



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 210 (2022). С. 6–11
DOI: 10.36535/0233-6723-2022-210-6-11

УДК 517, 531.01

ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
МГУ ИМ. М. В. ЛОМОНОСОВА
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ И МЕХАНИКИ»
ИМ. ПРОФ. В. В. ТРОФИМОВА ПОД РУКОВОДСТВОМ
Д. В. ГЕОРГИЕВСКОГО И М. В. ШАМОЛИНА

© 2022 г. Д. В. ГЕОРГИЕВСКИЙ, М. В. ШАМОЛИН

Памяти профессора С. А. Агафонова

Аннотация. Приведена краткая информация о заседаниях семинара в 2021 г.

Ключевые слова: качественная теория динамических систем, геометрия, классическая механика, механика жидкости и газа, механика деформируемого твердого тела.

SESSIONS OF THE WORKSHOP
OF THE MATHEMATICS AND MECHANICS DEPARTMENT
OF THE LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY,
“URGENT PROBLEMS OF GEOMETRY AND MECHANICS”
NAMED AFTER V. V. TROFIMOV

© 2022 D. V. GEORGIEVSKY, M. V. SHAMOLIN

ABSTRACT. Brief information on sessions of the workshop in 2021 is presented.

Keywords and phrases: qualitative theory of dynamical systems, geometry, classical mechanics, fluid and gas mechanics, solid mechanics.

AMS Subject Classification: 58Cxx, 70Cxx

ЗАСЕДАНИЕ 446 (12 февраля 2021 г.)

Ю. А. Тихонов.

О свойствах решений одного класса интегро-дифференциальных уравнений, возникающих в теории вязкоупругости.

ЗАСЕДАНИЕ 447 (19 февраля 2021 г.)

Д. В. Георгиевский.

Динамические режимы растяжения идеально жёсткопластического стержня.

Исследуется напряжённо-деформированное состояние, возникающее при динамическом растяжении однородного стержня из несжимаемого идеально жёсткопластического материала, подчиняющегося критерию Мизеса—Генки. В осесимметричной постановке учитывается возможность

утолщения либо утоньшения сечения по длине стержня, что моделирует шейкообразование и дальнейшее развитие шейки. Вводятся три безразмерные функции времени, одна из которых малый геометрический параметр — отношение среднего радиуса к половине длины стержня. Отношения порядков малости двух других безразмерных функций к малому геометрическому параметру определяют влияние на картину распределения напряжений и скоростей деформаций инерционных слагаемых в уравнениях движения. На разных временных интервалах эти отношения могут быть разными, что обуславливает тот или динамический режим растяжения. Таких характерных режимов выявлено два, один из них связан с достаточно большой скоростью удаления торцевых сечений друг от друга, второй с ускорением. В последнем из перечисленных случаев проведённый анализ на основе метода асимптотического интегрирования позволил найти параметры напряжённо-деформированного состояния, являющегося «инерционной поправкой» по отношению к квазистатическому состоянию, реализующемуся в стержне с цилиндрической боковой поверхностью.

ЗАСЕДАНИЕ 448 (26 февраля 2021 г.)

М. В. Шамолин.

Рациональные первые интегралы в динамике.

