



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 210 (2022). С. 106–116
DOI: 10.36535/0233-6723-2022-210-106-116

УДК 517, 531.01

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И КЛАССИФИКАЦИЯ НЕИСПРАВНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ

© 2022 г. М. В. ШАМОЛИН

Аннотация. В работе рассматривается универсальный подход к изучению управляемых (не всегда гладких) динамических систем и обсуждаются так называемые возможные неисправности в таких динамических системах. Вводятся универсальные понятия опорных неисправностей и их окрестностей.

Ключевые слова: диагностика системы управления движением летательного аппарата, измеряемые координаты, классификация неисправностей.

DYNAMICAL SYSTEMS AND CLASSIFICATION OF MALFUNCTIONS IN PROBLEMS OF DIFFERENTIAL DIAGNOSTICS

© 2022 M. V. SHAMOLIN

ABSTRACT. In this paper, we discuss a universal approach to the study of control (not always smooth) dynamical systems and possible malfunctions in such dynamical systems. The universal concepts of reference malfunctions and their neighborhoods are introduced.

Keywords and phrases: diagnostics of aircraft motion control system, measured coordinates, classification of malfunctions.

AMS Subject Classification: 34Cxx, 70Cxx

1. Введение. Предыдущие исследования автора по дифференциальной и топологической диагностике [1, 10, 11] уже касались похожих проблем. Отличие данной работы от предыдущих исследований состоит в ее обобщающем характере, а также в более подробном описании динамических процессов.

Как следует из предыдущих аналогичных работ [3, 6, 14], необходимо поставить задачи диагностики на каких-то примерах. В этом качестве рассматриваются системы управления движением летательного аппарата [15, 16]. Она будет представляться в виде двух последовательно решаемых задач: задачи контроля, то есть задачи определения наличия неисправности в системе управления, и задачи диагностирования, то есть задачи распознавания конкретной происшедшей неисправности (см. также [20, 21]).

В задаче контроля естественным образом вводится понятие поверхности контроля, лежащую в фазовом пространстве динамической системы. Критерием наличия неисправности является выход фазовой траектории на эту поверхность. Даны способы построения поверхности контроля.

В некоторых работах даже сформулирована и доказана теорема диагностирования (ср. с [7, 9]), в силу которой предлагаются так называемые внешнетраекторные алгоритмы. При помощи их,

после выхода фазовой траектории на поверхность контроля или в процессе так называемой непрерывной экспресс-диагностики, осуществляется решение задачи диагностирования неисправностей, возникших в диагностическом пространстве, то есть в рассматриваемом случае в каналах управления движением летательного аппарата (см. также [25, 26]).

Сложность современных управляемых систем, задач решаемых этими системами, многообразие этих задач, снижение аппаратурной избыточности [4, 5], высокая ответственность и интенсивность работы операторов, их высвобождение требуют эффективной автоматической диагностики функционального состояния [33, 36, 37] в процессе их движения. По результатам диагностики можно произвести ремонт системы управления, отключение неисправного элемента, которое бывает эффективнее его неправильной информации, или осуществить коррекцию закона управления [29, 31].

Современные интеллектуальные объекты имеют модульную структуру и обладают конечным набором возможных неисправностей. Движение таких объектов и элементов их систем управления, как исправных, так и неисправных, с высокой степенью точности априори можно описать, исходя из опыта и законов классической механики, обыкновенными дифференциальными уравнениями. В силу этого научное направление исследований диагностики функционального состояния управляемых систем и получило название «Дифференциальной диагностики» (хотя оно и не совсем устоялось). В основе ее лежат дифференциальные уравнения, описывающие движение исправной и возможных неисправных систем [2, 18].

Задача дифференциальной диагностики функционального состояния объектов управления такого рода может быть сведена к двум самостоятельным последовательно решаемым задачам [7, 9, 12]: задаче контроля, то есть установлению критерия наличия неисправности в системе, и задаче диагностирования, то есть поиску происшедшей неисправности. Критерием наличия неисправности в системе может быть выход траектории объекта на некоторую заранее выбранную поверхность π_k . Неисправность может произойти в любой заранее неизвестный момент времени движения объекта, в любой точке внутри поверхности π_k .

Исходной информацией при решении задачи контроля является математическая модель движения рассматриваемого объекта, ограниченная область ее начальных условий и априорный список математических моделей движения объекта с той или иной возможной неисправностью. По этой информации может быть выбрана поверхность контроля π_k .

Процедура контроля включает в себя фиксирование выхода траектории объекта на поверхность контроля π_k , что является выходом алгоритма контроля, то есть информацией о наличии неисправности в системе, а также выдачу начальной информации для алгоритма диагностирования.

