]). При этом нам следует исходить из того, что, как и в классическом случае (см. [10, 27, 32]), задачу дифференциальной (топологической) диагностики управляемых динамических систем можно представить в виде двух самостоятельных последовательно решаемых задач: *задачи контроля* и *задачи диагностирования* (см. также [2, 22, 28]).

Задача контроля устанавливает критерий наличия неисправности в системе, а *задача диагностирования* устанавливает критерий поиска и обнаружения датчика, в котором произошла неисправность при условии, что известен априорный список возможных опорных неисправностей (ср. с [29, 31]).

В нашем (обобщенном) случае применительно к объектам, движение которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, предложен простой подход решения задач дифференциальной диагностики управляющих систем этих объектов. Как видно, наше исследование опирается на знание законов классической механики, теории управления и основаны на сравнении действительного и возможных состояний объекта (ср. с [1, 2, 31, 32]). Эти подходы являются естественным продолжением дифференциальной теории управления движущимися объектами, работающими в идеальных условиях и в условиях воздействия шумов, и требуют более глубокого понимания и математического описания динамики отдельных узлов системы управления и ее возможных состояний (см. также [21]).

При этом важно заметить, что в действительности системы (7) и (13) являются системами с неполной информацией, и неисправности в системе (7) могут возникать и развиваться по законам, которые не предусмотрены системами (13), а начальные условия систем (7) и (13) в общем случае определены ограниченными множествами. Поэтому при решении задач контроля и диагностирования на этапе проектирования на уровне математических моделей и программ целесообразно использовать статистический метод теории вероятностей и получать, таким образом, детерминированный аналог решения задачи диагностики, который и должен реализовываться на борту реального объекта (см. также [6, 16, 33]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Александров В. В., Жермоленко В. Н.* Абсолютная устойчивость параметрически возмущаемых систем третьего порядка// Автомат. телемех. — 2009. — № 8 С. 19–39.
2. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Решение задачи дифференциальной диагностики// Фундам. прикл. мат. — 1999. — *5*, № 3. — С. 775–790.
3. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний// Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Мат. Мех. — 2001. — № 1. — С. 29–31.
4. *Жуков В. П.* О достаточных и необходимых условиях асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем// Автомат. телемех. — 1994. — № 3. — С. 24–36.
5. *Жуков В. П.* О редукции задачи исследования нелинейных динамических систем на устойчивость вторым методом Ляпунова// Автомат. телемех. — 2005. — № 12. — С. 51–64.
6. *Жуков В. П.* О достаточных и необходимых условиях грубости нелинейных динамических систем в смысле сохранения характера устойчивости// Автомат. телемех. — 2008. — № 1. — С. 30–38.
7. *Мироновский Л. А.* Функциональное диагностирование динамических систем// Автомат. телемех. — 1980. — № 3. — С. 96–121.
8. *Окунев Ю. М., Парусников Н.* Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. — М.: Изд-во МГУ, 1983.
9. *Пархоменко П. П., Сагомонян Е. С.* Основы технической диагностики. — М.: Энергия, 1981.
10. *Филиппов А. Ф.* Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью// Мат. сб. — 1960. — *51 (93)*, № 1. — С. 99–128.
11. *Филиппов А. Ф.* Классификация компактных инвариантных множеств динамических систем// Изв. РАН. Сер. мат. — 1993. — *57*, № 6. — С. 130–140.
12. *Чикин М. Г.* Системы с фазовыми ограничениями// Автомат. телемех. — 1987. — № 10. — С. 38–46.
13. *Шамолин М. В.* Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. — М.: Экзамен, 2004.
14. *Шамолин М. В.* Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, перераб. и дополн.. — М.: Экзамен, 2007.
15. *Шамолин М. В.* Расширенная задача дифференциальной диагностики и ее возможное решение// Электрон. модел. — 2009. — *31*, № 1. — С. 97–115.
16. *Шамолин М. В.* Решение задачи диагностирования в случае точных траекторных измерений с ошибкой// Электрон. модел. — 2009. — *31*, № 3. — С. 73–90.
17. *Шамолин М. В.* Диагностика неисправностей в одной системе непрямого управления// Электрон. модел. — 2009. — *31*, № 4. — С. 55–66.
18. *Шамолин М. В.* Диагностика одной системы прямого управления движением летательных аппаратов// Электрон. модел. — 2010. — *32*, № 1. — С. 45–52.
19. *Шамолин М. В.* Диагностика движения летательного аппарата в режиме планирующего спуска// Электрон. модел. — 2010. — *32*, № 5. — С. 31–44.
20. *Шамолин М. В.* Диагностика гиростабилизированной платформы, включенной в систему управления движением летательного аппарата// Электрон. модел. — 2011. — *33*, № 3. — С. 121–126.
21. *Шамолин М. В.* Решение задачи диагностирования в случаях траекторных измерений с ошибкой и точных траекторных измерений// Итоги науки техн. Сер. Совр. мат. прилож. Темат. обз. — 2018. — *150*. — С. 88–109.
22. *Шамолин М. В., Кругова Е. П.* Задача диагностики модели гиростабилизированной платформы// Итоги науки техн. Сер. Совр. мат. прилож. Темат. обз. — 2019. — *160*. — С. 137–141.
23. *Altman E., Avrachenkov K., Menache I., Miller G., Prabhu B. J., Shwartz A.* Power control in wireless cellular networks// IEEE Trans. Automat. Control. — 2009. — *54*, № 10. — P. 2328–2340.
24. *Anderson B. D. O., Jury E. I., Mansour M.* Schwarz matrix properties for continuous and discrete time systems// Int. J. Contr. — 1976. — *3*. — P. 1–16.
25. *Antoulas A. C., Sorensen D. C., Zhou Y.* On the decay rate of Hankel singular values and related issues// Syst,. Control Lett. — 2002. — *46*. — P. 323–342.
26. *Beck A., Teboulle M.* Mirror descent and nonlinear projected subgradient methods for convex optimization// Oper. Res. Lett. — 2003. — *31*, № 3. — P. 167–175.
27. *Ben-Tal A., Margalit T., Nemirovski A.* The ordered subsets mirror descent optimization method with applications to tomography// SIAM J. Optim. — 2001. — *12*, № 1. — P. 79–108.