Изучаются вопросы наличия трансцендентных первых интегралов для некоторых классов систем с симметриями. При этом получены достаточные условия наличия в неавтономных однородных системах второго порядка первых интегралов, являющихся трансцендентными функциями, как в смысле теории элементарных функций, так и в смысле комплексного анализа, и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Результаты предлагаемой работы являются развитием предыдущих исследований, в том числе, и некоторой прикладной задачи из динамики твердого тела, где были получены полные списки трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Позднее данное обстоятельство позволило провести полный анализ всех фазовых траекторий и указать на те их свойства, которые обладали грубостью и сохранялись для систем более общего вида. Полная интегрируемость таких систем была связана с симметриями скрытого типа. Как известно, понятие интегрируемости, вообще говоря, достаточно расплывчатое. При его построении необходимо учитывать в каком смысле оно понимается (имеется в виду некий критерий, по которому делается вывод о том, что траектории рассматриваемой динамической системы устроены особенно «привлекательно и просто»), в классе каких функций ищутся первые интегралы и т. д. В данной работе принимается такой подход, который учитывает в качестве класса функций как первых интегралов трансцендентные функции, причем элементарные. Здесь трансцендентность понимается не только в смысле теории элементарных функций (например, тригонометрических), а в смысле наличия у них существенно особых точек (в силу классификации, принятой в теории функций комплексного переменного, когда функция имеет существенно особые точки). При этом их необходимо формально продолжить в комплексную область. Конечно, в общем случае построить какую-либо теорию интегрирования таких неконсервативных систем (хотя бы и невысокой размерности) довольно затруднительно. Но в ряде случаев, когда исследуемые системы обладают дополнительными симметриями, удастся найти первые интегралы через конечные комбинации элементарных функций.

ЗАСЕДАНИЕ 449 (12 марта 2021 г.)

В. А. Банько.

Сравнение численных алгоритмов на примере оптимизации в задаче Бека.

ЗАСЕДАНИЕ 450, СОВМЕСТНОЕ С СЕМИНАРОМ КАФЕДРЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА (26 марта 2021 г.).

Н. Г. Мощевитин.

О геометрии диофантовых приближений.

ЗАСЕДАНИЕ 451 В РАМКАХ КОНФЕРЕНЦИИ «МОЛОДЕЖНЫЕ ЧТЕНИЯ» (14 апреля 2021 г.).

В. А. Банько.

Сравнение численных алгоритмов оптимизации критических параметров в задачах динамической устойчивости.

В. А. Емельянов.

Моделирование пластической деформации в металлах методом дискретных краевых дислокаций.

А. А. Вишкова (Пермский национальный исследовательский политехнический университет).

О построении приближенного аналитического решения задачи Ламе в случае трансформного материала.

А. Р. Мещерякова (МФТИ).

Моделирование качения упругой сферы при наличии слоя третьего тела.

М. Селезнев (МФТИ).

Формирование малой обучающей выборки для построения суррогатной ML-модели упруго-пластического деформирования стержня.

Р. Р. Шабайкин.

Динамическое сдавливание нелинейно вязкопластического тонкого слоя.

А. В. Сероштанов (Донецкий национальный университет).

Решение задачи об изгибе тонкой многосвязной плиты из пьезоматериалов.

Н. С. Стеценко.

Определение характеристик нелинейно вязкоупругих материалов из экспериментов с высокоамплитудными сдвиговыми гармоническими колебаниями.

ЗАСЕДАНИЕ 452 (16 апреля 2021 г.)

С. А. Артамонов, Д. А. Третьяков.

Основные теоретические положения компьютерного обучения.

ЗАСЕДАНИЕ 453 (14 мая 2021 г.)

И. М. Цветков.

О динамическом растяжении идеально жёсткопластического листа.

ЗАСЕДАНИЕ 454 (21 мая 2021 г.)

Д. В. Георгиевский, Н. С. Стеценко.

Комплексное представление Александровича решений в перемещениях в трёхмерной теории упругости.

Обсуждаются аналитические возможности предложенного в 1970-х гг. в работах А. И. Александровича представления решения в перемещениях в трёхмерной теории упругости в виде двумерной комплексной структуры. Комплекснозначные перемещения ищутся в форме голоморфного разложения как ряды по степеням комплексных переменных с антиголоморфными коэффициентами и по степеням сопряжённых комплексных переменных с голоморфными коэффициентами. Все голоморфные и антиголоморфные функции выражаются через четыре произвольные голоморфные функции.