Задача диагностирования может быть решена путем последующего слежения за траекторией объекта после ее выхода на поверхность контроля π_k . При этом необходимо, чтобы процесс диагностики совершался во время движения объекта, был осуществлен в течение весьма короткого интервала времени, например за полупериод или за четвертую часть периода быстрых колебаний объекта, и не требовал дополнительного приборного обеспечения. На это указывается, в частности, в [8, 13].

Исходной информацией для решения задачи диагностирования является конечный набор математических моделей неисправных систем, отличающихся друг от друга и от исходной системы той или иной возможной неисправностью, ограниченная область их начальных условий и информация с выхода алгоритма контроля.

Процедура диагностирования включает в себя описание информации, поступающей от датчиков, включая датчик контроля, организацию этой информации, определение последовательности действий, сравнение результатов наблюдений с расчетными возможными ожидаемыми результатами, процесс минимизации в пространстве поиска и выдачу результата, то есть номера происшедшей неисправности.

Процедура диагностирования может состоять из двух этапов: сначала определяется подсистема (например, один из каналов управления), в которой произошла неисправность, а затем осуществляется диагностирование конкретной неисправности в этой подсистеме. Процедура диагностирования может предусматривать не только указание конкретно происшедшей неисправности, но и определение последствий возникших ситуаций, составление рецептов исправления неправильного функционирования системы, выполнение последовательных предписанных исправлений, повторную диагностику, советы по исправлению поведения обучаемого оператора при управлении системой в целом [17, 19, 23, 35].

Существует множество приемов определения неисправностей, основанных, в основном, на анализе внутреннего состояния объекта. В то же время, имеется возможность определения неисправностей динамического объекта по характеру его поведения, по измерению его траектории, то есть с помощью внешнетраекторного контроля. В этом случае возможно автоматическое определение неисправностей чисто вычислительными средствами на базе информации о траектории объекта.

2. Динамические системы дифференциальной диагностики. Рассмотрим динамическую систему, заданную достаточно гладким векторным полем $v(x)$, на гладком многообразии $M^n\{x\}$, $x = (x_1, \dots, x_n)$:

$$\dot{x} = v(x), \quad (1)$$

при поле v имеет компоненты $v^1(x), \dots, v^n(x)$ в координатах x . В правой части системы (1) можно конечно же добавить дополнительную зависимость векторного поля v от управления $u \in U^r$, $u = (u_1, \dots, u_r)$, но в каждом конкретном случае это можно отдельно оговорить.

В качестве примера можно привести управляемую систему, движение которой может быть описано, вообще говоря, неавтономной системой обыкновенных дифференциальных уравнений в $\mathbb{R}^n\{x\} \times \mathbb{R}^1\{t\}$, которую запишем в векторной форме

$$\frac{dx}{dt} = X(x, t), \quad (2)$$

где $x(t)$ и $X(t)$ — n -мерные гладкие вектор-функции, каждая из которых содержит по набору $x_1(t), \dots, x_n(t)$ и $X_1(x, t), \dots, X_n(x, t)$, соответственно. В данном случае всегда можно неавтономную систему (2) свести к автономной (1), вводя новую переменную и повышая порядок на единицу.

Функцию $X(x, t)$ часто достаточно считать непрерывной (а не гладкой) в некоторой открытой области D фазового пространства. Система (2) задает закон движения некоторой начальной точки $x_0(t_0)$ из $(n+1)$ -мерного фазового пространства по траектории

$$x(t) = x(t, x_0(t_0)).$$

Через $\|x\|$ обозначим норму вектора x . В простейшем случае норма вектора может совпадать с евклидовой длиной вектора, то есть

$$\|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Наряду с системой (2) рассмотрим и «измененную» систему

$$\frac{dy}{dt} = X(y, t) + R(y, t) \quad (4)$$

в той же области фазового пространства.

Предположим, что вектор-функция $R(y, t)$ непрерывна в области D и в этой области при $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ выполняется неравенство

$$\|R(y, t)\| < \eta, \quad (5)$$

где η — постоянное число и $\eta \geq 0$.

Пусть начальные условия, определяющие решения $x = x(t, x_0)$ и $y = y(t, y_0)$ систем (2) и (4), удовлетворяют условиям

$$\|y_0 - x_0\| < \delta, \quad (6)$$

где $\delta \geq 0$.

Предположим, кроме того, что функция $X(x, t)$ удовлетворяет в любой замкнутой области G , лежащей в D , условиям Липшица

$$\|X(y, t) - X(x, t)\| < L\|y - x\|, \quad (7)$$

где L — положительная постоянная.