28. *Ceci C., Gerardi A., Tardelli P.* Existence of optimal controls for partially observed jump processes// Acta Appl. Math. — 2002. — *74*, № 2. — P. 155–175.
29. *Choi D. H., Kim S. H., Sung D. K.* Energy-efficient maneuvering and communication of a single UAV-based relay// IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. — 2014. — *50*, № 3. — P. 2119–2326.
30. *Fleming W. H.* Optimal control of partially observable diffusions// SIAM J. Control. — 1968. — *6*, № 2. — P. 194–214.
31. *Ho D.-T., Grotli E. I., Sujit P. B., Johansen T. A., Sousa J. B.* Optimization of wireless sensor network and UAV data acquisition// J. Intel. Robot. Syst. — 2015. — *78*, № 1. — P. 159–179.
32. *Ober R. J.* Balanced parameterization of classes of linear systems *// SIAM J. Control Optim. — 1991. — *29*, № 6. — P. 1251–1287.
33. *Rieder U., Winter J.* Optimal control of Markovian jump processes with partial information and applications to a parallel queueing model// Math. Meth. Oper. Res. — 2009. — *70*. — P. 567–596.
34. *Shamolin M. V.* Foundations of differential and topological diagnostics// J. Math. Sci. — 2003. — *114*, № 1. — P. 976–1024.
35. *Tang X., Wang S.* A low hardware overhead self-diagnosis technique using Reed–Solomon codes for self-repairing chips// IEEE Trans. Comput. — 2010. — *59*, № 10. — P. 1309–1319.

Шамолин Максим Владимирович
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
E-mail: shamolin.maxim@yandex.ru, shamolin@imec.msu.ru