В качестве тестовых частных случаев, приводящих к известным в теории упругости классическим решениям, рассматриваются плоское деформированное состояние, антиплоская деформация, трёхмерное деформированное состояние в тонкой пластинке переменной толщины, осесимметричные поля перемещений, реализующиеся, в частности, при линейной комбинации внутреннего (внешнего) давления, r_θ -кручения и осевого r_z -сдвига в цилиндрическом слое и при θ_z -кручении сплошного цилиндра. В терминах комплекснозначных перемещений выписывается система уравнений осесимметричной теории упругости, фундаментальное решение которой является общим представлением поля перемещений в осесимметричном случае аналогично формулам Колосова–Мусхелишвили в плоской задаче.

ЗАСЕДАНИЕ 455 (4 июня 2021 г.)

Ю. Ю. Подладчиков (Университет Лозанны, Швейцария).

Солетарные волны порового флюида в вязко-упругих твёрдых телах.

ЗАСЕДАНИЕ 456 (17 сентября 2021 г.)

Д. В. Георгиевский.

Энергетические оценки устойчивости течений сред со сложными свойствами.

Рассматривается широкий класс тензорно нелинейных изотропных несжимаемых сплошных сред, которые могут обладать скалярным потенциалом напряжений по скоростям деформаций. Приводятся постановки линеаризованных задач устойчивости течений таких сред в движущихся трёхмерных областях относительно трёхмерной картины кинематических и силовых возмущений. Развивается техника метода интегральных соотношений, позволяющего получать достаточные интегральные (энергетические) оценки устойчивости. Общие оценки устойчивости, в том числе и экспоненциальной, уточняются для каждого конкретного вида сред — тензорно линейных, или квазилинейных, сред, обладающих либо не обладающих скалярным потенциалом, тела Бингама, тела Сен-Венана, ньютоновской вязкой жидкости.

ЗАСЕДАНИЕ 457 (24 сентября 2021 г.)

Х. Ф. Исаев.

Асимптотический анализ в задаче Орра—Зоммерфельда с неклассическими граничными условиями.

ЗАСЕДАНИЕ 458 (1 октября 2021 г.)

А. В. Романов.

О вариационном принципе Лагранжа микрополярной теории упругости в случаях трансверсально-изотропной и ортотропной сред.

ЗАСЕДАНИЕ 459, посвященное В. В. Мелешко в связи с 70-лЕТИЕМ со дня РОЖДЕНИЯ (8 октября 2021 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 460 (15 октября 2021 г.)

Р. Р. Шабайкин.

Динамическое деформирование тонкого растекающегося идеально пластического слоя.

ЗАСЕДАНИЕ 461 (12 ноября 2021 г.)

А. В. Давыдов.

Корректная разрешимость и спектральный анализ интегродифференциальных уравнений, возникающих при изучении флаттера вязкоупругой пластины.

ЗАСЕДАНИЕ 462 (19 ноября 2021 г.)

Ф. М. Малышев (МИАН).

Простое доказательство теоремы Брунна—Минковского элементарными средствами.

Представлено новое доказательство теоремы Брунна—Минковского об объёме суммы выпуклых тел P_0, P_1 в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, одинакового n -мерного объёма: $V_n((1-t)P_0 + tP_1) \geq V_n(P_0) = V_n(P_1)$, $0 < t < 1$, причём равенство имеет место, только если P_1 получается из P_0 параллельным переносом, в остальных случаях теорема утверждает строгое неравенство. Опровергается сформировавшееся мнение о том, что исключение равенства — особая наиболее трудная часть теоремы; приводятся причины сложившейся ситуации.

ЗАСЕДАНИЕ 463 (26 ноября 2021 г.)

М. В. Шамолин.

Тензорные инварианты динамических систем с диссипацией с малым числом степеней свободы.