В этом случае, то есть при выполнении условий (5)–(7) и условия Липшица в G для $R(y, t)$, гарантируется существование единственного решения $x = x(t, x_0)$ уравнения (2), удовлетворяющего начальным условиям $x(t_0, x_0)$, и справедлива оценка отклонения решения

$$\|y(t) - x(t)\| \leq \frac{\eta}{L}(e^{L(t-t_0)} - 1) + \delta e^{L(t-t_0)}. \quad (8)$$

Отметим, в частности, что, если возмущены только начальные условия, а правые части неизменны, то $\eta = 0$ и оценка (8) принимает вид

$$\|y(t) - x(t)\| \leq \delta e^{L(t-t_0)}.$$

Выбирая δ достаточно малым на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, можно удовлетворить неравенству

$$\|y(t) - x(t)\| < \varepsilon,$$

где ε — произвольное положительное число.

Значит, решение уравнения (2) является непрерывной функцией начальных условий, что можно трактовать как свойства непрерывной зависимости решений на конечном интервале времени, присущее любой системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Второй предельный случай ($\delta = 0$, $\eta \neq 0$) выражает свойство непрерывности решения в некотором функциональном пространстве правых частей.

Потребуем также выполнение таких условий на векторное поле системы (1), при которых все решения продолжаемы настолько необходимо.

Таким образом, мы рассматриваем автономную динамическую управляемую систему (хотя и не до конца пока формализованную в терминах пространства управления), функциональное состояние которой может быть описано векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = X(x). \quad (9)$$

Нас особенно интересует поведение решений системы (9) в окрестности некоторого («программного») решения $x_*(t)$. И вот только теперь мы «разделяем» фазовые координаты следующим образом.

Пусть в системе имеется управляющее устройство, целью которого является удержание всех решений системы (9) как можно ближе к решению x_* . Предположим, что все компоненты $x_1, \dots, x_n$ вектора x можно разделить на два множества: (собственно) координаты системы (объекта) $y_1, \dots, y_p$ и координаты управления $z_1, \dots, z_q$, где $p + q = n$. Координаты системы определяют p -мерный вектор y функционального состояния системы, а координаты управления являются составляющими q -мерного вектора управления z (не путать с обозначением y в формулах (4)).

Перепишем уравнения (9) рассматриваемой системы в следующем виде (необходимо наличие тривиального решения):

$$\begin{cases} \dot{y} = Y(y, z), & Y(0, 0) = 0, \\ \dot{z} = Z(y, z), & Z(0, 0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Система (10) является системой с так называемым *непрямым управлением* или с управлением по производным. Такие системы применительно к управлению движением реальных объектов рассматривались в [14, 15].

При этом получаем следствие, а именно: объект управления описывается уравнением

$$\dot{y} = Y(y, 0),$$

а управляющее свойство уравнением

$$\dot{z} = Z(0, z).$$

Задачей управляющего устройства является обеспечение или улучшение устойчивости объекта, то есть вектора y , и обеспечение желаемого движения объекта, о котором указано выше.

В частности, часто приходится прибегать к частичной или полной линеаризации системы (10). Предположение о линейности системы, то есть замена системы (10) ее линейным приближением, дает возможность продвинуться в исследовании достаточно далеко. Однако при этом могут ускользнуть некоторые важные свойства функционального поведения системы. Кроме того, многие системы и их управляющие устройства работают вне линейной области их характеристик.

Наряду с системами непрямого управления (10) рассматриваются также системы прямого управления

$$\dot{y} = Y(y, z), \quad \dot{z} = Z(y, z), \quad (11)$$

при котором управляющий сигнал, то есть сигнал обратной связи, воздействует на объект непосредственно.

Таким образом, при проведении математических экспериментов по диагностике управляемых систем используются как математические модели типа (10), так и (11) (визуально они идентичны, но внутренние переменные исполняют разные функции).

Теперь необходимо провести классификацию так называемых *неисправностей* для рассматриваемых систем.

Сделаем это на типичном примере из динамики летательных аппаратов. Рассматриваемые уравнения типа (11) имеют следующую структуру:

$$\dot{x} = X(x) + A(x)\xi, \quad \dot{\xi} = \Phi(\delta), \quad \delta = Bx + \phi(\sigma), \quad \sigma = Cx, \quad (12)$$

где x — фазовый n -мерный вектор состояния, $X(x)$ и $A(x)$ — определенные, непрерывные матрицы-функции; ξ — трехмерный управляющий вектор, элементами которого являются углы отклонения рулей высоты, элеронов, направления; $B = (b_{ij})$ и $C = (c_{ij})$ ($i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, n$) — следующие матрицы коэффициентов:

$$b_{ij}^0 \leq b_{ij} \leq b_{ij}^*; \quad c_{ij}^0 \leq c_{ij} \leq c_{ij}^*; \quad (13)$$

здесь b_{ij}^0 , b_{ij}^* и c_{ij}^0 , c_{ij}^* — некоторые положительные постоянные.

Элементы вектор-функций $\Phi(\delta)$ и $\phi(\sigma)$ определены и непрерывны при всех значениях δ_h и σ_h и принадлежат классу так называемых допустимых характеристик, удовлетворяющих следующим условиям:

$$\Phi_h(\delta_h) = 0, \text{ если } \delta_h = 0; \quad \phi_h(\sigma_h) = 0, \text{ если } \sigma_h = 0. \quad (14)$$

$$\delta_h \Phi_h(\delta_h) > 0, \text{ если } \delta_h \neq 0; \quad \sigma_h \phi_h(\sigma_h) > 0, \text{ если } \sigma_h \neq 0. \quad (15)$$

Впрочем, условие (14) (для непрерывных функций) является следствием условия (15).

Будем, кроме того, считать, что интегралы в пределах $[0, +\infty)$ и $[0, -\infty)$ от этих функций расходятся. Это условие гарантирует сходимость решений при $t \rightarrow +\infty$.

Что касается условий существования и единственности траекторий системы, то дополнительно отметим весьма полную теорему существования, а также теоремы [34, 35], определяющие достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши с фазовыми ограничениями. Отметим, кроме того, работы [22, 24, 27], в которых, в том числе, обсуждаются достаточные и необходимые условия асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем. При рассмотрении необходимых условий вводятся функции, отличные от функций Ляпунова.

Условия существования и единственности для систем вида (12) будем считать выполненными и возвращаться к этому вопросу уже не будем.

Уравнения (12) приводятся к уравнениям (2) или (11) путем исключения переменных. Будем считать, что система уравнений (12) обладает всеми свойствами, которые приписываются уравнению (2).

Последние три (матричных) уравнения в (12) описывают систему управления движением динамического объекта. Целью управления является удержание траектории $x(t)$, близкой к некоторой программной траектории $x_*(t)$. Будем предполагать, что такое управление построено, то есть подобраны функции ϕ и Φ , а также значения коэффициентов матриц B и C , и именно эти ϕ , Φ , B и C присутствуют в (12).

Допустим также, что в процессе функционирования в системе управления могут возникать неисправности, которые приводят к тому, что управляющий сигнал ξ , вырабатываемый системой управления объекта, формируется неправильно, то есть управление объектом уже не обеспечивает близости траектории $x(t)$ к $x_*(t)$.

Таким неисправностям соответствуют некоторые значения коэффициентов матриц B и C и виды функций ϕ и Φ . Более того, будем предполагать, что существует такой набор из l неисправностей, каждой из которых присущи свои матрицы B_i , C_i и функции ϕ_i , Φ_i , $i = 1, \dots, l$, что решения $x_i(t)$ систем

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i, t)$$

с начальными условиями $x^0 \in M^n$, где функции f_i получаются подстановкой в (13) матриц B_i , C_i и функций ϕ_i , Φ_i и дальнейшим исключением переменных, различны между собой при одних и тех же начальных условиях для всех f_i и отличны также от программной траектории $x_*(t)$.

Тогда при данном наборе неисправностей актуальна задача определения номера неисправности в наборе, то есть определения номера i функции f_i , $i = 1, \dots, l$, заменяющей функцию в правой части в некоторый момент времени t_0 . Здесь t_0 — момент возникновения неисправности в системе управления объекта.

В более общем виде задачу можно сформулировать следующим образом. Пусть в неизвестный момент времени произошла некоторая неисправность. Задача сводится к отображению происшедшей в системе неисправности на множество из l возможных неисправностей и определения такого номера $i = 1, \dots, l$ неисправности из этого множества, который максимально «близок» (вообще говоря, по какой-либо норме) к происшедшей неисправности. Отсутствие неисправности в системе также должно быть выходом решения задачи.

Входными данными для определения номера возникшей в системе управления неисправности будут конечный набор неисправностей, характерных для системы управления объекта и, значит, соответствующий набор дифференциальных уравнений, их решения и измеренные в процессе функционирования объекта значения компонент фазового вектора.