Как известно, наличие достаточного количества не только первых интегралов (скалярных инвариантов), но и других тензорных инвариантов позволяет полностью проинтегрировать систему

дифференциальных уравнений. Так, например, наличие инвариантной формы фазового объема позволяет понизить порядок рассматриваемой системы. Для консервативных систем этот факт естествен. А вот для систем, обладающих притягивающими или отталкивающими предельными множествами, не только некоторые первые интегралы, но и коэффициенты имеющихся инвариантных дифференциальных форм должны, вообще говоря, состоять из трансцендентных (в смысле комплексного анализа) функций.

Так, например, задача о движении пространственного маятника на сферическом шарнире в потоке набегающей среды приводит к системе на касательном расслоении к двумерной сфере, при этом метрика специального вида на ней индуцирована дополнительной группой симметрий. Динамические системы, описывающие движение такого маятника, обладают знакопеременной диссипацией, и полный список первых интегралов состоит из трансцендентных функций, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Известны также задачи о движении точки по двумерным поверхностям вращения, плоскости Лобачевского и т.д. Полученные результаты особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил.

В работе предьявлены тензорные инварианты (дифференциальные формы) для однородных динамических систем на касательных расслоениях к гладким двумерным многообразиям. Показана связь наличия данных инвариантов и полным набором первых интегралов, необходимых для интегрирования геодезических, потенциальных и диссипативных систем. При этом вводимые силовые поля делают рассматриваемые системы диссипативными с диссипацией разного знака и обобщают ранее рассмотренные.

ЗАСЕДАНИЕ 464 (3 декабря 2021 г.)

Ю. А. Тихонов.

О полугрупповом подходе к изучению задач, возникающих в теории вязкоупругости.

ЗАСЕДАНИЕ 465 (17 декабря 2021 г.)

Н. Л. Поляков, М. В. Шамолин.

О некоторых новых результатах в алгебраической теории коллективного выбора.

В докладе представлены новые результаты в теории коллективного выбора, которые получены с помощью методов универсальной алгебры и теории замкнутых классов дискретных функций. Эти результаты относятся к классу так называемых *теорем возможности*. В частности, получено явное описание локальных правил агрегирования, которые имеют нетривиальные симметричные классы инвариантных множеств предпочтений. По существу, этот результат отвечает на вопрос: для каких локальных правил агрегирования нетривиальное инвариантное множество предпочтений существует и может быть описано теоретико-множественной формулой без констант из множества альтернатив. Рассмотрен класс *нелокальных* правил агрегирования $f_{\mathcal{A}, \mathcal{F}, \mathcal{J}}$, имитирующих пошаговое принятие решений с правилом $\mathcal{F}$ при фиксированных функции адаптации агентов $\mathcal{A}$ и упорядочении альтернатив $\mathcal{J}$, причем упорядочение $\mathcal{J}$ считается случайным фактором. Оказывается, если правило $\mathcal{F}$ порождается правилом большинства, то для некоторой функции адаптации $\mathcal{A}$ и любого упорядочения $\mathcal{J}$ каждое такое правило сохраняет множество рациональных предпочтений и позволяет определить *победителя по Кондорсе*, если он существует. В конце доклада сформулирован ряд открытых вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. Фундам. направл. — 2007. — 23. — С. 16–45.
2. Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. Заседания семинара «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова, проводящегося на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2009. — 62. — С. 3–13.

3. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова, проводящегося на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2009. — 65. — С. 3–10.
4. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. прилож. — 2012. — 76. — С. 3–10.
5. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. прилож. — 2013. — 88. — С. 3–19.
6. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2015. — 98. — С. 3–8.
7. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2016. — 100. — С. 3–11.
8. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2018. — 150. — С. 3–25.
9. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2020. — 174. — С. 3–11.
10. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2020. — 187. — С. 3–11.
11. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2021. — 202. — С. 3–9.
12. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2022. — 205. — С. 3–9.

Георгиевский Дмитрий Владимирович

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

E-mail: cotedurhone@mail.ru, georgiev@mech.math.msu.su

Шамолин Максим Владимирович

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

E-mail: shamolin@imec.msu.ru, shamolin.maxim@yandex.ru