3. Формализация неисправностей. Как указывалось выше, классификацию неисправностей дадим на базе математической модели пространственного движения летательного аппарата (12) и запишем эти уравнения применительно к системе управления, рассмотренной в работах [32–34], в которых, в частности, изучается режим планирующего спуска с высот, близких к орбитальным, с начальной скоростью, близкой к первой космической скорости. Сохранив в этих уравнениях структуру управления, запишем их в следующем виде:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)\xi, \quad \dot{\xi} = \Phi(\delta), \quad \delta = C(t)u + \phi(\sigma), \quad \sigma = E(t)s, \quad (16)$$

где x — фазовый n -мерный вектор состояния, $A(x)$ и $B(x)$ — определенные, непрерывные матрицы-функции; ξ — трехмерный управляющий вектор, элементами которого являются углы отклонения ξ_i ($i = 1, 2, 3$) рулей высоты, элеронов, направления; составляющие трехмерных векторов u и s в (16) могут быть приборно измерены или алгоритмически вычислены; элементы матриц $C(t) = (c_{ij}(t))$ и $E(t) = (e_{ik}(t))$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} c_{ij} &\in [\underline{c}_{ij}, \bar{c}_{ij}], \quad \underline{c}_{ij} \leq \bar{c}_{ij}, \quad i = 1, 2, 3, \\ e_{ik} &\in [\underline{e}_{ik}, \bar{e}_{ik}], \quad \underline{e}_{ik} \leq \bar{e}_{ik}, \quad j = 1, \dots, p, \quad k = 1, \dots, q, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\underline{c}_{ij}$, $\bar{c}_{ij}$, $\underline{e}_{ik}$, $\bar{e}_{ik}$ — некоторые постоянные значения.

Элементы вектор-функций $\Phi(\delta)$ и $\phi(\sigma)$ определены и непрерывны при всех значениях δ_h и σ_h и принадлежат классу так называемых допустимых характеристик, удовлетворяющих следующим условиям:

$$\Phi_h(\delta_h) = 0, \text{ если } \delta_h = 0; \quad \phi_h(\sigma_h) = 0, \text{ если } \sigma_h = 0. \quad (18)$$

$$\delta_h \Phi_h(\delta_h) > 0, \text{ если } \delta_h \neq 0; \quad \sigma_h \phi_h(\sigma_h) > 0, \text{ если } \sigma_h \neq 0. \quad (19)$$

Впрочем, условие (18) (для непрерывных функций) является следствием условия (19).

Будем, кроме того, считать, что интегралы в пределах $[0, +\infty)$ и $[0, -\infty)$ от этих функций расходятся, что гарантирует сходимость решений при $t \rightarrow +\infty$.

Зависимость от времени матриц C , E в правой части (16) обусловлена тем, что процесс развития неисправностей может явно зависеть от времени.

Перейдем теперь к классификации возможных неисправностей, дадим определение неисправности и опишем предлагаемый подход.

Классификация дается применительно к неисправностям, которые могут возникнуть в системе управления движением летательного аппарата (16). Она достаточна для описания возможных в системе управления неисправностей, может быть использована и для описания соответствующих возможных неисправностей в других частях летательного аппарата (в системе управления двигателями, навигационной системе, гиростабилизированной платформе и др. (см. также [17, 19])) и расширена.

Необходимым условием расширения классификации неисправностей является наличие в рассматриваемой математической модели движения описания работы прибора, в котором может произойти неисправность, не предусмотренная классификационным списком.

Предлагаемая классификация неисправностей, не претендуя на законченность, позволит в последующем осуществить логические построения, решающие задачу дифференциальной диагностики.

Информационное содержание и силовые воздействия системы управления в (16) обеспечиваются датчиками. Современные системы управления имеют модульную структуру, состоящую из конечного набора датчиков (блоков). *Датчиком* назовем любой прибор из цепочки приборов, перерабатывающих информацию о траекторном движении летательного аппарата, начиная от измерительных или алгоритмических приборов и кончая рулевыми исполнительными устройствами, каждый из которых имеет входные и выходные сигналы и самостоятельную функциональную цель.

Неисправностью будем называть такое изменение функционального состояния в системе датчиков управления, которое обуславливает недопустимые отклонения летательного аппарата (16) от цели управления, то есть от программного движения.

Причины возникновения неисправности рассматриваться не будут. Нас главным образом будет интересовать неисправность самого датчика, как одного из приборов системы управления. В силу сказанного, система управления движением объекта (16) будет обладать конечным набором возможных неисправностей. Эти неисправности, благодаря имеющемуся инженерному опыту или в силу интуитивных соображений, можно априори зафиксировать и, исходя из механических представлений, математически описать.

Определим теперь *класс возможных неисправностей* в системе управления движением объекта, описываемым дифференциальными уравнениями (16), то есть определим список конкретных возможных неисправностей в системе датчиков управления, которые могут обуславливать недопустимые отклонения объекта.

Определение 1. Отказом будем называть отсутствие сигнала на выходе датчика.

В математической модели движения объекта и его системы управления отказ можно моделировать обнулением соответствующего коэффициента при выходном сигнале датчика или выходного сигнала датчика. Иначе говоря, поступающая с датчика информация в модели не должна учитываться.

Например, если в третьем уравнении (16) слагаемое

$$\delta_{11} = c_{11}(t)u_1 \quad (20)$$

в некоторый момент времени t_0 становится равным нулю, то есть $\delta_{11}(t) = 0$, $t \geq t_0$, то это будет означать, что отказал датчик, формирующий сигнал (20). Из (20) следует, что отказ может быть обусловлен или отказом прибора, формирующего оператор $c_{11}(t)$ при сигнале, поступившем на вход датчика, или исчезновением самого сигнала u_1 в датчике, или того и другого одновременно. Объединение этих возможностей и будет определять отказ формирующего сигнал (20) датчика, то есть отсутствие сигнала на его выходе.

Определение 2. Сбоем будем называть выход сигнала датчика за пределы допустимых номинальных значений.

Сбой датчика может быть обусловлен недопустимым изменением некоторого параметра, характеризующего этот датчик. В уравнениях движения это можно моделировать выбором закона изменения соответствующего параметра. Если закон изменения параметра зависит от времени, то это значит, что рассматриваемая система перестает быть автономной. В реальных условиях закон изменения параметра может быть и не известен.

Например, если сигналу δ_{11} с выхода датчика, формирующего выражение (20), предписано находиться в пределах

$$\underline{\delta}_{11} \leq \delta_{11} \leq \bar{\delta}_{11},$$

а изменение $c_{11}(t)$, или u_1 , или $c_{11}(t)u_1$ в процессе движения таково, что δ_{11} выходит за пределы интервала $[\underline{\delta}_{11}, \bar{\delta}_{11}]$, то это будет означать сбой датчика, формирующего сигнал (20).

Определение 3. Заклиниванием будем называть неисправность, при которой значение выходного сигнала датчика в некоторый момент времени фиксируется и в дальнейшем не изменяется во времени.

К этому отнесем и неисправности, при которых около некоторого фиксированного положения совершаются незатухающие, например, синусоидальные колебания, то есть происходит заклинивание с наложением некоторых колебаний.

В качестве примера можно привести заклинивание руля или колебания руля около некоторого фиксированного положения. Заклинивание руля в нейтральном (нулевом) положении эквивалентно отказу канала управления этим рулем.

Определение 4. Активным отказом будем называть неисправность, при которой сигнал датчика скачкообразно изменяется до определенного максимально возможного значения и фиксируется по величине и во времени.

Определение 5. Нарушением симметрии называется такая неисправность, при которой происходит сдвиг начала отсчета сигнала датчика.

В частности, это может быть сдвиг допустимой характеристики исполнительного органа, то есть характеристика исполнительного органа перестает принадлежать классу допустимых функций (18).

Рассмотренные неисправности из определений 1–5 образуют *класс возможных неисправностей* (и не только для уравнений движения летательного аппарата (см. также [28, 30, 32])).

Любая неисправность из выделенного класса не приводит к изменению фазового пространства модели объекта. Модели объекта с той или иной неисправностью из класса возможных отличаются лишь структурой уравнений движения. Если в заранее неизвестный момент времени произойдет одна из неисправностей из класса возможных, то траектория исходной системы изменится и будет непрерывно продолжаема траекторией системы с происшедшей неисправностью. Некоторые из неисправностей могут доставлять неустойчивость движению объекта.

Рассмотрим некоторый датчик из набора датчиков управляющей системы. Этому датчику можно поставить в соответствие одну, две или более неисправностей из выбранного класса.

Рассмотрим теперь два любых различных датчика из набора датчиков в управляющей системе движением объекта. *Различными* будем называть датчики, перерабатывающие траекторную информацию разной природы, например, траекторную информацию разной размерности. Каждому из таких датчиков можно поставить в соответствие определенные неисправности из выбранного класса. Реакция системы на эти неисправности будет различной.

Для примера рассмотрим первую строку произведения матриц $C'(t)u$, взятой из уравнений (16):

$$c_{11}(t)u_1 + c_{12}(t)u_2 + \dots + c_{1p}(t)u_p.$$

Каждая из входных координат $u_1, u_2, \dots, u_p$ вырабатывается соответствующим датчиком, содержит свою присущую только ей физическую информацию, в некотором смысле имеет свою размерность, то есть по своему воздействию на движение системы все входные координаты различны между собой. Коэффициенты $c_{11}(t), c_{12}(t), \dots, c_{1p}(t)$, вырабатываемые операторами, также в некотором смысле имеют свою размерность и различны между собой.

Слагаемые $c_{11}(t)u_1, c_{12}(t)u_2, \dots, c_{1p}(t)u_p$ в системе управления содержат различную физическую информацию и их влияние на движение системы (16) будет различным.

Функции остальных элементов модели системы управления также различны. Влияние нарушений в работе различных датчиков и операторов, формирующих управление системой, на движение системы также будет различным. Поэтому и влияние различных неисправностей из класса возможных на траекторное движение системы будет различным.

Всему конечному набору различных датчиков системы управления движением объекта можно *поставить в соответствие* конечный набор неисправностей из класса возможных. Такой априорный набор неисправностей будем в дальнейшем называть *опорным*, а неисправности, входящие в этот набор, — *опорными неисправностями*.

Таким образом, конечному набору попарно (в совокупности) различных датчиков системы управления движением объекта можно поставить в соответствие конечный набор H опорных неисправностей

$$H = \|H_j\|_{j=1}^l \quad (21)$$

из класса возможных.

В рассматриваемых задачах изучаются движения, соответствующие каждой из неисправностей (21) H_j , $j = 1, \dots, l$, или нескольким из них, происходящие в геометрической фигуре, представляющей собой плоскости (H_m, t) , $m = 1, \dots, l$, связанные с осью времени t и осями H_m , $m = 1, \dots, l$, исходящими из единого начала на оси времени t . Изучаться будут также влияние этих движений на движение рассматриваемой управляемой динамической системы, а также диагностика этих движений.

Сделаем следующее предположение, оправдываемое тем, что процесс обнаружения неисправности ограничен малым временем (см. также [28, 33]).

От потока неисправностей требуется следующее.

Пусть распределение интервала времени между последовательными неисправностями системы (16) таково, что вероятность более чем одной неисправности на интервалах времени обнаружения пренебрежимо мала. Это предположение позволит нам детально поставить задачу диагностики, хотя в принципе это предположение, как будет показано в дальнейшем, не обязательно. Важно, чтобы происшедшая в системе (16) неисправность попала в *апостериорный список* $l_1 < l$ неисправностей.

Заметим также, что данный класс задач тесно связан с современными задачами, изложенными в [14, 15, 34], а также в соответствующих задачах, связанных с так называемой *самодиагностикой* [37].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Решение задачи дифференциальной диагностики // Фундам. прикл. мат. — 1999. — 5, № 3. — С. 775–790.
2. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Мат. Мех. — 2001. — № 1. — С. 29–31.
3. Жуков В. П. О достаточных и необходимых условиях асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем // Автомат. телемех. — 1994. — № 3. — С. 24–36.
4. Жуков В. П. О редукции задачи исследования нелинейных динамических систем на устойчивость вторым методом Ляпунова // Автомат. телемех. — 2005. — № 12. — С. 51–64.
5. Жуков В. П. О достаточных и необходимых условиях грубости нелинейных динамических систем в смысле сохранения характера устойчивости // Автомат. телемех. — 2008. — № 1. — С. 30–38.
6. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем // Автомат. телемех. — 1980. — № 3. — С. 96–121.
7. Окунев Ю. М., Парусников Н. Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. — М.: Изд-во МГУ, 1983.
8. Пархоменко П. П., Сагомонян Е. С. Основы технической диагностики. — М.: Энергия, 1981.

9. Чикин М. Г. Системы с фазовыми ограничениями// Автомат. телемех. — 1987. — № 10. — С. 38–46.
10. Шамолин М. В. Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. — М.: Экзамен, 2004.
11. Шамолин М. В. Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, перераб. и дополн.. — М.: Экзамен, 2007.
12. Шамолин М. В. Расширенная задача дифференциальной диагностики и ее возможное решение// Электрон. модел. — 2009. — 31, № 1. — С. 97–115.
13. Шамолин М. В. Решение задачи диагностирования в случае точных траекторных измерений с ошибкой// Электрон. модел. — 2009. — 31, № 3. — С. 73–90.
14. Шамолин М. В. Диагностика неисправностей в одной системе непрямого управления// Электрон. модел. — 2009. — 31, № 4. — С. 55–66.
15. Шамолин М. В. Диагностика одной системы прямого управления движением летательных аппаратов// Электрон. модел. — 2010. — 32, № 1. — С. 45–52.
16. Шамолин М. В. Диагностика движения летательного аппарата в режиме планирующего спуска// Электрон. модел. — 2010. — 32, № 5. — С. 31–44.
17. Шамолин М. В. Диагностика гиросtabilизированной платформы, включенной в систему управления движением летательного аппарата// Электрон. модел. — 2011. — 33, № 3. — С. 121–126.
18. Шамолин М. В. Решение задачи диагностирования в случаях траекторных измерений с ошибкой и точных траекторных измерений// Итоги науки техн. Сер. Совр. мат. прилож. Темат. обз. — 2018. — 150. — С. 88–109.
19. Шамолин М. В., Кругова Е. П. Задача диагностики модели гиросtabilизированной платформы// Итоги науки техн. Сер. Совр. мат. прилож. Темат. обз. — 2019. — 160. — С. 137–141.
20. Altman E., Avrachenkov K., Menache I., Miller G., Prabhu B. J., Shwartz A. Power control in wireless cellular networks// IEEE Trans. Automat. Control. — 2009. — 54, № 10. — P. 2328–2340.
21. Anderson B. D. O., Jury E. I., Mansour M. Schwarz matrix properties for continuous and discrete time systems// Int. J. Contr. — 1976. — 3. — P. 1–16.
22. Antoulas A. C., Sorensen D. C., Zhou Y. On the decay rate of Hankel singular values and related issues// Syst., Control Lett. — 2002. — 46. — P. 323–342.
23. Beck A., Teboulle M. Mirror descent and nonlinear projected subgradient methods for convex optimization// Oper. Res. Lett. — 2003. — 31, № 3. — P. 167–175.
24. Ben-Tal A., Margalit T., Nemirovski A. The ordered subsets mirror descent optimization method with applications to tomography// SIAM J. Optim. — 2001. — 12, № 1. — P. 79–108.
25. Ceci C., Gerardi A., Tardelli P. Existence of optimal controls for partially observed jump processes// Acta Appl. Math. — 2002. — 74, № 2. — P. 155–175.
26. Chiang M., Tan C. W., Hande P., Lan T. Power control in wireless cellular networks// Found. Trends Networking. — 2008. — 2, № 4. — P. 381–533.
27. Choi D. H., Kim S. H., Sung D. K. Energy-efficient maneuvering and communication of a single UAV-based relay// IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. — 2014. — 50, № 3. — P. 2119–2326.
28. Fleming W. H. Optimal control of partially observable diffusions// SIAM J. Control. — 1968. — 6, № 2. — P. 194–214.
29. Ho D.-T., Grotli E. I., Sujit P. B., Johansen T. A., Sousa J. B. Optimization of wireless sensor network and UAV data acquisition// J. Intel. Robot. Syst. — 2015. — 78, № 1. — P. 159–179.
30. Ober R. J. Balanced parameterization of classes of linear systems *// SIAM J. Control Optim. — 1991. — 29, № 6. — P. 1251–1287.
31. Ober R. J., McFarlane D. Balanced canonical forms for minimal systems: A normalized coprime factor approach// Linear Algebra Appl. — 1989. — 122–124. — P. 23–64.
32. Peeters R., Hanzon B., Olivi M. Canonical lossless state-space systems: Staircase forms and the Schur algorithm// Lin. Alg. Appl. — 2007. — 425, № 2–3. — P. 404–433.
33. Rieder U., Winter J. Optimal control of Markovian jump processes with partial information and applications to a parallel queueing model// Math. Meth. Oper. Res. — 2009. — 70. — P. 567–596.
34. Shamolin M. V. Foundations of differential and topological diagnostics// J. Math. Sci. — 2003. — 114, № 1. — P. 976–1024.
35. Su W., Boyd S., Candes E. A differential equation for modeling Nesterov’s accelerated gradient method: Theory and insights// J. Machine Learning Res. — 2016. — № 17 (153). — P. 1–43.

36. *Tang X., Wang S.* A low hardware overhead self-diagnosis technique using Reed–Solomon codes for self-repairing chips// IEEE Trans. Comput. — 2010. — 59, № 10. — P. 1309–1319.
37. *Wilson D. A.* The Hankel operator and its induced norms// Int. J. Contr. — 1985. — 42. — P. 65–70.

Шамолин Максим Владимирович

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

E-mail: shamolin.maxim@yandex.ru, shamolin@imec.msu.ru